

# Tarea 7. Grafos

Ejercicio 1. Calcule el orden, el tamaño, las componentes conexas y el grado de cada vértice para el multigrafo que se ilustra en la siguiente figura.

Orden:

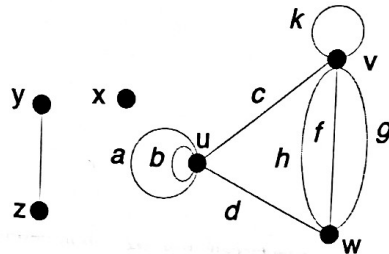
$$\text{Ord}(G) = 6$$

Tamaño:

$$t(G) = 9$$

Componentes conexas:

$uvw, x, yz$



$$gr(y) = gr(z) = 1$$

$$gr(x) = 0$$

$$gr(u) = 6$$

$$gr(v) = 6$$

$$gr(w) = 4$$

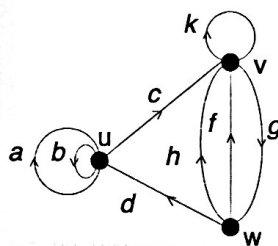
Ejercicio 2. Calcule el orden, el tamaño, y los grados de entrada y salida de cada vértice para el multidigrafo que se ilustra en la siguiente figura.

Orden

$$\text{Ord}(G) = 3$$

Tamaño

$$t(G) = 8$$



$$gr_e(u) = 3$$

$$gr_s(u) = 3$$

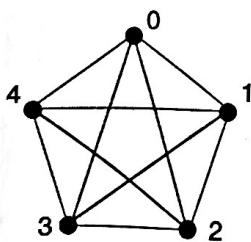
$$gr_e(v) = 4$$

$$gr_s(v) = 2$$

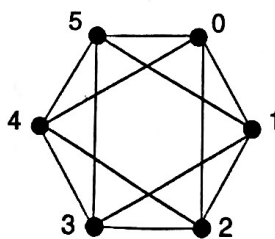
$$gr_e(w) = 1$$

$$gr_s(w) = 3$$

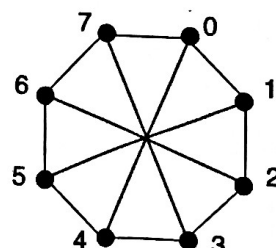
Ejercicio 3. Determine las matrices de adyacencias para los siguientes grafos.



	0	1	2	3	4
0	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1
2	1	1	0	1	1
3	1	1	1	0	1
4	1	1	1	1	0



	0	1	2	3	4	5
0	0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
2	1	1	0	1	1	1
3	1	1	1	0	1	1
4	1	1	1	1	0	1
5	1	1	1	1	1	0



	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1	1
2	1	1	0	1	1	1	1	1
3	1	1	1	0	1	1	1	1
4	1	1	1	1	0	1	1	1
5	1	1	1	1	1	0	1	1
6	1	1	1	1	1	1	0	1
7	1	1	1	1	1	1	1	0

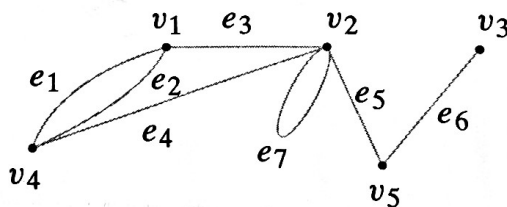
Ejercicio 4. Muestre que  $K_n$  tiene  $\frac{n(n-1)}{2}$  aristas.

La gráfica  $K_n$  es un grafo con  $n$  vértices en el que hay una arista entre cada par de vértices.

Comenzaremos analizando un grafo  $K_3$  y vamos a conectar solo un vértice, generando un grafo de tamaño  $=2$ . Si hacemos lo mismo con uno de orden 4, vemos que queda un grafo de tamaño 3, o sea,  $n-1$ . Repitiendo el mismo proceso para cada vértice, nos damos cuenta que, al ser un grafo no dirigido ( $V_1V_2 = V_2V_1$ ) estamos repitiendo cada arista 2 veces, así que, si obtenemos la mitad de eso, al final nos queda que el tamaño de una gráfica  $K_n$  es  $\frac{n(n-1)}{2}$ .

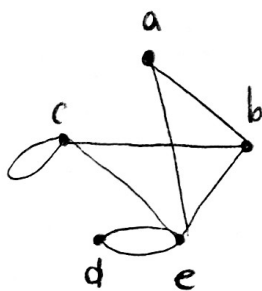
Ejercicio 5. Determine las matrices de incidencias para el siguiente grafo.

	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$	$e_5$	$e_6$	$e_7$
$V_1$	1	1	1	0	0	0	0
$V_2$	0	0	1	1	1	0	2
$V_3$	0	0	0	0	0	1	0
$V_4$	1	1	0	1	0	0	0
$V_5$	0	0	0	0	1	1	0



Ejercicio 6 Dada la siguiente matriz encuentre la representación gráfica de su grafo correspondiente.

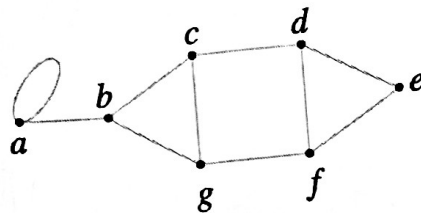
Es un grafo no dirigido



	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$
$a$	0	1	0	0	1
$b$	1	0	1	0	1
$c$	0	1	2	0	1
$d$	0	0	0	0	2
$e$	1	1	1	2	0

Ejercicio 7 Encuentre todos los caminos simples del vértice  $a$  al vértice  $e$

Un camino simple es una ruta donde no se repiten vértices ni aristas.



→  $abcde$ ,  $abdcfe$ ,  $abgcfe$ ,  $abgfd e$ ,  $abgfe$ ,  $abgfde$ ,  $abgcde$ ,  $abgcdfe$ .

Bonus 1. Sea  $G$  una gráfica y sean  $v$  y  $w$  vértices distintos. Si hay un camino de  $v$  a  $w$ , demuestre que existe un camino simple de  $v$  a  $w$ .

Un camino es una sucesión alternante de vértices y aristas, donde estas dos se pueden repetir. Pero, si nos reservamos el derecho de pasar más de una vez por un vértice o arista, con el fundamento de que una arista nos lleva al mismo punto y cada vértice adyacente siempre con las mismas aristas, obtenemos un camino simple.