

TAREA X

1. ¿Es posible que una gráfica G que su número de vértices sea igual a 6, con 10 aristas y 5 caras? ¿Por qué? No es posible, porque no se cumple la condición necesaria:
Partiendo de $V - E + F = 2$, ya que $6 - 10 + 5 \neq 2$.

2. Supongamos que una gráfica G tiene 6 vértices, cada uno con el siguiente número de grados, $(2, 2, 3, 4, 4, 5)$.
¿Cuántas aristas tiene G ?

$$2|E| = \sum \text{gr}(v)$$

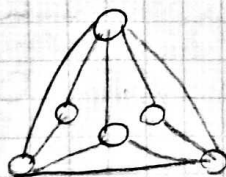
$$|E| = \frac{20}{2} = 10$$

- ¿Podría G ser una gráfica plana?

- Si
¿Cuántas caras debería tener?

$$\text{Dado } V - E + F = 2 \rightarrow F = 6$$

Dibujo óptimo



3. Demuestra que toda gráfica con v vértices y e aristas cumple $e \leq 3v - 6$.

Una cara necesita al menos 3 aristas y 3 vértices

Si tenemos $e \geq 3$, entonces habrá al menos 2 caras y por cada arista extra, una más

$$e \geq 2f$$

$$2e \geq 3f$$

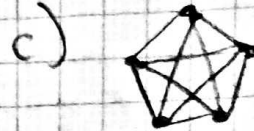
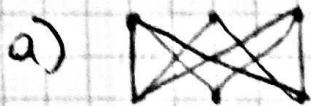
$$\text{Euler: } V - E + F = 2$$

$$V - E + \frac{2e}{3} \geq 2$$

$$V - \frac{e}{3} \geq 2$$

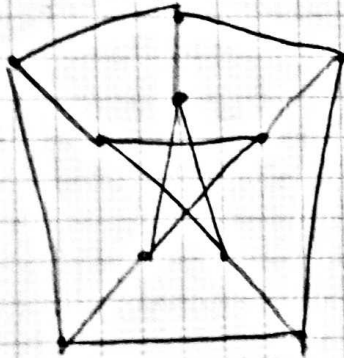
$$\rightarrow 3V - e \geq 6 \rightarrow 3V - 6 \geq e \quad Q.E.D.$$

4. Teorema Kuratowski:
Una grafica es planar si y solo si no tiene una copia de $K(3,3)$ o K_5

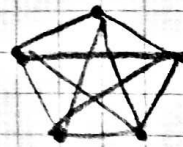


5. Grafo de Petersen:

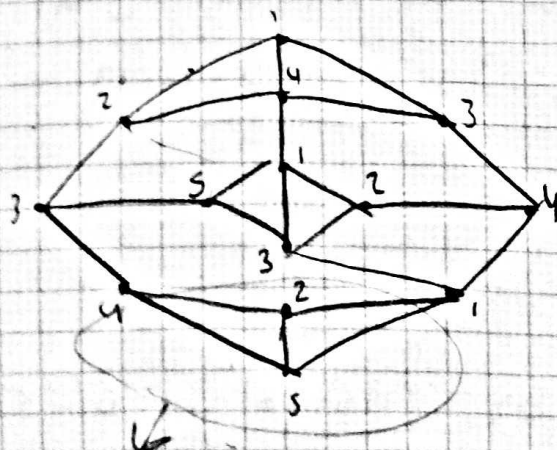
Grafo no dirigido con 10 vértices y 15 aristas



Colapsando la figura exterior



Bonus.



Siendo 1, 2, 3, 4, 5
cabe color

Un caso de coloración
es este.

Viendo ese ciclo, se aprecia que el
mínimo posible de colores es 4.

Si se puede reducir.