

Universidad Nacional del Altiplano
Facultad de Ingeniería Estadística e Informática

Docente: Ing. Fred Torres Cruz

Estudiante: Luis Angel Quenaya Loza

Código: 241411

Actividad N°06

Método de Punto Fijo

Método de Punto Fijo

El **Definicion** es un procedimiento iterativo para aproximar las raíces de una ecuación. Consiste en transformar la ecuación $f(x) = 0$ en una forma equivalente $x = g(x)$, donde $g(x)$ es llamada la función de iteración.

El método genera una sucesión de aproximaciones mediante la fórmula:

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

partiendo de un valor inicial x_0 . Si la sucesión converge a un valor r , entonces r es un punto fijo de g , es decir, $r = g(r)$, y por tanto es raíz de $f(x) = 0$.

Condición

Para que el método converja, la función $g(x)$ debe cumplir el **teorema del punto fijo**:

- $g(x)$ debe ser continua en un intervalo $[a, b]$.
- $g(x) \in [a, b]$ para todo $x \in [a, b]$.
- Existe una constante $k < 1$ tal que $|g'(x)| \leq k$ para todo $x \in [a, b]$.

Si estas condiciones se cumplen, el método converge a la raíz única en el intervalo.

Importancia

Antes de iniciar, es recomendable graficar tanto $f(x)$ como $g(x)$ para visualizar dónde se encuentra el punto fijo (intersección de $y = g(x)$ con $y = x$) y elegir un valor inicial x_0 adecuado que aumente la probabilidad de convergencia.

Ventajas y limitaciones

- Método simple y fácil de implementar.
- No requiere el cálculo de derivadas de $f(x)$.
- Útil cuando es fácil despejar x de la ecuación original.
- La convergencia depende fuertemente de la elección de $g(x)$.
- Puede diverger si $|g'(x)| \geq 1$ cerca de la raíz.
- La velocidad de convergencia es lineal (más lenta que Newton-Raphson).

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 print("== M TODO DEL PUNTO FIJO ==")
5
6 func_str = input("f(x) = ")
7 g_str = input("g(x) = ")
8
9 def f(x):
10     return eval(func_str, {"np": np, "x": x})
11
12 def g(x):
13     return eval(g_str, {"np": np, "x": x})
14
15 xmin = float(input("x_m_n: "))
16 xmax = float(input("x_m_x: "))
17
18 x = np.linspace(xmin, xmax, 400)
19 y = f(x)
20
21 plt.plot(x, y, label=f"f(x)={func_str}", color='blue')
22 plt.axhline(0, color='black', linestyle='--')
23 plt.axvline(0, color='black', linestyle='--')
24 plt.legend()
25 plt.grid(True)
26 plt.show(block=False)
27
28 x0 = float(input("x0 = "))
29 tol = 1e-6
30 max_iter = 100
31
32 print("\nIter | x_n | g(x_n) | f(g(x_n)) | Error")
33 print("-"*55)
34 for i in range(1, max_iter + 1):

```

```
36     x1 = g(x0)
37     err = abs(x1 - x0)
38     fx1 = f(x1)
39     print(f"{i:4d} | {x0:11.6f} | {x1:11.6f} | {fx1:11.6f} | {
40         err:9.6f}")
41     if err < tol:
42         print(f"\nRaíz      {x1:.8f}")
43         break
44     x0 = x1
```

IDLE Shell 3.12.10

```

File Edit Shell Debug Options Window Help
==== METODO DEL PUNTO FIJO ====
f(x) = np.cos(x) - x
g(x) = np.cos(x)
x min: 0
x máx: 1
x0 = 0.2

Iter |   x_n    |   g(x_n)    |   f(g(x_n))    |   Error
-----|-----|-----|-----|-----|
  1 | 0.200000 | 0.980067 | -0.423099 | 0.780067
  2 | 0.980067 | 0.556967 | 0.291895 | 0.423099
  3 | 0.556967 | 0.848862 | -0.188025 | 0.291895
  4 | 0.848862 | 0.660838 | 0.128641 | 0.188025
  5 | 0.660838 | 0.789478 | -0.085263 | 0.128641
  6 | 0.789478 | 0.704216 | 0.057904 | 0.085263
  7 | 0.704216 | 0.762120 | -0.038745 | 0.057904
  8 | 0.762120 | 0.723374 | 0.026202 | 0.038745
  9 | 0.723374 | 0.749577 | -0.017599 | 0.026202
 10 | 0.749577 | 0.731977 | 0.011877 | 0.017599
 11 | 0.731977 | 0.743854 | -0.007990 | 0.011877
 12 | 0.743854 | 0.735864 | 0.005387 | 0.007990
 13 | 0.735864 | 0.741251 | -0.003626 | 0.005387
 14 | 0.741251 | 0.737624 | 0.002444 | 0.003626
 15 | 0.737624 | 0.740068 | -0.001646 | 0.002444
 16 | 0.740068 | 0.738423 | 0.001109 | 0.001646
 17 | 0.738423 | 0.739531 | -0.000747 | 0.001109
 18 | 0.739531 | 0.738785 | 0.000503 | 0.000747
 19 | 0.738785 | 0.739288 | -0.000339 | 0.000503
 20 | 0.739288 | 0.738949 | 0.000228 | 0.000339
 21 | 0.738949 | 0.739177 | -0.000154 | 0.000228
 22 | 0.739177 | 0.739023 | 0.000104 | 0.000154
 23 | 0.739023 | 0.739127 | -0.000070 | 0.000104
 24 | 0.739127 | 0.739057 | 0.000047 | 0.000070
 25 | 0.739057 | 0.739104 | -0.000032 | 0.000047
 26 | 0.739104 | 0.739072 | 0.000021 | 0.000032
 27 | 0.739072 | 0.739094 | -0.000014 | 0.000021
 28 | 0.739094 | 0.739079 | 0.000010 | 0.000014
 29 | 0.739079 | 0.739089 | -0.000007 | 0.000010
 30 | 0.739089 | 0.739083 | 0.000004 | 0.000007
 31 | 0.739083 | 0.739087 | -0.000003 | 0.000004
 32 | 0.739087 | 0.739084 | 0.000002 | 0.000003
 33 | 0.739084 | 0.739086 | -0.000001 | 0.000002
 34 | 0.739086 | 0.739085 | 0.000001 | 0.000001
 35 | 0.739085 | 0.739085 | -0.000001 | 0.000001

Raíz ≈ 0.73908550
>>>

```

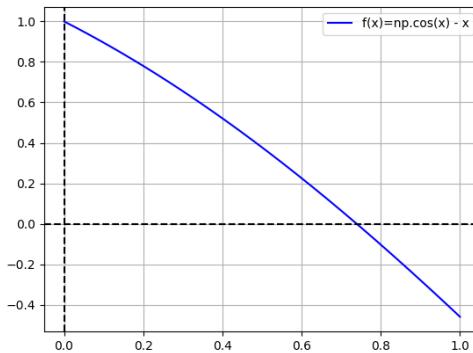


Figura 1: Compilador y Grafica del metodo Punto Fijo.