Inicio Cálculo Numérico.

Existen varias formas de conocer un valor aproximado para algún problema sin solución convencional.

El primer método que trataremos va a ser el de disección o búsqueda binaria.

Binary search.

Consiste en dividir varias veces a la mitad a un conjunto ordenado de números.

Complejidad logarítmica.

El fin algoritmo viene dado por # de iteraciones o error. Para este último se usa el error relativo porcentual.

$$\varepsilon_r = \left| \frac{P_n - P_{n-1}}{P_n} \right| 100\%$$

Algoritmo.

Entrada. Extremos (a, b), #max iteraciones, error e

Salida. Aproxima p o fracaso.

Paso 1.

Tomar $i = 1$ (iteraciones)

$FA = f(a)$

Paso 2.

Mientras $i \leq n$ (#max iteraciones)

Paso 3.

$$p = \frac{a+b}{2}$$

$FP = f(p)$

Paso 4.

Si $F_P = 0$ o $e_A < e$

→ Salimos P

Paso 5.

i++

Paso 6.

Si $FA \cdot FP > 0$

→ $a = P$

$FA = FP$

else

→ $b = p$

Método de Newton - Raphson (o Newton)

Resuelve el problema de búsqueda de raíces, más conocido y más poderoso.
Una forma de introducirlo es basándose en el polinomio de Taylor.
Esto es, supongamos que $f \in \mathcal{C}^2[a,b]$. Sea $\bar{x} \in [a,b]$ una aproximación de p (donde p es la raíz) $\cdot \exists \cdot$ $f'(x) \neq 0$ y $|\bar{x} - p|$ es muy pequeña

Si consideramos el primer polinomio de Taylor para $f(x)$ alrededor de $\bar{x}$, tenemos $(*)$ $f(x) = f(\bar{x}) + f'(\bar{x})(x-\bar{x}) + \frac{f''(\xi(x))(x-\bar{x})^2}{2!}$

donde $\xi(x)$ esta entre x y $\bar{x}$ como $f(p)=0$ en esta ecuación $(*)$ con $x=p \Rightarrow 0 = f(\bar{x}) + f'(\bar{x})(p-\bar{x}) + \frac{f''}{2}(p-\bar{x}) \cdot f''(\xi(\bar{x}))$

como $|p-\bar{x}|$ es muy pequeño $\Rightarrow$ el término $(p-\bar{x})^2$ es mucho menor $\Rightarrow 0 \approx f(\bar{x}) + f'(\bar{x})(p-\bar{x})$

Despejando

$$f'(\bar{x})(p-\bar{x}) = -f(\bar{x})$$
$$p-\bar{x} = \frac{-f(\bar{x})}{f'(\bar{x})}$$
$$p = \bar{x} - \frac{f(\bar{x})}{f'(\bar{x})}$$

El método de Newton comienza con una aproximación inicial P_0 y genera una sucesión definida por $P_n = P_{n-1} - \frac{f(p_{n-1})}{f'(p_{n-1})}$, $n \geq 1$

Gráficamente