Optimización y metaheurísticas I

Unidad 2: Búsqueda Lineal

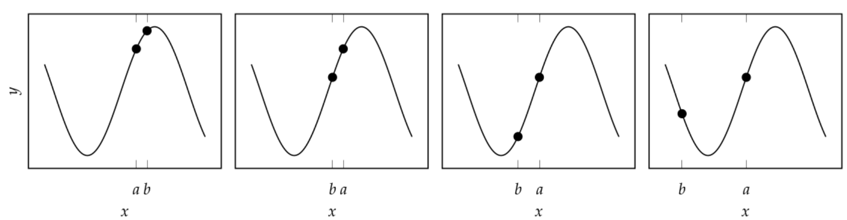
Dr. Jonás Velasco Álvarez

jvelascoa@up.edu.mx

Búsqueda lineal

Idea básica

La búsqueda lineal por intervalos, es la idea más sencilla para búscar mínimos o máximos de una función f. Se inicia con una intervalo $[a, b]$, y sucesivamente se reduce, hasta que el intervalo converja a un mínimo local.



Búsqueda de mínimos por intervalos

Algorithm 1 Método de búsqueda por intervalos

Input:
$\epsilon :=$ valor de error.
$s :=$ tamaño de paso.
$a :=$ valor inicial.
$k :=$ factor de expansión.
Output: $[a, c]$: intervalo en un mínimo local.

paro $\leftarrow$ FALSE
$b \leftarrow a + s$
if $f(b) > f(a)$ **then**
  $a \leftarrow b$, $b \leftarrow a$, $s \leftarrow -s$
end if
repeat
  $c \leftarrow b + s$
  if $f(c) > f(b)$ **then**
    if $a > c$ **then**
      $a \leftarrow c$, $c \leftarrow a$
      paro $\leftarrow$ TRUE
    end if
  end if
  $a \leftarrow b$, $b \leftarrow c$
  $s \leftarrow s \cdot k$
until paro = TRUE
return $[a, c]$

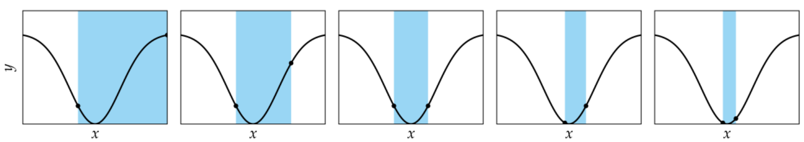
Método de la sección dorada

Algorithm 2 Método de la sección dorada

Input:
$\epsilon :=$ valor de error.
$\tau :=$ razón dorada.
$a, b :=$ valor inicial inferior y superior, respectivamente.
Output: x^*: solución óptima local.

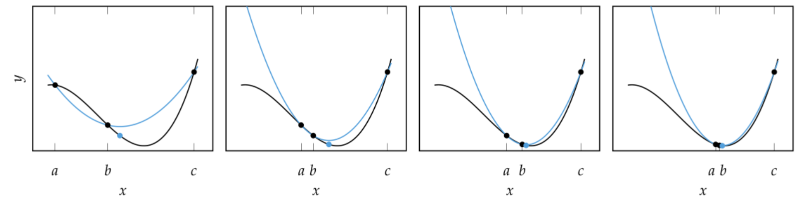
$\alpha_1 \leftarrow a(1-\tau) + b\tau$
$\alpha_2 \leftarrow a\tau + b(1-\tau)$
repeat
  if $f(\alpha_1) > f(\alpha_2)$ **then**
    $b \leftarrow \alpha_1$, $\alpha_1 \leftarrow \alpha_2$, $\alpha_2 \leftarrow a\tau + b(1-\tau)$
  else
    $a \leftarrow \alpha_2$, $\alpha_2 \leftarrow \alpha_1$, $\alpha_1 \leftarrow a(1-\tau) + b\tau$
  end if
until $|f(\alpha_1) - f(\alpha_2)| < \epsilon$
return $x^* = \alpha_1$

donde $\tau = 1/1.618033$.



Método de ajuste cuadrático

$$x^* = \frac{1}{2}\frac{f(a)\left(b^2-c^2\right)+f(b)\left(c^2-a^2\right)+f(c)\left(a^2-b^2\right)}{f(a)(b-c)+f(b)(c-a)+f(c)(a-b)}$$



El algoritmo inicializa con 3 valores dados, donde $a < b < c$.

Método de ajuste cuadrático

Algorithm 3 Método de ajuste cuadrático

Input:
$K :=$ total de iteraciones.
$a, b, c :=$ valores iniciales.
Output: x^*: una solución mínima local.

for 1 hasta K **do**
  $x \leftarrow \frac{1}{2}\frac{f(a)\left(b^2-c^2\right)+f(b)\left(c^2-a^2\right)+f(c)\left(a^2-b^2\right)}{f(a)(b-c)+f(b)(c-a)+f(c)(a-b)}$
  if $x > b$ **then**
    if $f(x) > f(b)$ **then**
      $c \leftarrow x$
    else
      $a \leftarrow b$, $b \leftarrow x$
    end if
  else if $x < b$ **then**
    if $f(x) > f(b)$ **then**
      $a \leftarrow x$
    else
      $c \leftarrow b$, $b \leftarrow x$
    end if
  end if
end for
return $x^* \leftarrow b$