UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA
CENTRO UNIVERSITARIO DE CIENCIAS EXACTAS E INGENIERÍAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

"PROBLEMAS PROPUESTOS PARA LA MATERIA DE MATEMÁTICAS DISCRETAS"

P R E S E N T A

M.S.I. JOSÉ FRANCISCO VILLALPANDO BECERRA

ÍNDICE

NOMENCLATURA

A, B, C	Conjuntos
$A \times B$	Producto Cartesiano de los conjuntos A y B
a, b, c	Elementos de algún conjunto
$A = \{a, b, c\}$	Conjunto A que consta de los elementos a, b, c
$\vert A \vert$	Cardinalidad del conjunto A
$\leq$	Menor o igual que
$\geq$	Mayor o igual que
$>$	Mayor que
$<$	Menor que
$\approx$	Aproximadamente igual
$\ldots$	Así sucesivamente
$\wedge$	Disyunción (y)
$\vee$	Conjunción (o)
$\mathbb{N}$	Conjunto de los números naturales
$\mathbb{Z}$	Conjunto de los números enteros
$\mathbb{Q}$	Conjunto de los números racionales
$\mathbb{R}$	Conjunto de los números reales
(a, b)	Par ordenado
$\subseteq$	Subconjunto
$\subset$	Subconjunto propio
t. q.	Tal que
$\in$	Es elemento o pertenece a
$\notin$	No es elemento de o no pertenece
$\forall$	Para todo
$\exists$	Existe
$\cup$	Unión
$\cap$	Intersección
$\varnothing$	Conjunto Vacío
$\oplus$	Diferencia simétrica
$-$	Diferencia
$\equiv$	Si y sólo si ó equivalencia
$=$	Igual a
$\neq$	Diferente a
$\Rightarrow$	Si … entonces
R, **S**, **T**	Relaciones
$\vert \mathbf{R} \vert$	Cardinalidad de la relación **R**
$\not\mathbf{R}$	No es una relación
$a \mathbf{R} b$	*a* está en relación con *b*
$a \not\mathbf{R} b$	*a* no está en relación con *b*
Dom(**R**)	Dominio de la relación **R**
Cod(**R**)	Codominio de la relación **R**
$\mathbf{R}'$, $\sim\mathbf{R}$	Complemento de la relación **R**
$\mathbf{R}^{-1}$, $\mathbf{R}^{\sim}$	Inverso de una relación **R**
P(**R**)	Conjunto potencia de la relación **R**

$\mathbf{S} \circ \mathbf{R}$	Composición de las relaciones **R** y **S**
$\mathbf{R_1}$	Extensión transitiva de la relación **R**
$\mathbf{R}^*$	Cerradura transitiva de la relación **R**
$[a]$	Clase de equivalencia de *a*
$a \mid b$	*a* divide a *b* (división entera)
$a \nmid b$	*a* no divide a *b*
$\preccurlyeq$	Orden parcial
$a \preccurlyeq b$	*a* está en relación con *b* en un orden parcial
$\not\preccurlyeq$	No es un orden parcial
$a \not\preccurlyeq b$	*a* no está en relación con *b* en un orden parcial
$\sum$	Sumatoria
$\prod$	Multiplicatoria
∞	Infinito
$\pm$	Más menos
$!$	Factorial
$\mathrm{P}(n, r)$	Permutación de un conjunto de *n* elementos tomando *r* elementos a la vez
$\mathrm{C}(n, r)$	Combinación de un conjunto de *n* elementos tomando *r* elementos a la vez
$\binom{n}{r}$	Coeficiente binomial
$\binom{n}{n_1, n_2, \ldots, n_t}$	Coeficiente multinomial
$\mathbf{G} = (\mathrm{V}, \mathrm{E})$	Grafo **G**
(i, j) ó e	Lado ó arista de un grafo
v	Vértice
K_n	Grafo completo de *n* vértices
$K_{m,n}$	Grafo bipartita de *m* y *n* vértices
(a, b, c, d)	Sucesión de lados
$\delta(v)$	Grado o valencia del vértice *v*
$w(i, j)$	Peso del lado (i, j)
A_G	Matriz de Adyacencia del grafo **G**
I_G	Matriz de Incidencia del grafo **G**
R	Regiones o caras de un grafo
$\mathbf{T} = (\mathrm{V}, \mathrm{E})$	Árbol **T**
$h(\mathbf{T})$	Altura del árbol **T**

UNIDAD 1. RELACIONES

Problemas propuestos

1. Coloque una **S** si la relación es un Orden Parcial sobre $\mathbb{Z}$ y una **N** si no lo es.

R = {(a, b) tal que $a = b + 1$} [ ]
S = {(a, b) tal que $a \leq b$} [ ]
T = {(a, b) tal que $a > b$} [ ]

2. Sea A={1,2,3} y sean **R**={(1,1),(2,2),(3,3)} y **S**={(1,1),(1,2),(1,3)} dos relaciones sobre A. Relacione las columnas colocando la letra correcta para indicar el resultado de cada una de las siguientes operaciones.

A) {(1,1),(2,2),(3,3)}	$\mathbf{R} \cup \mathbf{S}$	[ ]
B) {(1,2),(1,3)}	$\mathbf{R} \cap \mathbf{S}$	[ ]
C) {(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(3,3)}	$\mathbf{R} - \mathbf{S}$	[ ]
D) {(1,1),(1,2),(1,3)}	$\mathbf{S} - \mathbf{R}$	[ ]
E) {(1,2),(1,3),(2,1),(2,3),(3,1),(3,2)}	$\mathbf{R} \oplus \mathbf{S}$	[ ]
F) {(2,2),(3,3)}	**R'**	[ ]
G) {(1,2),(1,3),(2,2),(3,3)}	**S'**	[ ]
H) {(1,1),(1,2),(1,3),(2,2),(3,3)}	$\mathbf{S}^{-1}$	[ ]
I) {(1,1),(2,1),(3,1)}	$(\mathbf{S} \circ \mathbf{R})$	[ ]
J) {(1,1)}	$\mathbf{R}_1$	[ ]

3. Sean las siguientes relaciones sobre el conjunto A = {1,2,3}. Relacione las columnas colocando la letra correcta para indicar las propiedades de cada relación.

A) {(a, b) tal que $a \leq b$}	Reflexiva, simétrica	[ ]
B) {(a, b) tal que $a > b$}	Reflexiva, antisimétrica	[ ]
C) {(a, b) tal que $a = b$}	Irreflexiva, antisimétrica	[ ]
D) {(a, b) tal que $a + b \leq 3$}	Simétrica	[ ]

4. Sean A={1, 2, 3, 4, 5} y **R**={(x, y) t. q. $x = y - 1$; $x, y \in$ A}. Relacione las columnas, indicando que representa cada uno de los siguientes conjuntos.

A) {2,3,4,5}	Los elementos de **R**	[ ]
B) {(2,1),(3,2),(4,3),(5,4)}	Los elementos de $\mathbf{R}^{-1}$	[ ]
C) {(1,2),(2,3),(3,4),(4,5)}	El Dominio de **R**	[ ]
D) {1,2,3,4}	El Dominio de $\mathbf{R}^{-1}$	[ ]

5. Sea **R**={(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(4,4),(4,5),(5,4),(5,5)} una relación de equivalencia sobre A={1,2,3,4,5}. Cuál es la partición originada por **R**. [ ]

A) {1,2,3,4,5} B) {{1,2},{3},{4,5}} C) {{1,2},{3,4},{5}} D) {{1},{2},{3},{4},{5}}

6. Sean A={1,2,3,4}y **R**={(1,1),(2,1),(3,2),(4,3)}. Encuentre $(\mathbf{R} \circ \mathbf{R})^{-1}$. [ ]

A) {(1,2),(2,3),(3,4),(4,1)} B) {(1,1),(1,2),(2,3),(3,4)} C) {(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)} D) {(1,1),(1,2),(1,3),(2,4)}

7. Escriba una **V** si la afirmación es verdadera y una **F** si es falsa.

Si **R** es simétrica, entonces $\mathbf{R}^{-1}$ es simétrica [ ]
Si **R** y **S** son transitivas, entonces $\mathbf{R} \circ \mathbf{S}$ es transitiva [ ]
Si **R** y **S** son reflexivas, entonces $\mathbf{R} \cap \mathbf{S}$ es reflexiva [ ]

8. Sean A={1,2,3,4}y **R**={(1,1),(2,1),(3,2),(4,3)}. Encuentre $\mathbf{R} \circ \mathbf{R}$. [ ]

A) {(1,1),(2,1),(3,1),(4,2)} B){(1,1),(2,1),(3,2),(4,3)} C){(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)} D){(1,2),(2,3),(3,4),(4,1)}

9. Escriba una **V** si la afirmación es verdadera y una **F** si es falsa.

Si **R** y **S** son transitivas, entonces $\mathbf{R} \cup \mathbf{S}$ es transitiva [ ]
Si **R** es reflexiva, entonces $\mathbf{R}^{-1}$ es reflexiva [ ]
Si **R** y **S** son reflexivas, entonces $\mathbf{R} \cup \mathbf{S}$ es reflexiva [ ]

10. Encuentre la relación de equivalencia cuyas clases de equivalencia son: [1]=[2]={1,2},[3]={3},[4]={4}. **[ ]**

A) {(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,3),(3,1)}
B) {(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,4),(4,1)}
C) {(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,2),(2,1)}
D) {(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(2,4),(4,2)}

11. Coloque una **S** si la relación es un Orden Parcial sobre $\mathbb{Z}$ y una **N** si no lo es.

R = {(a, b) tal que $a \mid b$ (división entera)} **[ ]**
S = {(a, b) tal que $a + b \leq 3$} **[ ]**
T = {(a, b) tal que $a = b$*2} **[ ]**

12. Relacione las columnas indicando las propiedades que tiene cada una de las siguientes relaciones binarias sobre A={1,2,3,4}.

A) {(1,2),(2,3),(1,3)} — Reflexiva, antisimétrica y transitiva **[ ]**
B) {(1,1),(1,2),(1,3),(2,2),(2,3),(3,3),(4,4)} — Irreflexiva, antisimétrica y transitiva **[ ]**
C) {(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(4,4)} — Reflexiva, simétrica y transitiva **[ ]**

13. ¿Cuáles propiedades tiene cada una de las siguientes relaciones binarias?

A)

R	*a*	*B*	*c*	*d*
a				√
b			√	
c		√		
d	√			

B)

S	*a*	*b*	*c*	*d*
a	√			
b		√		
c			√	
d				√

C)

T	*a*	*b*	*c*	*d*
a	√		√	√
b		√		√
c		√	√	
d				√

D)

U	*a*	*b*	*c*	*d*
a		√		√
b				√
c				
d				

E)

V	*a*	*b*	*c*	*d*
a	√	√		√
b	√	√		
c			√	
d	√			√

Reflexiva, antisimétrica, no transitiva **[ ]**
Reflexiva, simétrica, no transitiva **[ ]**
Reflexiva, simétrica, transitiva **[ ]**
Irreflexiva, antisimétrica, transitiva **[ ]**
Irreflexiva, simétrica, no transitiva **[ ]**

14. Sea **R** una relación de equivalencia sobre $\mathbb{Z}$. Determine el Codominio de **R**. **[ ]**

A) $\mathbb{Q}^+$ B) $\mathbb{Z}$ C) $\mathbb{R}^+$ D) $\varnothing$

15. Encuentre la relación de equivalencia cuyas clases de equivalencia son: {a}, {b, d} y {c} **[ ]**

A) {(a,a),(b,b),(c,c},(d,d),(d,a),(b,c)}
B) {(a,a),(b,b),(c,c},(d,d),(a,c),(c,a)}
C) {(a,a),(b,b),(c,c},(d,d),(b,a),(d,c)}
D) {(a,a),(b,b),(c,c},(d,d),(b,d),(d,b)}

16. Las siguientes propiedades de la composición de relaciones son verdaderas EXCEPTO: **[ ]**

A) $\mathbf{S}\circ\mathbf{R} = \mathbf{R}\circ\mathbf{S}$ B) $\mathbf{S}\circ\mathbf{R} \neq \mathbf{R}\circ\mathbf{S}$ C) $\mathbf{T}\circ(\mathbf{S}\circ\mathbf{R}) = (\mathbf{T}\circ\mathbf{S})\circ\mathbf{R}$ D) $(\mathbf{S}\circ\mathbf{R})^{-1} = \mathbf{R}^{-1}\circ\mathbf{S}^{-1}$

17. Sean **A**={1,2,3,4} y **R**={(1,2),(3,2)} una relación sobre **A**. Determine el Codominio o rango de $\mathbf{R}\circ\mathbf{R}^{-1}$. **[ ]**

A) {4} B) {3} C) {2} D) {1}

18. Cuál de las siguientes operaciones sobre relaciones es siempre verdadera: **[ ]**

A) $\mathbf{R} \cup \varnothing = \varnothing$ B) $\mathbf{R} \oplus \mathbf{R} = \varnothing$ C) $\mathbf{R} - \varnothing = \varnothing$ D) $\mathbf{R} \cap \varnothing = \mathbf{R}$

19. Sea **R**={(a,a),(a,b),(b,b),(b,a),(c,c),(d,d),(d,e),(e,d),(e,e)} una relación de equivalencia sobre A={a,b,c,d,e}. Determine cuál es la partición originada por la relación anterior sobre A. **[ ]**

A) {{a,b},{c,d},{e}} B) {a,b,c,d,e} C) {{a,b},{c},{d,e}} D) {{a},{b},{c},{d},{e}}

20. Cuál propiedad de la composición de relaciones es siempre verdadera: **[ ]**

A) $\mathbf{S}\circ\mathbf{R} = \mathbf{R}\circ\mathbf{S}$ B) $\mathbf{S}\circ\mathbf{R} \neq \mathbf{R}\circ\mathbf{S}$ C) $\mathbf{T}\circ(\mathbf{S}\circ\mathbf{R}) \neq (\mathbf{T}\circ\mathbf{S})\circ\mathbf{R}$ D) $\mathbf{T}\circ(\mathbf{S}\circ\mathbf{R}) = \mathbf{R}\circ(\mathbf{S}\circ\mathbf{T})$

21. Sean **A**={1,2,3,4} y **R**={(1,2),(3,2)} una relación sobre **A**. Determine el Dominio de $\mathbf{R}^{-1}\circ\mathbf{R}$. **[ ]**

A) {2,4} B) {1,2,3,4,5} C) {1,2,3} D) {1,3}

22. Las siguientes operaciones sobre las relaciones son siempre verdaderas EXCEPTO: [ ]

A) $\mathbf{R} \cup \varnothing = \mathbf{R}$ B) $\mathbf{R} \cap \varnothing = \varnothing$ C) $\mathbf{R} - \varnothing = \varnothing$ D) $\mathbf{R} \oplus \mathbf{R} = \varnothing$

23. Sean A={x t.q. x<10, $x \in \mathbb{N}$} y **R**={(x, y) t. q. 5 | a (x–y), $x \neq y$ (división entera)} una relación sobre A. Determine **R**. [ ]

A) {(6,1),(7,2),(8,3),(9,4),(10,5)} B) {(5,0),(6,1),(7,2),(8,3),(9,4)}
C) {(6,1),(7,2),(8,3),(9,4)} D) {(5,0),(6,1),(7,2),(8,3),(9,4),(10,5)}

24. Una relación **R** sobre un conjunto A, que es reflexiva, simétrica y transitiva recibe el nombre de: [ ]

A) Relación de orden parcial B) Relación de equivalencia
C) Conjunto parcialmente ordenado D) Clase de Equivalencia

25. Una relación **R** sobre un conjunto A, que es reflexiva, antisimétrica y transitiva recibe el nombre de: [ ]

A) Orden parcial B) Conjunto parcialmente ordenado C) Conjunto totalmente ordenado D) Orden total

26. Sea **R**={(x, y) t. q. $x + y = 3$} una relación sobre A = {1, 2, 3, 4}. Determinar el dominio de **R**. [ ]

A) {1, 2, 3, 4} B) {1, 2, 3} C) {1} D) {1, 2}

27. Todas las siguientes relaciones sobre $\mathbb{Z}$ son ordenes parciales EXCEPTO: [ ]

A) **R**={(x, y) t. q. $x > y$} B) **R**={(x, y) t. q. $x \mid y$} C) **R**={(x, y) t. q. $x \leq y$ } D) **R**={(x, y) t. q. $x \geq y$}

28. Sea A={a,b,c,d} y sea **S**={{a,b},{c,d}} una partición sobre A. Determinar la relación de equivalencia generada por esta partición. [ ]

A) {(a,b),(b,a),(c,d),(d,c)} B) {(a,a),(b,b),(a,b),(b,a),(c,c),(d,d),(c,d),(d,c)}
C) {(a,a),(b,b),(c,c),(d,d)} D) {(a,c),(a,d),(c,a),(d,a),(b,c),(b,d),(c,b),(d,b)}

29. Sea **R**={(1,1),(1,2),(2,2),(2,1),(3,3),(3,4),(4,3), (4,4),(5,5) } una relación sobre el conjunto **A**={1, 2, 3, 4, 5}. Determinar cuál es la partición sobre **A** originada por la relación **R**. [ ]

A){{1,2},{3},{4,5}} B){1,2,3,4,5} C){{1,2},{3,4},{5}} D){{1},{2},{3},{4},{5}}

30. Sean **R** = {(1,1), (1,2), (2,1)} y **S** = {(1,1),(1,2),(2,2)}, dos relaciones. Determinar cuál de las siguientes matrices representa **S**∘**R**. [ ]

A) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

31. Sea **R**={(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3)} una relación definida sobre el conjunto A={1,2,3}. Determinar el conjunto resultante de **R**∘**R**. [ ]

A) {(1,2),(2,1) } B) {(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3)} C) {(1,1),(2,2),(3,3)} D){(1,1), (2,2)}

32. Sea **X**={1,2,3,4,5,...,10}y **R**={(x,y) t. q. (x–y) es divisible por 5}. Determinar [2]. [ ]

A) {2,7} B) {5,10} C) {7} D) {2, 7,10}

33. Sean **R** y **S** dos relaciones reflexivas. Será verdadero que $\mathbf{R} \cup \mathbf{S}$ y $\mathbf{R} \cap \mathbf{S}$ son reflexivas. [ ]

A) Casi Siempre B) Nunca C) A veces D) Siempre

34. Sean A={1,2}, B={a,b,c} y C={c,d}, Determine (A×B) ∩ (A×C). [ ]

A) {{1,d},{2,c}} B) {(1,c),(2,c) } C) {(1,d),(2,d)} D) {(1,c),(2,d)}

35. Sea A={1,2,3} y sea **R**={(1,1),(2,1),(3,2),(1,3)} una relación sobre A. Coloque una **V** si la declaración es verdaderas una **F** si es falsa.

A) 1 **R** 1 [ ]
B) 1 $\not\mathbf{R}$ 2 [ ]
C) 2 **R** 3 [ ]

36. Sean A={1,2,…,10} y B={1,2,3,4} y sea **R**={(a,b) t. q. a+3b=13} una relación de A en B. Determine los elementos de **R**. **[ ]**

A) {(10,1),(7,2),(4,3),(1,4)} B) {(1,10),(2,7)(3,4),{4,1)} C) {(10,3),(9,4)} D) {(3,10),(4,9)}

37. Sean A el conjunto $\mathbb{N}$ de los números naturales y sea **R**={(a,b) t. q. 3a+4b=17} una relación sobre A. Determine $\mathbf{R}^{-1}$. **[ ]**

A) {(3,2)} B) {(10,7)} C) {(2,3)} D) {(1,16), (2,15)}

38. Sean A={1,2,3,...,20} y **R**={(a,b) t. q. (a–b) es divisible por 4} una relación sobre A. Determinar [1]. **[ ]**

A) {1,5,9,13,17} B) {1} C) {1,11} D) {4,8,12,16,20}

39. Sean **R** y **S** dos relaciones simétricas sobre algún conjunto A, entonces será siempre verdadero que $\mathbf{R} \cup \mathbf{S}$ y $\mathbf{R} \cap \mathbf{S}$ son simétricas. **[ ]**

A) Casi Siempre B) A veces C) Siempre D) Nunca

40. Sean A={a,b}, B={1,2} y C={2,3}, Determine (A×B) ∩ (A×C). **[ ]**

A){(a,2),(a,3),(b,2),(b,3)} B){(a,3),(b,3)} C) {(a,2),(b,2)} D) {(a,1),(a,2),(b,1),(b,2)}

41. Sea A={1,2,3} y sea **R**={(1,1),(2,1),(3,2),(1,3)} una relación sobre A. Coloque una **V** si la declaración es Verdadera y una **F** si es falsa

A) 2 $\not\mathbf{R}$ 1 **[ ]**
B) 3 **R** 2 **[ ]**
C) 3 $\not\mathbf{R}$ 1 **[ ]**

42. Sean A={1,2,3,4} y B={1,2,…,10} y sea **R**={(a,b) t. q. 3a+b=13} una relación de A en B. Determine los elementos de **R**. **[ ]**

A) {(10,1),(7,2),(4,3),(1,4)} B) {(1,10),(2,7)(3,4),{4,1)} C) {(3,10),(4,9)} D) {(10,3),(9,4)}

43. Sean A el conjunto $\mathbb{N}$ de los números naturales y sea **R**={(a,b) tal que 4a+3b=17} una relación sobre A. Determine $\mathbf{R}^{-1}$. **[ ]**

A) {(3,2)} B) {(1,16), (2,15),(3,14)} C) {(2,3)} D) {(10,7)}

44. Sean A={1,2,3,...,20} y **R**={(a,b) t. q. (a–b) es divisible por 5} una relación sobre A. Determinar [5]. **[ ]**

A) {5,10,15,20} B) {5} C) ∅ D) {2,7,12,17}

45. Coloque una **S** si los siguientes conjuntos son relaciones de A={a, b, c} en B={1, 2} y una **N** en caso contrario.

R = {(a,1),(a,2),(c,2)} **[ ]**
U = {(1,a),(2,a),(2,c)} **[ ]**
T = ∅ **[ ]**

46. Sea A={1,2,3,…,15}. Considere la relación de equivalencia ≈ sobre A×A definida por (a, b) ≈ (c,d) si $ad = bc$. Halle la clase de equivalencia de (3,2) **[ ]**

A) ∅ B) {2,3,4,6,9,10,12,15} C) {(3,2),(6,4),(9,6),(15,10)} D) {(3,2)}

47. Sea L el conjunto de las rectas del plano. Coloque una **S** si la relación correspondiente es transitiva sobre L o una **N** en caso contrario.

U = L_1 **R** L_2 si L_1 es paralela a L_2 **[ ]**
T = L_1 **R** L_2 si L_1 es perpendicular a L_2 **[ ]**

48. Sean A={1,2,3,4} y B={5,6,7}. Las relaciones **R**={(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)}, **S**={(1,2),(3,2)} y T = {(1,7),(2,6)} están definidas como: **[ ]**

A) **R** sobre A, **S** de A en B, **T** de A en B B) **R** de A en B, **S** de A en B, **T** de A en B
C) **R** sobre A, **S** sobre A, **T** de A en B D) **R** sobre A, **S** sobre A, **T** sobre A

49. Sean A = {a, b, c, d} y R = {(a, b),(a, c),(c, b)},determinar el codominio (imagen) de **R∘R**. **[ ]**

A) $\{a\}$ B) $\{a, b\}$ C) $\{a, c\}$ D) $\{b\}$

50. Coloque una **S** si los siguientes conjuntos son relaciones de A = {*a*, *b*, *c*} en B = {1, 2} y una **N** en caso contrario.

R = {(*a*,2),(*b*,1)} **[ ]**

T = A × B **[ ]**

U = {(2,*a*),(1,*b*)} **[ ]**

51. Sea A={1,2,3,…,15}. Considere la relación de equivalencia ~ sobre A×A definida por $(a, b) \sim (c,d)$ si $a+d = b+c$. Halle la clase de equivalencia de (2,11). **[ ]**

A) {(1,10),(2,11),(3,12),(4,13),(5,14,(6,15)} B) ∅

C) {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15} D) {(2,11) }

52. Sean A={1,2,3,4} y B={5,6,7}. Las relaciones **R**={(1,1),(2,2),(3,3)}, **S**={(3,5),(4,6)} y T = {(1,7),(4,6)} están definidas como: **[ ]**

A) **R** de A en B, **S** de A en B, **T** de A en B B) **R** sobre A, **S** de A en B, **T** de A en B

C) **R** sobre A, **S** sobre B, **T** de A en B D) **R** sobre A, **S** sobre B, **T** sobre A

53. Sea A ={$a \in \mathbb{N}$ t. q. $a \mid 10$} y **R**={(a,b) t. q. $a \nmid b$} una relación sobre A. Determine R. **[ ]**

A) $\{(1,1),(1,2),(1,5),(1,10),(2,2),(5,5),(5,10),(10,10),(2,10)\}$ B) $\{(1,1),(2,2),(5,5),(10,10)\}$

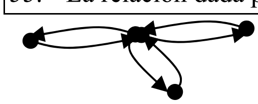
C) $\{(2,1),(2,5),(5,1),(5,2),(10,1),(10,2),(10,5)\}$ D) $\{(1,1),(1,2),(1,5),(5,5),(5,10)\}$

54. Una relación es simétrica sobre un conjunto **A** si **[ ]**

A) $(x, y) \in \mathbf{R} \rightarrow (y, x) \notin \mathbf{R} \ \ \forall x \forall y \in \mathbf{A}$ B) $(x, x) \in \mathbf{R} \ \forall x \in \mathbf{A}$

C) $(x, y) \notin \mathbf{R} \rightarrow (y, x) \in \mathbf{R} \ \ \forall x \forall y \in \mathbf{A}$ D) $(x, y) \in \mathbf{R} \rightarrow (y, x) \in \mathbf{R} \ \ \forall x \forall y \in \mathbf{A}$

55. La relación dada por el siguiente grafo dirigido (dígrafo) es: **[ ]**



A) Reflexiva y antisimétrica B) Irreflexiva e antisimétrica

C) Irreflexiva y simétrica D) Reflexiva y simétrica

56. Sea R la relación "tiene el mismo tamaño que", definida en todos los subconjuntos finitos de $\mathbb{Z}$, es decir, a **R** b si y sólo si |A| = |B|. Entonces R es: **[ ]**

A) Una relación de orden parcial B) Una relación de equivalencia

C) Una relación de orden total D) Una relación antisimétrica

57. Sea **R**={(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(3,4),(4,3),(4,4),(5,5),(5,6),(6,5),(6,6)} una relación sobre el conjunto **A** = {1, 2, 3, 4, 5, 6}. Determinar cuál es la partición originada por la relación anterior sobre **A**. **[ ]**

A){{1,2},{3},{4,5,6}} B) {{1},{2},{3},{4},{5},{6}} C){{1,2},{3,4},{5,6}} D) {1,2,3,4,5,6}

58. Una relación es irreflexiva sobre un conjunto **A** si: **[ ]**

A) $(x, y) \in \mathbf{R} \rightarrow (y, x) \notin \mathbf{R} \ \ \forall x \forall y \in \mathbf{A}$ B) $(x, x) \notin \mathbf{R} \ \forall x \in \mathbf{A}$

C) $(x, y) \notin \mathbf{R} \rightarrow (y, x) \in \mathbf{R} \ \ \forall x \forall y \in \mathbf{A}$ D) $(x, y) \in \mathbf{R} \rightarrow (y, x) \in \mathbf{R} \ \ \forall x \forall y \in \mathbf{A}$

59. Sean **A** = {*a*, *b*, *c*, *d*}y **R** = {(*a*, *b*),(*a*, *c*),(*c*, *b*)}, determinar **R∘R**. **[ ]**

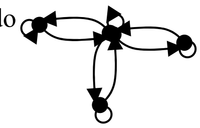
A) {(*a*, *c*)} B) {(*a*, *b*), (*a*, *c*), (*c*, *b*)} C) {(*a*, *b*)} D) {(*a*, *c*), (*c*, *b*)}

60. Sean **R** = {(1,2), (2,2), (3,4)} y **S** = {(1,3), (2,5),(3,1),(4,2)}, dos relaciones. Encontrar **R∘**(**S∘R**). **[ ]**

A) {(3,2)} B) {(1,3),(2,5),(3,1),(4,2)} C) {(1,2),(2,2),(3,4)} D) {(2,3)}

61. Sea **R**={(x, y) t. q. $2 \mid y$ } una relación sobre $\mathbb{Z}^+$. Determine el codominio o rango de **R**. **[ ]**

A) $\mathbb{Z}^+$ B) {2, 4 ,6, ..., 2*n*, ...} C) {0, 2, 4, 6, ..., 2*n*, ...} D) {2}

62. La relación dada por el grafo dirigido  es: [ ]

A) Reflexiva y antisimétrica
B) Irreflexiva e antisimétrica
C) Irreflexiva y simétrica
D) Reflexiva y simétrica

63. En una relación de equivalencia sobre un conjunto A son válidas las siguientes afirmaciones EXCEPTO [ ]

A) $\mathbf{S} = \{[a] \mid a \in A\}$ es una partición de A
B) Si $a\ \mathbf{R}\ b$ entonces $[a] = [b]$
C) Si $[a] = [b]$ entonces $[a] \cap [b] \neq \varnothing$
D) Si $a\ \mathbf{R}\ b$ entonces $[a] \cap [b] = \varnothing$

64. Sea **R** la relación "es semejante a", definida en el conjunto de todos los triángulos, es decir, $T_1\ \mathbf{R}\ T_2$ si y sólo T_1 es semejante a T_2. Entonces R es: [ ]

A) Una relación de equivalencia
B) Una relación de orden parcial
C) Una relación de orden total
D) Una relación antisimétrica

65. Sea $\mathbf{R}=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)\}$ una relación sobre $\mathbf{A}=\{1,2,3,4,5,6\}$. Determinar cuál es la partición originada por la relación anterior sobre A. [ ]

A) $\{\{1,2\},\{3\},\{4,5,6\}\}$
B) $\{1,2,3,4,5,6\}$
C) $\{\{1,2\},\{3,4\},\{4,5\}\}$
D) $\{\{1\},\{2\},\{3\},\{4\},\{5\},\{6\}\}$

66. En una relación de equivalencia sobre un conjunto A, cuál de las siguientes afirmación es válida [ ]

A) Si $a \not\mathbf{R}\ b$ entonces $[a] = [b]$
B) Si $a\ \mathbf{R}\ b$ entonces $[a] \cap [b] \neq \varnothing$
C) Si $[a] = [b]$ entonces $[a] \cap [b] = \varnothing$
D) Si $a\ \mathbf{R}\ b$ entonces $[a] \cap [b] = \varnothing$

67. Sean $A = \{a, b, c, d\}$ y $\mathbf{R} = \{(a, b), (b, c), (c, b), (c, d)\}$. Encontrar $\mathbf{R_1}$. [ ]

A) $\{(a, b), (a, c), (a, d), (b, b), (b, c), (b, d), (c, b), (c, c), (c, d)\}$
B) $\{(a, b), (b, b), (b, c), (c, b), (c, c)\}$
C) $\{(a, b), (a, c), (b, b), (b, c), (b, d), (c, b), (c, c), (c, d)\}$
D) $\{(a, b), (a, c), (b, c), (b, d), (c, b), (c, d)\}$

68. Sea $A = \{a \in \mathbb{N}$ t. q. $a \mid 8\}$ y $R = \{(x, y)$ t. q. $x \mid y, x, y \in A\}$. Defina la Matriz de relación resultante. [ ]

A) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
B) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
C) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

69. Qué propiedades posee la relación "<" sobre $\mathbb{R}$: [ ]

A) Reflexiva y simétrica
B) Reflexiva, antisimétrica y transitiva
C) Irreflexiva y simétrica
D) Irreflexiva, antisimétrica y transitiva

70. Coloque una "S" si la relación es de equivalencia sobre $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ y una "N" si no lo es.

A) $\{(1, 1), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (3, 3), (4, 4), (5, 5)\}$ [ ]
B) $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)\}$ [ ]
C) $\{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (2, 2), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (4, 4), (5, 1), (5, 3), (5, 5)\}$ [ ]
D) $\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4), (4, 4), (5, 5)\}$ [ ]

71. Sea $X=\{1,2,3,4,5,6\}$ y sean las relaciones $\mathbf{R}=\{(2,4), (2,6), (3,3), (3,6), (4,4)\}$ y $\mathbf{S}=\{(3,3),(4,2),(4,4),(6,2), (6,3)\}$. La relación **S** con respecto a la relación **R** es:

A) El complemento
B) La cardinalidad
C) El conjunto potencia
D) El inverso

72. Sea el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$, determine cual matriz de relaciones representa una relación irreflexiva: [ ]

A) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
C) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
D) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

UNIDAD 2. INDUCCIÓN MATEMÁTICA

Problemas propuestos

1. Dada la siguiente fórmula $1^3+2^3+...+n^3=(1+2+3+...+n)^2$ la suma de los cubos de los 20 primeros términos da como resultado [ ]

A) 210 B) 400 C) 8,000 D) 44,100

2. En la fórmula $1^2-2^2+3^2-4^2+...+(-1)^{n-1}(n^2)=[(-1)^{n+1}n(n+1)]/2$ cuando tomamos los primeros 100 términos el resultado es: [ ]

A) 4950 B) 5050 C) –5050 D) –4950

3. Dada la siguiente fórmula $1+3+5+...+(2n-1)=n^2$ la suma 1+3+…+31 es: [ ]

A) 225 B) 256 C) 961 D) 61

En cada uno de los problemas del 4 al 8, determine cuál es el elemento que se añade, de acuerdo con el principio de inducción matemática, para el Paso inductivo

4. $1^2+3^2+...+(2n-1)^2=\dfrac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$ [ ]

A) $k+1$ B) $(k+1)^2$ C) $(2k+1)^2$ D) $(2k-1)^2$

5. $1+4+7+...+(3n-2)=n(3n-1)/2$. [ ]

A) $k+1$ B) $3k+1$ C) $3k+5$ D) $3k-1$

6. $1^3+3^3+5^3+...+(2n-1)^3=n^2(2n^2-1)$ [ ]

A) $(2k+1)^3$ B) $(2k-1)$ C) $(k+1)$ D) $(k+1)^3$

7. $1+2\cdot 2+3\cdot 2^2+...+n2^{n-1}=1+(n-1)2^n$ [ ]

A) $k+1$ B) $k-1$ C) $(k+1)2^k$ D) $(k+1)2^{k+1}$

8. $\dfrac{1}{1\cdot 2\cdot 3}+\dfrac{1}{2\cdot 3\cdot 4}+\cdots+\dfrac{1}{n(n+1)(n+2)}=\dfrac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$ [ ]

A) $k+1$ B) $\dfrac{1}{k(k+1)(k+2)}$ C) $\dfrac{1}{(k+1)(k+3)(k+2)}$ D) $\dfrac{1}{(k+1)(k+2)(k+4)}$

9. Dada la siguiente fórmula $1^3+2^3+...+n^3=[(n)(n+1)/2]^2$ la suma de los cubos de los 15 primeros términos da como resultado: [ ]

A) 120 B) 14,400 C) 225 D) 3,375

10. Dada la siguiente fórmula $1+3+5+...+(2n-1)=n^2$ la suma 1+3+…+21 es: [ ]

A) 441 B) 100 C) 121 D) 400

11. Todas las siguientes fórmulas inductivas son correctas EXCEPTO: [ ]

A) $1^2+3^2+5^2+...+(2n-1)^2=\dfrac{n(2n+1)(2n+3)}{3}$ B) $1+2+3+...+n=\dfrac{(n)(n+1)}{2}$

C) $1^2+2^2+3^2+...+n^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ D) $1+3+5+...+(2n-1)=\dfrac{n(n+3)}{4}$

12. Como hipótesis inductiva tenemos que $1^3+2^3+...+n^3=(1+2+3+...+n)^2$, y habiendo completado la base de la inducción, para completar la demostración hay que verificar que: [ ]

A) $(1+2+3+...+n)^2+(n+1)^3=(1+2+3+...+n)^2$
B) $(1+2+3+...+n)^2+(n+1)^3=(1+2+3+...+n)^2+(n+1)^2$
C) $(1+2+3+...+n)^2+(n+1)^3=(1+2+3+...+n+(n+1))^2$
D) $(1+2+3+...+n)^2+(n+1)^3=(1+2+3+...+n+(n+1))^2+(n+1)^3$

13. La sucesión $\frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{18}, \ldots, \frac{1}{6n}, \ldots$ es un ejemplo de un conjunto [ ]

A) Infinito no numerable B) Infinito numerable C) De números irracionales D) Finito

14. Como hipótesis inductiva tenemos que $1\cdot1! + 2\cdot2! + \ldots + n\cdot n! = (n+1)! - 1$, y habiendo completado la base de la inducción, para completar la demostración hay que verificar que: [ ]

A) $(n+1)! - 1 + (n+1)(n+2)! = (n+1)! - 1$
B) $(n+1)! - 1 + (n+1)(n+1)! = (n+1)! - 1$
C) $(n+1)! - 1 + (n+1)(n+1)! = (n+1)! - 1 + (n+1)(n+1)!$
D) $(n+1)! - 1 + (n+1)(n+1)! = (n+2)! - 1$

15. La sucesión $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots, \frac{2}{2^n}, \ldots$ es un ejemplo de un conjunto [ ]

A) Infinito no numerable B) Finito C) De números irracionales D) Infinito numerable

16. Para la fórmula $\frac{1}{1\cdot2} + \frac{1}{2\cdot3} + \frac{1}{3\cdot4} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$, determinar cuál es el elemento que se le va a añadir en el paso inductivo, de acuerdo con el principio de inducción matemática. [ ]

A) $\frac{1}{(k+1)(k-1)}$ B) $\frac{1}{k(k+1)}$ C) $\frac{1}{(k+1)(k+2)}$ D) $k+1$

17. Para la fórmula $\frac{1}{1\cdot3} + \frac{1}{3\cdot5} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$, determinar cuál es el elemento que se le va a añadir en el paso inductivo, de acuerdo con el principio de inducción matemática. [ ]

A) $\frac{1}{(2k+1)(2k+3)}$ B) $\frac{1}{(2k+1)(2k+2)}$ C) $\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}$ D) $k+1$

18. Todos los siguientes conjuntos son infinitos numerables EXCEPTO el conjunto de los números: [ ]

A) Impares positivos B) Reales positivos C) Múltiplos negativos de 5 D) Enteros negativos

19. En la fórmula $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^n = 2^{n+1} - 1$, habiendo completado la base de la inducción, para completar la demostración hay que verificar que: [ ]

A) $2^{n+1} - 1 + 2^{n+1} = 2^{n+2} - 1 + 2^{n+1}$
B) $2^{n+1} - 1 + 2^{n+1} = 2^{n+2} - 1$
C) $2^{n+1} - 1 + 2^{n+1} = 2^{n+1} - 1$
D) $2^n + 2^{n+1} = 2^{n+2} - 1$

20. Un ejemplo de un conjunto infinito numerable, es el conjunto de los números. [ ]

A) Reales negativos B) Complejos C) Reales positivos D) Racionales

21. Dada la fórmula inductiva $1^2 + 3^2 + 5^2 + \ldots + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$, calcule $1 + 9 + 25 + \ldots + 225$. [ ]

A) 15 B) 255 C) 680 D) 4495

22. Todos los siguientes conjuntos son infinitos numerables EXCEPTO: [ ]

A) $\mathbf{X} = \{x \text{ t. q. } x \in \mathbb{Z}^+\}$ B) $\mathbf{X} = \{x \text{ t. q. } x \in \mathbb{Q}\}$ C) $\mathbf{X} = \{x \text{ t. q. } x \in \mathbb{R}\}$ D) $\mathbf{X} = \{x \text{ t. q. } x \in \mathbb{N}\}$

23. Todos las siguientes son propiedades de la multiplicación de $\mathbb{Z}$ EXCEPTO [ ]

A) Ley Asociativa B) Ley Conmutativa C) Simétrico Multiplicativo D) Neutro Multiplicativo

24. Dada la fórmula inductiva $\frac{1}{1\cdot2} + \frac{1}{2\cdot3} + \frac{1}{3\cdot4} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{(n+1)}$, calcule $\frac{1}{1\cdot2} + \frac{1}{2\cdot3} + \frac{1}{3\cdot4} + \ldots + \frac{1}{(15)(16)}$ [ ]

A) 15/16 B) 16/15 C) 1 D) 16/17

25. Determinar cuál de las siguientes fórmulas inductivas representa la suma $\frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{15} + \ldots + \frac{1}{(n+1)^2 - 1}$ [ ]

A) $\frac{n}{2n+1}$ B) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2(n+1)} - \frac{1}{2(n+2)}$ C) $\frac{1}{3} + \frac{(n-1)}{8}$ D) $\frac{n(n+1)+(2n-2)}{6}$

26. Considerando el problema $1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{(2n+1)(n+1)n}{6}$ cuya solución es posible por inducción matemática. El suponer que $1^2+2^2+3^2+\cdots+k^2=\frac{(2k+1)(k+1)k}{6}$, y demostrar $1^2+2^2+3^2+\cdots+k^2+(k+1)^2=\frac{(2k+3)(k+2)(k+1)}{6}$ utilizando el supuesto anterior, se denomina: [ ]

A) Paso base B) Paso inductivo C) Hipótesis de la inducción D) Fórmula inductiva

27. Considerando el problema $2+8+24+...+n(2^n)=2+(n-1)2^{n+1}$, $n \geq 1$, para el paso inductivo ¿Cuál es el término que se debe añadir a la hipótesis inductiva? [ ]

A) $(k+1)2^{k+1}$ B) $(k+1)^{2k+1}$ C) $(k+1)^{k+1}$ D) $(k+1)(k+1)$

28. Si queremos demostrar por inducción matemática que $\sum_{k=1}^{n}(3k-2)=\frac{1}{2}(3n^2-n)$ y habiendo verificado la base de la misma, para completar la demostración será necesario mostrar que: [ ]

A) $\sum_{k=1}^{n-1}(3k-2)=\frac{1}{2}\left(3(n-1)^2-(n-1)\right)$

B) $\sum_{k=1}^{n+1}(3k-2)=\frac{1}{2}\left(3(n+1)^2-(n+1)\right)$

C) $\sum_{k=1}^{n}(3k-2)=\frac{1}{2}\left(3(n+1)^2-(n)+2\right)$

D) $\sum_{k=1}^{n}(3k-2)=\frac{1}{2}\left(3(n+1)^2-(n+1)\right)$

29. La suma de los primeros n números impares 1 + 3 +5 + 7 + 9 + . . . + ($2n$ – 1) queda expresada por la fórmula inductiva: [ ]

A) $1+3+5+7+9+...+(2n-1)=(n+1)^2$

B) $1+3+5+7+9+...+(2n-1)=n(n+1)/2$

C) $1+3+5+7+9+...+(2n-1)=n^2$

D) $1+3+5+7+9+...+(2n-1)=n^3$

30. Sea la fórmula $\frac{1}{1\cdot3}+\frac{1}{3\cdot5}+\frac{1}{5\cdot7}+...+\frac{1}{(2n-1)\cdot(2n+1)}=\frac{n}{2n+1}$, si se aplica cuando $n = 5$, se obtiene que: [ ]

A) $\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+\frac{1}{35}+\frac{1}{63}+\frac{1}{99}=\frac{5}{11}$

B) $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{15}=\frac{3}{5}$

C) $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{16}+\frac{1}{20}=\frac{137}{240}$

D) $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}=\frac{3043}{3465}$

31. Dada la fórmula $1^3+2^3+...+n^3=(1+2+3+...+n)^2$ la suma de los cubos de los 15 primeros términos es: [ ]

A) 120^3 B) 120^2 C) 15^2 D) 15^3

32. Dada la fórmula $1+3+5+7+...+(2n-1)=n^2$. La suma cuando $n = 15$, equivale a: [ ]

A) 15 B) 121 C) 522 D) 225

33. Sea $\sum_{k=1}^{n}k(k)!=(n+1)!-1$, la cual se pretende demostrar por inducción matemática. Determinar cual es el elemento a añadir en el paso inductivo, de acuerdo al principio de inducción matemática [ ]

A) $(k+1)$ B) $(k+1)(k+1)!$ C) $(k+2)!-1$ D) $(k+1)!$

34. Como hipótesis inductiva tenemos que $2\cdot2^1+3\cdot2^2+4\cdot2^3+\ldots+(n+1)2^n=n2^{n+1}$, $n>1$ y habiendo completado la base de la inducción, para completar la demostración hay que verificar que: [ ]

A) $2\cdot2^1+3\cdot2^2+4\cdot2^3+\ldots+(k+1)2^k+(k+2)2^{k+1}=k2^{k+1}$

B) $2\cdot2^1+3\cdot2^2+4\cdot2^3+\ldots+(k+1)2^k+(k+2)2^{k+1}=(k+1)2^{k+2}$

C) $2\cdot2^1+3\cdot2^2+4\cdot2^3+\ldots+(k+1)2^k=(k+1)2^{k+2}$

D) $2\cdot2^1+3\cdot2^2+4\cdot2^3+\ldots+(k+1)2^k+(k+2)2^{k+1}=k2^{k+1}+(k+1)$

35. Si queremos demostrar por inducción matemática que $1^3+3^3+5^3+...+(2n-1)^3=n^2(2n^2-1)$ y habiendo verificado la base de la misma, ¿Cuál es el término que se debe añadir a la hipótesis inductiva? [ ]

A) $(2k+1)^3$ B) $(2k-1)$ C) $(k+1)$ D) $(k+1)^3$

36. Como hipótesis inductiva tenemos que $1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+\ldots+n\cdot(n+1) = [n(n+1)(n+2)]/3$ y habiendo completado la base de la inducción, para completar la demostración hay que verificar que: [ ]

A) $1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+\ldots+ k\cdot(k+1)+(k+1)(k+2) = [k(k+1)(k+2)]/3$
B) $1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+\ldots+ k\cdot(k+1)+(k+1)(k+2) = [k(k+1)(k+2)]/3 + [(k+1)]/3$
C) $1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+\ldots+ k\cdot(k+1)+(k+1)(k+2) = [(k+1)(k+2)(k+3)]/3$
D) $1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+\ldots+ k\cdot(k+1) = [(k+1)(k+2)(k+3)]/3$

37. Todos los siguientes conjuntos son infinitos numerables EXCEPTO [ ]

A) $\{1/n,\ n\in\mathbb{Z}^-\}$ B) $\mathbb{Q}^+$ C) $\{2n+1,\ n\in\mathbb{R}\}$ D) $\{2n,\ n\in\mathbb{N}\}$

38. Sean los siguientes conjuntos $\{1/n,\ n\in\mathbb{Z}^-\}$, $\mathbb{Q}^+$, $\{2n+1,\ n\in\mathbb{Z}^+\}$ y $\{7n,\ n\in\mathbb{N}\}$.¿Cuántos de estos conjuntos son infinitos numerables? [ ]

A) Ninguno B) Algunos C) No se puede saber D) Todos

39. Experimentando con valores pequeños de n, encuentre una fórmula inductiva para la suma: [ ]

$$\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+\frac{1}{4\cdot5}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}=$$

A) $\frac{1}{n(n+1)}$ B) $\frac{1}{(n+1)(n+1)}$ C) $\frac{n}{(n+1)}$ D) $\frac{n}{n(n+1)}$

40. La fórmula $\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}=\frac{n}{n+1}$ aplicada cuando n=6, corresponde a la ecuación: [ ]

A) $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}=\frac{5}{6}$ B) $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}=\frac{6}{7}$ C) $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$ D) $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=\frac{6}{7}$

41. Sea la fórmula $\frac{1}{1\cdot3}+\frac{1}{3\cdot5}+\frac{1}{5\cdot7}+\ldots+\frac{1}{(2n-1)\cdot(2n+1)}=\frac{n}{2n+1}$, si se aplica cuando $n = 5$, se obtiene que: [ ]

A) $\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+\frac{1}{35}+\frac{1}{63}+\frac{1}{99}=\frac{5}{11}$ B) $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{15}=\frac{3}{5}$ C) $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{16}+\frac{1}{20}=\frac{137}{240}$ D) $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}=\frac{3043}{3465}$

42. ¿Cuántos divisores primos tiene el número 2^n, siendo n un entero positivo? [ ]

A) n B) 2 C) 1 D) $2n$

UNIDAD 3. RELACIONES DE RECURRENCIA

Problemas propuestos

1. Es una relación de recurrencia lineal homogénea con coeficientes constantes: [ ]

A) $(\pi/2)a_{r-2} = 3ra_{r+1}+a_r$ B) $a_{r-2} = \pi a_{r-1}-a_r$ C) $a_r = \pi a_{r-1}-2a_{r-2}+3r$ D) $a_r = 2^r a_{r-1}$

2. Encuentre la solución homogénea para la relación de recurrencia $-a_{r-1} - r = r^2 - a_r$ [ ]

A) $-A$ B) $A_1 + A_2$ C) $A_1r^2 + A_2$ D) A

3. Sea $2a_r = 7a_{r-1} - 3a_{r-2} + 2^r$, determine la ecuación característica, para la solución homogénea [ ]

A) $2\alpha^2-7\alpha-3$ B) $2\alpha^2-7\alpha+3$ C) $2\alpha^2+7\alpha+3$ D) $2\alpha^2+7\alpha-3$

4. Dada la sucesión $a_1=1$, $a_2=4$, $a_3=7$, … ¿Cuál término de la sucesión es 88? [ ]

A) a_{34} B) a_{30} C) a_{24} D) a_{33}

5. Dada la sucesión 2, 6, 18, 54, … ¿Cuál término de la sucesión es 118,098? [ ]

A) a_{10} B) a_{17} C) a_{21} D) a_{11}

6. Determine el término a_7 de una progresión geométrica si $a_1 = 3$ y $a_2 = 3^{5/3}$ [ ]

A) $3^{11/3}$ B) $3^{14/3}$ C) 243 D) 27

7. Determine la razón r de la progresión geométrica 1, $-(x/3)$, $(x^2/9)$, $-(x^3/27)$,… [ ]

A) $(x^2/3)$ B) $(x/3)$ C) $-(x/-3)$ D) $-(x/3)$

8. Una pelota se deja caer desde 2,048” de altura. Su elasticidad es tal que rebota hasta llegar a ¾ partes de la altura desde la que cayó. ¿A qué altura llega la pelota en el quinto rebote? [ ]

A) 648” B) 486” C) 634.5” D) 243”

9. Determine cuál de las siguientes relaciones de recurrencia es lineal homogénea con coeficientes constantes [ ]

A) $a_r - 3a_{r-1} + a_{r-2} - 8a_{r-3} = 0$ B) $2a_r - 2a_{r-1} = r2^r$ C) $4a_r + 3a_{r-1}\cdot 3a_{r-2} = 0$ D) $a_r + 5ra_{r-1} - 2a_{r-2} = 6r^2 + 5$

10. Dada la sucesión $a_1=1$, $a_2=4$, $a_3=7$, … ¿Cuál término de la sucesión es 97? [ ]

A) a_{34} B) a_{30} C) a_{24} D) a_{33}

11. Dada la sucesión 2, 6, 18, 54, … ¿Cuál término de la sucesión es 39,366? [ ]

A) a_{10} B) a_{14} C) a_{21} D) a_{11}

12. Determine el término a_4 de una progresión geométrica si $a_1 = 3$ y $a_2 = 3^{5/3}$ [ ]

A) $3^{11/3}$ B) 27 C) $3^{14/3}$ D) 243

13. Determine la razón r de la progresión geométrica 2, 2^{x+1}, 2^{2x+1}, 2^{3x+1},… [ ]

A) 2^x B) 2^{x+1} C) 2 D) 2^{2x-1}

14. Todas de las siguientes relaciones de recurrencia son lineales con coeficientes constantes EXCEPTO [ ]

A) $a_r - 3a_{r-1} + a_{r-2} - 8a_{r-3} = 0$ B) $4a_r + 3a_{r-1} + 3a_{r-2} = 0$ C) $a_r + 5ra_{r-1} - 2a_{r-2} = 6r^2 + 5$ D) $2a_r - 2a_{r-1} = r2^r$

15. Coloque una “**S**” si la relación de recurrencia es lineal con coeficientes constantes y una “**N**” si no lo es.

$r^2 - 1/3\ a_r + (\text{sen}\pi/2)a_{r-1} = ln(5)\ a_{r-2}$ [ ]

$a_r + 5ra_{r-1} - 2a_{r-2} = 6r^2 + 5$ [ ]

16. Determine la razón r de la progresión geométrica $10, 10^{2x-1}, 10^{4x-3}, 10^{6x-5}$,… [ ]

A) 10^{2x-1} B) 10^{2x+2} C) 10^{2x-2} D) 10^{2x}

17. Elija las palabras que completen correctamente el siguiente enunciado: Una progresión ________ es aquella en la que exceptuando el primero, cualquier término se obtiene ___________ un número fijo al término anterior [ ]

A) Aritmética, multiplicando B) Aritmética, sumando C) Geométrica, dividiendo D) Geométrica, sumando

18. Coloque una **G** si la sucesión correspondiente es Geométrica, una **A** si es Aritmética o una **N** para ninguna de las dos

2 sen $\pi/4$, 2, $4/\sqrt{2}$,… [ ]

100(1.05), 100(1.07),100(1.09),100(11.1),… [ ]

1, 3, 6, 10,… [ ]

log(10000), log(1000), log(100),… [ ]

1, 1/2, 1/3, 1/4, … [ ]

19. Determine el término a_1 de una progresión aritmética si $a_8 = 47$ y $a_9 = 53$ [ ]

A) 5 B) 6 C) 1 D) 2

20. Coloque una "**S**" si la relación de recurrencia es lineal con coeficientes constantes y una "**N**" si no lo es

$4a_r + 3a_{r-1} \cdot 3a_{r-2} = 0$ [ ]

$a_{r-3} = (a_{r-2} + a_r)/5$ [ ]

$2a_r - 2a_{r-1} = r2^r$ [ ]

$a_r + 5ra_{r-1} - 2a_{r-2} = 6r^2 + 5$ [ ]

$a_r - 3a_{r-1} + a_{r-2} - 8a_{r-3} = 0$ [ ]

21. Determine el término a_5 de una progresión geométrica si $a_1 = 4$ y $a_2 = 6$. [ ]

A) 12 B) 3/2 C) 27/8 D) 81/4

22. Calcule el primer término (a_1) de una sucesión geométrica cuyos términos $a_6 = 10^{10x-9}$ y $a_5 = 10^{8x-7}$ [ ]

A) 10^x B) 10^{-1} C) 10^{2x-1} D) 10

23. Dada la ecuación de recurrencia $\sqrt{a_n} = \sqrt{a_{n-1} + a_{n-2}}$, la ecuación característica asociada es: [ ]

A) $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$ B) $\alpha - \sqrt{\alpha + 1}$ C) $\alpha^2 - \alpha - 1 = 0$ D) $\alpha + \sqrt{\alpha + 1}$

24. Determina la relación de recurrencia con coeficientes constantes, si $\alpha_1=3$ y $\alpha_2=2$ son las raíces de la ecuación característica. [ ]

A) $a_r = 3a_{r-1} + 2a_{r-2}$ B) $a_r = 5a_{r-1} - 6a_{r-2}$ C) $a_r = 3a_{r-1} - 2a_{r-2}$ D) $a_r = 6a_{r-1} - 5a_{r-2}$

25. Determina la solución homogénea para la relación de recurrencia con coeficientes constantes $a_r - 6a_{r-1} + 5a_{r-2} = 0$ [ ]

A) $a_r^{(h)} = A_1 + A_2$ B) $a_r^{(h)} = A_1 r + A_2 5r$ C) $a_r^{(h)} = 1^r + 5^r$ D) $a_r^{(h)} = A_1 + A_2 5^r$

26. Dada la relación de $a_r - 3a_{r-1} - 2a_{n-2} = 0$, determinar la ecuación característica asociada. [ ]

A) $\alpha^3 - 3\alpha^2 - 2\alpha = 0$ B) $1 - 3\alpha - 2\alpha^2 = 0$ C) $\alpha^2 - 3\alpha - 2 = 0$ D) $\alpha^3 + 3\alpha^2 + 2\alpha = 0$

27. Determina la relación de recurrencia con coeficientes constantes, si $\alpha_1=5$ y $\alpha_2=1$ son las raíces de la ecuación característica [ ]

A) $a_r = 3a_{r-1} + 2a_{r-2}$ B) $a_r = 5a_{r-1} - 6a_{r-2}$ C) $a_r = 3a_{r-1} - 2a_{r-2}$ D) $a_r = 6a_{r-1} - 5a_{r-2}$

28. Si el décimo y onceavo término de una sucesión aritmética son: $a_{10} = x + 37$ y $a_{11} = x + 42$ respectivamente, obtenga el primer término [ ]

A) $x - 8$ B) $x + 8$ C) $x - 13$ D) $x + 5$

29. Coloque una **G** si la sucesión correspondiente es Geométrica, una **A** si es Aritmética o una **N** para ninguna de las dos

1, -1, 1, -1,… [ ]
96, 48, 24,12,... [ ]
2, -4, 8, -16,… [ ]
2, 2^{x+1}, 2^{2x+1}, 2^{3x+1},… [ ]
1, 1, 2, 3, 5,... [ ]

30. Determina la solución homogénea para la relación de recurrencia con coeficientes constantes $a_r - 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 0$ [ ]

A) $a_r^{(h)} = A_1 5^r - A_2 6^r$ B) $a_r^{(h)} = A_1 3r + A_2 2r$ C) $a_r^{(h)} = 3^r + 2^r$ D) $a_r^{(h)} = A_1 3^r + A_2 2^r$

31. Encuentre el valor del término indicado en cada sucesión

A) $a_n = (2n\text{-}1)^2$; $a_4 =$ 81 [ ]
B) $a_n = (-3)^n$; $a_4 =$ 13 [ ]
C) $a_n = 2n + 5$; $a_4 =$ 49 [ ]

32. Coloque una “**G**” si es una progresión Geométrica, una “**A**”, si es una progresión Aritmética o un “**N**” si no es ninguna de las dos.

A) 25(1.03), 25(1.07), 25(1.011), 25(1.15), ... [ ]
B) 25(1.01), 25(1.04), 25(1.09), 25(1.16),... [ ]
C) 25(1.05), $25(1.05)^2$, $25(1.05)^3$, $25(1.05)^4$, ... [ ]

33. Coloque una **G** si la sucesión correspondiente es Geométrica, una **A** si es Aritmética o una **N** para ninguna de las dos

22, -44, 88, -176,… [ ]
$\log_2(2)$, $\log_2(4)$, $\log_2(8)$,… [ ]
1, $(-x/3)$, $(x^2/9)$,$(-x^3/27)$,… [ ]
ln(3), ln(9), ln(27),ln(81),… [ ]

34. Obtenga el octavo término de la sucesión 300, -30, 3, … [ ]

A) 0.000003 B) 0.00003 C) -0.000003 D) -0.00003

35. Coloque una “**G**” si es una progresión Geométrica, una “**A**”, si es una progresión Aritmética o un “**N**” si no es ninguna de las dos.

A) 12(2.01), 12(2.04), 12(2.08), 12(2.13), ... [ ]
B) 12(2.01), $12(2.01)^2$, $12(2.01)^3$, $12(2.01)^4$, ... [ ]
C) 12(2.01), 12(2.02), 12(2.03), 12(2.04), ... [ ]

36. Sabiendo que, de una progresión geométrica, el término $a_8 = ½$ y $r = ½$, encontrar a_2 [ ]

A) 64 B) $(½)^8$ C) 32 D) $(½)^2$

37. Si el primer y segundo término de una sucesión aritmética son: $a_1 = 2+\sqrt{2}$ y $a_2 = 3$ respectivamente, obtenga el onceavo término [ ]

A) 12 B) –12 C) $12-9\sqrt{2}$ D) $12+9\sqrt{2}$

38. En cada caso se da una fórmula explícita. Encuentre el valor del término indicado.

A) $a_n = (2n\text{-}2)^2$; $a_5 =$ 81 [ ]
B) $a_n = (-3)^{n-1}$; $a_5 =$ 15 [ ]
C) $a_n = 2n + 5$; $a_5 =$ 64 [ ]

39. Dada la ecuación característica $\alpha^2+8\alpha+16=0$, determinar la relación de recurrencia lineal con coeficientes constantes correspondiente [ ]

A) $a_n = -8a_{n-1} - 16a_{n-2}$ B) $a_n = 8a_{n-1} + 16a_{n-2}$ C) $a_n = -8a_{n-1} - 16$ D) $a_n = -8a_{n-1} + 16a_{n-2}$

40. Determinar la fórmula explícita que representa cada una de las siguientes progresiones		
A) 1,3,5,7,...	$a_n = 20-3n$	[ ]
B) 17,14,11,8,...	$a_n = (½)^{n-1}$	[ ]
C) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, ...$	$a_n = (2n-1)^2$	[ ]
D) 1, 9, 25, 49,...	$a_n = 2n-1$	[ ]

41. En cada caso se da una progresión. Colocar una **G** si es Geométrica, una **A** si es Aritmética o una **N** si no es ninguna de las dos

A) 2, -4, 8, -16,… [ ]
B) 1, 1, 2, 3, 5,... [ ]
C) 96, 48, 24,12,... [ ]
D) 10(1.05),10(1.07),10(1.09),10(1.11),... [ ]

42. Coloque una "**S**" si la relación de recurrencia es lineal con coeficientes constantes y una "**N**" si no lo es

$a_r = a_{r-1} \cdot a_{r-2}$ [ ]
$a_r = 3a_{r-1} + a_{r-2} - 8a_{r-3}$ [ ]
$a_r = 5r^2 + 2 + 5ra_{r-1} - 2a_{r-2}$ [ ]
$a_r = a_{r-1} + 3a_{r-2}\, a_{r-2}$ [ ]
$a_r = (r3^r - 4a_{r-1})/3$ [ ]

43. En cada caso se da una fórmula explícita. Encontrar los términos indicados			
A) $a_n = 2n + 3$;	$a_4 =$	5/6	[ ]
B) $a_n = n/(n+1)$;	$a_5 =$	-27	[ ]
C) $a_n = (2n-1)^2$;	$a_4 =$	11	[ ]
D) $a_n = (-3)^n$;	$a_3 =$	49	[ ]

44. Dada la relación de recurrencia lineal con coeficientes constantes $a_r - 3a_{r-1} - 2a_{r-2} - 3a_{r-3} = 0$, determinar la ecuación característica correspondiente [ ]

A) $\alpha^3 - 3\alpha^2 + 2\alpha = 0$ B) $1 - 3\alpha - 2\alpha^2 - 3\alpha^3 = 0$ C) $\alpha^2 - 3\alpha - 2 = 0$ D) $\alpha^3 - 3\alpha^2 - 2\alpha - 3 = 0$

45. Determina la relación de recurrencia lineal con coeficientes constantes, si $\alpha_1 = 1$ y $\alpha_2 = 2$ son las raíces de la ecuación característica [ ]

A) $a_r = 3a_{r-1} + 2a_{r-2}$ B) $a_r = 3a_{r-1} - 2a_{r-2}$ C) $a_r = 5a_{r-1} - 6a_{r-2}$ D) $a_r = 6a_{r-1} - 5a_{r-2}$

46. Determina la solución homogénea para la relación de recurrencia con lineal coeficientes constantes, $a_r - 4a_{r-1} + 3a_{r-2} = 0$ [ ]

A) $a_r^{(h)} = A_1 r$ B) $a_r^{(h)} = A_1 + A_2 3^r$ C) $a_r^{(h)} = A_1 + 3^r$ D) $a_r^{(h)} = A_1 + A_2 r$

47. Todas son progresiones Aritméticas EXCEPTO [ ]

A) 25, 25.5, 26,... B) 15, 19, 23,... C) 64, 16, 4, ... D) 180, 150, 120, ...

48. Coloque una "S" si la relación de recurrencia es lineal con coeficientes constantes y una "N" si no lo es

A) $a_r = 3r^2 + 3a_{r-1}$ [ ]
B) $a_r = r^2 + 5 + 5ra_{r-1} - 2a_{r-2}$ [ ]
C) $a_r = (r2^r - 2a_{r-1} + 4a_{r-2})/2$ [ ]
D) $a_r = 3a_{r-1} + a_{r-2} - 8a_{r-3}a_{r-4}$ [ ]

49. Encuentre el valor del términos a_3 en la sucesión generada por $a_n = (2n + 5)^2$ [ ]

A) 9 B) 121 C) 15 D) 49

50. Determina la razón común r de la sucesión geométrica $10, 10^{2x+1}, 10^{4x+1}, 10^{6x+1}$ [ ]

A) 10^{2x} B) 1^{2x-1} C) 10^{2x-1} D) 10^{2x-2}

51. Determine la relación de recurrencia que corresponde a cada una de las siguientes sucesiones:

A) –9, –3, 3, 9, ...	$a_n = (-a_{n-1})/3$	[ ]
B) –1, 3, 3, 15, ...	$8a_n = 12a_{n-1} - 12a_{n-2} + a_{n-3}$	[ ]
C) –9, –3,9, –2457, ...	$a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}$	[ ]
D) –9, 3, –1, 1/3 ...	$a_n = -3a_{n-1} + 81a_{n-2} - 243a_{n-3}$	[ ]
E) –9, –3, 3, 45/8 , ...	$a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$	[ ]

52. Sea $2a_r = 7a_{r-1} - 3a_{r-2} - 2^r$, determine la ecuación característica, para la solución homogénea [ ]

A) $2\alpha^2 - 7\alpha - 3 = 0$ B) $2\alpha^2 + 7\alpha + 3 = 0$ C) $2\alpha^2 - 7\alpha + 3 = 0$ D) $2\alpha^2 + 7\alpha - 3 = 0$

53. Determina la relación de recurrencia con coeficientes constantes, si $\alpha 1 = 3$ y $\alpha 2 = -2$ son las raíces de la ecuación característica. [ ]

A) $a_r = a_{r-1} + 6a_{r-2}$ B) $a_r = -a_{r-1} - 6a_{r-2}$ C) $a_r = -a_{r-1} + 6a_{r-2}$ D) $a_r = a_{r-1} - 6a_{r-2}$

54. Determina la solución homogénea para la relación de recurrencia $a_r + 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 0$ [ ]

A) $a_r^{(h)} = A_1(-3)^r + A_2(2)^r$ B) $a_r^{(h)} = A_1(-3)^r + A_2(-2)^r$ C) $a_r^{(h)} = A_1(3)^r + A_2(2)^r$ D) $a_r^{(h)} = A_1(3)^r + A_2(-2)^r$

55. Dada la fórmula inductiva $1+3+5+...+(2n-1) = n^2$, calcule 1+ 3 + 5 + ... + 23 [ ]

A) 529 B) 144 C) 121 D) 100

56. Determina la relación de recurrencia con coeficientes constantes, si $\alpha 1 = 1$ y $\alpha 2 = -2$ son las raíces de la ecuación característica. [ ]

A) $a_r = a_{r-1} + 2a_{r-2}$ B) $a_r = -a_{r-1} - 2a_{r-2}$ C) $a_r = a_{r-1} - 2a_{r-2}$ D) $a_r = -a_{r-1} + 2a_{r-2}$

57. Todas son progresiones Geométricas EXCEPTO [ ]

A) 200, 400, 800,... B) 1600, 400, 100, ... C) 200, 400, 600,... D) 80, 40, 20, ...

58. Encuentre el valor del términos a_3 en la sucesión generada por $a_n = (2n - 1)^2$ [ ]

A) 36 B) 25 C) 9 D) 49

59. Sabiendo que, de una progresión aritmética, el término $a_8 = 47$ y $a_9 = 53$, encontrar a_1 [ ]

A) 5 B) 6 C) 1 D) 2

60. Coloque una "G" si es una progresión Geométrica, una "A", si es una progresión Aritmética o una "N" si no es ninguna de las dos.

A) 5, 8, 12 , 17, ... [ ]
B) -6, 12, -24, 48, ... [ ]
C) $10(7.05)$, $10(7.05)^2$, $10(7.05)^3$, $10(7.05)^4$, ... [ ]
D) ½, 1/3, ¼, 1/5,... [ ]

61. Sea $2a_r = 7a_{r-1} + 3a_{r-2} - 2^r$, determine la ecuación característica, para la solución homogénea [ ]

A) $2\alpha^2 + 7\alpha - 3 = 0$ B) $2\alpha^2 - 7\alpha - 3 = 0$ C) $2\alpha^2 + 7\alpha + 3 = 0$ D) $2\alpha^2 - 7\alpha + 3 = 0$

62. Determina la forma de la solución particular de la relación de recurrencia $3a_r = 3^r - a_{r-1} + 7a_{r-2}$ [ ]

A) $P3r$ B) $Pr^2 3^r$ C) $Pr3^r$ D) $P3^r$

63. Determina la forma de la solución particular de la relación de recurrencia $3a_r = 3r - a_{r-1} + 7a_{r-2}$ [ ]

A) $P_1r^2 + P_2r + P_3$ B) $P_1r + P_2$ C) P_1r3^r D) $(P_1r + P_2)3r$

64. Determina la solución homogénea para la recurrencia $a_r - 3a_{r-1} + 3a_{r-2} + a_{r-3} = 0$ [ ]

A) $a_r^{(h)} = (A_1r^2 + A_2r + A_3)(-3)^r$ B) $a_r^{(h)} = (A_1r^2 + A_2r + A_3)(-1)^r$

C) $a_r^{(h)} = (A_1r^2 + A_2r + A_3)(1)^r$ D) $a_r^{(h)} = (A_1r^2 + A_2r + A_3)(3)^r$

65. Encuentre una fórmula recursiva para las siguientes sucesiones:

A) 2, 6 ,10, 14,... $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ [ ]
B) 2, 6 , 12, 20, ... $a_n = a_{n-1} + 2n - 1$ [ ]
C) 2, 4, 6, 10, 16,... $a_n = a_{n-1} + 2n$ [ ]
D) 2, 5 ,10, 17, ... $a_n = a_{n-1} + 4$ [ ]

66. Todas son progresiones Geométricas EXCEPTO [ ]

A) 2, 4, 6,... B) 2, 4, 8,... C) 16, 4, 1, ... D) 8, 4, 2, ...

67. Determina la relación de recurrencia, si $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ son las raíces de la ecuación característica [ ]

A) $a_r = 2a_{r-1} + a_{r-2}$ B) $a_r = a_{r-1} - 2a_{r-2}$ C) $a_r = 2a_{r-1} - a_{r-2}$ D) $a_r = a_{r-1} + 2a_{r-2}$

68. Determina la fórmula recursiva de la siguiente sucesión: 1, 5, 21, 85, . . . [ ]

A) $a_n = 3a_{n-1} + 1$ B) $a_n = 4a_{n-1} - 1$ C) $a_n = 3a_{n-1} - 1$ D) $a_n = 4a_{n-1} + 1$

69. Un concurso tiene 5 premios que hacen un total de \$5,000.00 y entre los premios sucesivos habrá una diferencia de \$100.00. Calcule el valor del quinto premio [ ]

A) \$1,300.00 B) \$1,200.00 C) \$1000.00 D) \$800.00

70. Encuentre la ecuación característica asociada a la ecuación de recurrencia $a_n = -3a_{n-4}$ [ ]

A) $\alpha^4 - 3 = 0$ B) $\alpha^4 + 3 = 0$ C) $\alpha - 3 = 0$ D) $\alpha + 3 = 0$

71. Encuentre la solución homogénea para la siguientes relación de recurrencia $a_n - n = 3n^2 + a_{n-1}$ [ ]

A) A B) $A_1 + A_2$ C) –A D) $A_1 n^2 + A_2$

72. Determina la fórmula recursiva de la siguiente sucesión: 1, 2, 5, 14, . . . [ ]

A) $a_n = 3a_{n-1} + 1$ B) $a_n = 4a_{n-1} - 1$ C) $a_n = 3a_{n-1} - 1$ D) $a_n = 4a_{n-1} + 1$

73. Determine la relación de recurrencia, si $\alpha_1 = 1$ y $\alpha_2 = 4$ son las raíces de la ecuación característica [ ]

A) $a_r = 5a_{r-1} - 4a_{r-2}$ B) $a_r = a_{r-1} + a_{r-2}$ C) $a_r = 2a_{r-1} - a_{r-2}$ D) $a_r = a_{r-1} + 2a_{r-2}$

74. Sea $2a_r = 7a_{r-1} - 3a_{r-2} + 2^r$, determine su solución homogénea. [ ]

A) $A_1 3^r$ B) $A_1 + A_2$ C) $A_1 3^r + A_2 2^r$ D) $A_1 3^r + A_2 (1/2)^r$

75. Determine la forma de la solución particular de la relación de recurrencia $10a_{r-2} = 3^r - a_r + 7a_{r-1}$ [ ]

A) 3^r B) $Pr^2 3^r$ C) $Pr 3^r$ D) $P3^r$

UNIDAD 4. PRINCIPIOS DE CONTEO

Problemas propuestos

Los siguientes cinco problemas se refieren a una escuela de deportes en la que hay 140 alumnos de los cuales 40 toman Básquetbol, 50 Natación, 45 Ciclismo, 7 Natación y Básquetbol, 6 Natación y Ciclismo, 8 Básquetbol y Ciclismo; y 3 que toman los 3 cursos.

1. Cuántos alumnos distintos hay que toman uno o dos cursos únicamente [ ]

A) 102 B) 135 C) 117 D) 114

2. Cuántos alumnos distintos hay que no toman ninguno de estos cursos [ ]

A) 5 B) 23 C) 15 D) 18

3. Cuántos alumnos distintos hay que toman al menos un curso [ ]

A) 117 B) 102 C) 135 D) 114

4. Cuántos alumnos distintos hay que toman exactamente dos cursos [ ]

A) 18 B) 15 C) 12 D) 21

5. Cuántos alumnos distintos hay que toman exactamente un curso [ ]

A) 135 B) 102 C) 114 D) 117

6. Cuántas maneras diferentes hay de asignar la posición de salida de 8 autos que Participan en una carrera de fórmula 1. [ ]

A) 40,320 B) 8 C) 56,000 D) 40,000

Los siguientes cuatro problemas se refieren a que en una escuela se ofrecen cinco cursos por la mañana y siete por la tarde. Cuántas opciones tiene un alumno si quiere inscribirse en:

7. Un curso en la mañana y otro en la tarde [ ]

A) 12 B) 7 C) 35 D) 5

8. Un único curso [ ]

A) 5 B) 35 C) 7 D) 12

9. Dos cursos en la mañana y dos en la tarde [ ]

A) 210 B) 700 C) 35 D) 140

10. Todos los cursos posibles [ ]

A) C(12,5)*C(12,7) B) P(12,5)*P(12,7) C) C(12,12) D) P(12,12)

Los siguientes cinco problemas se refieren a una escuela de artes marciales en la que hay 110 alumnos de los cuales 30 toman Karate, 40 Tae Kwan Do, 35 Judo, 9 Karate y Tae Kwan Do, 11 Tae Kwan Do y Judo, 8 Karate y Judo; y 6 que toman los 3 cursos.

11. Cuántos alumnos distintos hay que toman uno o dos cursos únicamente [ ]

A) 67 B) 77 C) 83 D) 105

12. Cuántos alumnos distintos hay que no toman ninguno de estos cursos [ ]

A) 13 B) 5 C) 27 D) 20

13. Cuántos alumnos distintos hay que toman al menos un curso [ ]

A) 83 B) 105 C) 67 D) 77

14. Cuántos alumnos distintos hay que toman exactamente dos cursos [ ]

A) 28 B) 22 C) 16 D) 10

15. Cuántos alumnos distintos hay que toman exactamente un curso				[ ]
A) 77	B) 107	C) 67	D) 83	

Los siguientes cuatro problemas se refieren a que en una escuela se ofrecen ocho cursos por la mañana y seis por la tarde. Cuántas opciones tiene un alumno si quiere inscribirse en:

16. Un curso en la mañana y otro en la tarde				[ ]
A) 48	B) 8	C) 14	D) 6	

17. Un único curso				[ ]
A) 6	B) 18	C) 8	D) 14	

18. Dos cursos en la mañana y dos en la tarde				[ ]
A) 192	B) 420	C) 768	D) 48	

19. Todos los cursos posibles				[ ]
A) C(14,8)*C(14,6)	B) P(14,8)*P(14,6)	C) P(14,14)	D) C(14,14)	

Los siguientes cinco problemas se refieren a una academia en la que hay 130 alumnos de los cuales 43 toman Cerámica, 57 Pintura y 29 Escultura, en Cerámica y Pintura hay 10 alumnos, 5 en Pintura y Escultura, 5 en Cerámica y Escultura; y hay 2 que toman los 3 cursos.

20. Cuántos alumnos distintos hay que toman exactamente un curso				[ ]
A) 109	B) 111	C) 95	D) 129	

21. Cuántos alumnos distintos hay que toman al menos un curso				[ ]
A) 111	B) 129	C) 129	D) 109	

22. Cuántos alumnos distintos hay que toman exactamente dos cursos				[ ]
A) 19	B) 20	C) 16	D) 14	

23. Cuántos alumnos distintos hay que toman uno o dos cursos únicamente				[ ]
A) 111	B) 109	C) 129	D) 95	

24. Cuántos alumnos distintos hay que no toman ninguno de estos cursos				[ ]
A) 19	B) 11	C) 1	D) 14	

25. En una Copa de Fútbol participan 32 equipos. Los premios son copas de oro, plata, cobre y bronce del 1º al 4º lugar. ¿De cuántas formas pueden repartirse las copas, si un equipo solamente puede ganar una?				[ ]
A) C(32,4)	B) 32!/4!	C) 32!	D) P(32,4)	

Los siguientes cuatro problemas se refieren a que en México un número de Seguro Social tiene 9 dígitos. Para formarlos se permiten repeticiones. Cuántos números distintos hay si:

26. Se toman todos los posibles números que se puedan formar				[ ]
A) P(10,9)	B) 9^{10}	C) 10^9	D) 9!	

27. El primero y el último dígito no pueden ser cero				[ ]
A) P(10,7)	B) $10^7 \cdot 9^2$	C) 10^7	D) $9^7 \cdot 9^2$	

28. Ningún dígito puede ser un 8				[ ]
A) P(10,8)	B) 8^9	C) 10^9	D) 9^9	

29. Todos los dígitos deben ser pares				[ ]
A) P(9,5)	B) 9^5	C) 5^9	D) 10^5	

30. ¿Cuántas cadenas se pueden formar con las siguientes letras: BENZENE?				[ ]
A) 120	B) 840	C) 5,040	D) 420	

31. De cuántas maneras puede un agricultor sembrar 5 productos diferentes en 5 campos agrícolas si solamente cultiva un producto en cada campo [ ]

A) 120 B) 25 C) 10 D) 5

32. En Alemania 2006 participan 32 equipos de fútbol. Los premios son medallas de oro, planta y bronce, al primero, segundo y tercer lugar.¿De cuántas formas pueden repartirse las medallas, si un equipo solamente puede ganar una de ellas? [ ]

A) 29,760 B) 32!/3! C) 32! D) 4,960

33. ¿Cuántas cadenas de 8 bits tienen exactamente 3 ceros? [ ]

A) 3! B) 5! C) 56 D) 720

34. De un conjunto de 6 hombres y 7 mujeres, de cuántas maneras se puede elegir un comité de 5 personas. [ ]

A) 1,200 B) 154,440 C) 1,287 D) 65

35. Calcular el coeficiente del término xy^3 que resulta del binomio $(3x - 2y)^4$ [ ]

A) 96 B) –96 C) 216 D) –216

36. ¿Cuántos términos tendrá en total el desarrollo del trinomio $(2x + 3y + z)^3$? [ ]

A) 7 B) 4 C) 10 D) 13

37. Determinar el coeficiente del término x^4y^7 que se obtiene al desarrollar $(x+y)^{11}$ [ ]

A) 308 B) 280 C) 56 D) 330

38. En una escuela hay 1,232 alumnos inscritos en el curso de inglés, 879 al curso de francés y 114 al de alemán. Además 103 están inscritos en inglés y francés, 23 en inglés y alemán, 14 en francés y alemán y 7 en los tres cursos. ¿Cuántos estudiantes toman al menos un curso? [ ]

A) 2,092 B) 2,372 C) 2,225 D) 2,106

39. En la final de la carrera de los 100 metros planos participan 8 finalistas. Los premios son medallas de oro, planta y bronce, al primero, segundo y tercer lugar. ¿De cuántas formas pueden repartirse las medallas, si un finalista solamente puede ganar una de ellas? [ ]

A) 56 B) 8!/3! C) 8! D) 336

40. ¿Cuántas cadenas se pueden formar con las siguientes letras: FANTASMA? [ ]

A) 56 B) 336 C) 6,720 D) 40,320

41. ¿Cuántas cadenas de 8 bits tienen exactamente 5 ceros? [ ]

A) 3! B) 56 C) 5! D) 720

42. De cuántas maneras puede un agricultor sembrar 4 productos diferentes en 4 campos agrícolas si solamente cultiva un producto en cada campo [ ]

A) 4 B) 8 C) 16 D) 24

43. Calcular el coeficiente del término x^2y^2 que resulta del binomio $(3x - 2y)^4$ [ ]

A) 96 B) –96 C) 216 D) –216

44. De un conjunto de 8 hombres y 4 mujeres, de cuántas maneras se puede elegir un comité de 5 personas. [ ]

A) 792 B) 70 C) 495 D) 95,040

45. De cuántas maneras de pueden repartir 15 libros idénticos de matemáticas entre 6 estudiantes. [ ]

A) 20,206 B) 15,504 C) 90 D) 6!

46. ¿Cuántos términos tendrá en total el desarrollo del trinomio $(x + y + z)^2$? [ ]

A) 3 B) 6 C) 7 D) 4

47. Determinar el coeficiente del término x^5y^5 que se obtiene al desarrollar $(x+y)^{10}$ [ ]

A) 45 B) 120 C) 210 D) 252

48. Determinar el coeficiente del cuarto término que se obtiene al desarrollar $(x+3y)^{11}$ [ ]

A) 8,910 B) 26,730 C) 4,455 D) 330

49. ¿Cuántas "palabras" pueden formarse reordenando las letras de la palabra SALESPERSONS, si las cuatro S, deben ser consecutivas (juntas)? [ ]

A) 362,880 B) 181,440 C) 12!/2! D)286,808

50. ¿Cuántos números telefónicos de siete dígitos podemos obtener si el primero, el quinto y el último dígito no pueden ser cero y se permiten repeticiones? [ ]

A) 7'290,000 B) 72'900,000 C) 10'000,000 D) 70'000,000

51. El gerente de CHEDRAUI desea implementar ventas nocturnas 3 veces a la semana. De cuántas maneras distintas se pueden implementar dichas ventas. [ ]

A) 21 B) 35 C) 15 D) 10

52. Un cargamento de 50 microprocesadores contiene 4 defectuosos. ¿De cuántas maneras puedo seleccionar 4 microprocesadores no defectuosos? [ ]

A) 67,115 B) 230,300 C) 163,185 D)60,720

53. En una casa de huéspedes hay 30 habitaciones. En una temporada de vacaciones llega una excursión con 35 personas que quieren alojarse. De acuerdo a este suceso, ¿qué nos asegura el Principio de Dirichlet? [ ]

A) Cada huésped está en alguna habitación.
B) Hay una habitación que hospeda más de un huésped
C) Hay tres huéspedes sin habitación
D) Se tienen habitaciones donde puede recibir más de un huésped

54. ¿De cuántas formas puede elegirse un comité de 4 republicanos, 3 demócratas y 2 independientes de un grupo de 10 republicanos, 12 demócratas y 4 independientes? [ ]

A) $\binom{10}{4}+\binom{12}{3}+\binom{4}{2}$ B) $P(10,4)*P(12,3)*P(4,2)$ C) $\binom{10}{4}*\binom{12}{3}*\binom{4}{2}$ D) $P(10,4)+P(12,3)+P(4,2)$

55. Determinar el coeficiente del término x^5y^7 que se obtiene al desarrollar $(x+y)^{12}$ [ ]

A) 495 B) 66 C) 924 D) 792

56. ¿Cuántos números de 4 cifras pueden formarse a partir de los seis dígitos 1,2,3,5,7 y 8, que sean menores de 4,000 si no se permiten repeticiones [ ]

A) 360 B) 160 C) 180 D) 120

57. ¿Cuántas ordenaciones de las letras ABCDEFGH contienen las letras DEFGH juntas y en ese mismo orden [ ]

A) 40,320 B) 24 C) 6,720 D) 56

58. Se tienen 5 pilas de pelotas, cada pila de diferente color, además cada pila tiene al menos 6 pelotas. ¿De cuántos modos se pueden seleccionar 6 pelotas? [ ]

A) 6 B) 720 C) 210 D) 5,040

59. Obtenga el coeficiente del tercer término de $(a + b)^{20}$ [ ]

A) 20 B) 1 C) 1,140 D) 190

60. ¿De cuántas formas se pueden programar a tres conferencistas para tres reuniones diferentes si todos están disponibles en cualquiera de cinco fechas diferentes? [ ]

A) 24 B) 60 C) 120 D) 240

61. Puesto que $\binom{n}{n-r}=\binom{n}{r}$ y sabiendo que $n = a + b$, entonces todas las siguientes afirmaciones son ciertas EXCEPTO [ ]

A) $\binom{n}{n-b}=\binom{n}{a}$ B) $\binom{n}{n-a}=\binom{n}{b}$ C) $\binom{n}{a}=\binom{n}{b}$ D) $\binom{n}{a-b}=\binom{n}{b-a}$

62. Supóngase que tenemos 7 habitaciones y queremos asignar 4 de ellas como oficinas para programadores. ¿De cuántas maneras puede realizarse dicho acomodo? [ ]

A) 840 B) 120,960 C) 35 D) 210

63. Cuatro matrimonios compraron ocho lugares en la misma fila para un concierto. ¿De cuántas formas diferentes se pueden sentar si cada pareja debe estar junta? [ ]

A) 1,630 B) 70 C) 24 D) 8

64. ¿De cuántas formas pueden asignarse siete científicos en tres habitaciones de un hotel si una habitación es triple y dos son dobles? [ ]

A) 210 B) 7! C) 640 D) 120

65. ¿Cuántos automóviles diferentes se pueden construir si dispones de 12 colores diferentes, carrocerías de 4 modelos, motores de 3 potencias y transmisión de 2 tipos? [ ]

A) 96 B) 72 C) 288 D) 144

66. Un entrenador de baloncesto dispone de 12 jugadores ¿Cuántos equipos de 5 jugadores puede formar? [ ]

A) 792 B) 95,040 C) 60 D)120

67. ¿Cuántos números pares de tres dígitos se pueden formar a partir de los dígitos 1, 2, 5, 6 y 9 si cada dígito se puede usar sólo una vez? [ ]

A) 36 B) 10 C) 100 D) 24

68. De 40 estudiantes, 20 estudian matemáticas discretas, 14 álgebra, 10 cálculo, 7 matemáticas discretas y álgebra, matemáticas discretas y cálculo, 3 álgebra y cálculo y 9 no estudian ninguna de las 3 materias. ¿Cuántos estudian las tres materias? [ ]

A) 5 B) 2 C) 7 D) 3

69. ¿De cuántas formas diferentes se pueden ordenar 3 focos rojos, 4 amarillos y 2 azules en una serie de luces navideñas con nueve portalámparas? [ ]

A) 9! B) 24 C) 1,260 D) 940

70. El gerente de AURRERA desea implementar "rebajas sobre rebajas" tres veces a la semana. De cuántas maneras distintas se pueden implementar dichas rebajas. [ ]

A) 21 B) 35 C) 42 D) 210

Los siguientes cuatro problemas se refieren a lo siguiente: De cuántas formas diferentes se pueden ordenar las letras de **MISSISSIPPI** si:

71. Se tiene que comenzar con una **I** [ ]

A) 840 B) 6,300 C) 3,780 D) 12,600

72. Las dos **P** deben estar juntas [ ]

A) 840 B) 6,300 C) 3,780 D) 12,600

73. Las cuatro **S** deben estar juntas [ ]

A) 840 B) 6,300 C) 3,780 D) 12,600

74. Se debe comenzar y terminar con una **S** [ ]

A) 840 B) 6,300 C) 3,780 D) 12,600

Los siguientes cuatro problemas se refieren a lo siguiente: En la fábrica de placas de automóvil de un pequeño país, cada placa que se elabora consta de 2 letras y 3 dígitos. El alfabeto consta de 26 letras. Cuántas placas diferentes habrá si:

75. El primer dígito no puede ser cero [ ]

A) 421,200 B) 468,000 C) 608,400 D) 676,000

76. No se permite que se repitan las letras y los dígitos [ ]

A) 421,200 B) 468,000 C) 608,400 D) 676,000

77. No se permite repetir letras ni dígitos y el primer dígito no puede ser cero [ ]

A) 421,200 B) 468,000 C) 608,400 D) 676,000

78. Se permite repetir letras y dígitos [ ]

A) 421,200 B) 468,000 C) 608,400 D) 676,000

79. En una compañía hay 30 obreros y 10 administrativos. ¿De cuántas maneras se puede formar un comité compuesto por 3 obreros y 4 administrativos? [ ]

A) 1,200 B) 3,600 C)900,000 D) 852,600

80. ¿Cuántas cadenas se pueden obtener con las letras de la palabra MATEMATICAS? [ ]

A) 1’663,200 B) 11^{10} C) 11’000,000 D) 11!

UNIDAD 5. GRAFOS

Problemas propuestos

1. Determine el número de aristas que tiene el grafo $\boldsymbol{K_9}$? [ ]

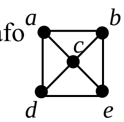
A) 90 B) 72 C) 45 D) 36

2. ¿Qué grado o valencia tendrá cada vértice de un grafo $\boldsymbol{K_6}$? [ ]

A) 6 B) 5 C) 7 D) 4

3. Coloque una "**S**" si el grafo correspondiente contiene un circuito de Euler o una "**N**" en caso contrario.

A) K_4 [ ]
B) K_9 [ ]
C) K_6 [ ]
D) K_3 [ ]

Basándose en el grafo  contestar los cuatro problemas siguientes:

4. ¿Cuál de las siguientes sucesiones de lados es un camino? [ ]

A) (a, b, c, b, a, d) B) (a, b, c, d, a, b) C) (a, b, c, d, e, c) D) (a, b, a, c, a, d)

5. ¿Cuál de las siguientes sucesiones de lados es un camino simple? [ ]

A) (a, b, c, e, d, a) B) (a, b, c, d, e, c) C) (a, b, c, a, d) D) (a, b, c, e, d)

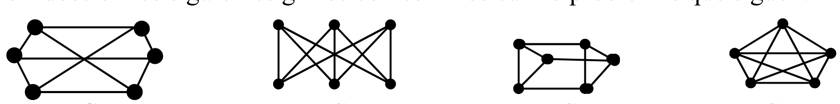
6. ¿Cuál de las siguientes sucesiones de lados es un circuito? [ ]

A) (a, c, d, a, b, a) B) (a, b, c, e, d, c, a) C) (a, b, c, d, c, a) D) (a, b, a, c, a)

7. ¿Cuál de las siguientes sucesiones de lados es un circuito simple? [ ]

A) (a, b, c, e, d, a) B) (a, b, c, d, c, a) C) (a, c, e, d, c, a) D) (a, b, c, e, d, c, a)

Basándose en los siguientes grafos contestar los cuatro problemas que siguen:



G_1 G_2 G_3 G_4

8. ¿Cuáles grafos son de Kuratowski? [ ]

A) G_2 y G_3 B) G_1 y G_4 C) G_2 y G_4 D) G_1 y G_2

9. ¿Cuáles grafos tienen un circuito de Hamilton? [ ]

A) Ninguno B) Algunos C) No se sabe D) Todos

10. ¿Cuál grafo es aplanable? [ ]

A) G_4 B) G_3 C) G_2 D) G_1

11. ¿Cuál grafo tiene un circuito de Euler [ ]

A) G_4 B) G_3 C) G_2 D) G_1

12. Determine el número de aristas que tiene el grafo $\boldsymbol{K_{10}}$? [ ]

A) 90 B) 110 C) 45 D) 55

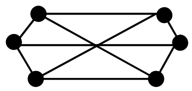
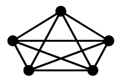
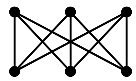
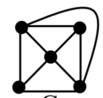
13. ¿Qué grado o valencia tendrá cada vértice de un grafo $\boldsymbol{K_n}$? [ ]

A) $n – 1$ B) n C) $n + 1$ D) $n – 2$

14. El Grafo en el cual ninguna arista se cruza con otra se llama: [ ]

A) Simple B) Completo C) Aplanable D) Dígrafo

Basándose en los siguientes grafos contestar los cuatro problemas que siguen:


G_1

G_2

G_3

G_4

15. ¿Cuáles grafos son isomorfos? [ ]

A) G_1 y G_3 B) G_1 y G_2 C) G_2 y G_3 D) G_2 y G_4

16. ¿Cuáles grafos tienen un paseo de Euler? [ ]

A) G_1 y G_3 B) G_1 y G_2 C) G_2 y G_3 D) G_2 y G_4

17. ¿Cuál grafo es completo? [ ]

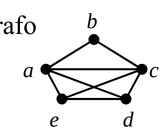
A) G_1 B) G_2 C) G_3 D) G_4

18. ¿Cuáles grafos tienen un circuito de Hamilton? [ ]

A) Ninguno B) Algunos C) Todos D) No se sabe

19. Coloque una "**S**" si el grafo correspondiente contiene un circuito de Euler o una "**N**" en caso contrario.

A) K_{11} [ ]
B) K_2 [ ]
C) K_4 [ ]
D) K_7 [ ]

Basándose en el siguiente grafo  contestar los cuatro problemas que siguen:

20. ¿Cuál de las siguientes sucesiones de lados es un camino? [ ]

A) (a, b, c, b, a, e) B) (a, b, c, d, e, c) C) (a, b, c, d, a, b) D) (a, b, a, e, a, b)

21. ¿Cuál de las siguientes sucesiones de lados es un camino simple? [ ]

A) (a, b, c, d, e) B) (a, b, c, d, e, c) C) (a, b, c, a, d) D) (a, b, c, d, e, a)

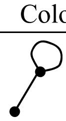
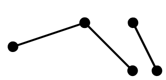
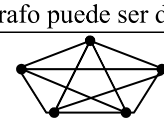
22. ¿Cuál de las siguientes sucesiones de lados es un circuito? [ ]

A) (a, e, c, d, c, a) B) (a, c, d, a, b, a) C) $(a, b, c, e, \mathrm{d}, a)$ D) (a, d, e, d, c, a)

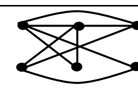
23. ¿Cuál de las siguientes sucesiones de lados es un circuito simple? [ ]

A) (a, b, c, e, d, c, a) B) (a, b, c, d, e, a) C) (a, b, c, d, c, a) D) (a, e, d, a, c, b, a)

24. Coloque la letra correcta de acuerdo al tipo de grafo. **Nota:** un grafo puede ser de más de un tipo.

A)  B)  C) 

Conexo [ ]
Simple [ ]
Completo [ ]

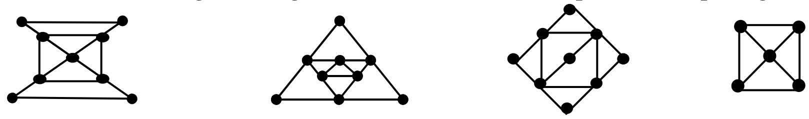
25. Determine el número de regiones del siguiente grafo aplanable:  [ ]

A) 11 B) 7 C) 5 D) 10

26. Es un grafo en el que hay datos asociados a sus lados [ ]

A) Ponderado B) Conexo C) Multigrafo D) Subgrafo

Basándose en los siguientes grafos contestar los cuatro problemas que siguen:



G_1 G_2 G_3 G_4

27. ¿Cuáles grafos tienen simultáneamente un paseo y circuito de Euler? [ ]

A) G_1 y G_3 B) G_1 y G_4 C) G_2 y G_3 D) G_1 y G_2

28. ¿Cuáles grafos no tienen un circuito de Euler? [ ]

A) G_3 y G_4 B) G_1 y G_2 C) G_1 y G_3 D) G_2 y G_3

29. ¿Cuál grafo tiene un paseo pero no un circuito de Euler? [ ]

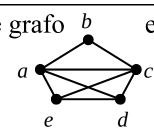
A) G_1 B) G_2 C) G_3 D) G_4

30. Todos los grafos tienen un paseo de Euler EXCEPTO [ ]

A) G_2 B) G_4 C) G_3 D) G_1

31. Si G es un grafo aplanable, ¿cuándo un subgrafo G' de G será aplanable? [ ]

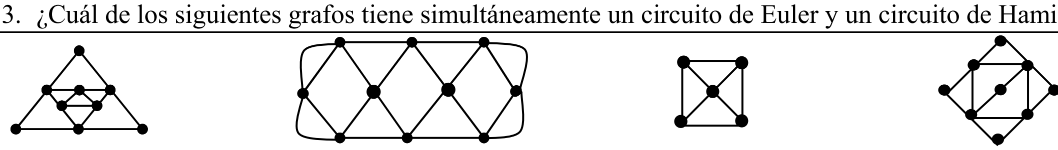
A) Nunca B) A veces C) No siempre D) Siempre

32. La matriz de adyacencia que representa el siguiente grafo 

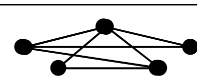
es: [ ]

A) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ B) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ C) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ D) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$

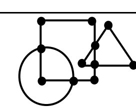
33. ¿Cuál de los siguientes grafos tiene simultáneamente un circuito de Euler y un circuito de Hamilton [ ]



A) B) C) D)

34. El siguiente grafo tiene un paseo de Euler porque  [ ]

A) Un número impar vértices tienen grado par B) Hay dos vértices de grado impar
C) Hay al menos dos vértices de grado impar D) Algunos vértices tienen grado par

35. ¿El siguiente grafo tendrá paseo de Euler, un circuito de Euler o ambos?  [ ]

A) Circuito NO Paseo NO B) Circuito SI Paseo NO C) Circuito NO Paseo SI D) Circuito SI Paseo SI

36. ¿Cuál de las siguientes matrices de incidencia representa un grafo simple? [ ]

A) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ B) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ C) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ D) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

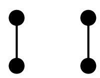
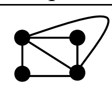
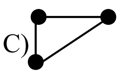
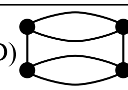
37. La matriz de adyacencia del grafo completo K_3 es: [ ]

A) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ B) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ C) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ D) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

38. La matriz de incidencia que representa un grafo G con todos sus vértices aislados entre si es: [ ]

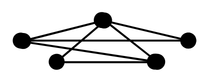
A) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ B) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ C) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ D) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

39. Cuál de los siguiente grafos representa un subgrafo generador para K_4 [ ]

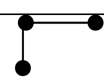
A)  B)  C)  D) 

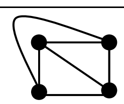
40. En un grafo definimos una camino o paseo de Euler si incluye [ ]

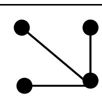
A) Todos los vértices del grafo una y solo una vez
B) Todas las aristas del grafo una y solo una vez pero no a todos los vértices
C) Todos los vértices del grafo una y solo una vez pero no todas las aristas
D) Todas las aristas y a todos los vértices del grafo una y solo una vez

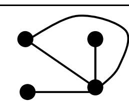
41. Cuántas caras o regiones tiene el siguiente grafo aplanable  [ ]

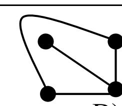
A) 6 B) 4 C) 7 D) 3

42. Cuál de los siguientes subgrafos es el complemento de  con respecto a K_4 [ ]


A)

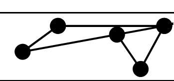

B)


C)

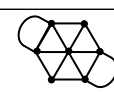

D)

43. Es un grafo en el que no existe lazos ni lados paralelos [ ]

A) Simple B) Completo C) Conexo D) No conexo

44. El siguiente grafo tiene un paseo de Euler porque  [ ]

A) Un número impar vértices tienen grado par
B) Hay al menos dos vértices de grado impar
C) Hay dos vértices de grado impar
D) Algunos vértices tienen grado par

45. ¿El siguiente grafo contendrá un paseo de Euler, un circuito de Euler o ambos?  [ ]

A) Circuito NO Paseo SI
B) Circuito SI Paseo NO
C) Circuito NO Paseo NO
D) Circuito SI Paseo SI

46. La matriz de incidencia del grafo completo K_3 es: [ ]

A) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ B) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ C) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ D) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

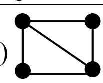
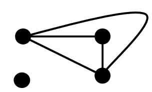
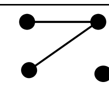
47. Para que valores de n; el grafo completo K_n contiene un circuito de Euler [ ]

A) Para todo n par B) Para cualquier $n \geq 3$ C) Para todo n primo D) Para todo n impar

48. La matriz de incidencia que representa un grafo G con un exactamente un vértice aislado es: [ ]

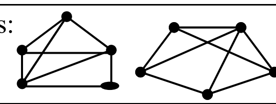
$$\text{A)}\ \left|\begin{matrix}1&1&1&0&0\\0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0\\1&1&0&1&0\end{matrix}\right| \quad \text{B)}\ \left|\begin{matrix}1&1&1&1&1\\0&0&0&1&0\\1&0&0&0&1\\0&1&1&0&0\end{matrix}\right| \quad \text{C)}\ \left|\begin{matrix}1&0&0&0&0\\0&1&1&1&1\\1&0&0&1&0\\0&1&0&0&1\end{matrix}\right| \quad \text{D)}\ \left|\begin{matrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&1\end{matrix}\right|$$

49. Todos los siguientes subgrafos son generadores de K_4 EXCEPTO [ ]

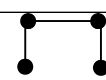
A)  B)  C)  D) 

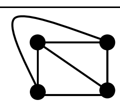
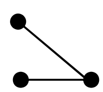
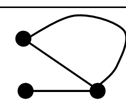
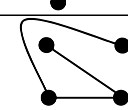
50. En un grafo definimos una camino o paseo de Hamilton si incluye [ ]

A) Todas las aristas del grafo una y solo una vez pero no a todos los vértices
B) Todos los vértices del grafo una y solo una vez
C) Todas las aristas del grafo una y solo una vez
D) Todos los vértices del grafo y todas las aristas una y solo una vez

51. Cuál es una razón por la que los siguientes grafos no son isomorfos:  [ ]

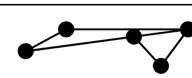
A) Sus vértices tiene grados distintos B) La cantidad de vértices y aristas es igual
C) Algunas de sus aristas se cruzan D) La cantidad de caras es la misma

52. Cuál de los siguientes subgrafos es el complemento de con respecto a K_4  [ ]

 A)  B)  C)  D)

53. Todas las matrices de Incidencia representan grafos que contienen un paseo de Euler, EXCEPTO [ ]

$$\text{A)}\ \left|\begin{matrix}1&0&1&0&1\\1&1&0&1&0\\0&1&0&0&1\\0&0&1&1&0\end{matrix}\right| \quad \text{B)}\ \left|\begin{matrix}1&0&1&1&0\\0&1&1&0&1\\1&1&0&0&0\\0&0&0&1&1\end{matrix}\right| \quad \text{C)}\ \left|\begin{matrix}0&1&1&1&0\\0&0&0&1&0\\1&1&0&0&1\\1&0&1&0&1\end{matrix}\right| \quad \text{D)}\ \left|\begin{matrix}1&1&1&0&0\\1&0&0&1&1\\0&0&0&1&1\\0&1&1&0&0\end{matrix}\right|$$

54. ¿El siguiente grafo tendrá paseo de Euler, un circuito de Euler o ambos?  [ ]

A) Circuito NO, Paseo NO B) Circuito SI, Paseo NO C) Circuito NO, Paseo SI D) Circuito SI, Paseo SI

55. La matriz de adyacencia del grafo completo K_4 es: [ ]

$$\text{A)}\ \left|\begin{matrix}0&1&1&1\\1&0&1&1\\1&1&0&1\\1&1&1&0\end{matrix}\right| \quad \text{B)}\ \left|\begin{matrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\end{matrix}\right| \quad \text{C)}\ \left|\begin{matrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{matrix}\right| \quad \text{D)}\ \left|\begin{matrix}1&1&1&0\\1&1&0&1\\1&0&1&1\\0&1&1&1\end{matrix}\right|$$

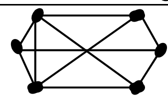
56. Se dice que un G' es un subgrafo generador de G si contiene: [ ]

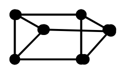
A) Algunos lados de G B) Todos los lados de G C) Algunos vértices de G D) Todos los vértices de G

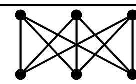
57. Circuito que incluye todos los vértices una vez, de un grafo dado: [ ]

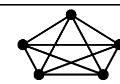
A) Circuito de Euler B) Circuito de Hamilton C) Circuito Simple D) Circuito

58. Determine cuál de los siguientes grafos es aplanable [ ]

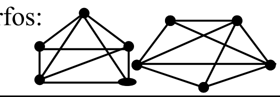

A)


B)


C)

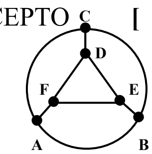

D)

59. Cuál es una razón suficiente por la que los siguientes grafos son isomorfos: [ ]



A) La cantidad de vértices y aristas es igual B) Sus vértices tiene grados distintos
C) Sus matrices de adyacencia son iguales D) La cantidad de caras es la misma

60. En el siguiente grafo, todas las sucesiones de lados representan un circuito de Hamilton EXCEPTO [ ]



A) ACBEDCA B) ABCDEFA C) BCDEFAB D) CAFDEBC

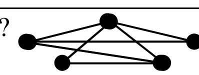
61. Cuál de las siguientes matrices de incidencia representa grafo que contienen un circuito de Euler [ ]

A) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ B) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ C) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ D) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$

62. Para que un grafo no dirigido **G** contenga un circuito de Euler es necesario que el grafo tenga [ ]

A) Todos los vértices del mismo grado B) Al menos dos vértices de grado par
C) Algunos vértices de grado par D) Todos los vértices de grado par

63. ¿El siguiente grafo contendrá un paseo de Euler, un circuito de Euler o ambos? [ ]



A) Circuito SI
Paseo SI

B) Circuito SI
Paseo NO

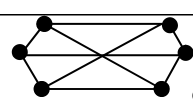
C) Circuito NO
Paseo NO

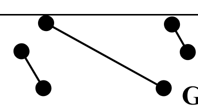
D) Circuito NO
Paseo SI

64. Las siguientes matrices de incidencia representan un grafo completo K_3 EXCEPTO: [ ]

A) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ B) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ C) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ D) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$

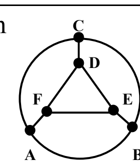
65. El grafo $\mathbf{G_2}$ es [ ]


$\mathbf{G_1}$


$\mathbf{G_2}$

A) Isomorfo con G_1 B) Complemento de G_1
C) Subgrafo generador de G_1 D) Isomorfo bajo vértices de grado 2 con G_1

66. En el siguiente grafo.¿Cuál sucesión de lados es un circuito de Hamilton [ ]



A) ACBEDCA B) BCDEFACB C) CAFDEBC D) CDEBAFDC

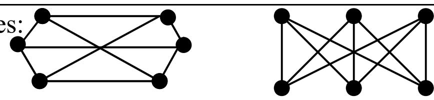
67. Arreglo numérico en el que no se pueden representar lados paralelos [ ]

A) Matriz de Incidencia B) Matriz de Adyacencia C) Tabla Relacional D) Función de asignación

68. Cantidad de 1's que tiene la matriz de adyacencia de un árbol de n vértices [ ]

A) $n-1$ B) $2n-2$ C) $2n-1$ D) $2n$

69. El grafo G_2 es: [ ]



$\mathbf{G_1}$ $\mathbf{G_2}$

A) Complemento de G_1

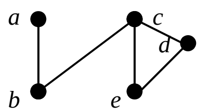
B) Subgrafo generador del G_1

C) Isomorfo con bajo vértices de grado 2 con G_1

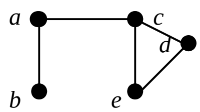
D) Subgrafo del G_1

70. Determine el grafo que corresponde a la siguiente matriz de adyacencia [ ]

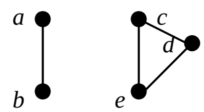
$$\begin{array}{c|ccccc|} & a & b & c & d & e \\ a & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ b & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ d & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ e & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$



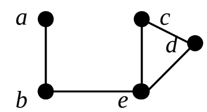
A)



B)



C)



D)

71. La matriz de incidencia de un árbol de n vértices consta de [ ]

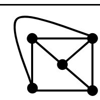
A) n renglones y n columnas

B) $(n-1)$ renglones y n columnas

C) $(n-1)$ renglones y $(n-1)$ columnas

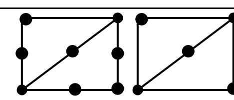
D) n renglones y $(n-1)$ columnas

72. Qué tipo de grafo es el siguiente: [ ]



A) Completo (K_5) B) Simple C) Ponderado D) Dígrafo

73. Determine una razón por la cual los siguientes grafos son isomorfos Bajo vértices de grado 2 [ ]



A) Tiene la misma matriz de incidencia

B) Se pueden ordenar los vértices y lados

C) Se pueden eliminar vértices grado 2

D) La cantidad de lados es la misma

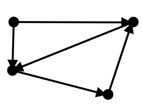
74. Fórmula de Euler para grafos aplanables (e=lados, v=vértices y r=regiones) [ ]

A) $v = 2 + e + r$ B) $r = v + e - 2$ C) $e = r + v + 2$ D) $2 = v - e + r$

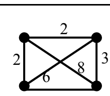
75. Sucesión de lados que incluye todos los lados de un grafo dado. [ ]

A) Circuito de Euler B) Circuito de Hamilton C) Circuito Simple D) Circuito

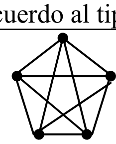
76. Colocando la letra correcta de acuerdo al tipo de grafo (que puede ser de más de un tipo)



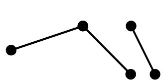
A)



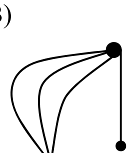
B)



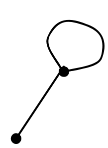
C)



D)



E)



F)

Grafo ponderado [ ]

Grafo no simple [ ]

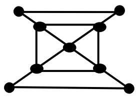
Grafo completo [ ]

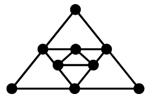
Dígrafo [ ]

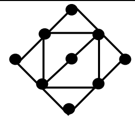
Grafo no conexo [ ]

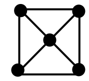
Multigrafo [ ]

77. ¿Cuál de los siguientes grafos tiene simultáneamente un circuito de Euler y un circuito de Hamilton	[ ]

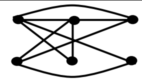

A)


B)


C)


D)

78. Determine el número de regiones del siguiente grafo aplanable:	[ ]



A) 11 B) 7 C) 5 D) 10

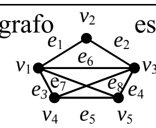
79. Cantidad de 0's que tiene la matriz de adyacencia de un árbol de n vértices	[ ]

A) $n^2 + 2n + 2$ B) $n^2 - 2n + 2$ C) $n^2 - 2n - 2$ D) $n^2 + 2n - 2$

80. Para que valores de n el grafo completo K_n NO contiene un circuito de Euler	[ ]

A) Para todo n par B) Para cualquier $n \geq 3$ C) Para todo n primo D) Para todo n impar

81. La matriz de incidencia que representa el siguiente grafo es:	[ ]

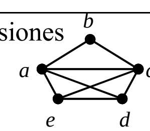


A) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ B) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ C) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ D) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$

82. ¿Cuál de las siguientes matrices de incidencia representa un grafo simple?	[ ]

A) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ B) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ C) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ D) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

83. Basándose en el siguiente grafo, relacionar las columnas considerando que cada una de las sucesiones de lados es un:

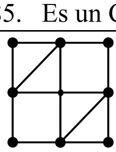


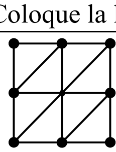
A) (c, e, a, d, e, c)	Camino	[ ]
B) (c, d, e, a, c)	Camino y Circuito	[ ]
C) (a, b, c, d, e, c)	Camino y Camino Simple	[ ]
D) (a, b, c, d, e)	Camino, Circuito y Circuito Simple	[ ]

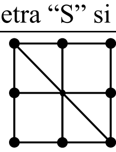
84. Es un grafo en la que siempre existe un camino entre cualquier par de vértices	[ ]

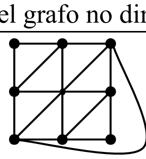
A) No conexo B) Completo C) Conexo D) Simple

85. Es un Coloque la letra "S" si el grafo no dirigido contiene circuito de **EULER** o una "N" en caso contrario.


G_1


G_2


G_3


G_4

G_1 [ ]
G_2 [ ]
G_3 [ ]
G_4 [ ]

UNIDAD 6. ÁRBOLES

Problemas propuestos

1. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es verdadera? [ ]

A) Un árbol contiene exactamente un circuito B) Un árbol es un grafo no conexo
C) Un árbol de 5 vértices es isomorfo a K_5 D) Un árbol con 2 o más vértices tiene una hoja

2. Un grafo dirigido es un árbol dirigido si se convierte en un árbol cuando se ignora: [ ]

A) Las direcciones de las aristas B) Los vértices
C) El grado de salida de los vértices D) El grado de entrada de los vértices

3. Cuál de siguientes conjuntos es un código de prefijos [ ]

A){1,001,01,010} B) {1,011,010,001,000} C) {1,00,01,000,0001} D) {1,01,10,000,001}

4. Un vértice de un árbol con grado igual a 1 se conoce como nodo: [ ]

A) Hoja B) Rama C) Padre D) Hermano

5. Para que un grafo con 12 vértice sea un árbol debe tener … [ ]

A) 11 aristas B) 12 aristas C) Menos de 11 aristas D) Más de 11 aristas

6. Todas son propiedades de un árbol EXCEPTO [ ]

A) Es un grafo en el cual el número de aristas es mayor que el número de vértices
B) Es un grafo con e = v – 1 que no contiene circuitos
C) Es un grafo en el cual existe un único paseo entre cada par de vértices
D) Es un grafo que es conexo

7. Todos los siguientes conjuntos son códigos de prefijos EXCEPTO [ ]

A){1,01,001,000} B){1,01,10,000,001} C){11,10,01,000,001} D){1,011,010,001,000}

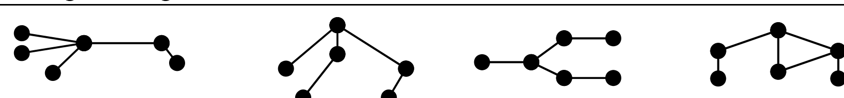
8. Para que una grafo con 9 aristas sea un árbol tiene que tener ... [ ]

A) Menos de 9 vértices B) 8 vértices C) 10 vértices D) Más de 9 vértices

9. Un vértice de un árbol enraizado con grado de salida 0 se conoce como nodo: [ ]

A) Rama B) Hoja C) Padre D) Raíz

10. Todos los siguientes grafos son árboles EXCEPTO [ ]



A) B) C) D)

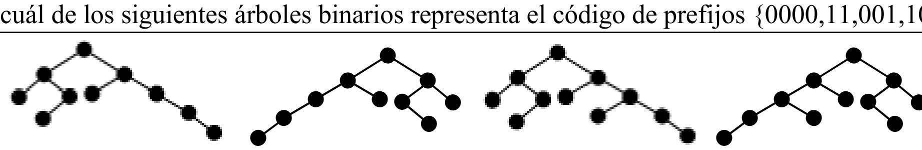
11. Un vértice de un árbol enraizado con grado de salida diferente de 0 se conoce como nodo: [ ]

A) Rama B) Hoja C) Padre D) Raíz

12. Cuál de siguientes conjuntos representa un código de prefijos [ ]

A){0000,01,11,010,101} B){0000,01,11,001,101} C){101,010,11,000,01} D){000,0001,11,01,101}

13. Determine cuál de los siguientes árboles binarios representa el código de prefijos {0000,11,001,101,01} [ ]

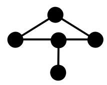
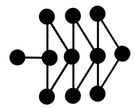
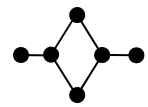
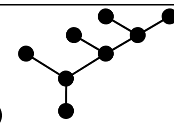


A) B) C) D)

14. Para que un grafo con 10 vértices sea un árbol tiene que tener... [ ]

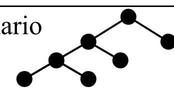
A) Menos de 10 aristas B) 10 aristas C) 9 aristas D) Más de 10 aristas

15. Cuál de siguientes grafos es un árbol [ ]

A)  B)  C)  D) 

16. Un vértice de un árbol enraizado con grado de entrada 0 se conoce como nodo: [ ]

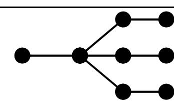
A) Rama B) Hoja C) Padre D) Raíz

17. Cuál es el código de prefijos obtenido del siguiente árbol binario  [ ]

A){1,01,001,000} B){0,10,110,111} C){001,110,00,10} D){00,11,000,111}

18. Un grafo G=(V,E) conexo con ____________ es un árbol. [ ]

A) $e = v + 1$ B) $e = v - 1$ C) $v = e - 1$ D) $e = v + 2$

19. Determine las características del siguiente árbol  [ ]

A) Enraizado, ternario, altura 3 B) Enraizado, ternario, altura 4

C) Enraizado, binario, altura 3 D) Enraizado, binario, altura 4

20. Todas son propiedades de un árbol EXCEPTO [ ]

A) Entre dos vértices hay un único camino B) Es no conexo

C) Si quitas cualquier arista se hace no conexo D) No tiene ciclos

21. Es un árbol donde cada nodo rama tiene exactamente *m* hijos [ ]

A) Árbol enraizado B) Árbol de búsqueda binaria C) Árbol *m*–ario D) Árbol m–ario regular

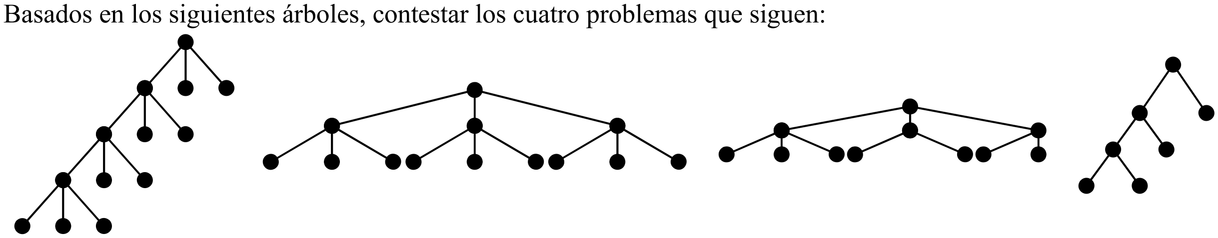
22. Es un árbol donde cada nodo rama tiene a lo más *m* hijos [ ]

A) Árbol enraizado B) Árbol de búsqueda binaria C) Árbol *m*–ario D) Árbol m–ario regular

23. Un grafo no dirigido conexo que no contiene circuitos recibe el nombre de: [ ]

A) Árbol generador B) Subárbol C) Árbol D) Conjunto de corte

Basados en los siguientes árboles, contestar los cuatro problemas que siguen:



T_1 T_2 T_3 T_4

24. Todos son árboles *m*–arios regulares EXCEPTO [ ]

A) T_1 B) T_2 C) T_3 D) T_4

25. Es un árbol ternario de altura 4 [ ]

A) T_1 B) T_2 C) T_3 D) T_4

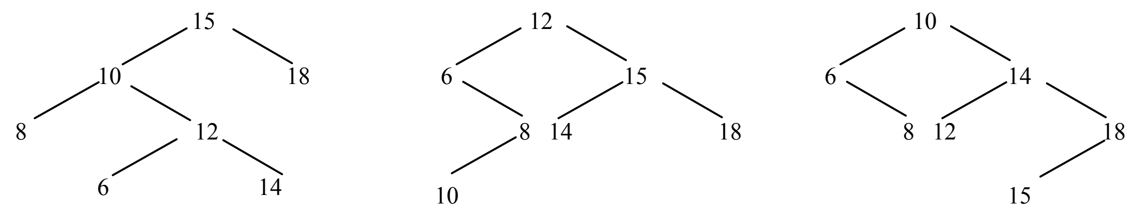
26. Es un árbol binario	[ ]

A) T_1 B) T_2 C) T_3 D) T_4

27. Son conexos	[ ]

A) Ninguno B) Algunos C) Solamente T_3 D) Todos

Dados los siguientes árboles, contestar los cuatro problemas que siguen:



T_1 T_2 T_3

28. Es un árbol de búsqueda binaria	[ ]

A) T_1 B) T_2 C) T_3 D) Todos

29. Es un árbol binario	[ ]

A) T_1 B) T_2 C) T_3 D) Todos

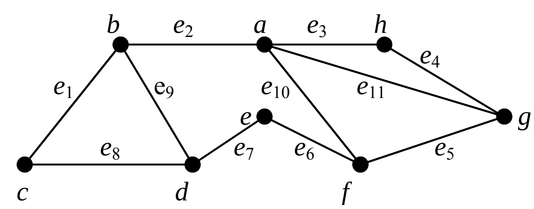
30. Es un árbol binario regular	[ ]

A) T_1 B) T_2 C) T_3 D) Ninguno

31. Es un árbol enraizado	[ ]

A) T_1 B) T_2 C) T_3 D) Todos

Dados el siguiente grafo, contestar los cuatro problemas que siguen:



32. Es un árbol generador del grafo	[ ]

A) $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}\}$ B) $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$
C) $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_6, e_9, e_{10}\}$ D) $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_8\}$

33. Es un conjunto de corte	[ ]

A) $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$ B) $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_{10}\}$ C) $\{e_1, e_4, e_9, e_{10}, e_{11}\}$ D) $\{e_1, e_4, e_5, e_9, e_{10}, e_{11}\}$

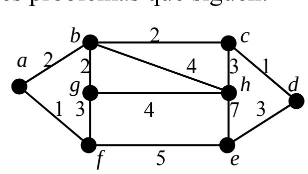
34. Es un árbol del grafo	[ ]

A) $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_6, e_{10}\}$ B) $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_6, e_7, e_{11}\}$ C) $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_{10}\}$ D) $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_8, e_9\}$

35. Si $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_7, e_9\}$ es un árbol de dicho grafo, encontrar su complemento	[ ]

A) $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ B) $\{e_6, e_8, e_{10}, e_{11}\}$ C) $\{e_1, e_4, e_5, e_8\}$ D) $\{e_6, e_7, e_{10}, e_{11}\}$

Dados el siguiente grafo pesado, contestar los tres problemas que siguen:



36. Es el peso que debe tener su árbol generador mínimo [ ]

A) 37 B) 10 C) 14 D) 29

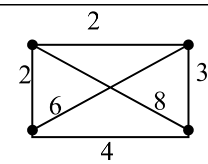
37. ¿Será (a, b, h, g, f, e, d} un árbol del grafo? [ ]

A) Si B) No C) No se sabe D) Faltan datos

38. Será (a, b, h, g, f, e, d} un árbol generador del grafo [ ]

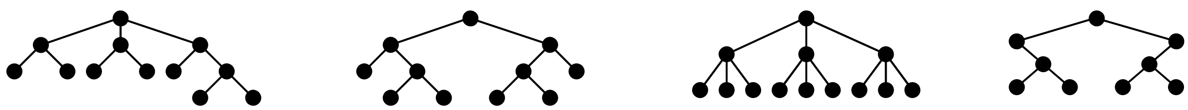
A) Si B) No C) No se sabe D) Faltan datos

39. Cuál será el peso del árbol generador mínimo del grafo [ ]



A) 18 B) 25 C) 5 D) 7

Dados los siguientes árboles contestar los cuatro problemas que siguen:



T_1 T_2 T_3 T_4

40. Cuál es ternario regular [ ]

A) T_3 B) T_4 C) T_2 D) T_1

41. Cuáles son m–arios regulares [ ]

A) T_1 y T_3 B) T_2 y T_3 C) T_2 y T_4 D) T_1 y T_4

42. Cuáles son m–arios no regulares [ ]

A) T_1 y T_3 B) T_2 y T_3 C) T_2 y T_4 D) T_1 y T_4

43. Cuáles son binarios [ ]

A) T_1 y T_3 B) T_2 y T_3 C) T_2 y T_4 D) T_1 y T_4

44. Coloque una **S** si el conjunto de sucesiones binarias dado define un código de prefijos y una **N** en caso contrario

{0000, 0001, 0010, 10, 01} [ ]

{1111, 1100, 1010, 10, 01} [ ]

{1101, 0100, 1101, 10, 01} [ ]

{0000, 0001, 1101, 10, 01} [ ]

45. La matriz de incidencia de un árbol de n vértices consta de [ ]

A) n renglones y n columnas B) $(n-1)$ renglones y n columnas

C) $(n-1)$ renglones y $(n-1)$ columnas D) n renglones y $(n-1)$ columnas

46. La matriz de adyacencia de un árbol de n vértices consta de [ ]

A) n renglones y n columnas B) n renglones y $(n-1)$ columnas

C) $(n-1)$ renglones y n columnas D) $(n-1)$ renglones y $(n-1)$ columnas

47. Cantidad de 1's que tiene la matriz de adyacencia de un árbol de n vértices [ ]

A) $n-1$ B) $2n-2$ C) $2n-1$ D) $2n$