

## 15.7

3-8 Evalúe la integral iterada.

3.  $\int_0^2 \int_0^{2z} \int_0^{y-z} (2x - y) dx dy dz$
4.  $\int_0^1 \int_x^{2x} \int_0^y 2xyz dz dy dx$
5.  $\int_1^2 \int_0^{2z} \int_0^{\ln x} x e^{-y} dy dx dz$
6.  $\int_0^1 \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-z^2}} \frac{z}{y+1} dx dz dy$
7.  $\int_0^{\pi/2} \int_0^x \int_0^x \cos(x+y+z) dz dx dy$
8.  $\int_0^{\sqrt{\pi}} \int_0^x \int_0^x x^2 \sin y dy dz dx$

9-18 Evalúe la integral triple.

9.  $\iiint_E y dV$ , donde  
 $E = \{(x, y, z) \mid 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq x, x - y \leq z \leq x + y\}$
10.  $\iiint_E e^{x/2} dV$ , donde  
 $E = \{(x, y, z) \mid 0 \leq y \leq 1, y \leq x \leq 1, 0 \leq z \leq xy\}$
11.  $\iiint_E \frac{z}{x^2 + z^2} dV$ , donde  
 $E = \{(x, y, z) \mid 1 \leq y \leq 4, y \leq z \leq 4, 0 \leq x \leq z\}$

### 15.8 Ejercicios

1-2 Grafique los puntos cuyas coordenadas cilíndricas están dadas. Después encuentre las coordenadas rectangulares del punto.

1. a)  $(4, \pi/3, -2)$  b)  $(2, -\pi/2, 1)$
2. a)  $(\sqrt{2}, 3\pi/4, 2)$  b)  $(1, 1, 1)$

3-4 Cambie de coordenadas rectangulares a cilíndricas.

3. a)  $(-1, 1, 1)$  b)  $(-2, 2\sqrt{3}, 3)$
4. a)  $(2\sqrt{3}, 2, -1)$  b)  $(4, -3, 2)$

5-6 Describa en palabras la superficie cuya ecuación está dada.

5.  $\theta = \pi/4$
6.  $r = 5$

7-8 Identifique la superficie cuya ecuación está dada.

7.  $z = 4 - r^2$
8.  $2r^2 + z^2 = 1$

9-10 Exprese la ecuación en coordenadas cilíndricas.

9. a)  $x^2 - x + y^2 + z^2 = 1$  b)  $z = x^2 - y^2$
10. a)  $3x + 2y + z = 6$  b)  $-x^2 - y^2 + z^2 = 1$

11-12 Trace el sólido descrito por las siguientes desigualdades.

11.  $0 \leq r \leq 2, -\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2, 0 \leq z \leq 1$

29-30 Evalúe la integral cambiando a coordenadas cilíndricas.

29.  $\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} \int_{\sqrt{z^2+y^2}}^2 xz dz dx dy$

### 15.9 Ejercicios

1-2 Localice el punto cuyas coordenadas esféricas se dan. A continuación encuentre las coordenadas rectangulares del punto.

1. a)  $(6, \pi/3, \pi/6)$  b)  $(3, \pi/2, 3\pi/4)$
2. a)  $(2, \pi/2, \pi/2)$  b)  $(4, -\pi/4, \pi/3)$

3-4 Cambie de coordenadas rectangulares a esféricas.

3. a)  $(0, -2, 0)$  b)  $(-1, 1, -\sqrt{2})$
4. a)  $(1, 0, \sqrt{3})$  b)  $(\sqrt{3}, -1, 2\sqrt{3})$

5-6 Describa verbalmente la superficie cuya ecuación se da.

5.  $\phi = \pi/3$
6.  $\rho = 3$

7-8 Identifique la superficie cuya ecuación se da.

9-10 Escriba la ecuación en coordenadas esféricas. = 9

9. a)  $z^2 = x^2 + y^2$  b)  $x^2 + z^2 = 9$
10. a)  $x^2 - 2x + y^2 + z^2 = 0$  b)  $x + 2y + 3z = 1$

11-14 Trace el sólido descrito por las desigualdades dadas.

11.  $2 \leq \rho \leq 4, 0 \leq \phi \leq \pi/3, 0 \leq \theta \leq \pi$
12.  $1 \leq \rho \leq 2, 0 \leq \phi \leq \pi/2, \pi/2 \leq \theta \leq 3\pi/2$
13.  $\rho \leq 1, 3\pi/4 \leq \phi \leq \pi$

39-41 Evalúe la integral cambiando a coordenadas esféricas.

39.  $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{2-x^2-y^2}} xy dz dy dx$
40.  $\int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\sqrt{a^2-y^2}}^{\sqrt{a^2-y^2}} \int_{-\sqrt{a^2-x^2-y^2}}^{\sqrt{a^2-x^2-y^2}} (x^2z + y^2z + z^3) dz dx dy$
41.  $\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{2-\sqrt{4-x^2-y^2}}^{2+\sqrt{4-x^2-y^2}} (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2} dz dy dx$

### 15.5 Ejercicios

3-10 Encuentre la masa y el centro de masa de la lámina que ocupa la región  $D$  y tiene la función de densidad dada  $\rho$ .

3.  $D = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq 4\}; \rho(x, y) = ky^2$
4.  $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b\}; \rho(x, y) = 1 + x^2 + y^2$
5.  $D$  es la región triangular con vértices  $(0, 0), (2, 1), (0, 3); \rho(x, y) = x + y$
6.  $D$  es la región triangular con vértices encerrada por las rectas  $x = 0, y = x$  y  $2x + y = 6; \rho(x, y) = x^2$
7.  $D$  esta acotada por  $y = 1 - x^2$  y  $y = 0; \rho(x, y) = ky$
8.  $D$  está acotada por  $y = x^2$  y  $y = x + 2; \rho(x, y) = kx$
9.  $D = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq \sin(\pi x/L), 0 \leq x \leq L\}; \rho(x, y) = y$

## Respuestas:

15.5

3.  $42\mathbf{k}$ ,  $(2, \frac{85}{28})$     5.  $6, (\frac{3}{4}, \frac{3}{2})$     7.  $\frac{5}{13}\mathbf{k}$ ,  $(0, \frac{4}{7})$

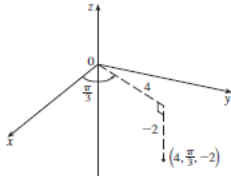
9.  $L/4$ ,  $(L/2, 16/(9\pi))$

15.7

3.  $\frac{16}{15}$     5.  $\frac{5}{3}$     7.  $-\frac{1}{3}$     9.  $\frac{27}{2}$     11.  $9\pi/8$

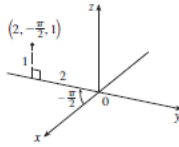
15.8

1. a)



$(2, 2\sqrt{3}, -2)$

b)



$(0, -2, 1)$

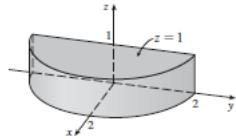
3. a)  $(\sqrt{2}, 3\pi/4, 1)$     b)  $(4, 2\pi/3, 3)$

5. Medio plano vertical que pasa por el eje  $z$

7. Paraboloide circular

9. a)  $z^2 = 1 + r \cos \theta - r^2$     b)  $z = r^2 \cos 2\theta$

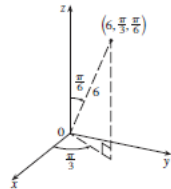
11.



29. 0

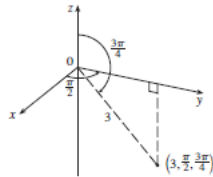
15.9

1. a)



$(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}, 3\sqrt{3})$

b)



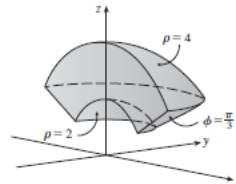
$(0, \frac{3\sqrt{2}}{2}, -\frac{3\sqrt{2}}{2})$

3. a)  $(2, 3\pi/2, \pi/2)$     b)  $(2, 3\pi/4, 3\pi/4)$

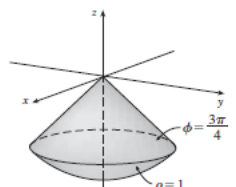
5. Medio cono    7. Esfera, radio  $\frac{1}{2}$ , centro  $(0, \frac{1}{2}, 0)$

9. a)  $\cos^2 \phi = \sin^2 \phi$     b)  $\rho^2 (\sin^2 \phi \cos^2 \theta + \cos^2 \phi) = 9$

11.



13.



39.  $(4\sqrt{2} - 5)/15$     41.  $4096\pi/21$