UNIVERSIDAD PANAMERICANA Campus Bonaterra	**Escuela de Ingeniería**	Tarea 9. Árboles
	Área: Matemáticas	Fecha:
	Materia: Matemáticas Discretas	Ciclo:1208
	Profesor: Dr. Adrián Cerda	CALIFICACIÓN
	Carrera:	
	Alumno(a):	

INSTRUCCIONES: Resuelve cada uno de los siguientes ejercicios. Cuida por favor el orden, la limpieza y la ortografía en cada uno de tus argumentos, asimismo pon especial cuidado en la sintaxis matemática de tu procedimiento.

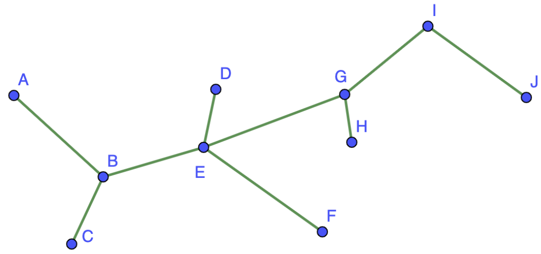
Ejercicio 1. Demuestre que cualquier árbol con dos vértices o más tiene un vértice de grado 1.

Ejercicio 2. Demuestre que un árbol es una gráfica plana.

Ejercicio 3. Demuestre que un es una grafica bipartita.

Ejercicio 4. Demuestre que los vértices de un árbol se pueden colorear con dos colores de manera que cada arista incida en vértices de diferentes colores.

Ejercicio 5. La excentricidad de un vértice v en un árbol T es la longitud máxima de una trayectoria simple que comienza en v. Encuentre la excentricidad de cada vértice en el árbol de la siguiente figura.

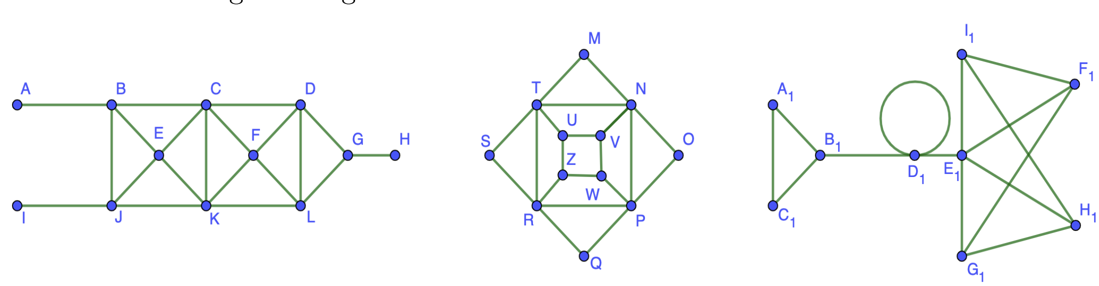


Ejercicio 6. Si un bosque F consiste de m árboles y tiene n vértices. ¿cuántas aristas tiene F?

Ejercicio 7. Demuestre que una gráfica G con n vértices y menos de $n-1$ aristas no es conexa.

Ejercicio 8. Pruebe que T es un árbol si y solo si T es conexa y cuando se agrega una arista entre cualesquiera dos vértices, se crea exactamente un ciclo.

Ejercicio 9. Para cada uno de los siguientes gráficas encuentre un árbol abarcador.

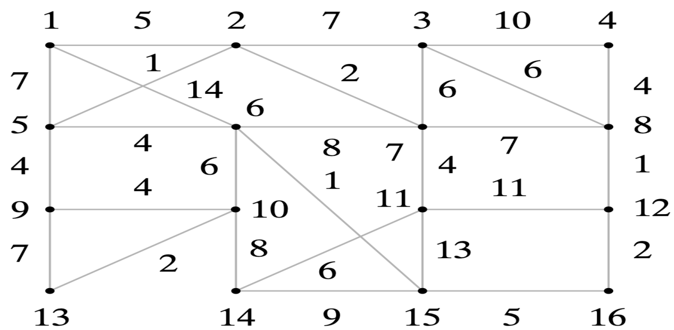


Ejercicio 10. Demuestre que una gráfica G tiene un árbol abarcador si y sólo si G es conexa.

Ejercicio 11. Considere una gráfica ponderada conexa (G, V, E, w) y defina el concepto de árbol abarcador mínimo.

UNIVERSIDAD PANAMERICANA Campus Bonaterra	Escuela de Ingeniería	Tarea 9. Árboles
	Área: Matemáticas	Fecha:
	Materia: Matemáticas Discretas	Ciclo:1208
	Profesor: Dr. Adrián Cerda	CALIFICACIÓN
	Carrera:	
	Alumno(a):	

Ejercicio 12. Con su definición de árbol abarcador mínimo encuentre el árbol abarcador mínimo para la siguiente gráfica.



Ejercicio 13. Considere una gráfica dirigida $G = (V, E)$ y para dicha gráfica considere su gráfica no-dirigida asociada, diremos que G es un árbol dirigido si ocurre que la gráfica no-dirigida asociada es un árbol. ¡Asegúrese de entender esta definición! Enseguida, defina la raíz de un árbol dirigido como un vértice r de G tal que su grado de entrada $gr_e(r) = 0$ y para todo $v \in V - r$ se cumple $gr_e(v) = 1$. Luego, defina árbol con raíz, cómo un árbol dirigido con una única raíz. En base a lo anterior, realice un dibujo de un árbol dirigido pero sin raíz, y de un árbol con raíz.

Ejercicio 14. Del ejercicio anterior, ¿podría el órden de arriba a abajo o de izquierda a derecha reemplazar la dirección de las flechas de un árbol con raíz? justifique su respuesta.

Bonus Considere el ajuste mas conveniente del ejercicio 14, y para cada $m \in \mathbb{Z}_+$ y árbol con raíz $T = (V, E)$, defina el concepto de árbol m-ario si el grado de salida $gr_s(v) \leq m$ para todo $v \in V$. Ahora, note que las posibilidades para $gr_s(v)$ son $0, 1, 2, ..., m$. Luego, defina árbol m-ario completo si $gr_s(v) \in \{0, m\}$ para todo $v \in V$. En base a estos conceptos, si $|V| = n$, h es el número de hojas e i es el número de vértices internos. muestre que si T es un árbol m-ario completo, entoces

$$n = mi + 1$$
$$h = (m - 1)i + 1$$
$$i = \frac{h - 1}{m - 1}$$