

Examen Módulo Variable Complejo

F1009 Agosto-diciembre 2020

Instrucciones: lee cuidadosamente cada una de las preguntas y problemas antes de contestarlos. Un problema es considerado como correcto si presenta un procedimiento adecuado, claro, detallado, con las unidades respectivas y en orden de cada uno de los procesos seguidos para obtener a la solución, argumentando claramente y con base a principios teóricos. NO se aceptan dos respuestas diferentes para un problema, si esto ocurre será anulado el reactivo. Que tus respuestas sean lo más detallado posible, NO SUPONGAS NADA, ESCRIBELO.

Resuelve cada uno de los siguientes ejercicios:

1. Verifica que

$$\overline{\left(\frac{3+7i}{8+6i}\right)} = \frac{(3-7i)^2}{8-6i}$$

2. Expresa el siguiente producto en la forma $z = x + iy$, $(\cos 15 + i \sin 15)^7 (\cos 45 - i \sin 45)^3$.

3. Demuestra que la parte real de siguiente z es 0, donde

$$z = \frac{(1 - i\sqrt{3})^{21}}{(i - 1)^{38}}$$

4. Hallar las raíces cuartas de 1, utiliza forma polar y de ahí la forma $z = x + iy$.

5. Representa el lugar geométrico de $|z - 3| - |z + 3| = 4$.

6. Demuestra que $\sin(z + w) = \sin z \cos w + \cos z \sin w$. Utiliza la definición compleja de \sin .

7. Encuentra los valores de las constantes de tal forma que $f(z)$ sea analítica, $f(z) = ax + by + i(cx + dy)$.

8. Encuentra el límite de

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{1 - \cos z}{\sin z^2}$$

9. Dado el triángulo con vértices en 0, 2, $2+2i$ orientado en sentido contrario a las manecillas del reloj, encuentra

$$\int_c \bar{z}^2 dz$$

10. Resuelve las siguientes integrales:

a)

$$\oint_{|z|=8} \frac{z^2 - 2z}{(z+1)^2(z^2+4)}$$

b)

$$\oint_{|z|=8} \frac{e^z}{z^3}$$