

# Tarea 10

1. Es posible una grafica planar, con  $v=6$ ,  $e=10$ , y  $K=5$ ?

No, por la formula de euler.  $V - e + c = 2$

Sustituimos con,  $6 - 10 + 5 = 2 \Rightarrow 1 = 2$ , llegamos a un absurdo

Por lo tanto la grafica propuesta no es posible.

2. Suponga  $G$  con  $v=6$ , con grados  $2, 2, 3, 4, 4, 5$

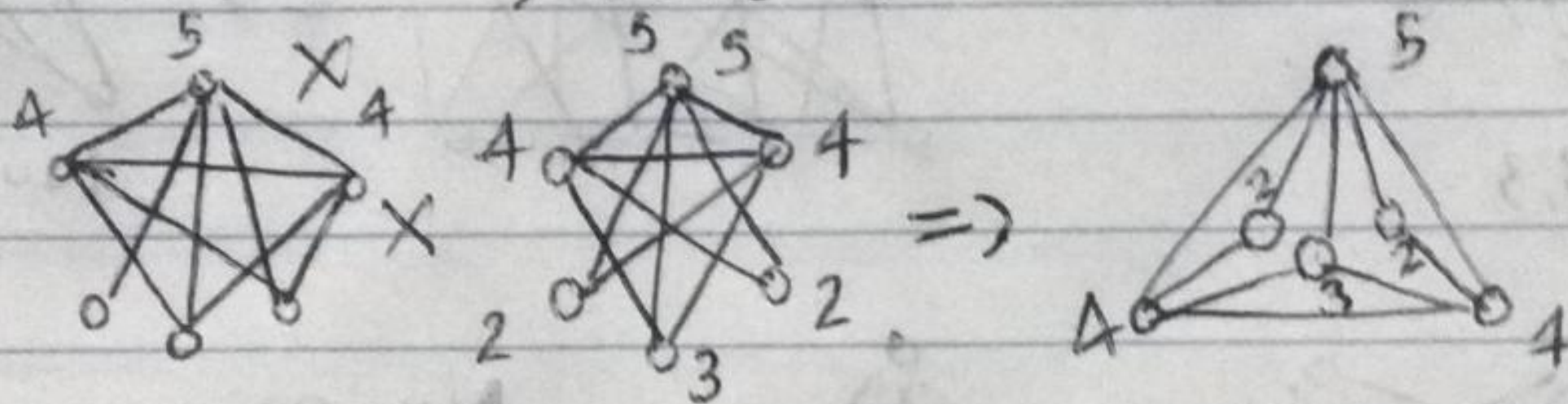
¿Cuantas aristas tiene  $G$ ?  $e = (2+2+3+4+4+5)/2 = 10$

¿Puede ser Plana? **Si**

¿Cuantas caras debe tener?  $v - e + c = 2 \Rightarrow 6 - 10 + c = 2$

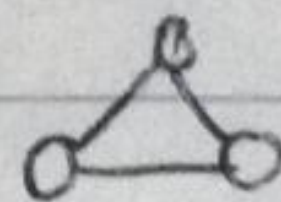
$\Rightarrow c = 2 + 10 - 6 = 6$ , debe tener 6 caras

Dibujo



Ejercicio 3. Demuestre  $e \leq 3v - 6$

Tomamos el caso con  $v \geq 3$ ,  $e=3$ , que seria este



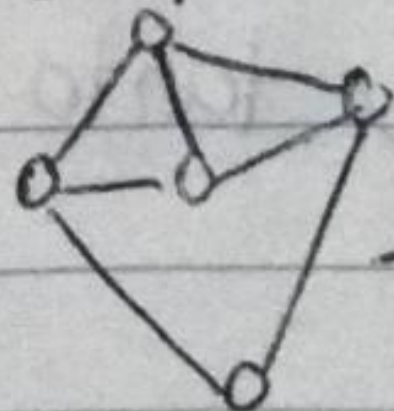
El numero de caras es 2, y el de vertices, 3, por lo que

$$2 \leq 3 \Rightarrow c \leq e \Rightarrow \boxed{3c \leq 2e}$$

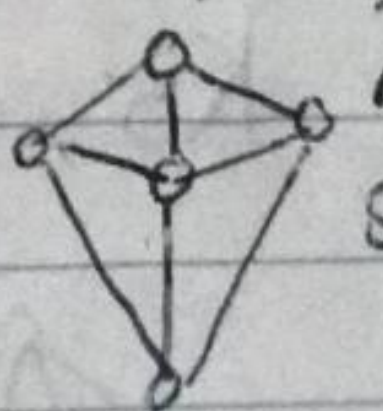
Tenemos asi que  $3c \leq 2e$ , porque al añadir otro vertice con aristas, u otra arista, tenemos 2 casos

1. El numero de caras sube en 1, y el de aristas en 1

$$c=4, e=7$$

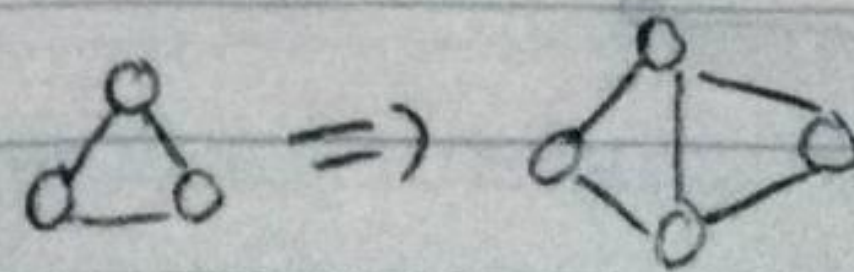


$$e=8, c=5$$



2. El numero de caras sube en 1, y el de aristas en 2

como el incremento de aristas **siempre** será mayor o igual al incremento de caras la igualdad  $3c \leq 2e$  se cumple siempre.



$$c=2, e=3$$

$$c=3, e=5$$



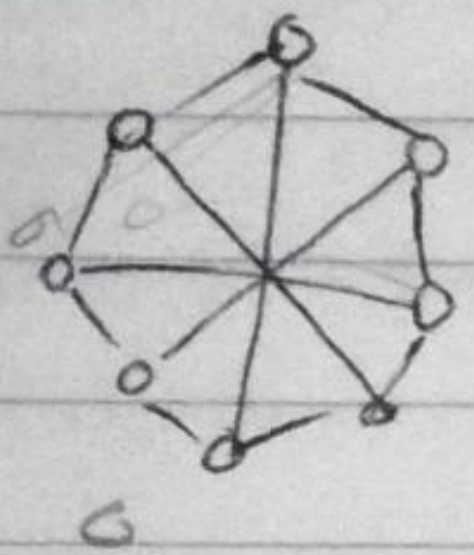
Con esta igualdad  $3c \leq 2e$ , simplemente despejamos con la formula de euler  $v - e + c = 2$ , por lo que tenemos:  
 $c = 2 + e - v$

$$3c \leq 2e \Rightarrow 3(2 + e - v) \leq 2e \Rightarrow 6 + 3e - 3v \leq 2e$$

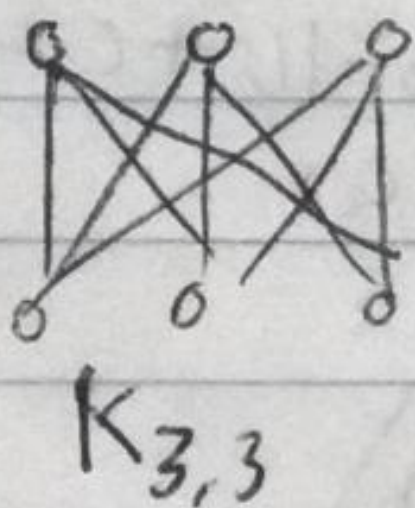
$$\Rightarrow 3e - 2e \leq -6 + 3v \Rightarrow \boxed{e \leq 3v - 6}$$

Por lo que llegamos a la formula propuesta.

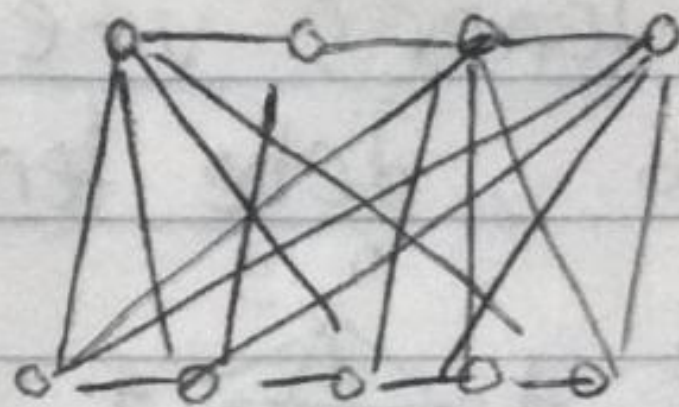
Ejercicio 4: Demuestra que las graficas no son planas



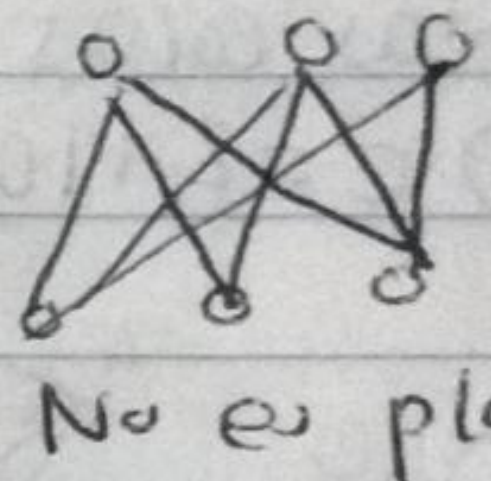
$\Rightarrow$



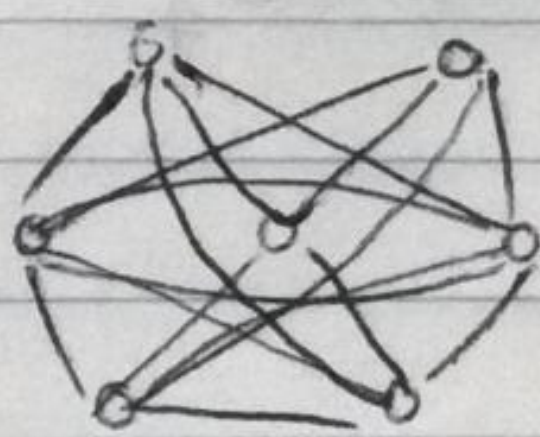
No es plana



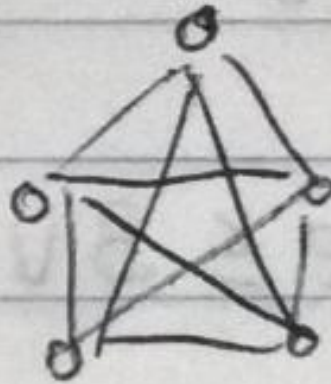
$\Rightarrow$



No es plana

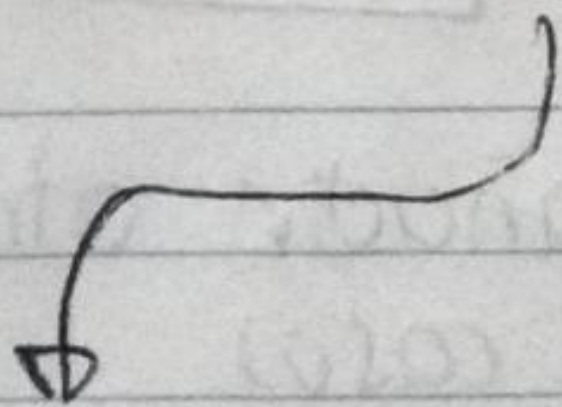


$\Rightarrow$

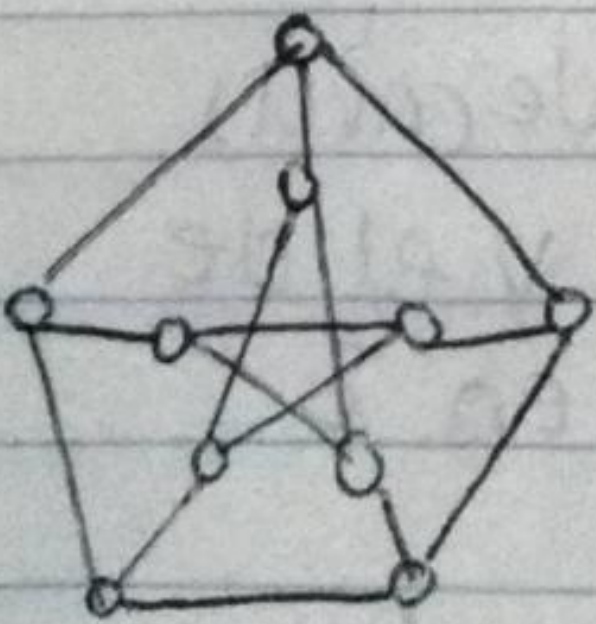


No es plana

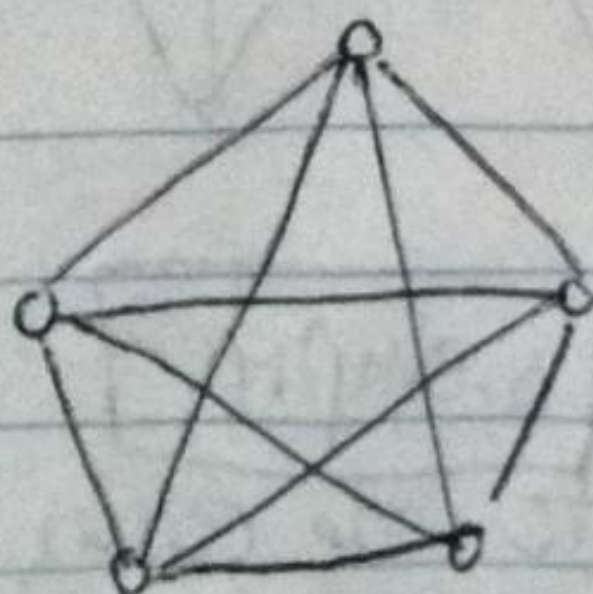
Ejercicio 5: Grafica de Petersen, es Plana



Si contraemos los ejes de la estrella hacia adentro, nos queda  $K_5$ , por tanto no es plana.



$\Rightarrow$



No es plana