Siendo aproximadamente constante, la fuerza de rozamiento dinámico puede escribirse como:

$$F_{din} = \mu_d N$$

$$F_{din} = \mu_d N$$

con μ_d el coeficiente de rozamiento dinámico.

Habitualmente, y en concordancia con el gráfico presentado previamente, tenemos que:

$$\mu_e > \mu_d$$

8_ (FUERZAS DERIVADAS DE INTERACCIONES ELÉCTRICAS) LA TENSIÓN

Consideremos un problema como el que muestra la figura.

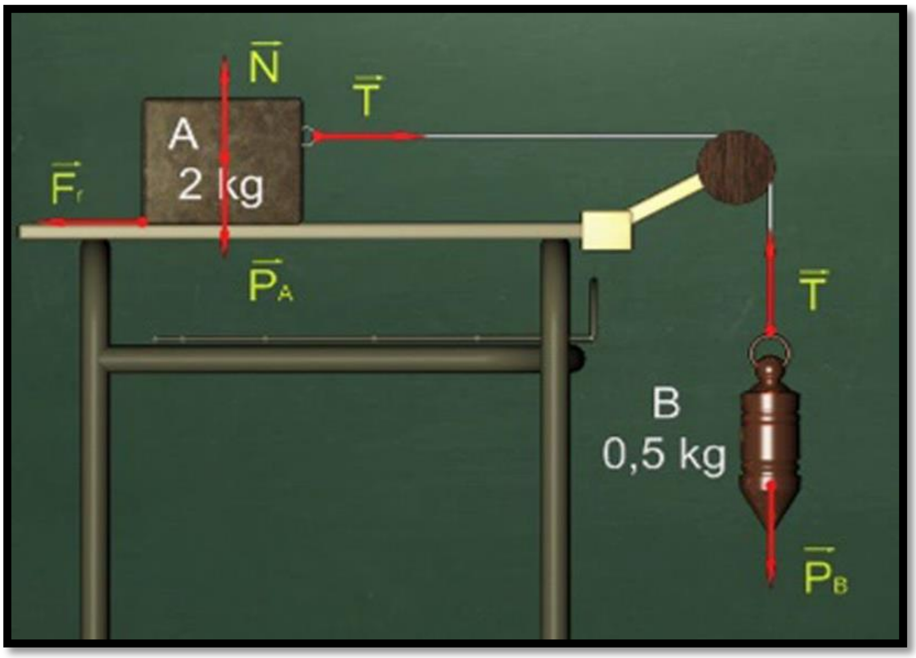

FIGURA 17

Hemos efectuado los diagramas de cuerpo libre, suponiendo que entre la mesa y la masa A no existe rozamiento. Ahora bien, ¿por qué podemos afirmar que, en módulo, la tensión aplicada en la masa A es igual a la tensión sobre la masa B?

La tensión, la fuerza que mantiene tensa la cuerda, también reconoce un origen que, en último análisis, es eléctrico, del mismo modo que la fuerza elástica o la fuerza de rozamiento. Escribamos la segunda Ley de Newton sobre la cuerda, para lo cual nos imaginamos que la colocamos en forma horizontal. Tenemos que:

$$F_{B\to C} - F_{A\to C} = m_c a_c$$

Siendo $F_{B\to C}$ la fuerza que la masa B ejerce sobre la cuerda, $F_{A\to C}$ la correspondiente a la masa A y $m_c a_c$el producto de la masa de la cuerda por su aceleración. Si suponemos que la cuerda es ideal su masa será despreciable; por lo tanto:

$$F_{B\to C} = F_{A\to C}$$

Ahora bien, $F_{B\to C}$ es el par de interacción de la fuerza que la cuerda ejerce sobre B, es decir de la tensión, y por consiguiente ambas son iguales en módulo. Lo mismo ocurre para $F_{A\to C}$. Transitivamente, entonces, las tensiones aplicadas sobre cada masa son, en módulo, iguales. *Tener en claro que estas tensiones* ***NO*** *forman, entre sí, un par de interacción.*

Vamos ahora resolver el problema, calculando la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda en función de dos masas genéricas m_A y m_B, y un μ_d también genérico.

Muy importante: elegimos un sistema de referencia fijo, tomando positivo hacia abajo para el eje vertical *y*, para el eje x positivo hacia la derecha. **Nunca cometer el error de tomar ejes “que se mueven junto con la cuerda” o algo parecido, porque se trataría de un sistema de referencia acelerado que, como veremos más adelante, se denomina sistema no-inercial y tiene características especiales que lo diferencia de los sistemas fijos.**

Escribiendo entonces la Segunda Ley de Newton para el sistema de coordenadas indicado, tenemos:

masa A

$eje\ x)$ $\qquad T - \mu_d m_A g = m_A a$

$eje\ y)$ $\qquad m_A g - N = 0$

masa B

$eje\ y)$ $\qquad m_B g - T = m_B a$

Finalmente, resulta que:

$$a = \frac{m_B g - \mu_d m_A g}{m_A + m_B}$$

Este cálculo fue sencillo, pero hay un detalle que debemos profundizar. Sin justificarlo, hemos asumido que, en módulo, ambas masas presentan la misma aceleración. Esto es consecuencia de que hemos supuesto que la cuerda que las une es inextensible. En este problema la igualdad de las aceleraciones es evidente, pero no ocurre lo mismo en todas las situaciones. Existen, además, situaciones en las que las aceleraciones de las distintas masas son diferentes. Por lo tanto, necesitamos hallar un método formal que nos permita hallar analíticamente la relación de aceleraciones.

Para ello, fijemos nuestro sistema de coordenadas en la polea fija. Llamemos x_A e y_B a la posición de, respectivamente, cada una de las masas. Sea L la longitud de la cuerda. Tenemos que:

$$L = |x_A| + |y_B|$$

Fue necesario colocar las barras de módulo para las coordenadas de posición debido a que la longitud de la cuerda debe ser la suma de términos positivos.

Para nuestro sistema de coordenadas:

$$L = -x_A + y_B$$

Derivando la expresión anterior dos veces respecto del tiempo, y teniendo en cuenta que L es constante, obtenemos:

$$0 = -a_A + a_B$$

Por lo tanto $a_A = a_B = a$.

Ahora, veamos un problema en el que ambas aceleraciones resultan diferentes.

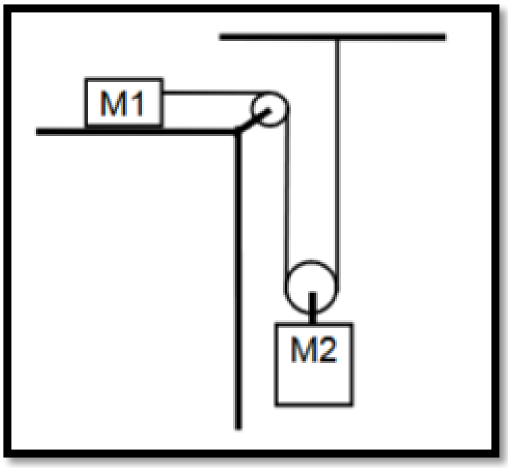

FIGURA 18

Notemos que, en este problema a diferencia del anterior, se introduce una polea móvil. Dicha polea también se considera ideal, por lo tanto sin masa; sin embargo, su aceleración debe tomarse en consideración.

Elijamos el mismo sistema de coordenadas que en el problema anterior, llamemos T a la tensión en la cuerda que une m_1 con la polea móvil y T' la que une la polea con m_2. Suponemos que no existe rozamiento.

Planteando la Segunda Ley de Newton:

masa A

$eje\ x)$ $\qquad T = m_1 a_1$

$eje\ y)\qquad m_1 g - N = 0$

masa B

$eje\ y)\qquad m_2 g - T' = m_2 a_2$

polea móvil

$eje\ y)\qquad T' - 2T = m_p a_p$

Como suponemos que la masa de la polea es despreciable, resulta

$$T' = 2T$$

Ahora, hacemos lo mismo que en el problema anterior. Fijamos el sistema de coordenadas en la polea fija y, llamando y_p a la posición de la polea:

$$L_1 = |x_1| + 2|y_p|$$

$$L_2 = |y_2| - |y_p|$$

L_1 y L_2 son las longitudes de cada una de las cuerdas.

Por lo tanto:

$$L_1 = -x_1 + 2y_p$$

$$L_2 = y_2 - y_p$$

Derivando:

$$0 = -a_1 + 2a_p$$

$$0 = a_2 - a_p$$

Y entonces resulta:

$$a_2 = a_p$$

$$a_1 = 2a_2$$

La primera de las dos últimas relaciones es muy evidente; no así la segunda, por lo que el método presentado resulta útil para relacionar aceleraciones de cuerpos vinculados cuando tales relaciones no se pueden advertir intuitivamente.

Para cerrar el tema, consideremos esta cuestión: ¿Alcanza sólo con las Leyes de Newton para resolver un problema dinámico? **La respuesta es no; hay que agregar las condiciones de vínculo.**

Solución dinámica: Leyes de Newton + Condiciones de vínculo

¿Y si ahora queremos encontrar la trayectoria de las partículas, es decir, resolver desde un punto de vista cinemático el problema? Son necesarias las condiciones iniciales.

Solución cinemática: Leyes de Newton + Condiciones de vínculo + Condiciones iniciales