Universidad Nacional del Altiplano
Facultad de Ingeniería Estadística e Informática

Docente: Ing. Fred Torres Cruz
Estudiante: Luis Angel Quenaya Loza
Código: 241411

Actividad N°06

Método de Punto Fijo

Método de Punto Fijo

El **Definicion** es un procedimiento iterativo para aproximar las raíces de una ecuación. Consiste en transformar la ecuación $f(x) = 0$ en una forma equivalente $x = g(x)$, donde $g(x)$ es llamada la función de iteración.

El método genera una sucesión de aproximaciones mediante la fórmula:

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

partiendo de un valor inicial x_0. Si la sucesión converge a un valor r, entonces r es un punto fijo de g, es decir, $r = g(r)$, y por tanto es raíz de $f(x) = 0$.

Condición

Para que el método converja, la función $g(x)$ debe cumplir el **teorema del punto fijo**:

- $g(x)$ debe ser continua en un intervalo $[a, b]$.
- $g(x) \in [a, b]$ para todo $x \in [a, b]$.
- Existe una constante $k < 1$ tal que $|g'(x)| \leq k$ para todo $x \in [a, b]$.

Si estas condiciones se cumplen, el método converge a la raíz única en el intervalo.

Importancia

Antes de iniciar, es recomendable graficar tanto $f(x)$ como $g(x)$ para visualizar dónde se encuentra el punto fijo (intersección de $y = g(x)$ con $y = x$) y elegir un valor inicial x_0 adecuado que aumente la probabilidad de convergencia.

Ventajas y limitaciones

- Método simple y fácil de implementar.
- No requiere el cálculo de derivadas de $f(x)$.
- Útil cuando es fácil despejar x de la ecuación original.
- La convergencia depende fuertemente de la elección de $g(x)$.
- Puede diverger si $|g'(x)| \geq 1$ cerca de la raíz.
- La velocidad de convergencia es lineal (más lenta que Newton-Raphson).

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

print("=== M TODO DEL PUNTO FIJO ===")

func_str = input("f(x) = ")
g_str = input("g(x) = ")

def f(x):
    return eval(func_str, {"np": np, "x": x})

def g(x):
    return eval(g_str, {"np": np, "x": x})

xmin = float(input("x m n: "))
xmax = float(input("x m x: "))

x = np.linspace(xmin, xmax, 400)
y = f(x)

plt.plot(x, y, label=f"f(x)={func_str}", color='blue')
plt.axhline(0, color='black', linestyle='--')
plt.axvline(0, color='black', linestyle='--')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show(block=False)

x0 = float(input("x0 = "))
tol = 1e-6
max_iter = 100

print("\nIter |     x_n      |     g(x_n)     |    f(g(x_n)) |
    Error")
print("-"*55)

for i in range(1, max_iter + 1):
```

```
    x1 = g(x0)
    err = abs(x1 - x0)
    fx1 = f(x1)
    print(f"{i:4d} | {x0:11.6f} | {x1:11.6f} | {fx1:11.6f} | {err:9.6f}")
    if err < tol:
        print(f"\nRa z      {x1:.8f}")
        break
    x0 = x1
```

IDLE Shell 3.12.10

File Edit Shell Debug Options Window Help

```
=== MÉTODO DEL PUNTO FIJO ===
f(x) = np.cos(x) - x
g(x) = np.cos(x)
x mín: 0
x máx: 1
x0 = 0.2

Iter |     x_n      |    g(x_n)     |   f(g(x_n)) |   Error
-------------------------------------------------------
   1 |    0.200000 |    0.980067 |   -0.423099 |  0.780067
   2 |    0.980067 |    0.556967 |    0.291895 |  0.423099
   3 |    0.556967 |    0.848862 |   -0.188025 |  0.291895
   4 |    0.848862 |    0.660838 |    0.128641 |  0.188025
   5 |    0.660838 |    0.789478 |   -0.085263 |  0.128641
   6 |    0.789478 |    0.704216 |    0.057904 |  0.085263
   7 |    0.704216 |    0.762120 |   -0.038745 |  0.057904
   8 |    0.762120 |    0.723374 |    0.026202 |  0.038745
   9 |    0.723374 |    0.749577 |   -0.017599 |  0.026202
  10 |    0.749577 |    0.731977 |    0.011877 |  0.017599
  11 |    0.731977 |    0.743854 |   -0.007990 |  0.011877
  12 |    0.743854 |    0.735864 |    0.005387 |  0.007990
  13 |    0.735864 |    0.741251 |   -0.003626 |  0.005387
  14 |    0.741251 |    0.737624 |    0.002444 |  0.003626
  15 |    0.737624 |    0.740068 |   -0.001646 |  0.002444
  16 |    0.740068 |    0.738423 |    0.001109 |  0.001646
  17 |    0.738423 |    0.739531 |   -0.000747 |  0.001109
  18 |    0.739531 |    0.738785 |    0.000503 |  0.000747
  19 |    0.738785 |    0.739288 |   -0.000339 |  0.000503
  20 |    0.739288 |    0.738949 |    0.000228 |  0.000339
  21 |    0.738949 |    0.739177 |   -0.000154 |  0.000228
  22 |    0.739177 |    0.739023 |    0.000104 |  0.000154
  23 |    0.739023 |    0.739127 |   -0.000070 |  0.000104
  24 |    0.739127 |    0.739057 |    0.000047 |  0.000070
  25 |    0.739057 |    0.739104 |   -0.000032 |  0.000047
  26 |    0.739104 |    0.739072 |    0.000021 |  0.000032
  27 |    0.739072 |    0.739094 |   -0.000014 |  0.000021
  28 |    0.739094 |    0.739079 |    0.000010 |  0.000014
  29 |    0.739079 |    0.739089 |   -0.000007 |  0.000010
  30 |    0.739089 |    0.739083 |    0.000004 |  0.000007
  31 |    0.739083 |    0.739087 |   -0.000003 |  0.000004
  32 |    0.739087 |    0.739084 |    0.000002 |  0.000003
  33 |    0.739084 |    0.739086 |   -0.000001 |  0.000002
  34 |    0.739086 |    0.739085 |    0.000001 |  0.000001
  35 |    0.739085 |    0.739085 |   -0.000001 |  0.000001

Raíz ≈ 0.73908550
>>>
```

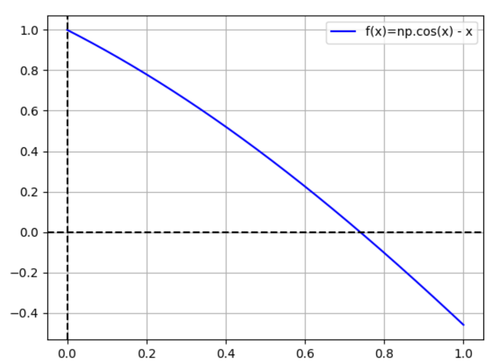

Figura 1: Compilador y Grafica del metodo Punto Fijo.