12.5 Ejercicios

23-40 Encuentre una ecuación del plano.

23. El plano que pasa por el origen y es perpendicular al vector $\langle 1, -2, 5 \rangle$

24. El plano que pasa por el punto $(5, 3, 5)$ y con vector normal $2\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$

25. El plano que pasa por el punto $\left(-1, \frac{1}{2}, 3\right)$ y con vector normal $\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + \mathbf{k}$

26. El plano que pasa por el punto $(2, 0, 1)$ y perpendicular a la recta $x = 3t$, $y = 2 - t$, $z = 3 + 4t$

27. El plano que pasa por el punto $(1, -1, -1)$ y es paralelo al plano $5x - y - z = 6$

28. El plano que pasa por el punto $(2, 4, 6)$ y es paralelo al plano $z = x + y$

29. El plano que pasa por el punto $\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$ y es paralelo al plano $x + y + z = 0$

30. El plano que contiene la recta $x = 1 + t$, $y = 2 - t$, $z = 4 - 3t$ y es paralelo al plano $5x + 2y + z = 1$

31. El plano que pasa por los puntos $(0, 1, 1)$, $(1, 0, 1)$ y $(1, 1, 0)$

33. El plano que pasa por los puntos $(3, -1, 2)$, $(8, 2, 4)$ y $(-1, -2, -3)$

34. El plano que pasa por el punto $(1, 2, 3)$ y contiene a la recta $x = 3t$, $y = 1 + t$, $z = 2 - t$

35. El plano que pasa por el punto $(6, 0, -2)$ y contiene a la recta $x = 4 - 2t$, $y = 3 + 5t$, $z = 7 + 4t$

36. El plano que pasa por el punto $(1, -1, 1)$ y contiene a la recta con ecuaciones simétricas $x = 2y = 3z$

37. El plano que pasa por el punto $(-1, 2, 1)$ y contiene a la recta de intersección de los planos $x + y - z = 2$ y $2x - y + 3z = 1$

38. El plano que pasa por los puntos $(0, -2, 5)$ y $(-1, 3, 1)$ y es perpendicular al plano $2z = 5x + 4y$

39. El plano que pasa por el punto $(1, 5, 1)$ y es perpendicular a los planos $2x + y - 2z = 2$ y $x + 3z = 4$

45-47 Encuentre el punto en el que la recta interseca al plano dado.

45. $x = 3 - t$, $y = 2 + t$, $z = 5t$; $\quad x - y + 2z = 9$

57-58 a) Encuentre las ecuaciones paramétricas para la recta de intersección de los planos y b) determine el ángulo entre los planos.

57. $x + y + z = 1, \quad x + 2y + 2z = 1$

75. Demuestre que la distancia entre los planos paralelos $ax + by + cz + d_1 = 0$ y $ax + by + cz + d_2 = 0$ es

$$D = \frac{|d_1 - d_2|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Respuestas:

19. Perpendicular **21.** $(4, -1, -5)$ **23.** $x - 2y + 5z = 0$
25. $x + 4y + z = 4$ **27.** $5x - y - z = 7$
29. $6x + 6y + 6z = 11$ **31.** $x + y + z = 2$
33. $-13x + 17y + 7z = -42$ **35.** $33x + 10y + 4z = 190$
37. $x - 2y + 4z = -1$ **39.** $3x - 8y - z = -38$

45. $(2, 3, 5)$

57. a) $x = 1$, $y = -t$, $z = t$ b) $\cos^{-1}\left(\frac{5}{3\sqrt{3}}\right) \approx 15.8°$

12.6 Ejercicios

3-8 Describa y bosqueje la superficie.

3. $x^2 + z^2 = 1$

5. $z = 1 - y^2$

7. $xy = 1$

21-28 Relacione la ecuación con su gráfica (marcadas I-VIII). Dé razones para sus elecciones.

21. $x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 1$

22. $9x^2 + 4y^2 + z^2 = 1$

23. $x^2 - y^2 + z^2 = 1$

24. $-x^2 + y^2 - z^2 = 1$

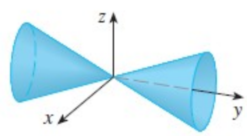
25. $y = 2x^2 + z^2$

26. $y^2 = x^2 + 2z^2$

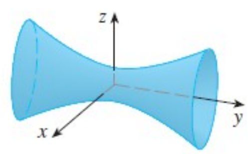
27. $x^2 + 2z^2 = 1$

28. $y = x^2 - z^2$

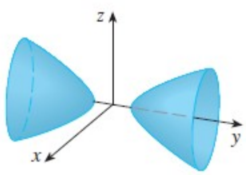
I



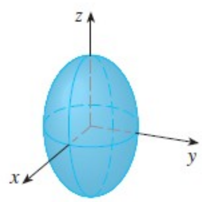
II



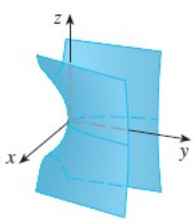
III



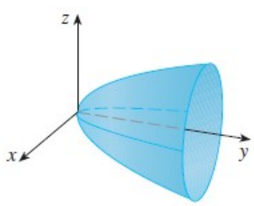
IV



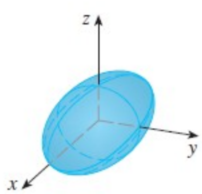
V



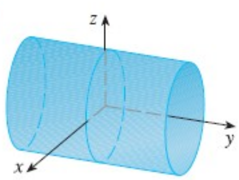
VI



VII



VIII



43. Encuentre una ecuación para la superficie obtenida al hacer girar la parábola $y = x^2$ respecto al eje y.

45. Encuentre una ecuación para la superficie que consta de los puntos que son equidistantes del punto $(-1, 0, 0)$ y el plano $x = 1$. Identifique la superficie.

46. Obtenga una ecuación para la superficie que consiste de todos los puntos P para los cuales la distancia de P al eje x es dos veces la distancia de P al plano yz. Identifique la superficie.

47. Tradicionalmente, la superficie de la Tierra se ha modelado como esfera, pero el Sistema Geodésico Mundial de 1984 (WGS-84) emplea un elipsoide como modelo más preciso. Sitúa el centro de nuestro planeta en el origen y el polo norte en el eje z positivo. La distancia del centro a los polos es 6356.523 km y la distancia a un punto en el ecuador es 6378.137.

a) Encuentre una ecuación de la superficie terrestre como la utilizada por el WGS-84.

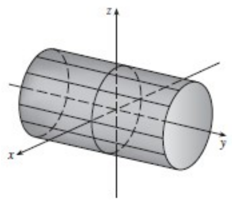
b) Las curvas de igual latitud son trazas en los planos $z = k$. ¿Cuál es la forma de estas curvas?

c) Los meridianos (curvas de igual longitud) son trazas en

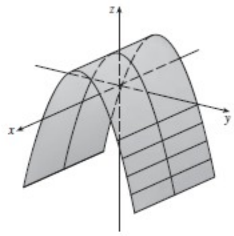
49. Demuestre que si el punto (a, b, c) yace sobre el paraboloide hiperbólico $z = y^2 - x^2$, entonces las rectas con ecuaciones paramétricas $x = a + t$, $y = b + t$, $z = c + 2(b - a)t$ y $x = a + t$, $y = b - t$, $z = c - 2(b + a)t$ yacen por completo sobre este paraboloide. (Esto muestra que el paraboloide hiperbólico es lo que se llama **superficie generada**; es decir, puede ser generada por el movimiento de una recta. De hecho, este ejercicio muestra que a través de cada punto sobre el paraboloide hiperbólico hay dos rectas generatrices. Las únicas otras superficies cuádricas que son superficies generadas son los cilindros, conos e hiperboloides de una hoja.)

Respuestas:

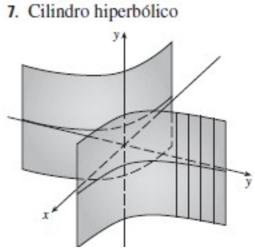
3. Cilindro circular



5. Cilindro parabólico



7. Cilindro hiperbólico



21. VII **23.** II **25.** VI **27.** VIII

43. $y = x^2 + z^2$ **45.** $-4x = y^2 + z^2$, paraboloide

47. a) $\dfrac{x^2}{(6378.137)^2} + \dfrac{y^2}{(6378.137)^2} + \dfrac{z^2}{(6356.523)^2} = 1$

b) Circunferencia c) Elipse