

Ejercicios de práctica

Serie de Taylor y operaciones con números binarios

1) Obtenga la fórmula de Taylor de segundo orden alrededor del 0:

a) $f(x) = \frac{1}{1+x^2} \approx 1 - x^2$

b) $f(x) = \ln(1-x) + \ln(1+x) \approx -x^2$

c) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \approx x_0^{-\frac{1}{2}} - \frac{x-x_0}{2} x_0^{-\frac{3}{2}} + \frac{3(x-x_0)^2}{8} x_0^{-\frac{5}{2}}$

2) Usa la serie de Taylor de orden 2 para aproximar el valor dado.

a) $\sqrt[3]{2.1} \approx 1.2322$

b) $f(x) = (3.14)^3 \approx 30.9564$

c) $f(x) = 2^{2.01} \approx 4.028110$

3) Convierte los siguientes números a binario

a) $179 \rightarrow 10110011_2$

b) $32 \rightarrow 100000_2$

c) $20 \rightarrow 10100_2$

4) Convierte los siguientes números a decimal

a) $1110101 \rightarrow 117_{10}$

b) $0111001010 \rightarrow 458_{10}$

c) $1101 \rightarrow 13_{10}$

d) $010101 \rightarrow 21_{10}$

5) Realiza las siguientes operaciones en binario

a) $11010101 + 01010011 = 100101000_2$

b) $01101111 - 11001001 = 10100110_2$

c) $11100010 * 11001 = 1011000010010_2$

d) $10011011 / 101 = 11111_2$

TAREA Taylor and binary

1. Fórmula de Taylor de segundo orden.

a) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, $f'(x) = \frac{-2x}{(1+x^2)^2}$, $f''(x) = \frac{-2(1+x^2)^2 + 2x(2x+2)}{(1+x^2)^4}$
 $f(0) = 1$, $f'(0) = 0$, $f''(0) = -2$
 $f(x) \approx 1 + \frac{-2}{2}x^2 = 1 - x^2$

b) $f(x) = \ln(1-x) + \ln(1+x)$ $f'(x) = \frac{-1}{1-x} + \frac{1}{1+x} = \frac{2x}{x^2-1}$ $f''(x) = \frac{2(x^2-1) - 4x^2}{(x^2-1)^2}$
 $f(0) = 0$ $f'(0) = 0$ $f''(0) = -2$
 $f(x) = \frac{-2}{2}x^2 = -x^2$

c) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} = x^{-1/2}$ $f'(x) = -\frac{x^{-3/2}}{2}$ $f''(x) = \frac{3x^{-5/2}}{4}$
 $f(x) \approx \frac{1}{\sqrt{x_0}} - \frac{x_0^{-3/2}}{2}(x-x_0) + \frac{3x_0^{-5/2}}{8}(x-x_0)^2$

2. Serie de Taylor de orden 2 para aproximar el valor.

a) $\sqrt[3]{2.1} \rightarrow x_0 = 2$ $f(x) = \sqrt[3]{x}$ $f(1) = 1$
 $f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ $f'(1) = \frac{1}{3}$
 $f''(x) = \frac{-2}{9\sqrt[3]{x^5}}$ $f''(1) = -\frac{2}{9}$
 $= 1.2805$

$$f(x) \approx 1 + \frac{(x-1)}{3} - \frac{(x-1)^2}{9} = \frac{2}{3} + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + \frac{2x}{9} - \frac{1}{9} = \frac{-x^2}{9} + \frac{5x}{9} + \frac{5}{9}$$

$$f(2.1) \approx \frac{-(2.1)^2}{9} + \frac{5(2.1)}{9} + \frac{5}{9} \approx 1.2322$$

b) $f(x) = (3.14)^3 \rightarrow x_0 = 3$ $f(x) = x^3$ $f(3) = 27$
 $f'(x) = 3x^2$ $f'(3) = 27$
 $f''(x) = 6x$ $f''(3) = 18$
 $= 30.959$

$$f(x) \approx 27 + 27(x-3) + \frac{18(x-3)^2}{2} = 27x - 54 + 9x^2 - 54x + 81 = 9x^2 - 27x + 27$$

$$f(3.14) = 30.9564$$

c) $f(x) = (2)^{2^x} \rightarrow x_0 = 2$ $f(x) = 2^x$ $f(2) = 4$
 $f'(x) = \ln 2 \cdot 2^x$ $f'(2) = 4 \ln 2$
 $f''(x) = \ln^2 2 \cdot 2^x$ $f''(2) = 4 \ln^2 2$
 4.03

$$f(x) \approx 4 + \ln 16(x-2) + \frac{\ln^2 16(x-2)^2}{2} = 4 + \ln 16x - 2 \ln 16 + \frac{\ln^2 16 x^2}{2} - 2 \ln^2 16 x + 2 \ln^2 16$$

$$\approx \frac{\ln^2 16 x^2}{2} + x(\ln 16 - 2 \ln 16) + 4 - 2 \ln 16 + 2 \ln^2 16$$

$$f(2.01) = 4.028110$$

3. A binario

a) 179

	$n/2$	$n\%2$
179	89	1
	44	1
	22	0
	11	0
	5	1
	2	1
	1	0
	0	1 ✓

→ 10110011₂

b) 32

	$n/2$	$n\%2$
32	16	0
	8	0
	4	0
	2	0
	1	0
	0	1

→ 100000

c) 20

	$n/2$	$n\%2$
20	10	0
	5	0
	2	1
	1	0
	0	1

→ 10100

4. A decimal

a) 1110101

$$1 + 4 + 16 + 32 + 64 = 117$$

b) 0111001010

$$2 + 8 + 64 + 128 + 256 = 458$$

c) 1101

$$1 + 4 + 8 = 13$$

d) 010101

$$1 + 4 + 16 = 21$$

5. Operaciones

$$\begin{array}{r} 11010101 \\ + 01010011 \\ + 00101000 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1100010 \\ - 11001 \\ \hline 11001001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 01101111 \\ - 11001001 \\ \hline 10100110 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0001111 \\ 101 \overline{) 1001101} \\ \underline{101} \\ 01001 \\ \underline{101} \\ 01000 \\ \underline{101} \\ 0111 \\ \underline{101} \\ 0101 \\ \underline{101} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11100010 \\ * \\ \underline{11001} \\ 111000010 \\ 00000000 \\ 00000000 \\ 111000010 \\ \hline 1011000010010 \end{array}$$