

Hacer los impares:

12.2

19-22 Encuentre $\mathbf{a} + \mathbf{b}$, $2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$, $|\mathbf{a}|$ y $|\mathbf{a} - \mathbf{b}|$

19. $\mathbf{a} = \langle 5, -12 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle -3, -6 \rangle$

20. $\mathbf{a} = 4\mathbf{i} + \mathbf{j}$, $\mathbf{b} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j}$

21. $\mathbf{a} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = -2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 5\mathbf{k}$

22. $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$

23-25 Halle un vector unitario que tenga la misma dirección que el vector dado.

23. $-3\mathbf{i} + 7\mathbf{j}$

24. $\langle -4, 2, 4 \rangle$

25. $8\mathbf{i} - \mathbf{j} + 4\mathbf{k}$

27-28 ¿Cuál es el ángulo entre el vector dado y la dirección positiva del eje x ?

27. $\mathbf{i} + \sqrt{3}\mathbf{j}$

28. $8\mathbf{i} + 6\mathbf{j}$

29. Si \mathbf{v} se encuentra en el primer cuadrante y forma un ángulo $\pi/3$ con el eje x positivo y $|\mathbf{v}| = 4$, determine \mathbf{v} en forma de componentes.

12.3 Ejercicios

1. ¿Cuáles de las siguientes expresiones son significativas?
¿Cuáles carecen de sentido? Explique.

a) $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$

b) $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c}$

c) $|\mathbf{a}|(\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})$

d) $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c})$

e) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{c}$

f) $|\mathbf{a}| \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c})$

2-10 Encuentre $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$

2. $\mathbf{a} = \langle -2, 3 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle 0.7, 1.2 \rangle$

3. $\mathbf{a} = \langle -2, \frac{1}{3} \rangle$, $\mathbf{b} = \langle -5, 12 \rangle$

4. $\mathbf{a} = \langle 6, -2, 3 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle 2, 5, -1 \rangle$

5. $\mathbf{a} = \langle 4, 1, \frac{1}{4} \rangle$, $\mathbf{b} = \langle 6, -3, -8 \rangle$

6. $\mathbf{a} = \langle p, -p, 2p \rangle$, $\mathbf{b} = \langle 2q, q, -q \rangle$

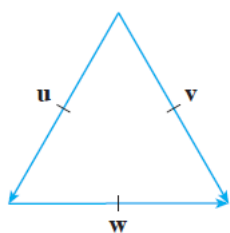
7. $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j}$, $\mathbf{b} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$

8. $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 4\mathbf{i} + 5\mathbf{k}$

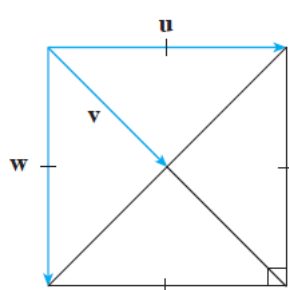
9. $|\mathbf{a}| = 6$, $|\mathbf{b}| = 5$, el ángulo entre \mathbf{a} y \mathbf{b} es $2\pi/3$

11-12 Si \mathbf{u} es un vector unitario, encuentre $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$ y $\mathbf{u} \cdot \mathbf{w}$.

11.



12.



15-20 Encuentre el ángulo entre los vectores. (Primero encuentre una expresión exacta y luego aproxime hasta el grado más próximo.)

15. $\mathbf{a} = \langle 4, 3 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle 2, -1 \rangle$

16. $\mathbf{a} = \langle -2, 5 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle 5, 12 \rangle$

17. $\mathbf{a} = \langle 3, -1, 5 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle -2, 4, 3 \rangle$

18. $\mathbf{a} = \langle 4, 0, 2 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle 2, -1, 0 \rangle$

19. $\mathbf{a} = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} - \mathbf{k}$

21-22 Encuentre, con una aproximación hasta el grado más próximo, los tres ángulos del triángulo con los vértices dados.

21. $P(2, 0)$, $Q(0, 3)$, $R(3, 4)$

23-24 Determine si los vectores dados son ortogonales, paralelos o ninguno.

23. a) $\mathbf{a} = \langle -5, 3, 7 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle 6, -8, 2 \rangle$

b) $\mathbf{a} = \langle 4, 6 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle -3, 2 \rangle$

c) $\mathbf{a} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - \mathbf{k}$

d) $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + 6\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = -3\mathbf{i} - 9\mathbf{j} + 6\mathbf{k}$

39-44 Encuentre las proyecciones escalar y vectorial de \mathbf{b} sobre \mathbf{a} .

39. $\mathbf{a} = \langle -5, 12 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle 4, 6 \rangle$

40. $\mathbf{a} = \langle 1, 4 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle 2, 3 \rangle$

41. $\mathbf{a} = \langle 3, 6, -2 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle 1, 2, 3 \rangle$

42. $\mathbf{a} = \langle -2, 3, -6 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle 5, -1, 4 \rangle$

43. $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 4\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = \mathbf{j} + \frac{1}{2}\mathbf{k}$

49. Encuentre el trabajo realizado por una fuerza $\mathbf{F} = 8\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 9\mathbf{k}$ que mueve un objeto del punto $(0, 10, 8)$ al punto $(6, 12, 20)$ a lo largo de una línea recta. La distancia se mide en metros y la fuerza en newtons.

51. Un trineo es jalado por una cuerda a lo largo de un sendero nivelado. Una fuerza de 30 libras que actúa a un ángulo de 40° sobre la horizontal mueve el trineo 80 pies. Encuentre el trabajo realizado por la fuerza.
55. Encuentre el ángulo entre una diagonal de un cubo y una de sus aristas.

12.4 Ejercicios

1-7 Encuentre el producto cruz $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ y compruebe que es ortogonal a \mathbf{a} y \mathbf{b} .

1. $\mathbf{a} = \langle 6, 0, -2 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle 0, 8, 0 \rangle$
 2. $\mathbf{a} = \langle 1, 1, -1 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle 2, 4, 6 \rangle$
 3. $\mathbf{a} = \mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = -\mathbf{i} + 5\mathbf{k}$
 4. $\mathbf{a} = \mathbf{j} + 7\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 4\mathbf{k}$
 5. $\mathbf{a} = \mathbf{i} - \mathbf{j} - \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = \frac{1}{2}\mathbf{i} + \mathbf{j} + \frac{1}{2}\mathbf{k}$
 6. $\mathbf{a} = t\mathbf{i} + \cos t\mathbf{j} + \sin t\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = \mathbf{i} - \sin t\mathbf{j} + \cos t\mathbf{k}$
 7. $\mathbf{a} = \langle t, 1, 1/t \rangle$, $\mathbf{b} = \langle t^2, t^2, 1 \rangle$
13. Diga si cada expresión tiene sentido. Si no, explique por qué. En caso afirmativo, diga si es un vector o un escalar.
- a) $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$
 - b) $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})$
 - c) $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$
 - d) $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})$
 - e) $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \times (\mathbf{c} \cdot \mathbf{d})$
 - f) $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{d})$
19. Encuentre dos vectores unitarios ortogonales a $\langle 3, 2, 1 \rangle$ y $\langle -1, 1, 0 \rangle$.

33-34 Encuentre el volumen del paralelepípedo determinado por los vectores \mathbf{a} , \mathbf{b} , y \mathbf{c} .

33. $\mathbf{a} = \langle 1, 2, 3 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle -1, 1, 2 \rangle$, $\mathbf{c} = \langle 2, 1, 4 \rangle$
34. $\mathbf{a} = \mathbf{i} + \mathbf{j}$, $\mathbf{b} = \mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{c} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$

35-36 Halle el volumen del paralelepípedo con aristas adyacentes PQ , PR y PS .

35. $P(-2, 1, 0)$, $Q(2, 3, 2)$, $R(1, 4, -1)$, $S(3, 6, 1)$
 36. $P(3, 0, 1)$, $Q(-1, 2, 5)$, $R(5, 1, -1)$, $S(0, 4, 2)$
43. Si $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \sqrt{3}$ y $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \langle 1, 2, 2 \rangle$, encuentre el ángulo entre \mathbf{a} y \mathbf{b} .
53. Suponga que $\mathbf{a} \neq \mathbf{0}$.
- a) Si $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{c}$, ¿se deduce que $\mathbf{b} = \mathbf{c}$?
 - b) Si $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{a} \times \mathbf{c}$, ¿se deduce que $\mathbf{b} = \mathbf{c}$?
 - c) Si $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{c}$ y $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{a} \times \mathbf{c}$, ¿se deduce que $\mathbf{b} = \mathbf{c}$?

Respuestas:

12.2

19. $\langle 2, -18 \rangle, \langle 1, -42 \rangle, 13, 10$
 21. $-\mathbf{i} + \mathbf{j} + 2\mathbf{k}, -4\mathbf{i} + \mathbf{j} + 9\mathbf{k}, \sqrt{14}, \sqrt{82}$
 23. $-\frac{3}{\sqrt{58}}\mathbf{i} + \frac{7}{\sqrt{58}}\mathbf{j}$ 25. $\frac{8}{9}\mathbf{i} - \frac{1}{9}\mathbf{j} + \frac{4}{9}\mathbf{k}$ 27. 60°
 29. $\langle 2, 2\sqrt{3} \rangle$ 31. ≈ 45.96 pies/s, ≈ 38.57 pies/s

12.3

1. b), c), d) Son significativos 3. 14 5. 19 7. 1
 9. -15 11. $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{2}, \mathbf{u} \cdot \mathbf{w} = -\frac{1}{2}$
 15. $\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right) \approx 63^\circ$ 17. $\cos^{-1}\left(\frac{5}{\sqrt{1015}}\right) \approx 81^\circ$
 19. $\cos^{-1}\left(\frac{7}{\sqrt{130}}\right) \approx 52^\circ$ 21. $48^\circ, 75^\circ, 57^\circ$
 23. a) Ninguno b) Ortogonal
 37. $1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3}; 55^\circ, 55^\circ, 55^\circ$ 39. 4, $\left(-\frac{20}{13}, \frac{48}{13}\right)$
 41. $\frac{9}{7}, \left(\frac{27}{49}, \frac{54}{49}, -\frac{18}{49}\right)$ 43. $1/\sqrt{21}, \frac{2}{21}\mathbf{i} - \frac{1}{21}\mathbf{j} + \frac{4}{21}\mathbf{k}$
 49. 144 J 51. $2400 \cos(40^\circ) \approx 1839$ pies-lb
 53. $\frac{13}{5}$ 55. $\cos^{-1}(1/\sqrt{3}) \approx 55^\circ$

12.4

1. $16\mathbf{i} + 48\mathbf{k}$ 3. $15\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ 5. $\frac{1}{2}\mathbf{i} - \mathbf{j} + \frac{3}{2}\mathbf{k}$
 7. $(1-t)\mathbf{i} + (t^3 - t^2)\mathbf{k}$ 9. 0 11. $\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$
 13. a) Escalar b) Sin significado c) Vector
 d) Sin significado e) Sin significado f) Escalar
 19. $\left\langle -\frac{1}{3\sqrt{3}}, -\frac{1}{3\sqrt{3}}, \frac{5}{3\sqrt{3}} \right\rangle, \left\langle \frac{1}{3\sqrt{3}}, \frac{1}{3\sqrt{3}}, -\frac{5}{3\sqrt{3}} \right\rangle$
 33. 9 35. 16 39. 1
 41. ≈ 417 N 43. 60°
 53. a) No b) No c) Sí