Luis Eduardo Robles Jimenez

Divisibilidad

1. Factorizar en potencias de # primos.

47 | 47
1
$47 = 47^1$

637 | 7
91 | 7
13 | 13
1
$637 = 13 \cdot 7^2$

4141 | 41
101 | 101
1
$4141 = 101 \cdot 41$

1007 | 19
53 | 53
1
$1007 = 19 \cdot 53$

3738 | 2
1869 | 3
625 | 7
89 | 89
1
$3738 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot$

1050,703 | 101
10403 | 101
103 | 103
1
$1'050,703 = 101^2 \cdot 103$

2. mcd

60, 90
$mcd(90,60) = mcd(60,30) = mcd(30,0) = 30$
$r = 90\%60 = 30 \quad r = 60\%30 = 0$

220, 1400
$mcd(1400, 220) = mcd(220, 80) = mcd(80, 60) = mcd(60, 20) = 20$
$r = 80 \quad r = 220-160 = 60 \quad r = 20 \quad r = 0$

2091, 4807
$mcd(4807, 2091) = mcd(2091, 625) = mcd(625, 216) = mcd(216, 193)$
$r = 625 \quad r = 216 \quad r = 193 \quad r = 23$
$= mcd(193, 23) = mcd(23, 9) = mcd(9, 5) = mcd(5, 4) = mcd(4, 1) = 1$
$r = 9 \quad r = 5 \quad r = 4 \quad r = 1 \quad r = 1$

15, 15⁹
$mcd(15^9, 15) = mcd(15, 0) = 15$
$r = 0$

3. mcm

$\Rightarrow mcm(x,y)\,mcd(x,y) = xy \Rightarrow mcm(x,y) = \dfrac{xy}{mcd(x,y)}$

$mcm(90,60) = \dfrac{90 \times 60}{30} = 180$, $mcm(1400, 220) = 15{,}400$

$mcm(2091, 4807) = 10'051,437 \quad mcm(15, 15^9) = 15^9$

4. $mcm(x,y)\,mcd(x,y) = xy \Rightarrow mcd(x,y)\,mcm(x,y) - xy = 0$

$(60, 90)$: $30 \times 180 - 90 \times 60 = 0$
$(220, 1400)$: $20 \times 15400 - 220 \times 1400 = 0$
$(2091, 4807)$: $1 \times 10'051,437 - 2091 \times 4807 = 0$
$(15, 15^9)$: $15 \times 15^9 - 15 \times 15^9 = 0$

5. Demostrar que si $d|m$, $d|n \Rightarrow d|(m-n)$

Si $d|m \Rightarrow \dfrac{m}{d} = x + r$; $x \in \mathbb{N}, r = 0$

Si $d|n \Rightarrow \dfrac{n}{d} = y + r$; $y \in \mathbb{N}, r = 0$

$\Rightarrow r = \dfrac{m}{d} - x = \dfrac{n}{d} - y \rightarrow \dfrac{m}{d} - \dfrac{n}{d} = x - y \rightarrow \dfrac{m-n}{d} = x - y$

Bonus 1.

Cualquier numero compuesto se puede representar como producto de numeros primos. $n = p_1 p_2 p_3 \dots p_n$

Entonces, si definimos un numero mayor en uno $(m = r+1)$.

Se observa que m dividido entre cada primo del conjunto, dará módulo igual a 1. Eso quiere decir que un factor primo que divida m debe ser un número mayor que p_n.

Bonus 2.

Un primo de Mersenne es un numero que tiene la forma $2^n - 1$. Todos los números primos de esta forma tienen n prima (pero no toda n prima un primo).

4 ejemplos.

$n=2:\ 2^2-1 = 3$, $n=3:\ 2^3-1=7$, $n=5:\ 2^5-1 = 31$, $n=7:\ 2^7-1=127$

Demostrar que 2^m-1 siendo m un número compuesto, genera otro compuesto

Sabiendo que m es compuesto, se puede expresar de la forma $2^{ab}-1$; $a,b>1$, y hacer lo mismo al 1, ya que no cambia

$2^{ab}-1^{ab}$, se ha llegado a una diferencia de potencias

$$(2^a)^b - (1^a)^b = (2^a-1)((2^a)^{b-1} + (2^a)^{b-2} + \dots + (2^a)+1)$$

Y de esta manera se demuestra que 2^m-1 es un número expresado como producto de enteros mayores, por lo tanto es compuesto