3.4 Minimización de estados en un AFD

Definición: Estados equivalentes

Dado un autómata finito determinista M, los estados p y q se dice que son equivalentes si y solo si para cada cadena x tal que δ(p,x) es un estado final, se tiene que δ(q,x) es también un estado final.

Definición: Estados distinguibles

Dos estados p y q se dice que son distinguibles, si y solo si existe alguna cadena tal que δ(p,x) es final y δ(q,x) no es final. Dos estados distinguibles no son equivalentes.

El algoritmo que se usará para determinar el autómata mínimo equivalente a uno dado, consiste en identificar los grupos de estados equivalentes. De hecho, se puede probar que esta relación es de equivalencia y por tanto define una partición de Q en clases de equivalencia. El autómata mínimo es el definido al considerar a tales clases como estados. Las transiciones entre estados se definirán mediante las transiciones de cualquiera de los elementos de la clase.

El proceso que se sigue para construir las clases de equivalencia (grupos de estados equivalentes), consiste en determinar para cada par de estados (p,q) si son o no distinguibles para cada a ε Σ. Esto es se establece que r=δ(p,a) o s=δ(q,a) son distinguibles si y solo si (p,q) tienen esta misma propiedad. Por lo tanto, a partir de una tabla con una casilla para cada pareja de estados, si (r,s) están marcados como distinguibles o no equivalentes, se deberá marcar la casilla (p.q) como distinguible. Por ejemplo toda casilla que corresponda a un estado final p y uno no final q se debe marcar como distinguible, ya que con x=ε, δ(p,ε)=p es final y δ(q,ε)=q no es final.

Algoritmo para marcar las parejas de estados no equivalentes

{

Para p ε F y q ε Q-F marcar (p,q) como no equivalentes;

Para cada pareja (p,q) con p<>q

{

Si para algún a ε Σ, (δ(p,a),δ(q,a)) esta marcado como no equivalentes

{

marcar (p,q) como no equivalentes;

marcar como no equivalentes, a todas las parejas que son

determinadas directa o indirectamente por (p,q)

}

en otro caso

{

Colocar a (p,q) en la lista de parejas por determinar a partir de (r,s)

No considerar los casos en que r=s

}

}

}

Método para determinar el AFD mínimo

Sea el AFD $M = (Q, \Sigma, \delta, q0, F)$, entonces, para determinar un AFD equivalente

$M' = (Q', \Sigma', \delta', q0', F')$ se realizan los siguientes pasos:

1. Aplicar el algoritmo descrito anteriormente para identificar las parejas de estados equivalentes.

2. Identificar las clases de equivalencia, considerando que si dos parejas de estados equivalentes tienen un estado común, forman parte de la misma clase.

3. Determinar δ' considerando que

$\delta'(\{a1, a2, \ldots, an\}, a) = \delta(a1,a)$ para cualquier valor de i

4. Construir los elementos restantes de M':

Q' : Conjunto de todas las clases de equivalencia determinadas

q0': Clase que incluye a q0

F' : Conjunto de todas las clases que incluyen algún estado final

Ejemplo:

Q = {q0, q1, q2, q3}   ∑ = {0, 1}   q0=q0   F = {q0, q2}

δ	0	1
q0	q2	q1
q1	q3	q0
q2	q0	q3
q3	q1	q2