02/Mar/2022

Identidad de matrices

Dos matrices son idénticas cuando tienen los mismos elementos.

Ejemplo: Determinar los valores de a, b, c, d, e y f de la matriz A, sabiendo que es idéntica a la matriz B.

$$A = \begin{bmatrix} 2a+1 & 3e+1 & 2 \\ 2b & f & 5 \\ a-2c & a-d & 8 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 3 & 0 & 5 \\ 4 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

Igualando ambas matrices se obtendría:

$$\begin{bmatrix} 2a+1 & 3e+1 & 2 \\ 2b & f & 5 \\ a-2c & a-d & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 3 & 0 & 5 \\ 4 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

Identificado los elementos que guardan la misma posición relativa se obtendrá lo siguiente:

$2a+1=0 \longrightarrow a=-\frac{1}{2}$

$2b=3 \longrightarrow b=\frac{3}{2}$

$a-2c=4 \longrightarrow c=-\frac{9}{4}$

$3e+1=4 \longrightarrow e=1$

$a-d=1 \longrightarrow d=-\frac{3}{2}$

$2a+1=0$

$2a=0-1$

$a=\frac{-1}{2}$

$2b=3$

$b=\frac{3}{2}$

$a-2c=4$

$\left(-\frac{1}{2}\right)-2c=4$

$-2c=4+\frac{1}{2}$

$c=\frac{4+\frac{1}{2}}{-2}$ $\quad C=\frac{-9}{4}$

$-2, 1, 4$

$a\, b/c$

-2.25

Norma

Matriz columna:

Es la matriz rectángular que solo tiene una columna

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{m1} \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{m1} \end{Bmatrix}$$

Esta matriz tambien se llama vector columna

Ejemplo: Determinar el orden de la siguiente matriz.

$$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Orden

$A = 4, 1$

$A = 4 \times 1$

Matriz nula:

Es la que tiene sus términos nulos, y estos pueden tener cualquier orden

$$A \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \end{bmatrix}$$

Matriz cuadrada:
Es la que tiene igual número de filas que de columnas. Su orden $(M_{(n)})$, pero se suele decir orden (n).
Ejemplo: Determinar el orden de la siguiente matriz

$$A=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 6 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

Orden
3 $(3,3)$ (3×3)

Como se nos indicó anteriormente esta matriz tiene de orden $(3,3)$, pero se suele indicar con un solo número. En este caso se dice que la matriz tiene un orden 3.

Diagonales de una matriz cuadrada
Toda matriz cuadrada tiene dos diagonales, una de las cuales se llama diagonal principal y la otra diagonal secundaria.

Diagonal principal — Diagonal Secundaria

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} & a_{41} & a_{51} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} & a_{42} & a_{52} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & a_{43} & a_{53} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & a_{3n} & a_{4n} & a_{5n} \end{bmatrix}$$

Diagonal Principal Matriz Cuadrada

Las matrices rectangulares no tienen diagonales, pero definiremos la diagonal de la mayor matriz cuadrada que contenga y la llamaremos pseudodiagonal.
Esta pseudodiagonal tiene una gran importancia en el cálculo

Señalar la pseudodiagonal en la matriz A y B

D.P.

$$A=\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 6 & 0 & 3 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & -4 & 0 & -2 \\ 3 & 4 & 5 & 9 & 0 & 6 \end{array}\right]$$

$$B=\left[\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \\ 3 & 5 & 4 \\ \hline 8 & 8 & 5 \\ 6 & 3 & 2 \end{array}\right]$$

Pseudodiagonal
Matriz Rectangular

Norma

La matriz cuadrada que contiene la matriz A es de orden 3, por lo tanto la pseudodiagonal sera la señalada en la matriz.

Pseudodiagonal

$$A=\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 6 & 0 & 3 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 4 & 0 & -2 \\ 3 & 4 & 5 & 9 & 0 & 6 \end{array}\right]$$

De igual forma se obtendrá la pseudodiagonal de la matriz B

Pseudodiagonal

$$B=\left[\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \\ 5 & 5 & 9 \\ \hline 8 & 8 & 5 \\ 6 & 3 & 2 \end{array}\right] \quad Tr(B) = \underline{\underline{10}}$$

Traza Pseudod.
Sumar valor de
Pseud. P.

Traza de una matriz cuadrada
Es la suma de los elementos de la diagonal principal de una matriz cuadrada

$$Tr(A) = a_{11} + a_{22} + a_{33} \ldots + a_{nn}$$

Ejemplo: Determinar la traza de la matriz A:

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \\ 5 & 6 & 4 \end{bmatrix} \quad Tr(A) = 8$$

Traza diagonal
Sumar Valores
D.P

La traza de la matriz A será:

$$T_r(A) = 1 + 3 + 4 = 8$$

Matriz Diagonal:

Es la matriz cuadrada que solo tiene distintos de cero los elementos de la diagonal principal

$$A=\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$$

M. Diagonal
Cualquier Número
pero $\neq 0$
↳ Diferente
Distinto

Con a, b, y c, escalares cualquiera.

Ejemplo: Escribir la matriz diagonal cuyos términos son 1, 3 y 4.

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Matriz Escalar:

Es la matriz diagonal cuyos términos son todos iguales entre sí y distintos de cero. En una matriz genérica de orden 3 sería:

$$A=\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$$

M. Escalar
Valor igual en d.P $\neq 0$

Ejemplo: Escribir una matriz de orden 3 con escalar 3

$$A=\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Matriz Unidad:

Es la matriz escalar cuyo valor es la unidad

$$I_n=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

M. U. Valor unitario (1) en D. P.

Se denota por (I_n) con n igual al orden:

$$I_1 = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \quad I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

07 de Marzo

Operaciones con matrices

Desarrollar la sumatoria de matriz A y matriz B obteniendo el producto AB

$A \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -7 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

$AB = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

$AB = \begin{bmatrix} 9 & 8 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$

Desarrollar la operación que se indica A - C + B

$ACB = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -7 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow (2 - \overset{+}{(}-5) + \overset{-}{(}-7))$
$(2 + 5 - 7) = 0$

$ACB = \begin{bmatrix} 0 & 10 \\ 6 & -6 \end{bmatrix}$

Desarrollar lo que se indica

3(A)

$A = \begin{bmatrix} -1 & -1/2 \\ 5 & 7/4 \end{bmatrix}$ $3A = (3)\left(\begin{bmatrix} -1 & -1/2 \\ 5 & 7/4 \end{bmatrix}\right)$ $3A = \begin{bmatrix} -3 & -3/2 \\ 15 & 21/4 \end{bmatrix}$

Norma

Desarrollar la siguiente operación

$-2(A+B-C)$

$A=\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 5/2 & 0\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ $C=\begin{bmatrix}5/4 & 7/8\\ 1 & -10\end{bmatrix}$

$$-2(ABC)= (-2)\left(\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 5/2 & 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}5/4 & 7/8\\ 1 & -10\end{bmatrix}\right)$$

$$-2ABC=\left(\begin{bmatrix}-17/4 & 9/8\\ 3/2 & 11\end{bmatrix}\right.$$

$$-2ABC=(-2)\left(\begin{bmatrix}17/4 & 9/8\\ 3/2 & 11\end{bmatrix}\right)$$

$$-2ABC=\begin{bmatrix}17/2 & -9/4\\ -3 & -22\end{bmatrix}$$

Calcular La siguiente Operación

$A=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 5 & 3\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}7 & -1\\ 0 & 2\end{bmatrix}$

$$AB=\left(\begin{bmatrix}1 & -2\\ 5 & 3\end{bmatrix}\right)\left(\begin{bmatrix}7 & -1\\ 0 & 2\end{bmatrix}\right)\Rightarrow \begin{array}{cc} ab_{11} & ab_{12} \\ \end{array}\begin{bmatrix}(1)(7)+(-2)(0) & (1)(-1)+(-2)(2)\\ (5)(7)+(3)(0) & (5)(-1)+(3)(2)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7 & -5\\ 35 & 1\end{bmatrix}$$