



## Proyecto 1

### Método de Búsqueda Uniforme: Mapa de Rumania

Garcés Gómez Eduardo Tonathiu  
Quintanar Ramírez Luis Enrique  
Sánchez Cano Alan

## Índice

1. Objetivos	1
2. Introducción	2
3. Programa	2
4. Uso del Software	7

## 1. Objetivos

- Analizar y desarrollar el método de búsqueda uniforme para el mapa de Rumania
- Realizar un programa en python que realice el método para encontrar la ruta óptima de una ciudad a otra
- Indicar el avance paso por paso en el software

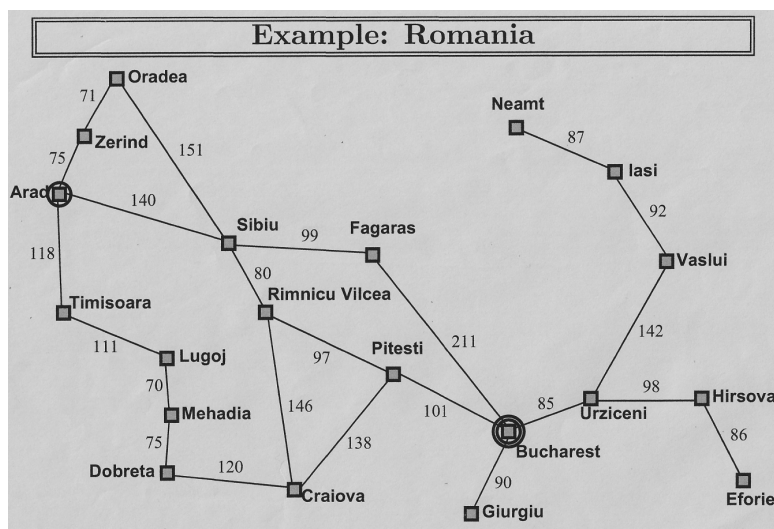


Figura 1: Mapa de Rumania en el cual nos basamos

## 2. Introducción

La búsqueda de costo uniforme es un algoritmo de búsqueda basado en árboles, cuya estrategia se basa en expandir los nodos de menor costo. Mediante esta búsqueda se puede encontrar la solución más barata, siempre y cuando se satisfaga que el costo de la ruta no debe disminuir conforme se avanza la búsqueda

Para realizar programar el método nos basamos en el siguiente algoritmo:

1. Leemos las ciudades de Origen y Destino
2. Expandimos la ciudad de origen
3. Mientras que la ruta de menor costo no nos lleve al destino
  - Expandimos la ruta de menor costo
  - Si hay rutas que nos lleven al mismo destino, mantenemos la de menor costo y descartamos las demás
4. Cuando se encuentre la ruta de menor costo que nos lleve a la ciudad de Destino, terminamos el programa y mostramos el resultado

## 3. Programa

Para la solución necesitaremos los siguientes atributos: una lista de rutas que nos dará las rutas disponibles, una lista de las ciudades expandidas, y el diccionario que represente las ciudades, con sus vecinos y el costo de viaje

```

2 class Mapa:
3     # Lista de rutas posibles
4     rutas = []
5     # Lista de ciudades expandidas
6     expandidas = []
7     # Mapa de estados con sus vecinos
8     estados = {
9         'Oradea': {'Zerind': 71, 'Sibiu': 151},
10        'Zerind': {'Arad': 75, 'Oradea': 71},
11        'Arad': {'Zerind': 75, 'Sibiu': 140, 'Timisoara': 118},
12        'Sibiu': {'Oradea': 151, 'Arad': 140, 'Fagaras': 99, 'Rimnicu Vilcea': 80},
13        'Fagaras': {'Sibiu': 99, 'Bucharest': 211},
14        'Timisoara': {'Arad': 118, 'Lugoj': 111},
15        'Lugoj': {'Timisoara': 111, 'Mehadia': 70},
16        'Mehadia': {'Lugoj': 70, 'Dobreta': 75},
17        'Dobreta': {'Mehadia': 75, 'Craiova': 120},
18        'Craiova': {'Dobreta': 120, 'Pitesti': 138, 'Rimnicu Vilcea': 146},
19        'Pitesti': {'Rimnicu Vilcea': 97, 'Craiova': 138, 'Bucharest': 101},
20        'Rimnicu Vilcea': {'Sibiu': 80, 'Craiova': 146, 'Pitesti': 97},
21        'Bucharest': {'Fagaras': 211, 'Pitesti': 101, 'Giurgiu': 90, 'Urziceni': 85},
22        'Giurgiu': {'Bucharest': 90},
23        'Urziceni': {'Bucharest': 85, 'Hirsova': 98, 'Vaslui': 142},
24        'Hirsova': {'Urziceni': 98, 'Eforie': 86},
25        'Eforie': {'Hirsova': 86},
26        'Vaslui': {'Urziceni': 142, 'Iasi': 92},
27        'Iasi': {'Vaslui': 92, 'Neamt': 87},
28        'Neamt': {'Iasi': 87}
29    }
30

```

Figura 2: Atributos de la clase Mapa

Los métodos que usaremos serán:

- getMapa: nos devuelve el mapa de Rumania

- printMapa: Imprime el mapa con un formato donde muestra la ciudad, sus vecinos y el costo de viaje
- ordenaMapa: Devuelve el mapa ordenado alfabeticamente, tanto las ciudades como sus vecinos

```

31 # Devuelve el diccionario de los estados
32 def getMapa(self):
33     return self.estados
34
35 # Imprime cada Estados con sus vecinos y el costo
36 def printMapa(self):
37     cad = "CIUDAD: \t \t VECINOS Y COSTOS DE VIAJE"
38     for k in self.estados:
39         cad = cad + "\n| {:<15} |".format(k)
40         for ciudad, costo in self.estados[k].items():
41             cad = cad + "{: <15}::{:3} | ".format(ciudad, costo)
42     print(cad)
43
44 # Ordena el mapa por orden alfanumerico, tanto los estados como sus vecinos
45 def ordenaMapa(self):
46     # Variable auxiliar
47     tempEstados = self.estados
48     # Reiniciamos los estados
49     self.estados = {}
50     # Para cada ciudad en los estados ordenados
51     for p in sorted(tempEstados):
52         # Agregamos los estados
53         self.estados[p] = tempEstados[p]
54         # Borramos a sus vecinos
55         self.estados[p] = {}
56         # Para cada vecino ordenado
57         for q in sorted(tempEstados[p]):
58             # Agregamos a los vecinos
59             self.estados[p][q] = tempEstados[p][q]
60

```

Figura 3: Metodos: getMapa, printMapa, ordenaMapa

El método buscar repetidos nos devuelve las rutas que llegan a la misma ciudad ordenadas de menor a mayor costo. Éste método se utiliza para borrar las rutas con mayor costo de viaje

```

61 # Buscamos las rutas que lleguen a la misma ciudad
62 def buscarRepetidos(self):
63     # Variable axiliar para hacer los cambios
64     aux = {}
65     # Variable con las rutas repetidas
66     rep = {}
67     # Para cada ruta de la lista de rutas
68     for ruta in self.rutas:
69         # Guardamos la lista de ciudades al final de la ruta
70         # que no existen en aux
71         if ruta[-1] not in aux:
72             # Cuando no existe, sólo se ha guardado una vez
73             aux[ruta[-1]] = 1
74         else:
75             # Si existe, aumentamos el contador en uno
76             aux[ruta[-1]] = aux[ruta[-1]] + 1
77     # Guaramos las ciudades y la cantidad de veces que se encuentran en las rutas
78     for k,v in aux.items():
79         # Si es mayor a uno, guardamos la ciudad, debido a que se repite
80         if v > 1:
81             rep[k] = v
82     # Reiniciamos la variable auxiliar
83     aux = {}
84     # Le asinamos al diccionario, la lista de ciudades repetidas, y le
85     # añadimos una lista que guardará el costo de cada ruta
86     for i in rep:
87         aux[i] = []

```

Figura 4: Metodos: buscarRepetidos-1

```

88     # Recorremos las rutas en la lista de rutas
89     for ruta in self.rutas:
90         # Para cada ciudad repetida que existe
91         for r in aux:
92             # Si la ultima ciudad de la ruta, es una ciudad repetida
93             if ruta[-1] == r:
94                 # Guardamos el costo de la ruta
95                 aux[r].append(ruta[0])
96         # Le asignamos las ciudades repetidas y el costo de la
97         # ruta ya ordenamos de menor a mayor y regresamos ese diccionario
98         for i in aux:
99             rep[i] = sorted(aux[i])
100     return rep
101

```

Figura 5: Metodos: buscarRepetidos-2

El método borrarRepetidos borra cada una de las rutas, en la lista de rutas, que lleven al mismo destino, a excepción del de menor costo de viaje

```

102     # Borramos rutas repetidas
103     def borrarRepetidos(self):
104         # Buscamos las rutas que se repiten y el costo de cada una de ellas
105         rep = self.buscarRepetidos().copy()
106         # Si existen rutas repetidas
107         if len(rep) != 0:
108             # Contador para saber el indice
109             j = 0
110             # Buscamos en cada ruta de la lista de rutas
111             for ruta in self.rutas:
112                 # Para cada ciudad y costos repetidos
113                 for k,v in rep.items():
114                     # Para cada costo de las distintas rutas
115                     # con ciudades repetidas
116                     for d in v:
117                         # Si la ciudad repetida coincide con el de la ruta
118                         # y además la distancia coincide con la distancia repetida
119                         # y no es el valor mínimo para llegar a la ciudad
120                         if(k == ruta[-1] and ruta[0] == d and d != v[0]):
121                             # Eliminamos la ruta
122                             del self.rutas[j]
123                         # Aumentamos el indice
124                         j = j+1
125

```

Figura 6: Metodos: borrarRepetidos

El método expandirCiudad expande la ruta que recibe como argumento, y las agrega a la lista de rutas

```

126 # Expande la ciudad en las rutas que la contengan
127 def expandirCiudad(self, ciudad):
128     # Guardará los índices donde se encuentra la ciudad expandida
129     indices = []
130     # Recorremos todas las ciudades en las rutas
131     for cdad in range(len(self.rutas)):
132         # Si se encuentra la ciudad a expandir
133         if ciudad in self.rutas[cdad]:
134             # Guardamos la lista para agregar las expansiones
135             lst = self.rutas[cdad]
136             # El índice donde se encuentra la ciudad se guarda
137             indices.append(cdad)
138             # Para cada vecino de la ciudad a expandir
139             for vecino in self.getMapa()[ciudad].keys():
140                 # Si el vecino no se ha expandido
141                 if vecino not in self.expandidas:
142                     ls = []
143                     ls = ls + lst
144                     # Agregamos al vecino en la ruta a expandir
145                     ls.append(vecino)
146                     # Lo añadimos a la lista de rutas
147                     self.rutas.append(ls)
148                     # Sumamos el costo de viaje a la ciudad agregada
149                     self.rutas[-1][0] = self.rutas[-1][0] + self.getMapa()[ciudad].get(vecino)
150     # Borramos las rutas de las ciudades antes de ser expandidas
151     for i in indices:
152         del self.rutas[i]
153     self.expandidas.append(ciudad)
154

```

Figura 7: Metodos: expandirCiudad

El método buscarRutaMenor nos devuelve la siguiente ciudad a expandir, es decir ruta de menor costo que existe en la lista de rutas. Mientras que el método leerCiudades, recibe la entrada de las ciudades de Origen y de Destino

```

156 def buscaRutaMenor(self):
157     # Costos de cada ruta en las rutas
158     costos = []
159     # Para cada ruta en las rutas
160     for ruta in self.rutas:
161         # Guardamos los costos de cada una
162         costos.append(ruta[0])
163     # El mínimo es el primero de la lista ordenada
164     min = sorted(costos)[0]
165     # Buscamos en cada ruta de la ruta
166     for ruta in self.rutas:
167         # Si el costo de la ruta es el mínimo
168         if ruta[0] == min:
169             # Regresamos la siguiente ciudad a expandir
170             return ruta[-1]

```

Figura 8: Metodos: buscarRutaMenor

```

172 # Lee las ciudades de origen y de destino
173 def leerCiudades(self):
174     # Leemos la ciudad de origen
175     self.ciudadOrigen = input('INGRESE LA CIUDAD DE ORIGEN: ')
176     while (self.ciudadOrigen not in self.getMapa()):
177         print('CIUDAD DE ORIGEN NO ENCONTRADA')
178         self.ciudadOrigen = input('INGRESE UNA CIUDAD DE ORIGEN VÁLIDA: ')
179     ls=[0]
180     ls.append(self.ciudadOrigen)
181     self.rutas.append(ls)
182
183     # Leemos la ciudad de destino
184     self.ciudadDestino = input('INGRESE LA CIUDAD DE DESTINO: ')
185     while (self.ciudadDestino not in self.getMapa() or self.ciudadDestino == self.ciudadOrigen):
186         print('CIUDAD DE DESTINO NO ENCONTRADA')
187         self.ciudadDestino = input('INGRESE UNA CIUDAD DE DESTINO VÁLIDA: ')
188

```

Figura 9: Metodos: leerCiudades

El método `imprimeDatos`, muestra las ciudades expandidas y cada una de las rutas paso a paso

```

189 # Imprime ciudades expandidas y lista de rutas
190 def imprimeDatos(self):
191     exp = "CIUDADES EXPANDIDAS:\n\t "
192     # Para cada ciudad expandida
193     for i in self.expandidas:
194         # Concatenamos la ciudad para darle formato
195         exp = exp + i + ", "
196
197     rutas = "RUTAS: \n\t"
198     # Para cada ruta de la lista de rutas
199     for i in self.rutas:
200         # Agregamos el costo de la ruta
201         rutas = rutas + str(i[0])
202         # Para cada ciudad de la ruta
203         for j in range(len(i)-1):
204             # Le damos formato para imprimir
205             rutas = rutas + "->" + str(i[j+1])
206             rutas = rutas + "\n\t"
207     # Imprimimos las ciudades expandidas
208     print(exp)
209     # Imprimimos las rutas de las ciudades
210     print(rutas)
211

```

Figura 10: Metodos: `imprimeDatos`

El método `BCU` contiene el algoritmo planteado en la introducción para realizar la búsqueda por el método de costo uniforme

```

212 # Búsqueda de Costo Uniforme
213 def BCU(self):
214     # Leemos las ciudades de Origen y Destino
215     self.leerCiudades()
216     # Imprimimos la ciudad de origen y el costo
217     self.imprimeDatos()
218     # Expandimos la ciudad de origen
219     self.expandirCiudad(self.ciudadOrigen)
220     # Imprimimos los datos nuevos
221     self.imprimeDatos()
222     # Mientras que la ruta de menor costo no nos lleve a la ciudad de Destino
223     while self.buscaRutaMenor() != self.ciudadDestino:
224         # Expandimos la ciudad de menor costo
225         self.expandirCiudad(self.buscaRutaMenor())
226         # Imprimimos los nuevos dato
227         self.imprimeDatos()
228         # Borramos las rutas que lleguen a la misma ciudad y que
229         # impliquen un mayor costo
230         self.borrarRepetidos()
231     # Si la ruta de menor costo nos lleva al destino imprimimos un mensaje de éxito
232     if self.buscaRutaMenor() == self.ciudadDestino:
233         print("RUTA MINIMA ENCONTRADA\n")
234         for rutas in self.rutas:
235             if rutas[1] == self.ciudadOrigen and rutas[-1] == self.ciudadDestino:
236                 print("\tCOSTO: "+str(rutas[0]))
237                 stri = "\tRUTA "
238                 for r in range(len(rutas)-1):
239                     stri = stri + "-> " + rutas[r+1]
240         print(stri)

```

Figura 11: Metodos: `BCU`

El constructor nos ordena el mapa alfabeticamente cada que se instancia un objeto. Y cuando se llama al `main`, instancia un objeto `mapa`, imprime el mapa y realiza el método de búsqueda

```

241     # Constructor. Cuando se instancia un objeto, ordena el mapa
242     def __init__(self):
243         self.ordenaMapa()
244
245     if __name__ == "__main__":
246         # Creamos un mapa
247         e = Mapa()
248         # Imprimimos el mapa
249         e.printMapa()
250         # Iniciamos el algoritmo de Búsqueda de Costo Uniforme
251         e.BCU()
252

```

Figura 12: Metodos: constructor, main

## 4. Uso del Software

El software fue probado y diseñado en equipos con las siguientes características.

- Sistema Operativo Linux
- Sistema Operativo Windows
- Python 3, aunque puede funcionar en versiones anteriores de python

Para correr el software, en la carpeta donde se encuentra descargado, usamos el siguiente comando en la terminal:

```
$ python3 proyecto1.py
```

Y nos mostrará las ciudades y sus vecinos con el costo de viaje de la siguiente manera:

```

luis@debian:~/Descargas/IA/Proyecto1/Proyecto1-IA$ python3 proyecto1.py
CIUDAD:          VECINOS Y COSTOS DE VIAJE
| Arad            | Sibiu      :140 | Timisoara      :118 | Zerind         : 75 | |
| Bucharest       | Fagaras    :211 | Giurgiu        : 90 | Pitesti        :101 | Urziceni       : 85 |
| Craiova         | Dobreta    :120 | Pitesti        :138 | Rimnicu Vilcea :146 |
| Dobreta         | Craiova    :120 | Mehadia        : 75 |
| Eforie          | Hirsova    : 86 |
| Fagaras         | Bucharest  :211 | Sibiu          : 99 |
| Giurgiu         | Bucharest  : 90 |
| Hirsova         | Eforie     : 86 | Urziceni       : 98 |
| Iasi            | Neamt      : 87 | Vaslui         : 92 |
| Lugoj           | Mehadia    : 70 | Timisoara      :111 |
| Mehadia         | Dobreta    : 75 | Lugoj          : 70 |
| Neamt           | Iasi       : 87 |
| Oradea          | Sibiu      :151 | Zerind         : 71 |
| Pitesti         | Bucharest  :101 | Craiova        :138 | Rimnicu Vilcea : 97 |
| Rimnicu Vilcea | Craiova    :146 | Pitesti        : 97 | Sibiu          : 80 |
| Sibiu           | Arad       :140 | Fagaras        : 99 | Oradea         :151 | Rimnicu Vilcea : 80 |
| Timisoara       | Arad       :118 | Lugoj          :111 |
| Urziceni        | Bucharest  : 85 | Hirsova        : 98 | Vaslui         :142 |
| Vaslui          | Iasi       : 92 | Urziceni       :142 |
| Zerind          | Arad       : 75 | Oradea         : 71 |
INGRESE LA CIUDAD DE ORIGEN: 

```

Figura 13: Muestra ciudades y sus vecinos con el costo de viaje

Ingresaremos la ciudad de origen y la de destino

```

luis@debian:~/Descargas/IA/Proyecto1/Proyecto1-IA$ python3 proyecto1.py
CIUDAD:          VECINOS Y COSTOS DE VIAJE
| Arad            | Sibiu      :140 | Timisoara    :118 | Zerind       : 75 | |
| Bucharest      | Fagaras    :211 | Giurgiu      : 90 | Pitesti      :101 | Urziceni      : 85 |
| Craiova        | Dobreta    :120 | Pitesti      :138 | Rimnicu Vilcea :146 |
| Dobreta        | Craiova     :120 | Mehadia      : 75 |
| Eforie         | Hirsova    : 86 |
| Fagaras        | Bucharest  :211 | Sibiu        : 99 |
| Giurgiu        | Bucharest  : 90 |
| Hirsova        | Eforie     : 86 | Urziceni     : 98 |
| Iasi           | Neamt      : 87 | Vaslui       : 92 |
| Lugoj          | Mehadia    : 70 | Timisoara    :111 |
| Mehadia        | Dobreta    : 75 | Lugoj        : 70 |
| Neamt          | Iasi       : 87 |
| Oradea         | Sibiu      :151 | Zerind       : 71 |
| Pitesti        | Bucharest  :101 | Craiova      :138 | Rimnicu Vilcea : 97 |
| Rimnicu Vilcea | Craiova    :146 | Pitesti      : 97 | Sibiu        : 80 |
| Sibiu          | Arad       :140 | Fagaras      : 99 | Oradea       :151 | Rimnicu Vilcea : 80 |
| Timisoara      | Arad       :118 | Lugoj        :111 |
| Urziceni       | Bucharest  : 85 | Hirsova      : 98 | Vaslui       :142 |
| Vaslui         | Iasi       : 92 | Urziceni     :142 |
| Zerind         | Arad       : 75 | Oradea       : 71 |
IINGRESE LA CIUDAD DE ORIGEN: Arad
INGRESE LA CIUDAD DE DESTINO: Bucharest

```

Figura 14: Ingreso de las ciudades Arad-Bucharest

Una vez que ingresemos las ciudades nos desplegará paso a paso las ciudades que fue expandiendo hasta encontrar la ruta optima. Para mostrar el mensaje de exito con el resultado

```

CIUDADES EXPANDIDAS:
RUTAS:
    0->Arad

CIUDADES EXPANDIDAS:
    Arad,
RUTAS:
    140->Arad->Sibiu
    118->Arad->Timisoara
    75->Arad->Zerind

CIUDADES EXPANDIDAS:
    Arad, Zerind,
RUTAS:
    140->Arad->Sibiu
    118->Arad->Timisoara
    146->Arad->Zerind->Oradea

CIUDADES EXPANDIDAS:
    Arad, Zerind, Timisoara,
RUTAS:
    140->Arad->Sibiu
    146->Arad->Zerind->Oradea
    229->Arad->Timisoara->Lugoj

CIUDADES EXPANDIDAS:
    Arad, Zerind, Timisoara, Sibiu,
RUTAS:
    146->Arad->Zerind->Oradea
    229->Arad->Timisoara->Lugoj
    239->Arad->Sibiu->Fagaras
    291->Arad->Sibiu->Oradea
    220->Arad->Sibiu->Rimnicu Vilcea

```

Figura 15: Muestra paso a paso de la solucion - 1



```

CIUDADES EXPANDIDAS:
    Arad, Zerind, Timisoara, Sibiu, Oradea,
RUTAS:
    229->Arad->Timisoara->Lugoj
    239->Arad->Sibiu->Fagaras
    220->Arad->Sibiu->Rimnicu Vilcea

CIUDADES EXPANDIDAS:
    Arad, Zerind, Timisoara, Sibiu, Oradea, Rimnicu Vilcea,
RUTAS:
    229->Arad->Timisoara->Lugoj
    239->Arad->Sibiu->Fagaras
    366->Arad->Sibiu->Rimnicu Vilcea->Craiova
    317->Arad->Sibiu->Rimnicu Vilcea->Pitesti

CIUDADES EXPANDIDAS:
    Arad, Zerind, Timisoara, Sibiu, Oradea, Rimnicu Vilcea, Lugoj,
RUTAS:
    239->Arad->Sibiu->Fagaras
    366->Arad->Sibiu->Rimnicu Vilcea->Craiova
    317->Arad->Sibiu->Rimnicu Vilcea->Pitesti
    299->Arad->Timisoara->Lugoj->Mehadia

CIUDADES EXPANDIDAS:
    Arad, Zerind, Timisoara, Sibiu, Oradea, Rimnicu Vilcea, Lugoj, Fagaras,
RUTAS:
    366->Arad->Sibiu->Rimnicu Vilcea->Craiova
    317->Arad->Sibiu->Rimnicu Vilcea->Pitesti
    299->Arad->Timisoara->Lugoj->Mehadia
    450->Arad->Sibiu->Fagaras->Bucharest

CIUDADES EXPANDIDAS:
    Arad, Zerind, Timisoara, Sibiu, Oradea, Rimnicu Vilcea, Lugoj, Fagaras, Mehadia,
RUTAS:
    366->Arad->Sibiu->Rimnicu Vilcea->Craiova
    317->Arad->Sibiu->Rimnicu Vilcea->Pitesti
    450->Arad->Sibiu->Fagaras->Bucharest
    374->Arad->Timisoara->Lugoj->Mehadia->Dobreta

```

Figura 16: Muestra paso a paso de la solución - 2

```

CIUDADES EXPANDIDAS:
    Arad, Zerind, Timisoara, Sibiu, Oradea, Rimnicu Vilcea, Lugoj, Fagaras, Mehadia,
RUTAS:
    366->Arad->Sibiu->Rimnicu Vilcea->Craiova
    317->Arad->Sibiu->Rimnicu Vilcea->Pitesti
    450->Arad->Sibiu->Fagaras->Bucharest
    374->Arad->Timisoara->Lugoj->Mehadia->Dobreta

CIUDADES EXPANDIDAS:
    Arad, Zerind, Timisoara, Sibiu, Oradea, Rimnicu Vilcea, Lugoj, Fagaras, Mehadia, Pitesti,
RUTAS:
    366->Arad->Sibiu->Rimnicu Vilcea->Craiova
    450->Arad->Sibiu->Fagaras->Bucharest
    374->Arad->Timisoara->Lugoj->Mehadia->Dobreta
    418->Arad->Sibiu->Rimnicu Vilcea->Pitesti->Bucharest
    455->Arad->Sibiu->Rimnicu Vilcea->Pitesti->Craiova

CIUDADES EXPANDIDAS:
    Arad, Zerind, Timisoara, Sibiu, Oradea, Rimnicu Vilcea, Lugoj, Fagaras, Mehadia, Pitesti, Craiova,
RUTAS:
    374->Arad->Timisoara->Lugoj->Mehadia->Dobreta
    418->Arad->Sibiu->Rimnicu Vilcea->Pitesti->Bucharest
    486->Arad->Sibiu->Rimnicu Vilcea->Craiova->Dobreta

CIUDADES EXPANDIDAS:
    Arad, Zerind, Timisoara, Sibiu, Oradea, Rimnicu Vilcea, Lugoj, Fagaras, Mehadia, Pitesti, Craiova, Dobreta,
RUTAS:
    418->Arad->Sibiu->Rimnicu Vilcea->Pitesti->Bucharest

RUTA MÍNIMA ENCONTRADA

COSTO: 418
RUTA -> Arad-> Sibiu-> Rimnicu Vilcea-> Pitesti-> Bucharest

```

Figura 17: Muestra paso a paso de la solución - 3