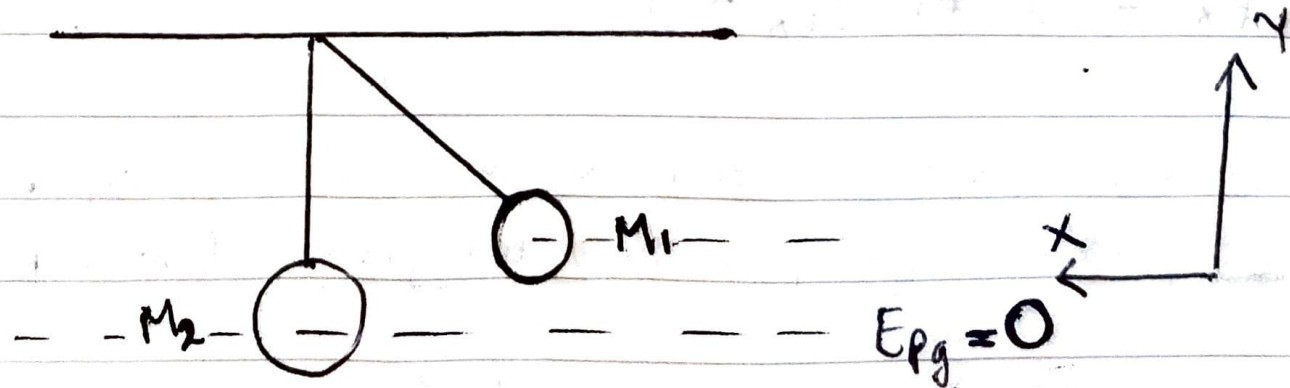


Ej 16.



Planteando el teorema de conservación de la energía, hallo la Velocidad de M_1 antes del impacto. $W_{FNC} = \Delta E_m = 0$

$$\Delta E_m = E_{mf} - E_{mi} = E_{cf} + \cancel{E_{pf}} - \cancel{E_{ci}} - E_{pc} = \frac{1}{2} M_1 V_1^2 - M_1 g d = 0$$

$$V_1 = \sqrt{2 g d}$$

Durante el impacto, se conserva la cantidad de movimiento en el eje X

$$P_{xf} = P_{xi}$$

Caso a) Choque plástico

$$\begin{aligned} \bar{V}_f (M_1 + M_2) &= M_1 \bar{V}_1 + M_2 \bar{V}_2^0 \\ \bar{V}_f &= \frac{M_1 \bar{V}_1}{M_1 + M_2} = \left(\frac{M_1 \sqrt{2 g d}}{M_1 + M_2} \right) \uparrow \end{aligned}$$

A partir de este punto, hallo su altura máxima utilizando $W_{FNC} = \Delta E_m = 0$

$$E_{mi} = E_{mf}$$

$$E_{ci} + \cancel{E_{pi}} = \cancel{E_{cf}} + E_{pf}$$

$$\boxed{E_{pf} = E_{ci}}$$

Caso (i)

$$h_{max} = \frac{M_1^2 \cancel{2} g d}{(M_1 + M_2)^2 \cancel{2} g}$$

$$\cancel{m} g h = \frac{1}{2} \cancel{m} V^2$$

$$\textcircled{i} \quad \boxed{h = \frac{V^2}{2g}}$$

$$\boxed{h_{max} = \frac{M_1^2 d}{(M_1 + M_2)^2 g}}$$

Dado que en el choque plástico $\Delta E_c < 0$, al perder energía cinética es de esperar que la altura máxima sea menor, puede $\Delta E_m < 0$

b) Choque perfectamente elástico

En las colisiones perfectamente elásticas se cumple $\Delta E_c = 0$,

$$E_{c\text{ sist}}^{\text{inic}} = E_{c\text{ sist}}^{\text{final}}$$

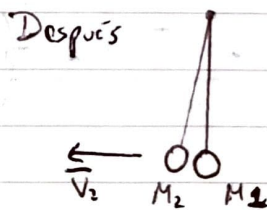
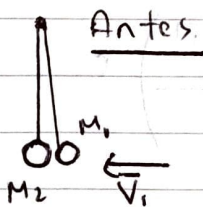
$$V_{1\text{ inic}} = \sqrt{2gd}$$

$$\frac{1}{2} m_1 V_{1\text{ inic}}^2 + \frac{1}{2} m_2 \cancel{V_{2\text{ inic}}^2} = \cancel{\frac{1}{2} m_1 V_{1\text{ final}}^2} + \frac{1}{2} m_2 V_{2\text{ final}}^2$$

$$m_1 V_{1\text{ inic}}^2 = m_1 V_{1\text{ final}}^2 + m_2 V_{2\text{ final}}^2$$

$$(2) \quad V_{2\text{ final}} = \sqrt{\frac{m_1 (V_{1\text{ inic}}^2 - V_{1\text{ final}}^2)}{m_2}}$$

Dado que el choque es central, es decir chocan sobre la misma recta de acción, entonces "se transfiere la energía"



$$V_{2\text{ inic}} = 0 \text{ m/s}$$

$$V_{1\text{ final}} = 0 \text{ m/s}$$

$$V_{2\text{ final}} = \sqrt{\frac{m_1 [(2gd) - 0]}{m_2}}$$

$$V_{2\text{ final}} = \sqrt{\frac{2m_1 g d}{m_2}}$$

Planteando de vuelta la conservación de la energía mecánica

$$(1) \quad h_2 = \frac{V^2}{2g} = \frac{2m_1 g d}{2g m_2} = \frac{m_1 d}{m_2}$$

$$\boxed{h_2 = \frac{m_1 d}{m_2}}$$

c) $m_1 = 0,1 \text{ kg}$ $d = 0,2 \text{ m}$
 $m_2 = 0,2 \text{ kg}$

Altura final de colisión inelástica con pérdida de energía del 10%.

El choque se da en el eje X, por tanto $\Delta p_x = 0$

Antes del choque:

$$\bar{v}_1 = \sqrt{2gd} \uparrow$$

$$\bar{v}_2 = 0$$

$$E_c = E_{ci}$$

Después del choque

$$\bar{v}_1 = ?$$

$$\bar{v}_2 = ?$$

$$E_c = E_{ci} - 0,1 E_{ci} = 0,9 E_{ci}$$

① $m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$ Conservación de cantidad de movimiento en el eje X.

$$E_{cf} = 0,9 E_{ci}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 = 0,9 \left(\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 \right)$$

② $m_1 v_{1f}^2 + m_2 v_{2f}^2 = 0,9 m_1 v_{1i}^2$

Tengo el siguiente sistema de ecuaciones ($v_{1i} = \sqrt{2gd}$)

① $m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} = m_1 \sqrt{2gd}$ Muy largo

② $m_1 v_{1f}^2 + m_2 v_{2f}^2 = 0,9 m_1 \cdot 2gd$
 $m_1 v_{1f}^2 + m_2 v_{2f}^2 = 1,8 m_1 gd$

① $v_{1f} = \frac{\sqrt{2gd}}{m_1} - \frac{m_2 v_{2f}}{m_1} = \frac{\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,2}}{0,1 \text{ kg}} - \frac{0,2 \text{ kg } v_{2f}}{0,1 \text{ kg}} = 2 - 2v_{2f}$

$$v_{1f} = 2 - 2v_{2f}$$

② $m_1 v_{1f}^2 + m_2 v_{2f}^2 = m_1 (4 - 8v_{2f} + 4v_{2f}^2) + m_2 v_{2f}^2 = 1,8 m_1 gd$

→

$$4 - 8v_{2f} + 4v_{2f}^2 + \frac{m_2}{m_1} v_{2f}^2 = 1,8 \text{ gd}$$

$$\frac{m_2}{m_1} v_{2f}^2 + 4v_{2f}^2 - 8v_{2f} + 4 - 1,8 \text{ gd} = 0$$

$$\frac{0,2}{0,1} v_{2f}^2 + 4v_{2f}^2 - 8v_{2f} + 4 - 1,8 \cdot 10 \cdot 0,2 = 0$$

$$6v_{2f}^2 - 8v_{2f} + 0,4 = 0$$

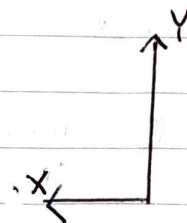
$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4(6)(0,4)}}{12} = \frac{8 \pm \sqrt{54,4}}{12}$$

$$= \frac{8 \pm 7,37}{12} \rightarrow \begin{cases} 1,2813 \text{ m/s} \\ 0,052 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$* v_{1f} = 2 - 2v_{2f} = 2 - 2(1,2813) = -0,5626 \text{ m/s}$$

$$* v_{1f} = 2 - 2(0,052 \text{ m/s}) = 1,8954 \approx 1,90 \text{ m/s}$$

Dado que según nuestro sistema de referencia que la velocidad sea negativa implica que se desplaza a la izquierda.



Compruebo cual conjunto cumple $E_{cf} = 0,9 E_{ci}$

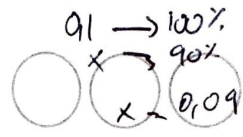
$$E_{c \text{ inic}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 \sqrt{2gd} = \frac{1}{2} 0,1 \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,2}$$

$$E_{c \text{ inic}} = 0,1 \text{ J}$$

$$0,1 \text{ J} \rightarrow 100\%$$

$$X \rightarrow 90\%$$

$$x = 0,09 \text{ J}$$



$$* V_{1f} = -0,5626 \text{ m/s}$$

$$V_{2f} = 1,2813$$

$$E_{cf} = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2$$

$$E_{cf} = \frac{1}{2} 0,1 (-0,5626)^2 + \frac{1}{2} 0,2 (1,2813)^2$$

$$E_{cf} = 0,17998 \approx 0,180 \text{ J}$$

Algo raro pasa

$$* V_{1f} = 1,90 \text{ m/s}$$

$$V_{2f} = 0,052 \text{ m/s}$$

$$E_{cf} = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2$$

$$E_{cf} = \frac{1}{2} 0,1 (1,90)^2 + \frac{1}{2} 0,2 (0,052)^2$$

$$E_{cf} = 0,18 \text{ J}$$

Finalmente, me quedo con $V_{1f} = -0,5626 \text{ m/s}$, $V_{2f} = 1,2813 \text{ m/s}$ porque el caso contrario implica que la masa 1 practicamente atraviesa la masa 2 porque no hay transferencia de energia cinetica significativa

Planteo por fin, $W_{fnc} = 0 \Rightarrow \Delta E_m = 0$

$$\textcircled{1} \quad h = \frac{V^2}{2g}$$

M₂

$$h_2 = \frac{V^2}{2g}$$

$$h_2 = \frac{(1,2813)^2}{2 \cdot 10}$$

$$h_2 = 0,082 \text{ m}$$

$$h_1 = \frac{V^2}{2g}$$

M₁

$$h_1 = \frac{(-0,5626)^2}{2 \cdot 10}$$

$$h_1 = 0,0158 \text{ m}$$