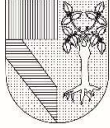


Tarea III

Factor integrante, Bernoulli, Riccati

Luis Eduardo Robles Jiménez

0224969

 UNIVERSIDAD PANAMERICANA Campus Bonaterra	Escuela de Ingeniería		Problemario
	Área: Ciencias Básicas		Fecha: 10/03/2021
	Materia: Ecuaciones Diferenciales.		Ciclo: 1212
	Profesor: MCI Luis Alonso Romo Mercado		CALIFICACIÓN
	Carrera:		
	Alumno(a):		

1. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales por el método de factor integrante.

a) $\frac{dy}{dx} = \frac{\text{Sen } y}{x \cos y - \text{Sen}^2 y}$

b) $\frac{dl}{dt} = \frac{t-tl}{t^2+1}$

c) $(x + x^3 \text{Sen } 2y)dy - 2y dx = 0$

2. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales de Bernoulli por el método de su elección.

a) $x^2 \frac{dy}{dx} + y^2 = xy$

b) $x \frac{dy}{dx} - (1+x)y = xy^2$

3. Resuelva la siguiente ecuación diferencial de Riccati.

a) $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}y + y^2, y_1 = \frac{2}{x}$

TAREA. III

Factor Integrante, Bernoulli, Riccati

I. Factor integrante

$$a) \frac{dy}{dx} = \frac{\sec y}{x \cos y - \sec^2 y} \rightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{x \cos y - \sec^2 y}{\sec y}$$

$$\frac{dx}{dy} = x \cot y - \sec y \rightarrow x' + P(y)x = f(y)$$

$$x' + (-x \cot y) = -\sec y$$

$$\text{Factor} = e^{\int -\cot y dy} = e^{-\ln \sec y} = e^{-\ln \sec y} \\ = \frac{1}{\sec y} = \csc y$$

$$\frac{dx}{dy} \csc y - x \cot y \csc y = -\sec y \csc y$$

$$\frac{dx}{dy} \csc y - x \cot y \csc y = -1$$

$$\frac{d}{du} [x \csc y] = -1$$

$$x \csc y = -y + C \Rightarrow x = -y \sec y + C \sec y$$

$$x = \sec y (C - y)$$

$$b) \frac{dI}{dt} = \frac{t - tI}{t^2 + 1}$$

$$I' = \frac{t}{t^2 + 1} - \frac{t}{t^2 + 1} I$$

$$I' + I \frac{t}{t^2 + 1} = \frac{t}{t^2 + 1} \rightarrow \text{Factor. } e^{\int \frac{t}{t^2 + 1} dt} = e^{\frac{1}{2} \ln u} = \sqrt{t^2 + 1}$$

$u = t^2 + 1$
 $du = 2t dt$

$$I' \sqrt{t^2 + 1} + I \frac{t}{\sqrt{t^2 + 1}} = \frac{t}{\sqrt{t^2 + 1}}$$

$$\frac{d}{dx} [\sqrt{t^2 + 1} I] = \frac{t}{\sqrt{t^2 + 1}}$$

$$I \sqrt{t^2 + 1} = \frac{1}{2} u^{1/2}$$

$$I \sqrt{t^2 + 1} = \sqrt{t^2 + 1} + C$$

$$I = 1 + \frac{C}{\sqrt{t^2 + 1}}$$

$$c) (x + x^3 \sin(2y)) dy - 2y dx = 0 \rightarrow \text{No es lineal}$$

$$(x + x^3 \sin(2y)) dy = 2y dx$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{(x + x^3 \sin(2y))}$$

$$\frac{dy}{dx} - \frac{2y}{(x + x^3 \sin(2y))} = 0$$

No se resuelve
por factor
integrante

$$y' + P(x)y = Q(x)y^n$$

TAREA III

$$z = y^{1-n}$$

Bernoulli, resolver por método de elección.

a) $x^2 \frac{dy}{dx} + y^2 = xy$

$$x^2 \frac{dy}{dx} + xy = -y^2$$

$$y' - \frac{y}{x} = -\frac{y^2}{x^2} \rightarrow z = y^{1-2} = \frac{1}{y} \rightarrow y = \frac{1}{z}$$

$$\frac{-z'}{z^2} - \frac{1}{zx} = -\frac{\left(\frac{1}{z}\right)^2}{x^2}$$

$$y' = \frac{-z'}{z^2}$$

$$\frac{-z'}{z^2} - \frac{1}{zx} = \frac{-\frac{1}{z^2}}{x^2} = \frac{-1}{x^2 z^2} \leftarrow \text{Todo por } -z^2$$

$$z' + \frac{z}{x} = \frac{1}{x^2} \rightarrow \text{No separable}$$

$$\frac{dz}{dx} + \frac{z}{x} = \frac{1}{x^2} \rightarrow dz + dx\left(\frac{z}{x} - \frac{1}{x^2}\right) = 0$$

No es homogénea
Ni exacta

Factor: $e^{\int \frac{1}{x} dx} = e^{\ln x} = x$

$$\frac{dz}{dx} x + z = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{z}{x} \right] = \frac{1}{x}$$

$$\frac{z}{x} = \ln x + C$$

$$z = \frac{\ln x + C}{x}$$

$$y = \frac{x}{\ln x + C}$$

Tarea III

$$b) \frac{xdy}{dx} - (1+x)y = xy^2$$

$$z = y^{1-n} = \frac{1}{y} \Rightarrow y = \frac{1}{z}$$

$$y' = -\frac{z'}{z^2}$$

$$y' - (1+x)\frac{y}{x} = y^2$$

$$\frac{-z'}{z^2} - \frac{(1+x)}{xz} = \frac{1}{z^2}$$

$$z' + \frac{z(1+x)}{x} = -1$$

$$\text{Factor: } e^{\int \frac{(1+x)}{x} dx} = e^{\int \frac{1}{x} dx} e^{\int x dx} = x e^x$$

$$z' x e^x + z' x e^x (1+x) = -x e^x$$

$$\frac{d}{dx} [z x e^x] = -x e^x$$

$$z x e^x = -(e^x - x e^x + c) = -e^x$$

$$z x e^x = -e^x + x e^x + c$$

$$z = \frac{-e^x(1-x) + c}{x e^x}$$

$$y = \frac{-x e^x}{e^x(1-x) + c}$$

TAREA III

3. Resuelva ecuación de Riccati.

$$a) \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x^2} - \frac{y}{x} + y^2, \quad y_1 = \frac{2}{x}$$
$$y_1' = \frac{-2}{x^2}$$

1. Comprobar

$$\frac{-2}{x^2} = \frac{-1}{x^2} - \frac{2}{x^2} + \frac{4}{x^2}$$

$$\frac{-2}{x^2} \stackrel{!}{=} \frac{1}{x^2} \leftarrow \text{Solución Parcial.}$$