Hacer los impares y el 28

Sección 14.8

3-14 Utilizando multiplicadores de Lagrange, encuentre los valores máximo y mínimo de la función sujeta a la restricción o las restricciones dadas.

3. $f(x, y) = x^2 + y^2; \quad xy = 1$

4. $f(x, y) = 3x + y; \quad x^2 + y^2 = 10$

5. $f(x, y) = y^2 - x^2; \quad \frac{1}{4}x^2 + y^2 = 1$

6. $f(x, y) = e^{xy}; \quad x^3 + y^3 = 16$

7. $f(x, y, z) = 2x + 2y + z; \quad x^2 + y^2 + z^2 = 9$

8. $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2; \quad x + y + z = 12$

9. $f(x, y, z) = xyz; \quad x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6$

10. $f(x, y, z) = x^2y^2z^2; \quad x^2 + y^2 + z^2 = 1$

11. $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2; \quad x^4 + y^4 + z^4 = 1$

12. $f(x, y, z) = x^4 + y^4 + z^4; \quad x^2 + y^2 + z^2 = 1$

13. $f(x, y, z, t) = x + y + z + t; \quad x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 1$

14. $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_1 + x_2 + \cdots + x_n;$
$x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2 = 1$

15-18 Encuentre los valores extremos de f sujetos a ambas restricciones.

15. $f(x, y, z) = x + 2y; \quad x + y + z = 1, \quad y^2 + z^2 = 4$

17. $f(x, y, z) = yz + xy; \quad xy = 1, \quad y^2 + z^2 = 1$

27. Mediante los multiplicadores de Lagrange, demuestre que el rectángulo con área máxima que tiene un perímetro dado p es un cuadrado.

28. Mediante los multiplicadores de Lagrange, demuestre que el triángulo con área máxima que tiene un perímetro dado p es un triángulo equilátero.

Sugerencia: utilice la fórmula de Herón para el área:

$$A = \sqrt{s(s - x)(s - y)(s - z)}$$

donde $s = p/2$ y x, y, z son las longitudes de los lados.

SAC **45-46** Calcule los valores máximo y mínimo de f sujeta a la restricción dada. Utilice un sistema algebraico computarizado para resolver el sistema de ecuaciones que se origina al usar multiplicadores de Lagrange. (Si su sistema algebraico computarizado determina sólo una solución, podría requerir más comandos.)

45. $f(x, y, z) = ye^{x-z}; \quad 9x^2 + 4y^2 + 36z^2 = 36, \ xy + yz = 1$

Respuestas:

3. No hay máximo, mínimo $f(1, 1) = f(-1, -1) = 2$

5. Máximo $f(0, \pm 1) = 1$, mínimo $f(\pm 2, 0) = -4$

7. Máximo $f(2, 2, 1) = 9$, mínimo $f(-2, -2, -1) = -9$

9. Máximo $2/\sqrt{3}$, mínimo $-2/\sqrt{3}$

11. Máximo $\sqrt{3}$, mínimo 1

13. Máximo $f(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}) = 2$,
mínimo $f(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}) = -2$

15. Máximo $f(1, \sqrt{2}, -\sqrt{2}) = 1 + 2\sqrt{2}$,
mínimo $f(1, -\sqrt{2}, \sqrt{2}) = 1 - 2\sqrt{2}$

17. Máximo $\frac{3}{2}$, mínimo $\frac{1}{2}$

45. Máximo ≈ 9.7938, mínimo ≈ -5.3506