Sección 14.4

11-16 Explique por qué la función es diferenciable en el punto dado. Luego determine la linealización L(x, y) de la función en ese punto.

11.
$$f(x, y) = 1 + x \ln(xy - 5)$$
, (2, 3)

12.
$$f(x, y) = x^3y^4$$
, (1, 1)

13.
$$f(x, y) = \frac{x}{x + y}$$
, (2, 1)

14.
$$f(x, y) = \sqrt{x + e^{4y}}$$
, (3, 0)

Sección 14.5

27-30 Aplique la ecuación 6 para encontrar dy/dx.

27.
$$y \cos x = x^2 + y^2$$

28.
$$\cos(xy) = 1 + \sin y$$

29.
$$tan^{-1}(x^2y) = x + xy^2$$

30.
$$e^y \sin x = x + xy$$

31-34 Con las ecuaciones 7 halle $\partial z/\partial x$ y $\partial z/\partial y$.

31.
$$x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$$

32.
$$x^2 - y^2 + z^2 - 2z = 4$$

33.
$$e^z = xyz$$

34.
$$yz + x \ln y = z^2$$

Sección 14.6

21-26 Determine la máxima razón de cambio de f en el punto dado y la dirección en la cual se presenta.

21.
$$f(x, y) = 4y\sqrt{x}$$
, (4, 1)

22.
$$f(s,t) = te^{st}$$
, $(0,2)$

23.
$$f(x, y) = \text{sen}(x, y)$$
, (1, 0)

24.
$$f(x, y, z) = (x + y)/z$$
, $(1, 1, -1)$

25.
$$f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$
, $(3, 6, -2)$

15.
$$f(x, y) = e^{-xy}\cos y$$
, $(\pi, 0)$

16.
$$f(x, y) = y + \text{sen}(x/y)$$
, (0, 3)

17-18 Verifique la aproximación lineal en (0, 0).

17.
$$\frac{2x+3}{4y+1} \approx 3 + 2x - 12y$$
 18. $\sqrt{y + \cos^2 x} \approx 1 + \frac{1}{2}y$

18.
$$\sqrt{y + \cos^2 x} \approx 1 + \frac{1}{2}y$$

19. Dado que f es una función diferenciable con f(2, 5) = 6, $f_x(2, 5) = 1$, $y f_y(2, 5) = -1$, utilice una aproximación lineal para estimar f(2.2, 4.9).

20. Calcule la aproximación lineal de la función $f(x, y) = 1 - xy \cos \pi y$ en (1, 1) y utilícela para aproximar f(1.02, 0.97). Grafique f y su plano tangente.

21. Calcule la aproximación lineal de la función $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ en (3, 2, 6) y con ella aproxime el número $\sqrt{(3.02)^2 + (1.97)^2 + (5.99)^2}$.

Ejercicios

1. Suponga que (1, 1) es un punto crítico de una función f con segunda derivada continua. En cada caso, ¿qué puede decir con respecto a f?

a)
$$f_{xx}(1, 1) = 4$$
, $f_{xy}(1, 1) = 1$, $f_{yy}(1, 1) = 2$

b)
$$f_{xx}(1, 1) = 4$$
, $f_{xy}(1, 1) = 3$, $f_{yy}(1, 1) = 2$

5-18 Calcule los valores máximo y mínimo locales, y punto o puntos sillas de la función. Si dispone de programas para graficación tridimensional, grafique la función con un dominio y desde otra perspectiva que revele todos los aspectos importantes de la función.

5.
$$f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + y$$

6.
$$f(x, y) = xy - 2x - 2y - x^2 - y^2$$

7.
$$f(x, y) = (x - y)(1 - xy)$$

8.
$$f(x, y) = xe^{-2x^2-2y^2}$$

9.
$$f(x, y) = y^3 + 3x^2y - 6x^2 - 6y^2 + 2$$

10.
$$f(x, y) = xy(1 - x - y)$$

11.
$$f(x, y) = x^3 - 12xy + 8y^3$$

12.
$$f(x, y) = xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

13.
$$f(x, y) = e^x \cos y$$

14.
$$f(x, y) = y \cos x$$

15.
$$f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{y^2 - x^2}$$

Respuestas:

14.4

11.
$$6x + 4y - 23$$
 13. $\frac{1}{9}x - \frac{2}{9}y + \frac{2}{3}$ **15.** $1 - \pi y$ **19.** 6.3 **21.** $\frac{3}{7}x + \frac{2}{7}y + \frac{6}{7}z$; 6.9914

14.6

5. Mínimo
$$f(\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}) = -\frac{1}{3}$$

9. Máximo
$$f(0, 0) = 2$$
, mínimo $f(0, 4) = -30$, puntos de silla en $(2, 2)$, $(-2, 2)$

11. Mínimo
$$f(2, 1) = -8$$
, punto de silla en $(0, 0)$

13. Ninguno 15. Mínimo
$$f(0, 0) = 0$$
, puntos de silla en $(\pm 1, 0)$

25.
$$\frac{5}{144}$$
, $-\frac{5}{96}$, $\frac{5}{144}$ 27. $\frac{2x + y \operatorname{sen} x}{\cos x - 2y}$
29. $\frac{1 + x^4y^2 + y^2 + x^4y^4 - 2xy}{x^2 - 2xy - 2x^5y^3}$
31. $-\frac{x}{3z}$, $-\frac{2y}{3z}$ 33. $\frac{yz}{e^z - xy}$, $\frac{xz}{e^z - xy}$

29.
$$\frac{1 + x^2y^2 + y^2 + x^2y^2 - 2x^2y^3}{x^2 - 2xy - 2x^5y^3}$$

31.
$$-\frac{x}{3z}$$
, $-\frac{2y}{3z}$ **33.** $\frac{yz}{e^z - xy}$, $\frac{xz}{e^z - x}$

17.
$$\frac{23}{42}$$
 19. 2/5 21. $\sqrt{65}$, $\langle 1, 8 \rangle$ 23. 1, $\langle 0, 1 \rangle$ 25. 1, $\langle 3, 6, -2 \rangle$

14.7

1. a) f tiene un mínimo local en (1, 1). b) f tiene un punto de silla en (1, 1).