Desventaja.
- A veces diverge. o se queda indefinida
- Depende de la manipulación algebraica.

Pregunta: ¿Como encontrar un problema que converja rapidamente?

Respuesta:
Teorema Sea $g \in C[a,b]$ tal que $g(x) \in [a,b]$ $\forall x \in [a,b]$, además supongamos que existe $g'(x) \in [a,b]$ y una constante positiv $K \leq 1$. cuando

$$|g'(x)| \leq K \ \forall x \ (a,b)|$$

entonces cualquier número $P_0 \in [a,b]$, la sucesión definida por $p = g(P_n)$ $n \geq 1$ converge en un punto fijo para el intervalo de $[a,b]$

Entre más pequeño sea el valor de K, más rápida será la convergencia

Corolario Si g satisface las hipotesis del teorema las cotas de error que supone utilizar P_n para aproximar P están dadas por:

$$|P_n - P| \leq K^n \ \text{Máx}\{P_0 - a, b - P_0\}$$

y por

$$|P_n - P| \leq \frac{K^n}{1-K} |P_1 - P_0| \ \forall n \geq 1$$

Este último nos indica que $\{P_n\}$ converge a la cota K de la primer derivada y la razón de convergencia depende de K^n

Ejemplo. Considera la funcion $f(x) = x^3 + 4x^2 - 10 = 0$ con raíz única en $[1,2]$

Solución

Hay muchas maneras de llegar a $x = g(x)$.

a) $x^3 + 4x^2 - 10 = 0$

$4x^2 = 10 - x^3$

$x = \pm\sqrt{\dfrac{10 - x^2}{4}} \Rightarrow g(x) = \sqrt{\dfrac{10 - x^3}{4}}$

b) $x^3 + 4x^2 - 10 = 0$

$-x^3 - 4x^2 + x + 10 = x \Rightarrow g(x) = -x^3 - 4x^2 + x + 10$

c) $x^3 + 4x^2 - 10 = 0$

$-x^3 - 4x^2 + 10 = 0$

$-x^2 - 4x + \dfrac{10}{x} = 0$

$g(x) = \sqrt{\dfrac{10}{x} - 4x}$

d) $x = x - \dfrac{x^3 + 4x^2 + 10}{3x^2 + 8x}$

n	a	b	c	d
0	1.5	1.5	1.5	1.5
1	1.286953	-0.875	0.8165	1.3733
2	1.402590	6.732	2.9969	1.36522
3	1.345458	-489.7	$(-8.65)^{1/2}$	1.3652
4	1.375170	1.03×10^8		1.365
5	1.360094	⋮		
6	1.367846	⋮		
7.	1.363887.			

Analizando con teorema.

a) $g(x) = \dfrac{\sqrt{10 - x^3}}{2}$

$g'(x) = \dfrac{-3x^2}{4\sqrt{10 - x^3}} < 0 \quad \forall x \in [1,2]$

$|g'(x)| \leq k < 1$ falla en $[1,2]$

Pero sí cumple en $[1, 1.5]$