DÍA 20 MES 09 AÑO 21

Funciones:

Calcular:

$F(-3) = 2(-3)^2 + 4(-3) - 5 = 18 - 12 - 5 = 1$

$F(4) = 2(4)^2 + 4(4) - 5 = 32 + 16 - 5 = 43$

$F(a) = 2(a)^2 + 4(a) - 5 = 2a^2 + 4a - 5 =$

$F(2/3) = 2(2/3)^2 + 4(2/3) - 5 = 8/9 + \frac{8}{3} - 5 = -\frac{13}{9}$

$f(x) = 3x^2 - 2x + 3$

Calcular:

$F(-3)\ 3(-3)^2 - 2(-3) + 3 = 27 + 6 + 3 = 36$

$F(4)\ 3(4)^2 - 2(4) + 3 = 48 - 8 + 3 = 43$

$F(a)\ 3a^2 - 2a + 3$

$F(2/3)\ 3(2/3)^2 - 2(2/3) + 3 = 12/9 - 4/3 + 3 = 3$

21/09/21

Funciones

$f(x) = 2x^2 - 3x + 3$

Calcular: $\frac{f(-2) + f(4)}{f(3) f(-1)} = \frac{17 + 23}{(12)(8)} = \frac{40}{96}$

$f(-2) = 2(-2)^2 - 3(-2) + 3$

$f(-2) = 2(4) + 6 + 3$

$f(-2) = 8 + 6 + 3 = 17$

$f(4) = 2(4)^2 - 3(4) + 3$

$2(16) - 12 + 3$

$32 - 12 + 3$

$f(x) = 3x^2 - 4x + 2$

$f(-3) = 3(-3)^2 - 4(-3) + 2$

$27 + 12 + 2 = 41$

$f(2) = 3(2)^2 - 4(2) + 2$

$12 - 8 + 2 = 6$

$f(4) = 3(4)^2 - 4(4) + 2$

$3(16) - 16 + 2 = 34$

$f(1) = 3 - 4 + 2 = 1$

$\frac{f(-3) + f(2)}{f(4) f(1)} = \frac{47}{34} =$

Norma

DÍA 23 MES 09 AÑO 21

Limites

$\frac{\text{Número}}{\text{Número}}$ = Número $\frac{\text{Cero}}{\text{Cero}}$ = Factorizar

$\frac{\text{Número}}{0 \text{ (cero)}}$ = tiende a infinito $\frac{\text{Cero}}{\text{Número}} = 0$

Teoria de los Limites

¿Qué son los limites?

Los limites son la herramienta principal sobre la que construimos el cálculo, Muchas veces, una función puede no estar definida en un punto, pero podemos pensar a qué valor se aproxima la función mientras se acerca más y más a ese punto (esto es el limite). Otras ocasiones, la función está definida en un punto, pero puede aproximarse a un límite diferente. Hay muchas, muchas veces donde el valor de la función es el mismo que el del limite en el punto. De cualquier manera, esto es una poderosa herramienta cuando comenzamos a pensar en la pendiente de una recta tangente a una curva. Si tienes conocimientos previos en álgebra (gráficas y funciones en particular).

¿Para que nos sirven los limites?

Los límites de calculo básico nos sirven para calcular hasta donde una función tendrá su limite exacto, es decir hasta donde esta o dará un resultado parecido a 0.

DÍA 25 MES 09 AÑO 21

Teoría de límites

A veces algo no se puede calcular diregtamente, pero puedes saber cuál debe de ser el resultado si te vas acercando más y más. A esto lo llamamos el límite de una función.

$$(1^2-1)/(1-1) = (1-1)/(1-1) = 0/0$$

Pero 0/0 es "indeterminado", lo que significa que no podemos calcular su valor. En lugar de calcular con $x=1$ vamos a accercarnos poco a poco:

x	$(x^2-1)/(x-1)$
0.5	1.50000
0.9	1.90000
0.99	1.99000
0.999	1.99900
0.9999	1.99990
0.99999	1.99999
...	...

Vemos que cuando x se acerca a 1, $(x^2-1)/(x-1)$ se acerca a 2, así que decimos:

El límite de $(x^2-1)/(x-1)$ cuando x tiende (o se aproxima) a 1 es 2

y con símbolos se describe:

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2-1}{x-1} = 2$$

Pero no podemos decir que el límite es un cierto valor solo porque parezca que vamos hacia él. Nos hace falta una definición más formal. Así que vamos a empezar por la idea general,

"$f(x)$ se acerca a un límite cuando x se acerca a un valor"

Si llamamos "L" al límite, y "a" al valor que se acerca x, podemos decir,

"$f(x)$ se acerca a L cuando x se acerca a a"

25 09 21

$f(x) \rightarrow L$ como $x \rightarrow a$

Una manera matematica de decir cerca ¿Puede ser restar un valor de otro?

Ejemplo 1: $4.01 - 4 = 0.01$ ✓

Ejemplo 2: $3.8 - 4 = -0.2$ ✗

¿Cerca negativamente? Eso no tiene mucho sentido. Lo que nos hace falta es "no me importa si es negativo o positivo, sólo quiero saber la distancia". La solución es usar el valor absoluto.

"Qué tan cerca" $= |a-b|$

Ejemplo 1 $|4.01-4| = 0.01$ ✓

Ejemplo 2 $|3.8-4| = 0.2$ ✓

Y si $|a-b|$ es pequeño sabremos que está cerca, así que escribimos:

"$|f(x)-L|$ es pequeño cuando $|x-a|$ es pequeño"

Ejemplos de limites normales

$$\lim_{x\to 1} (-x^2-5x+6)$$

$$\lim_{x\to 1} (-x^2-5x+6)$$

$$\lim_{x\to 1} (-x^2-5x+6) = -1^2-5\cdot 1+6 = 0$$

$$\lim_{x\to 1} \left(\sqrt{x^2+3x} - \sqrt{x^2+x}\right)$$

$$\lim_{x\to 1} \left(\sqrt{x^2+3x} - \sqrt{x^2+x}\right)$$

$$\lim_{x\to 1} \left(\sqrt{x^2+3x} - \sqrt{x^2+x}\right) = \left(\sqrt{1^2+3\cdot 1} - \sqrt{1^2+1}\right) = 2-\sqrt{\;}$$

$$\lim_{x\to 3} \frac{x^2-2}{x^2-5x+2}$$

$$\lim_{x\to 3} \frac{x^2-2}{x^2-5x+2} = \frac{3^2-2}{3^2-5\cdot 3+2} = -\frac{7}{4}$$

Norma

Teorema de L'Hospital

En matemática, mas específicamente en el cálculo diferencial, la regla de L'Hospital o regla de L'Hôpital-Bernouli es una regla que usa derivadas para ayudar a evaluar límites de funciones que estén en forma indeterminada.

La regla de L'Hôpital es una consecuencia del Teorema del valor medio de Cauchy que se da sólo en el caso de las indeterminaciones del tipo:

$$\frac{0}{0} \text{ o } \frac{\infty}{\infty}$$

Sean f y g dos funciones continuas definidas en el intervalo $[a,b]$, derivables en (a,b) y sea c perteneciente a (a,b) tal que $f(c)=g(c)=0$ y $g'(x)\neq 0$ si $x\neq c$.

Si existe el Límite L de f'/g' en c, entonces existe el límite de f/g (en c) y es igual a L. Por lo tanto:

$$\lim_{x\to c}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to c}\frac{f'(x)}{g'(x)}=L$$

Ejemplo 1

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{x}-e^{-x}}{\operatorname{sen} x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{x}-e^{-x}}{\operatorname{sen} X}=\frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{x}-e^{-x}}{\operatorname{Sen} X}=\lim_{x\to 0}\frac{e^{x}+e^{-x}}{\operatorname{Cos} X}=2$$

Ejemplo 2:

$$\lim_{x \to \infty^+} \frac{x}{(\ln x)^3 + 2x}$$

$$\lim_{x \to \infty^+} \frac{x}{(\ln x)^3 + 2x} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x \to \infty^+} \frac{x}{(\ln x)^3 + 2x} = \lim_{x \to \infty^+} \frac{1}{3(\ln x)^2 \frac{1}{x} + 2}$$

Si comparamos infinitos observamos que el numerador es un infinito de orden inferior al denominador, por tanto el límite es 0.

$$\lim_{x \to \infty^+} \frac{3(\ln x)^2}{x} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x \to \infty^+} \frac{3x(\ln x)^2}{x} = 0$$

$$\lim_{x \to \infty^+} \frac{1}{3(\ln x)^2 \frac{1}{x} + 2} = \frac{1}{2}$$

Ejemplo 3

$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\operatorname{sen} x}\right) \quad \lim_{x \to 0} \frac{\cos x - 1}{\operatorname{sen} x + x \cos x} = \lim_{x \to 0} \frac{-\operatorname{sen} x}{\cos x + \cos x - x \operatorname{sen} x} = 0$$

$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\operatorname{sen} x}\right) = \infty - \infty$$

$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\operatorname{sen} x}\right) = \lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x - x}{x \operatorname{sen} x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x - x}{x \operatorname{sen} x} = \lim_{x \to 0} \frac{\cos x - 1}{\operatorname{sen} x + x \cos x} = \frac{0}{0}$$