Aproximación Polinomial

Interpolación. Obtención de nuevos puntos, partiendo de un conjunto inicial.

Los modelos que mejor interpolan es sobre polinomios algebraicos de la forma

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

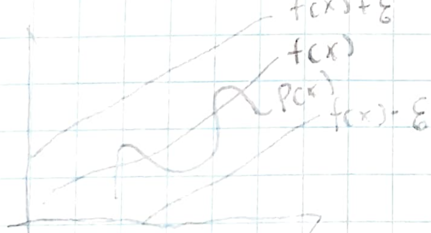
donde $n \in \mathbb{Z}^+$ y $a_i \in \mathbb{R}$.

La importancia es que aproximan de forma suave.

Para cada función que sea continua, hay un polinomio que se acerque tanto como se desee.

Teorema de Weierstrass

Suponga que f está definida y es continua en $[a,b]$.
(Para cada) $\forall\, \varepsilon > 0$ (existe) $\exists$ un polinomio P
definido en $[a,b]$ (tal que) $\ni$ $|f(x) - P(x)| < \varepsilon \quad \forall x \in [a,b]$



Una buena aproximación polinómica funciona para todo el intervalo.
No es el caso de Taylor porque funciona sólo para un punto

* Interpolación y polinomios de Lagrange

Este polinomio se define con el siguiente teorema.

Teorema.

Si $x_0, x_1, \ldots, x_n$ son $n+1$ números distintos y si f es una función cuyos valores están dados en esos números, $\Rightarrow \exists$ un único polinomio P de grado n con la propiedad de:

$f(x_i) = P(x_i) \quad \forall i = 0, \ldots, n$

Dicho polinomio está dado por $P_n(x) = \sum_{i=0}^{n} L_i(x)\, f(x_i)$

donde $L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \dfrac{(x - x_j)}{x_i - x_j}$