Formulas Sistema de Particulas

Posicion del centro de masa

Se define como la media ponderada de las posiciones.

Posicion de centro de masa con respecto a un punto O.

$$\vec{r}_{CM/O} = \sum \frac{m_i \vec{r}_{i/o}}{M}$$

Tomando como sistema de referencia al centro de masa CM.

$$\vec{r}_{i/cm} = \vec{r}_{i/o} - \vec{r}_{cm/o}$$

$$\begin{aligned}
\vec{r}_{CM/O} &= \sum \frac{m_i \vec{r}_{i/o}}{M} \\
&= \sum \frac{m_i \left(\vec{r}_{i/cm} + \vec{r}_{cm/o}\right)}{M} \\
&= \sum \frac{m_i \vec{r}_{i/cm}}{M} + \sum \frac{m_i \vec{r}_{cm/o}}{M} \\
\vec{r}_{CM/O} &= \sum \frac{m_i \vec{r}_{i/cm}}{M} + \vec{r}_{cm/o} \\
\\
0 &= \sum \frac{m_i \vec{r}_{i/cm}}{M}
\end{aligned}$$

Con respecto del Centro de masa.

$$\vec{r}_{cm/cm} = \sum \frac{m_i \vec{r}_{i/cm}}{M} = 0$$

Velocidad de centro de masa

Se obtiene derivando la posicion del CM.

Con respecto al punto fijo a tierra O.

$$\vec{v}_{CM/O} = \sum \frac{m_i \vec{v}_{i/o}}{M}$$

Con respecto del sistema fijo en el CM. Actua como sistema de referencia privilegiado.

$$\vec{v}_{cm/cm} = \sum \frac{m_i \vec{v}_{i/cm}}{M} = 0$$

Aceleracion de centro de masa

Con respecto al punto fijo a tierra O.

$$\vec{a}_{CM/O} = \sum \frac{m_i \vec{a}_{i/o}}{M}$$

Con respecto del sistema fijo en el CM.

$$\vec{a}_{cm/cm} = \sum \frac{m_i \vec{a}_{i/cm}}{M} = 0$$

Cantidad de Movimiento $\vec{P}_{sist}$

$$\vec{P}^o_{sist} = \sum \vec{P}_{i/o} = \sum m_i \vec{v}_{i/o} = M \vec{v}_{cm/o}$$

Cantidad de momento angular $\vec{L}^o_{sist}$

$$\vec{L}^o_{sist} = \sum \vec{L}^o_i = \sum \vec{r}_{i/o} \times m_i \vec{v}_{i/o}$$

Segunda Principio de Newton

Las fuerzas internas del sistema se anulan entre si.

Unicamente las fuerzas externas al sistema pueden cambiar el estado del sistema.

$$\sum \vec{F}_{ext} = M \vec{a}_{cm}$$

Impulso del sistema de particulas

$$\vec{J}_{ext} = \Delta \vec{P}_{sist} = \vec{P}_{sist_{final}} - \vec{P}_{sist_{inic}}$$

Momento angular y torque para sist de particulas

$$\begin{aligned} \sum \mathrm{T}^o_{ext} &= \frac{d\vec{L}^o_{sist}}{dt} \\ &= \frac{d(\sum \vec{r}_{i/o} \times m_i \vec{v}_{i/o})}{dt} \\ &= \sum \vec{r}_{i/o} \times m_i \vec{a}_{i/o} \end{aligned}$$

$$\sum \mathrm{T}^o_{ext} = \sum \vec{r}_{i/o} \times \vec{F}_{i/o}$$

Sólo los torques de las fuerzas exteriores cambian el momento cinético del sistema.

Relacion entre O y CM para $\vec{L}^{O}$

$$\vec{L}^{O}_{sist} = \vec{L}^{o}_{cm} + \vec{L}^{cm}_{sist}$$

El momento cinético de un SP respecto de un punto fijo al LAB es igual a la suma del momento cinético del sistema **como si toda la masa estuviera concentrada en el CM** más el **momento cinético del SP relativo al CM.**

El primer término se conoce como “momento cinético orbital” y el segundo como “momento cinético de spin”

Conservacion de Momento Cinetico

A partir de $\mathrm{T}^{o}_{ext} = \frac{d\vec{L}^{o}_{sist}}{dt}$

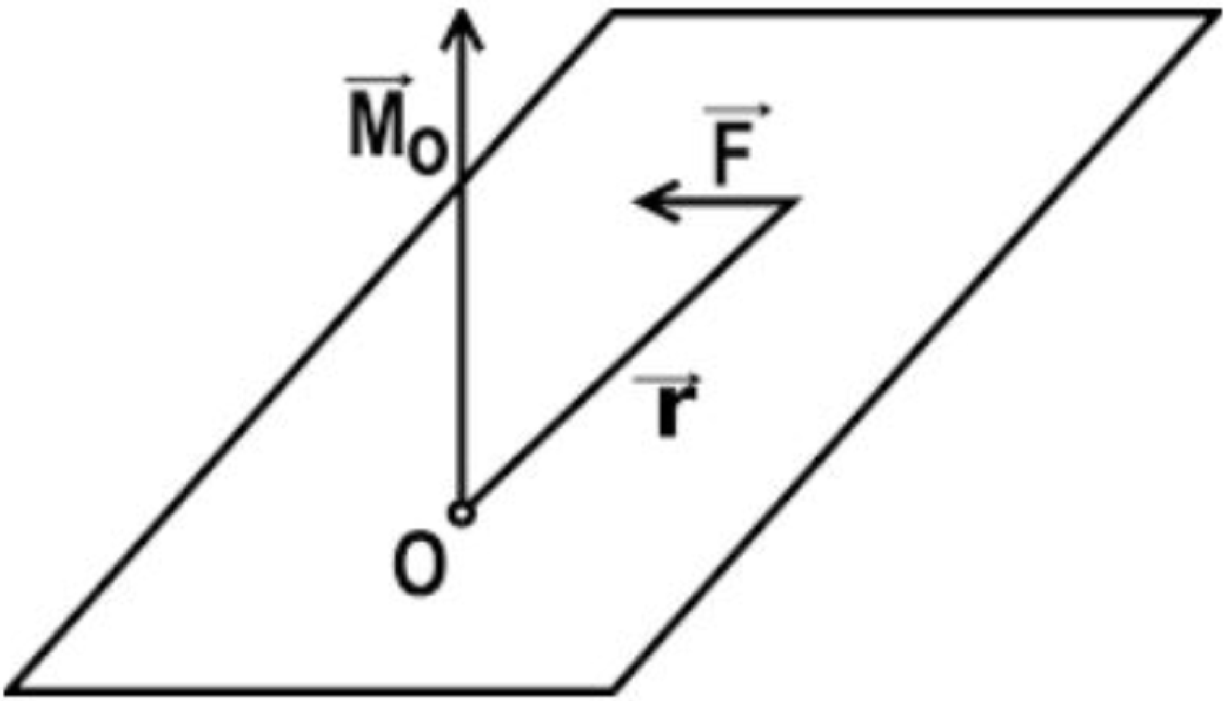
$$\sum \mathrm{T}^{o}_{ext} = 0 \longrightarrow \Delta L^{o}_{sist} = 0$$

Observacion
El momento angular (Momento Cinetico) puede ser conservado con respecto de un sistema o y no serlo desde otro sistema o'.

Para aplicar el teorema de conservacion del momento angular hay que aclarar con respecto de cual sistema se evalua.

Torque

$$\vec{\mathrm{T}}^{o}_{ext} = \vec{r}_{o} \times \vec{F}$$


$\vec{M}_O$
$\vec{F}$
$\vec{r}$
O