UNIDAD 2.
2.3. TIPOS DE MATRICES

LA NOMENCLATURA DE LOS DISTINTOS TIPOS DE MATRICES SON LAS SIGUIENTES

MATRIZ RECTANGULAR:
Es aquella que tiene distinto número de filas que de columnas.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Orden de la matriz (m,n)

Ejemplo: Determinar los órdenes de las siguientes matrices

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 5 & 3 \\ 6 & 0 & 2 & 3 \\ 5 & 3 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

MATRIZ FILA:

Es la matriz rectangular que solo tiene una fila:

$$\mathbf{A} = [a_{11} \quad a_{12} \quad a_{13} \quad . \quad . \quad . \quad a_{1n}]$$

Ejemplo: Determinar el orden de la siguiente matriz fila:

$$A = [2 \quad 3 \quad 0 \quad 0]$$

MATRIZ COLUMNA:
Es la matriz rectangular que solo tiene una columna

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{11} \\ \mathbf{a}_{21} \\ \mathbf{a}_{31} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{a}_{m1} \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{a}_{11} \\ \mathbf{a}_{21} \\ \mathbf{a}_{31} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{a}_{m1} \end{Bmatrix}$$

Esta matriz también se llama vector columna.

Ejemplo: Determinar el orden de la siguiente matriz.

$$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

MATRIZ NULA:
Es la que tiene sus términos nulos, y estos pueden tener cualquier orden.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & . & . & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & . & . & \mathbf{0} \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & . & . & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

MATRIZ CUADRADA:

Es la que tiene igual número de filas que de columnas. Su orden (n,n), pero se suele decir orden (n).

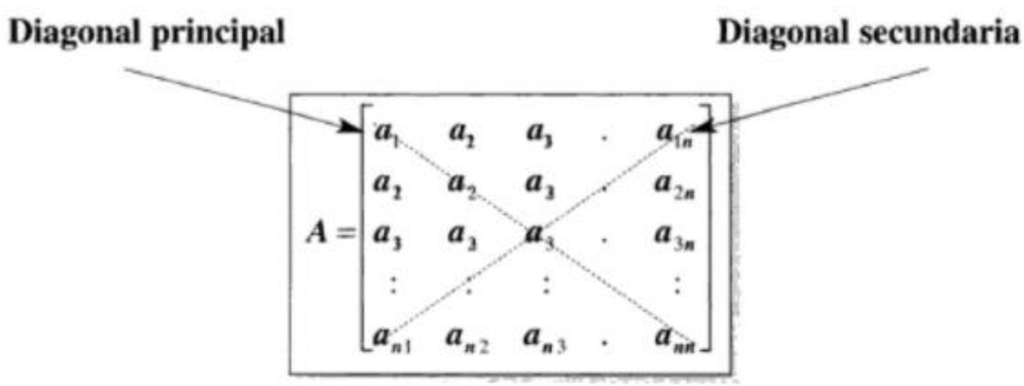
Ejemplo: Determinar el orden de la siguiente matriz.

$$A=\begin{bmatrix}1 & -1 & 0\\ 3 & 6 & 0\\ 2 & 3 & 0\end{bmatrix}$$

Como se nos indicó anteriormente esta matriz tiene de orden (3,3), pero se sele indicar con un solo número. En este caso se dice que la matriz tiene un orden 3.

Diagonales de una matriz cuadrada

Toda matriz cuadrada tiene dos diagonales, una de las cuales se llama diagonal principal y la otra diagonal secundaria.



Las matrices rectangulares no tienen diagonales, pero definiremos la diagonal de la mayor matriz cuadrada que contenga y la llamaremos pseudodiagonal.
Esta pseudodiagonal tiene una gran importancia en el cálculo.

Señalar la pseudodiagonal en la matriz A y B.

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 6 & 0 & 3 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & -4 & 0 & -2 \\ 3 & 4 & 5 & 9 & 0 & 6 \end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \\ 5 & 5 & 9 \\ 8 & 8 & 5 \\ 6 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

La matriz cuadrada que contiene la matriz A es de orden 3, por lo tanto la pseudodiagonal sera la señalada en la matriz.

Pseudodiagonal

$$A=\left[\begin{array}{rrr:rrr} 1 & 6 & 0 & 3 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & -4 & 0 & -2 \\ 3 & 4 & 5 & 9 & 0 & 6 \end{array}\right]$$

De igual forma se obtendrá la pseudodiagonal de la matriz B

Pseudodiagonal

$$B=\left[\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \\ 5 & 5 & 9 \\ \hdashline 8 & 8 & 5 \\ 6 & 3 & 2 \end{array}\right]$$

TRAZA DE UNA MATRIZ CUADRADA

Es la suma de los elementos de la diagonal principal de una matriz cuadrada.

$$\boxed{\mathbf{Tr(A) = a_{11} + a_{22} + a_{33} \ldots + a_{nn}}}$$

Ejemplo: Determinar la traza de la matriz A:

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \\ 5 & 6 & 4 \end{bmatrix}$$

La traza de la matriz A será:

$$T_r(A) = 1 + 3 + 4 = 8$$

MATRIZ DIAGONAL:
Es la matriz cuadrada que solo tiene distintos de cero los elementos de la diagonal principal

$$\boxed{\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}}$$

Con a, b, y c, escalares cualquiera.

Ejemplo: escribir la matriz diagonal cuyos términos son 1, 3 y 4.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

MATRIZ ESCALAR:
Es la matriz diagonal cuyos términos son todos iguales entre sí y distintos de cero. En una matriz genérica de orden 3 seria:

$$\boxed{\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}}$$

Ejemplo: Escribir una matriz de orden 3 con escalar 3.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

MATRIZ UNIDAD:
Es la matriz escalar cuyo valor es la unidad.

$$I_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & . & 0 \\ 0 & 1 & 0 & . & 0 \\ 0 & 0 & 1 & . & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & . & 1 \end{bmatrix}$$

Se denota por **(In)** con n igual al orden:

$$I_1 = [1] \qquad I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

MATRIZ OPUESTA:
Se dice que una matriz es la opuesta de una matriz dada A y se denota por (-A), cuando tiene todos los términos iguales y contrarios.

Ejemplo: Hallar la matriz opuesta de la siguiente matriz A

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 5 & -3 \\ 6 & 0 & -2 & 3 \\ 5 & -3 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

$$-A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -5 & 3 \\ -6 & 0 & 2 & -3 \\ -5 & 3 & -2 & -8 \end{bmatrix}$$

MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR:

Se llama matriz triangular superior a toda matriz cuadrada cuyos términos situados por debajo de la de la diagonal principal son nulos.

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ 0 & b_2 & b_3 & b_4 \\ 0 & 0 & c_3 & c_4 \\ 0 & 0 & 0 & d_4 \end{bmatrix}$$

MATRIZ TRIANGULAR INFERIOR:

Se llama matriz triangular inferior, a toda matriz cuadrada cuyos términos situados por encima de la diagonal principal son nulos.

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & b_2 & 0 & 0 \\ c_1 & c_2 & c_3 & 0 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{bmatrix}$$