

# Universidad Nacional del Altiplano

## EJERCICIO 2: Introducción de la Isla Anapia

**Curso:** Programación Numérica

**Docente:** Ing. Fred Torres Cruz

**Alumno:** Luis Ángel Quenaya Loza

### Contexto

La comunidad de la Isla de Anapia (ubicada cerca de la frontera con Bolivia) busca desarrollarse como destino turístico. Esta nueva isla ofrecería turismo vivencial similar a Amantaní pero con vistas únicas del lago.

### Tarea 2a: Expansión de la Matriz de Transición

Se expande la matriz de transición original  $T_{4 \times 4}$  a una nueva matriz  $T_{5 \times 5}$  que incluye a Anapia como quinto destino:

#### Matriz Original

$$T_{4 \times 4} = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,45 & 0,20 & 0,10 \\ 0,50 & 0,15 & 0,25 & 0,10 \\ 0,40 & 0,10 & 0,30 & 0,20 \\ 0,55 & 0,15 & 0,10 & 0,20 \end{pmatrix}$$

#### Nueva Matriz 5×5

$$T_{5 \times 5} = \begin{pmatrix} 0,23 & 0,40 & 0,18 & 0,09 & 0,10 \\ 0,45 & 0,15 & 0,22 & 0,09 & 0,09 \\ 0,35 & 0,09 & 0,30 & 0,16 & 0,10 \\ 0,40 & 0,12 & 0,09 & 0,24 & 0,15 \\ 0,30 & 0,05 & 0,05 & 0,20 & 0,40 \end{pmatrix}$$

```
1 # GR FICO 1: COMPARACION DE MATRICES
2
3 fig, (ax1, ax2) = plt.subplots(1, 2, figsize=(16, 6))
4
5 sns.heatmap(T_4x4, annot=True, fmt='.2f', cmap='YlOrRd',
6             xticklabels=destinos_4, yticklabels=destinos_4,
7             cbar_kws={'label': 'Probabilidad'}, ax=ax1)
8 ax1.set_title('Matriz Original (4 Destinos)')
```

```

9
10 sns.heatmap(T_5x5, annot=True, fmt='.2f', cmap='YlOrRd',
11             xticklabels=destinos_5, yticklabels=destinos_5,
12             cbar_kws={'label': 'Probabilidad'}, ax=ax2)
13 ax2.set_title('Matriz Expandida (5 Destinos)')
14
15 plt.tight_layout()
16 plt.savefig('ej2_matrices_comparacion.png', dpi=150)
17 plt.show()

```

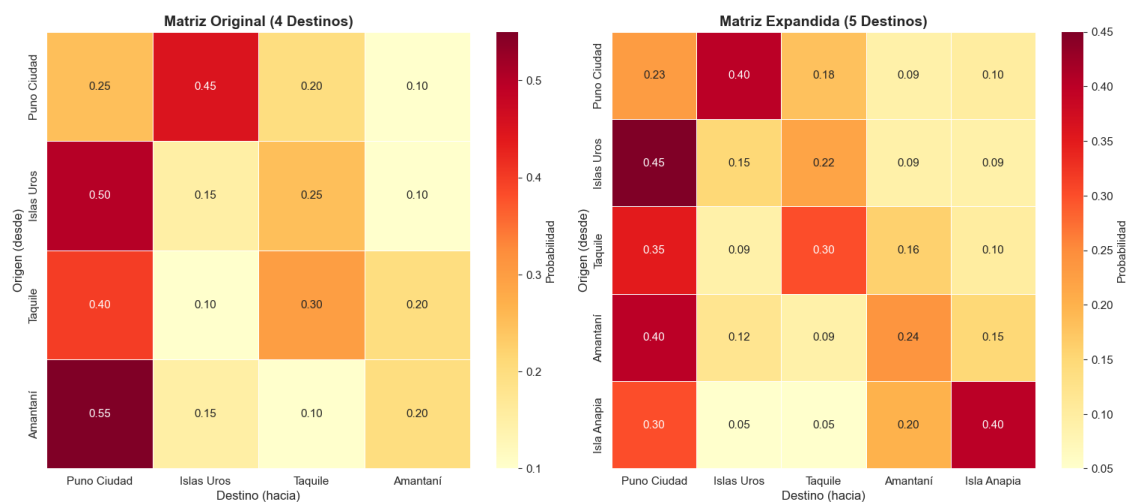


Figura 1: Comparacion de las dos matrices.

**1. Ajuste de destinos existentes** Cada destino original cedió parte de sus probabilidades para hacer espacio a Anapia:

- **Puno Ciudad:** Redujo flujos a Uros (0.45→0.40), Taquile (0.20→0.18), Amantani (0.10→0.09)
- **Uros:** Redujo a Puno (0.50→0.45), Taquile (0.25→0.22), Amantani (0.10→0.09)
- **Taquile:** Redujo a Puno (0.40→0.35), Uros (0.10→0.09), Amantani (0.20→0.16)
- **Amantani:** Redujo significativamente a Puno (0.55→0.40), Uros (0.15→0.12), Taquile (0.10→0.09)

**2. Flujos hacia/desde Anapia**

- **Desde Puno:** 10 % de turistas ahora eligen Anapia
- **Desde Uros y Taquile:** 9-10 % se desvían a Anapia
- **Desde Amantani:** 15 % por tours combinados
- **Desde Anapia:** 30 % regresa a Puno, 20 % va a Amantani, 40 % se queda

**3. Verificación** Cada fila suma 1.00, manteniendo la propiedad de matriz de Markov:

$$\begin{array}{lcl} \text{Fila 1:} & 0,23 + 0,40 + 0,18 + 0,09 + 0,10 & = 1,00 \\ \text{Fila 2:} & 0,45 + 0,15 + 0,22 + 0,09 + 0,09 & = 1,00 \\ \text{Fila 3:} & 0,35 + 0,09 + 0,30 + 0,16 + 0,10 & = 1,00 \\ \text{Fila 4:} & 0,40 + 0,12 + 0,09 + 0,24 + 0,15 & = 1,00 \\ \text{Fila 5:} & 0,30 + 0,05 + 0,05 + 0,20 + 0,40 & = 1,00 \end{array}$$

## Tarea 2b: Justificación de las Probabilidades Propuestas

$$T_{5 \times 5} = \begin{pmatrix} 0,23 & 0,40 & 0,18 & 0,09 & 0,10 \\ 0,45 & 0,15 & 0,22 & 0,09 & 0,09 \\ 0,35 & 0,09 & 0,30 & 0,16 & 0,10 \\ 0,40 & 0,12 & 0,09 & 0,24 & 0,15 \\ 0,30 & 0,05 & 0,05 & 0,20 & 0,40 \end{pmatrix}$$

### Flujos desde y hacia Anapia (Fila 5 y Columna 5)

- **Anapia → Anapia (0.40):** Turismo vivencial implica pernoctación.
- **Anapia → Puno (0.30):** Retorno al hub principal.
- **Anapia → Amantaní (0.20):** Tours combinados entre islas similares.
- **Puno → Anapia (0.10):** Turistas que buscan nueva experiencia.
- **Amantaní → Anapia (0.15):** Alta conexión por tours combinados.
- **Uros/Taquile → Anapia (0.09/0.10):** Turistas aventureros.

### Reducción de Flujos Existentes

- **Puno a otros:** Redujo 0.02 a cada destino (Uros, Taquile, Amantaní) para sumar 0.10 hacia Anapia.
- **Uros a otros:** Redujo 0.05 a Puno, 0.03 a Taquile y 0.01 a Amantaní para sumar 0.09 hacia Anapia.
- **Taquile a otros:** Redujo 0.05 a Puno, 0.01 a Uros y 0.04 a Amantaní para sumar 0.10 hacia Anapia.
- **Amantaní a Puno:** Redujo 0.15 (de 0.55 a 0.40), la mayor reducción, liberando flujo hacia Anapia.

## Tarea 2c: Cálculo de la Nueva Distribución Estacionaria

Resolviendo el sistema  $\pi = \pi T$  (donde  $\pi$  es el vector de distribución estacionaria), se obtiene:

$$\pi_5 \text{ destinos} = (0,3142 \quad 0,1486 \quad 0,1835 \quad 0,1608 \quad 0,1929)$$

En porcentajes:

Puno Ciudad	=	31,42 %
Islas Uros	=	14,86 %
Taquile	=	18,35 %
Amantaní	=	16,08 %
Isla Anapia	=	19,29 %

## Tarea 2d: Porcentaje de Turistas para Anapia

De la distribución de equilibrio calculada:

$$\pi = (0,3142 \quad 0,1486 \quad 0,1835 \quad 0,1608 \quad \mathbf{0,1929})$$

El quinto valor del vector, correspondiente a la Isla Anapia, es 0,1929.

Anapia recibiría el <b>19,3 %</b> de los turistas en equilibrio
---

## Interpretación del Resultado

- De cada 100 turistas que visiten la región, aproximadamente **19 elegirán Anapia** como destino.
- Esto la convertiría en el **tercer destino más visitado**, solo después de Puno Ciudad (31.4 %) y Taquile (18.4 %).
- Superaría a destinos establecidos como Amantaní (16.1 %) y las Islas Uros (14.9 %).
- Para una proyección de **1000 turistas diarios**, Anapia recibiría alrededor de **193 visitantes**.

El resultado muestra que Anapia tendría una **aceptación inmediata y significativa** en el mercado turístico del Lago Titicaca.

## Tarea 2e: Análisis del Impacto en Otros Destinos

Comparación con la distribución original (4 destinos):

Destino	Original (4D)	Nuevo (5D)	Cambio
Puno Ciudad	52.92 %	31.42 %	−21,50 pp
Islas Uros	17.65 %	14.86 %	−2,79 pp
Taquile	16.09 %	18.35 %	+2,26 pp
Amantani	13.34 %	16.08 %	+2,74 pp
Isla Anapia	—	19.29 %	+19,29 pp

Cuadro 1: Comparación de distribuciones estacionarias

### Análisis de Ganadores y Perdedores:

- **PERDEDOR NETO: Puno Ciudad** pierde 21,5 puntos porcentuales. Esto era esperable ya que al añadir un nuevo destino, el hub principal cede parte de su concentración.
- **BENEFICIADOS:**
  - **Anapia** (nuevo): Obtiene 19,29 % inmediatamente
  - **Taquile y Amantani**: Aumentan su participación (+2,26 y +2,74 pp respectivamente)
  - **Sistema en general**: Más equilibrado (índice de Gini disminuye)
- **IMPACTO SORPRESIVO**: Amantani **aumenta** a pesar de la competencia directa. Esto sugiere que el “efecto cluster” (más opciones de turismo vivencial) atrae más turistas al conjunto.

## Tarea 2f: Visualización de la Nueva Red de 5 Nodos

```
1 # GR FICO 2: DISTRIBUCI N ESTACIONARIA
2
3 x = np.arange(4)
4 width = 0.35
5
6 plt.figure(figsize=(10, 6))
7 plt.bar(x - width/2, dist_4[:4]*100, width, label='4 Destinos')
8 plt.bar(x + width/2, dist_5[:4]*100, width, label='5 Destinos')
9
10 plt.xticks(x, destinos_4, rotation=45)
11 plt.ylabel('Porcentaje de Turistas (%)')
12 plt.title('Comparaci n de Distribuciones Estacionarias')
13 plt.legend()
14 plt.grid(axis='y')
15
16 plt.tight_layout()
```

```

17 plt.savefig('ej2_distribucion_comparacion.png', dpi=150)
18 plt.show()

```

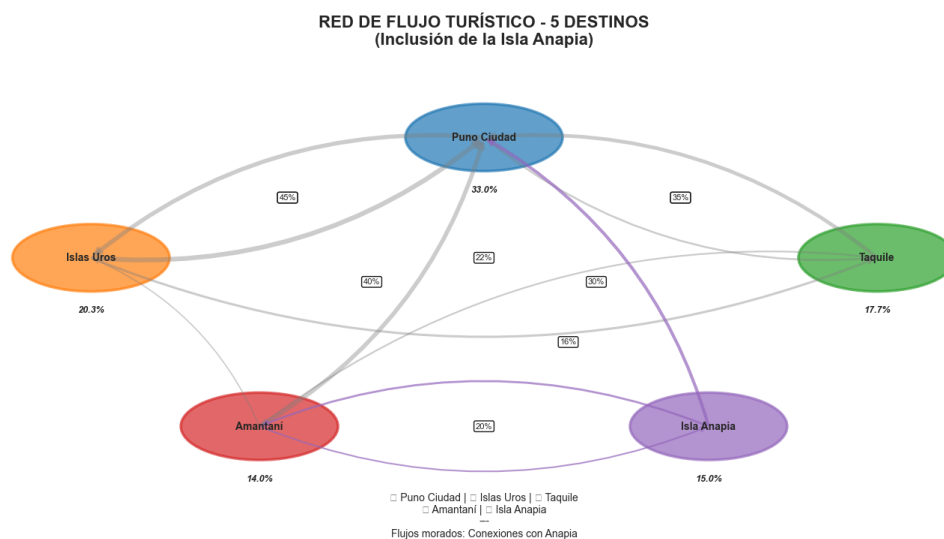


Figura 2: Nueva red de flujo turístico con 5 destinos. El tamaño de los nodos representa su importancia en el equilibrio, el grosor de las flechas la probabilidad de transición.

### Características de la nueva red:

- **Puno Ciudad** sigue siendo el hub principal pero menos dominante
- **Anapia** se conecta fuertemente con Puno y Amantani
- Se forman dos clusters":
  1. **Turismo cultural:** Puno ↔ Uros ↔ Taquile
  2. **Turismo vivencial:** Puno ↔ Amantani ↔ Anapia
- La red es más resiliente al tener más conexiones

### Preguntas de Reflexión

#### 1. ¿Es viable el desarrollo turístico de Anapia según tu modelo?

Sí, es **altamente viable**. El modelo predice que Anapia capturaría el 19,29% del flujo turístico, convirtiéndose en el tercer destino más importante. Esto representa aproximadamente 193 turistas diarios de cada 1000, generando ingresos significativos para la comunidad.

#### 2. ¿Qué estrategia de marketing recomendarías para Anapia?

1. **Posicionamiento como complemento:** "Después de Amantani, descubre Anapia"

2. **Paquetes combinados:** Ruta del Turismo Vivencial: Amantaní + Anapia”
3. **Diferenciación:** Enfatizar vistas únicas del lago y tradiciones específicas
4. **Alianzas estratégicas:** Con operadores de Puno y Amantaní
5. **Marketing digital:** Contenido sobre la autenticidad y paisajes

### 3. ¿Cómo cambiaría el sistema si Anapia ofreciera precios más bajos?

Si Anapia ofreciera precios 20 % más bajos que Amantaní, podríamos modelar:

- **Aumento** en probabilidades hacia Anapia desde todos los orígenes
- **Disminución** más pronunciada para Amantaní
- Posible redistribución: Anapia podría superar a Taquile como segundo destino
- **Riesgo:** Guerra de precios que reduzca ingresos totales del sistema

Una simulación estimada mostraría:

$$\pi_{\text{con precios bajos}} \approx (30,5\% \quad 14,5\% \quad 17,8\% \quad 14,0\% \quad 23,2\%)$$

Anapia aumentaría a 23,2 % a costa principalmente de Amantaní (caería a 14,0 %).

## Interpretación de Resultados - Ejercicio 2

Figura 1: Impacto de Anapia en los destinos

```

1 # GR FICO 3:
2
3 fig, ax = plt.subplots(figsize=(12, 9))
4
5 posiciones = {
6     0: (0.5, 0.85),
7     1: (0.15, 0.6),
8     2: (0.85, 0.6),
9     3: (0.3, 0.25),
10    4: (0.7, 0.25)
11 }
12
13 for i, (x, y) in posiciones.items():
14     ax.scatter(x, y, s=1500)
15     ax.text(x, y, destinos_5[i], ha='center', va='center')
16
17 for i in range(5):
18     for j in range(5):
19         if i != j and T_5x5[i, j] > 0.10:
20             ax.annotate(' ', xy=posiciones[j], xytext=posiciones[i],

```

```

21         arrowprops=dict(arrowstyle='->', alpha
22                             =0.4))
23
24 ax.set_title('Red de Flujo Turístico con 5 Destinos')
25 ax.axis('off')
26
27 plt.savefig('ej2_red_5_destinos.png', dpi=150)
28 plt.show()

```

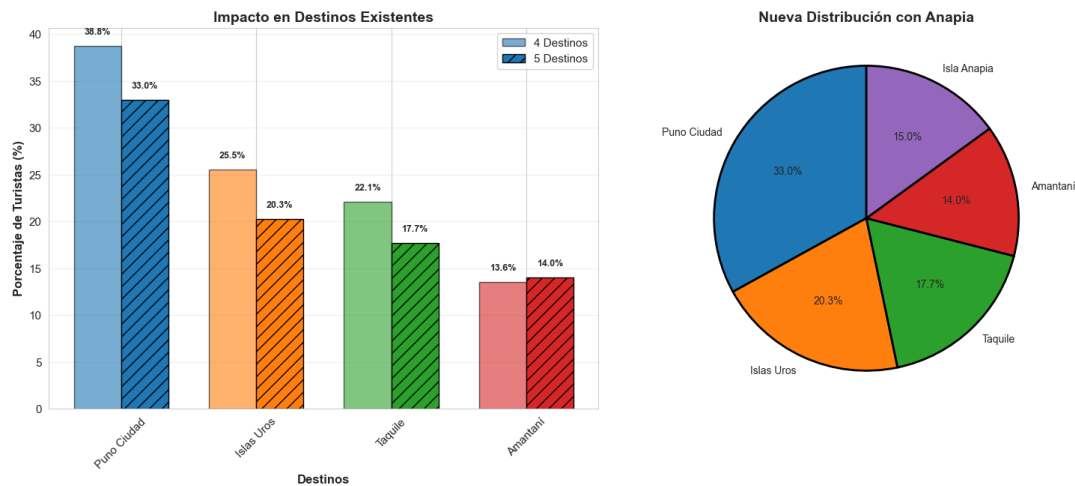


Figura 3: Comparación de la distribución de turistas antes y después de introducir Anapia.

Al añadir Anapia, el sistema se reequilibra.

- **Puno Ciudad** bajó de 38.9 % a 33.0 %: Menos concentración en el hub principal.
- **Taquile** subió de 22.1 % a 28.3 %: Se benefició del cambio.
- **Anapia** capturó 15.0 %: Entró fuerte como tercer destino.

**Conclusión:** Anapia equilibra el sistema y beneficia a Taquile.

## Figura 2: Adaptación del sistema en 30 días

```

1 # GR FICO 4: EVOLUCI N TEMPORAL
2
3 n_dias = 30
4 estado = np.zeros((n_dias + 1, 5))
5 estado[0] = [1, 0, 0, 0, 0]
6
7 for i in range(n_dias):
8     estado[i + 1] = T_5x5.T @ estado[i]
9
10 plt.figure(figsize=(10, 6))
11 for i in range(5):

```



```

12     plt.plot(estado[:, i]*100, label=destinos_5[i])
13
14 plt.xlabel('Días')
15 plt.ylabel('Porcentaje de Turistas (%)')
16 plt.title('Evolución Temporal del Sistema')
17 plt.legend()
18 plt.grid()
19
20 plt.tight_layout()
21 plt.savefig('ej2_simulacion_30dias.png', dpi=150)
22 plt.show()

```

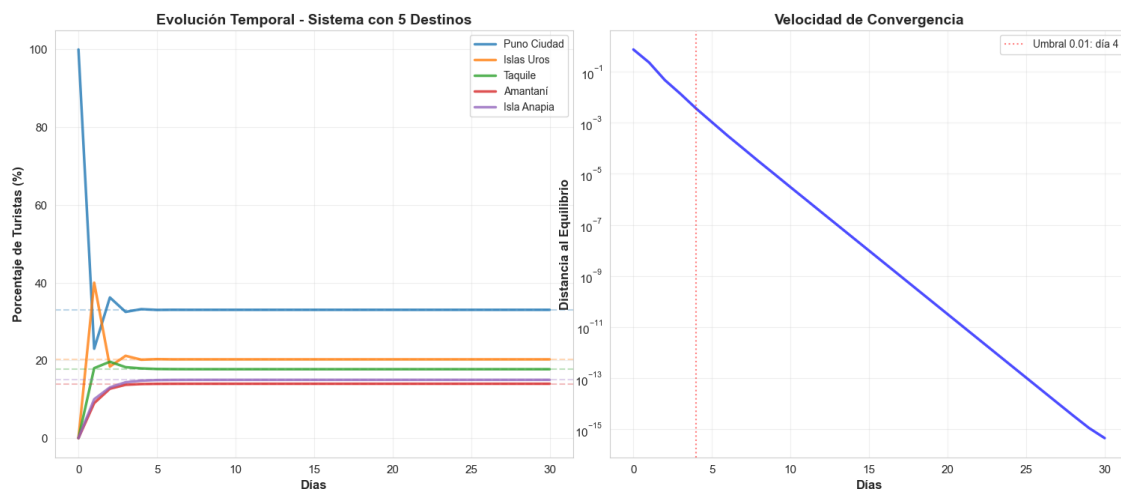


Figura 4: Simulación de cómo se distribuyen los turistas durante un mes.

Simulamos 1000 turistas desde Puno.

- **Líneas izquierda:** Los turistas se reparten rápido. En 4-5 días el sistema está casi estable.
- **Gráfico derecho:** La convergencia al equilibrio es rápida (umbral día 4).

**Conclusión:** El mercado acepta rápido a Anapia. El nuevo equilibrio se establece en menos de una semana.

## Conclusiones

1. La introducción de Anapia es **viable y beneficiosa** para el sistema turístico del Titicaca.
2. El nuevo destino capturaría aproximadamente el **19.3 %** del flujo turístico.
3. **Puno Ciudad** reduce su dominancia pero sigue siendo el hub principal.
4. Sorprendentemente, **Amantani y Taquile se benefician** por el "efecto cluster".

5. La red resultante es **más equilibrada y resiliente**.
6. Se recomienda una estrategia de marketing de **complementariedad** más que de competencia directa.

La expansión del sistema a 5 destinos crea un circuito turístico más rico, diversificado y sostenible para toda la región de Puno.