02/05/2022

Bases y dimensiones de un espacio vectorial, cambio de base

La base de un espacio vectorial es un subconjunto de un espacio vectorial que se extiende sobre un espacio vectorial determinado y es linealmente independiente en el mismo. Esto es, si tenemos un espacio vectorial V y tenemos H como un subconjunto de este espacio vectorial, el cual consiste den vectores de la forma v→1, v→2→, v→3→ . . . v→n→ entonces podemos definir que este subconjunto es la base del espacio vectorial dado, si cumple las dos condiciones siguientes:

1. Este subconjunto se extiende a través del espacio vectorial dado.
2. H es subconjunto de V conteniendo los vectores de V, los cuales son linealmente independientes.

Calcular las diferentes bases y dimensiones presentadas en el siguiente sub espacio vectorial

$H = \{ V \in R_3 / x_1 + x_2 - x_3 = 0 \}$

Vectores x_1, x_2, x_3

① Despejar vector x_3

$x_1 + x_2 - x_3 = 0$

$x_1 + x_2 = x_3 + 0$

$\therefore x_3 = x_1 + x_2 \quad x_1 = x_1 \quad x_2 = x_2$

② Exposición de componente vector

$\bar{x} = (\underbrace{x_1}_{x_1}, \underbrace{x_2}_{x_2}, \underbrace{x_1 + x_2}_{x_3})$

③ Despejar vectores Factor común

$\bar{x} = x_1 (1, 0, 1) + x_2 (0, 1, 1)$

④

Base $[H] = \{ (1,0,1), (0,1,1) \}$

Dim $[H] = 2$

02/05/2022

① Despejar vector X_2

$X_1+X_2-X_3=0$

$X_1-X_3=0-X_2$

$(-1)(X_1-X_3)=-X_2(-1)$

$-X_1+X_3=X_2$

$\therefore X_2=-X_1+X_3 \quad X_1=X_1 \quad X_3=X_3$

② Exposición componente vector

$\bar{X}=(X_1,-X_1+X_3,X_3)$

③ Despejar Vectores Factor Común

$\bar{X}=X_1(1,-1,0)+X_3(0,1,1)$

④ Base $[H]=\{(1,-1,0),(0,1,1)\}$

$\text{Dim } H=2$

① Despejar Vector X_1

$X_1+X_2-X_3=0$

$X_2-X_3=-X_1 \quad (-1)$

$-X_2+X_3=X_1$

$\therefore X_1=-X_2+X_3 \quad X_2=X_2 \quad X_3=X_3$

② Exposición componente Vector

$\bar{X}=(-X_2+X_3,X_2,X_3)$

③ Despejar Vectores Factor Común

$\bar{X}=X_2(-1,1,0)+X_3(1,0,1)$

Base $[H]=\{(-1,1,0),(1,0,1)\}$

$\text{Dim } H=2$

Conclusión:

Los diferentes Bases y dimensiones en $X_1+X_2-X_3=0$ serán:

$$\left.\begin{array}{l} X_3=(1,0,1),(0,1,1) \\ X_2=(1,-1,0),(0,1,1) \\ X_1=(-1,1,0),(1,0,1) \end{array}\right\} \text{Dim } H=\underline{\underline{2}}$$