Resumen Ondas

Ecuacion de Ondas

Toda onda cumple con la ecuacion diferencial

$$\frac{d\xi^2}{dt^2} = c^2 \cdot \frac{d\xi^2}{dx^2}$$

Siendo

- c la velocidad de propagacion de onda en el medio.

Ondas Mecanicas

Las ondas mecanicas son aquellas que se desplazan a travez de un medio. Se describen senosoidalmente como:

$$Y(x,t) = Acos(kx - \omega t + \phi_o) \tag{1}$$

$$Y(x,t) = Acos(k[x - \omega t] + \phi_o) \tag{2}$$

$$Y(x,t) = Acos(\frac{2\pi}{\lambda}[kx - c\,t] + \phi_o) \tag{3}$$

Donde

k: Numero de onda
λ: Longitud de onda (Periodo Espacial)
A: Amplitud de onda
ω: Pulsacion o frecuencia angular
f: Frecuencia
T: Periodo temporal
c: Velocidad de propagacion de onda
ϕ_o: Fase inicial

> Cualquiera de las ecuaciones son equivalentes.

Conceptos

Longitud de onda λ

La longitud de onda λ es la distancia entre dos perturbaciones iguales, es decir cada longitud λ se repite el valor que toma la perturbacion (en un instante dado).

$$
\begin{aligned}
Y(x+\frac{2\pi}{k},t) &= Acos(k(x+\frac{2\pi}{k})-\omega t+\phi_o) \\
&= Acos(kx-\omega t+\phi_o+\cancel{k}\frac{2\pi}{\cancel{k}})) \\
&= Acos(kx-\omega t+\phi_o+2\pi) \\
&= Acos(kx-\omega t+\phi_o) \\
&= Y(x,t)
\end{aligned}
$$

Siendo $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ entonces $Y(x+\lambda,t) = Y(x,t)$.

La longitud de onda representa la distancia que la onda avanza en un periodo ($\lambda = c \cdot T$).

Frecuencia f

La frecuencia solo depende de la fuente emisora de onda.

Velocidad de propagacion de onda c

La velocidad de propagacion de onda solo dependen del tipo de onda y del medio en que se propaga.

Fase de Onda

Se define como el conjunto de puntos del espacio que vibran en "fase", es decir con la misma elogacion, velocidad y aceleracion.

La fase es el argumento de la funcion sinusoidal

$Y(x,t) = Acos(\Phi)$

$$\Phi(x,t) = kx-\omega t+\phi_o$$

La distancia entre dos frentes de onda consecutivos es igual a la longitud de onda λ.

> En efecto, si $\Delta\Phi = 2\pi$, entonces
>
> $$\Delta\Phi = \Phi(x_2,t)-\Phi(x_1,t) = (kx_2-\omega t+\phi_o)-(kx_1-\omega t+\phi_o)$$
>
> La frecuencia es la misma durante el tiempo ($\omega = 2\pi f$) y ambos tienen la misma fase inicial (por ser la misma onda). Por tanto
>
> $$
> \begin{aligned}
> k(x_2-x_1) &= 2\pi \\
> \frac{\cancel{2\pi}}{\lambda}(x_2-x_1) &= \cancel{2\pi} \\
> (x_2-x_1) &= \lambda
> \end{aligned}
> $$

Desplazamiento de una particula del medio

Para una onda armonica, la perturbación que estemos considerando para un punto fijo del espacio varía en la forma de un movimiento armónico simple.

$$Y(x_o, t) = Acos(kx_o - \omega t + \phi_o) = Acos([kx_o + \phi_o] - \omega t) = Acos(\beta - \omega t)$$

Con $\beta = [kx_o + \phi_o]$ constante en el tiempo.

Velocidad de oscilacion de una particula del medio

La misma se puede derivar para obtener la velocidad con que oscila una particula del medio en que se desplaza.

$$V(x, t) = \frac{\delta Y(x, t)}{\delta t} = A\omega\, sen(kx - \omega t + \phi_o)$$

Como $sen(kx - \omega t + \phi_o)$ oscila entre -1 y 1, entonces:

$$|V_{MAX}(x, t)| = A\omega$$

> La diferencia entre velocidad de propagacion c y velocidad de oscilacion de una particula del medio, es que la primera es propia de la onda y la segunda propia de la particula del medio.

Aceleracion de oscilacion de una particula del medio

$$a(x, t) = \frac{\delta V(x, t)}{\delta t} = -A\omega^2\, cos(kx - \omega t + \phi_o)$$

Relaciones Importantes

$$c = \lambda \cdot f \tag{4}$$

$$\omega = 2\pi f \tag{5}$$

$$T = \frac{1}{f} \tag{6}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{7}$$

Velocidad de onda en distintos medios

Medio	Velocidad	Datos
Cuerda Tensa	$c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$	T: Tension μ densiadad lineal $\mu = \frac{dm}{dx}$ (masa por unidad de longitud)
Varilla Longitudinal	$c = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$	Y: Modulo Young ρ densidad
Varilla Transversal	$c = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$	G: Modulo Rigidez ρ densidad
Fluidos Longitudinal	$c = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$	B: Modulo Volumetrico ρ densidad

Energia Media

$$< E >= \frac{1}{2} A^2 \omega^2 \rho \, dV = \frac{1}{2} A^2 \omega^2 \rho \, (dx \cdot dS)$$

Potencia Media

$$< P >= \frac{< E >}{dt} = \frac{1}{2} A^2 \omega^2 \rho \, (\frac{dx}{dt} \cdot dS) = \frac{1}{2} A^2 \omega^2 \rho \, c \cdot (dS)$$

Intensidad

$$I = \frac{< P >}{dS} = \frac{< E >}{dt \, dS} = \frac{1}{2} A^2 \omega^2 \rho \, c$$

- A: Amplitud
- ω: pulsacion ($\omega = 2\pi f$)
- ρ: Densidad
- c: Velocidad de Propagacion
- dV: Unidad de volumen
- dS: Unidad de Area (Superficie)
- dt: Unidad de tiempo

Energia Media sobre Volumen

$$< E > /Vol = \frac{1}{2} A^2 \omega^2 \rho [J/m^3] \tag{8}$$

- A: Amplitud
- ω: pulsacion ($\omega = 2\pi f$)
- ρ: Densidad

Intensidad

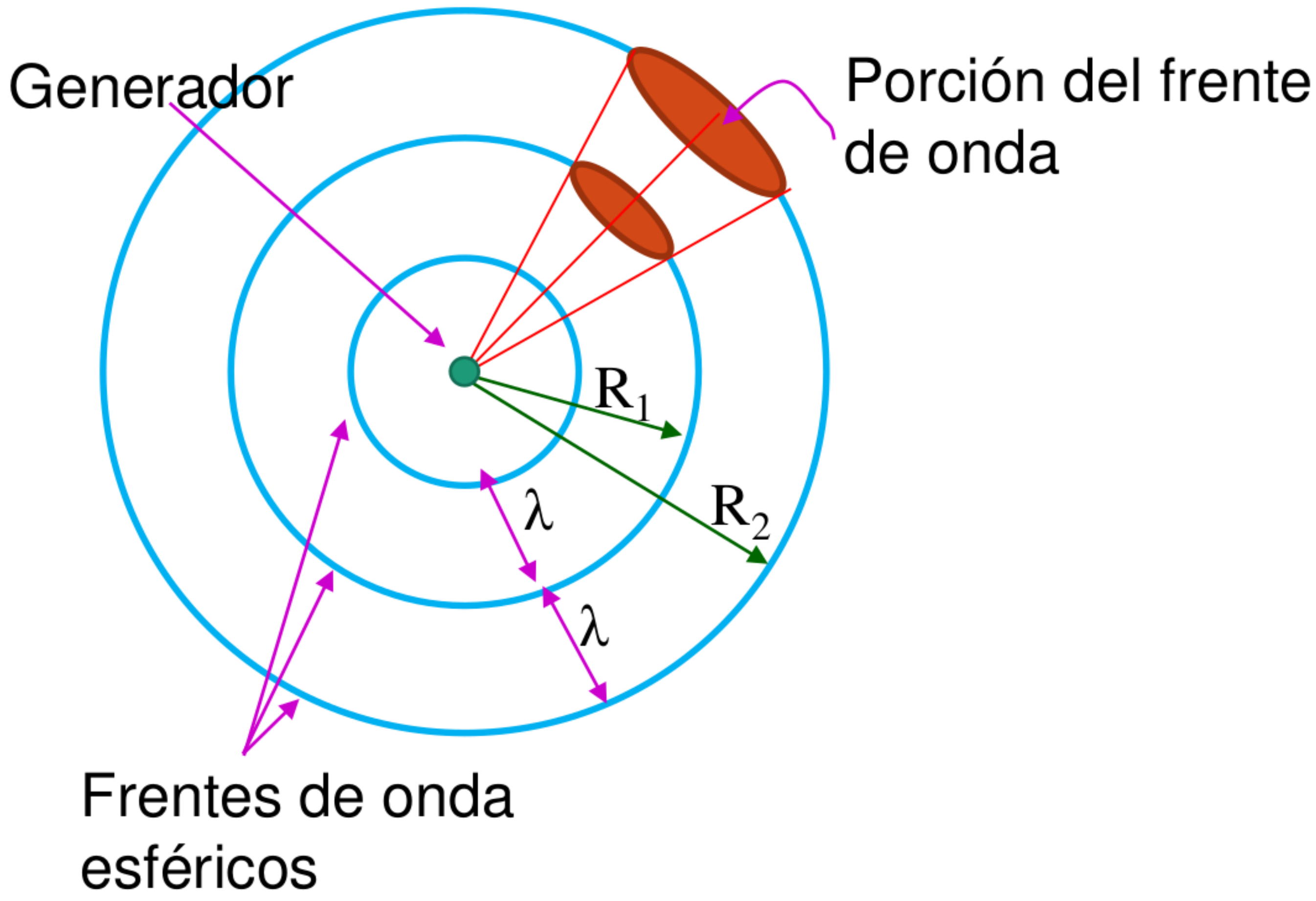
$$I = \frac{Potencia\ que\ transporta\ la\ onda}{Superficie\ donde\ se\ distribuye\ la\ energía}$$

$$I = \frac{< P >}{S}$$

Energía media por unidad de área y de tiempo = Potencia media sobre unidad de área = Intensidad

$$I = \frac{1}{2} A^2\, \omega^2\, \rho\, c\, [W/m^2] \tag{9}$$

- A: Amplitud
- ω: pulsacion ($\omega = 2\pi f$)
- ρ: Densidad
- c: Velocidad de propagacion



- La intensidad de la onda es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al generador.

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2}$$

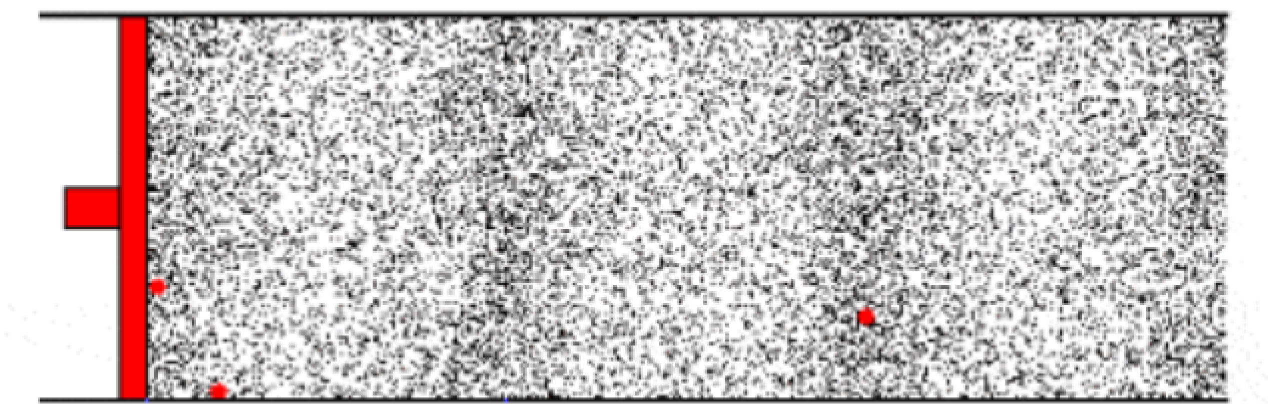
$I \sim A^2$

- La amplitud de la perturbación es inversamente proporcional a la distancia al generado

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

Sonido

Las ondas sonoras son ondas de compresión longitudinales en un medio material.



> Los puntos muestran la posición de moléculas de aire. Cada punto tiene distinta presion

Velocidad de Propagacion

$$c = \sqrt{\gamma \frac{P_o}{\rho_o}} = V = \sqrt{\frac{B}{\rho_o}} \tag{10}$$

- $B = \gamma P_o$
- γ: coeficiente adiabático
- P_o: presión sin perturbar
- ρ_o: densidad sin perturbar

Onda de desplazamiento (Longitudinal)

$$Y(x,t) = Acos(kx - \omega t + \phi_o)$$

Onda de Presion

$$P(x,t) - P_o = A_p cos(kx - \omega t + \phi_o)$$

Intensidad

$$I = \frac{1}{2} A^2 \, \omega^2 \, \rho_o \, c$$
$$I = \frac{1}{2} A^2 \, \omega^2 \, \rho_o \sqrt{\gamma \frac{P_o}{\rho_o}}$$

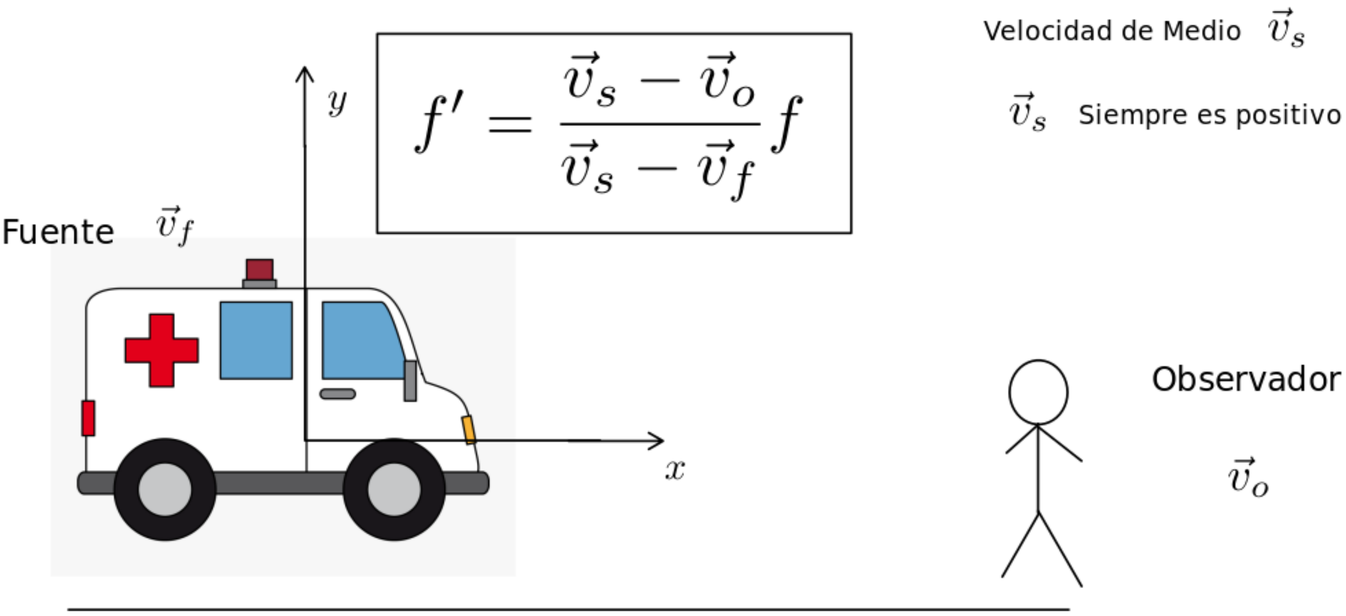
Intesidad de decibeles

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_o}$$

- I Intensidad relativo
- $I_o = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$: Intensidad minima audible por el odio humano

Efecto Dopler

Poniendo el sistema de referencia siempre desde la fuente hacia el observador en sentido positivo.



$$f' = \frac{\vec{v}_s - \vec{v}_o}{\vec{v}_s - \vec{v}_f} f$$

- f es la frecuencia que emite la fuente.
- f' es la frecuencia relativa que escucha el observador

- $\vec{v}_s$ siempre es positivo
- $\vec{v}_o$: El observador puede estar alejandose o acercandose a la fuente
  - Acercadose: $\vec{v}_o$ negativo (Va en contra del eje x^+)
  - Alejandose: $\vec{v}_o$ positivo
- $\vec{v}_f$: La fuente puede estar alejandose o acercandose al observador
  - Acercadose: $\vec{v}_f$ positivo
  - Negativo: $\vec{v}_f$ Negativo (Va en contra del eje x^+)