3.2 Conversión de un AFN a AFD

Teoremas de equivalencia

Dado un AFN M = (Q, Σ, q0, F,δ), es posible construir un AFD M’ = (Q’, Σ, q’0, F’, δ’) tales que L(M) = L(M’). En este sentido se dice que los autómatas son equivalentes ya que generan el mismo lenguaje.

Notación

Sean Q’ = 2^Q y x esta en Q, entonces, si x = { q0, q1, q2, ..., qn}para ciertos qi esta en Q, para indicar que a x se le considera como un estado de M’, se le denota como:

x = [q0, q1, q2, ..., qn]

Definición:

δ’([q0, q1, q2, ..., qn],a) = δ(q0,a) U δ (q1,a) U ... U δ (qn,a)

Método para construir M’

Los elementos de M’ que se van a construir son únicamente Q’,Σ, q’0, F’ y δ’ ya que ambos autómatas están definidos sobre el mismo alfabeto Σ.

Aun cuando Q’ está definido como el conjunto de todos los subconjuntos de Q, solo determinaremos aquellos subconjuntos que son alcanzables desde el estado inicial de M’. Esta consideración disminuye notablemente el número de cálculos que se van a realizar.

Paso 1. Determinar q’0

q’0 = [q0]

Paso 2 Determinar δ´
2.1 Calcular primero δ´ ([q0], a)para cada uno de los símbolos de Σ. Representar cada uno de los conjuntos resultantes como estados de M', entre corchetes.

2.2. Para cada NUEVO estado de M' que se va encontrando, se deberán calcular las transiciones sobre todos los símbolos de Σ.
Este proceso continúa hasta que ya no aparecen estados nuevos de M'.
Si aparece el estado vacío, se agrega como un estado adicional y se calculan sus transiciones, considerando que:
δ(Ǿ, a)=Ǿ
al terminar se renombran los estados de M', como r0, r1, ...rn .

Paso 3 Determinar Q' y F'
Q'={r0, r1, ...rn }
Los estados finales del autómata serán todos aquellos estados de M' que incluyan algún estado final de M.

F'={ ri | ri, incluya algún estado final de F }

Ejemplo:

Dado el AFN M=(Q, Σ, q0 , F) donde

Q={q0, q1, q2, q3, q4}   Σ={0, 1}   q0= q0 F={q2, q4}

y la siguiente función de transición de estados

δ	0	1
q0	{q0, q3}	{q0, q1}
q1	{}	{q2}
q2	{q2}	{q2}
q3	{q4}	{}
q4	{q4}	{q4}

Construir un AFD equivalente

Solución:

Paso 1 Determinar q’0 =[q0]

Paso 2 Determinar d’

Se inicia calculando las transiciones del estado inicial de M’:

δ’([q0], 0)= δ (q0, 0)={q0, q3} δ’([q0], 1)= δ (q0, 1)={q0, q1}

Se procede a calcular las transiciones de los nuevos estados: [q0,q3] y [q0, q1]

Para [q0, q3]

δ’([q0, q3], 0)= δ({q0, q3}, 0) = δ (q0, 0) U δ (q0, 0)={q0, q3}U {q4}= {q0, q3, q4}

δ’([q0, q3], 1)= δ ({q0, q3}, 1) = δ (q0, 1) U δ (q0, 1)={q0, q1}U { }= {q0, q1}

Para [q0, q1]

δ’([q0, q1], 0)= δ ({q0, q1}, 0) = δ (q0, 0) U δ (q1, 0)={q0, q3}U {q4}= {q0, q3}

δ’([q0, q1], 1)= δ ({q0, q1}, 1) = δ (q0, 1) U δ (q1, 1)={q0, q1}U {q2}= {q0, q1, q2}.

Se procede ahora a calcular a calcular las transiciones de los nuevos estados:

[q0, q1], [q0, q3, q4] y [q0, q1, q2]

el estado[q0, q3] no determina un nuevo estado, sus transiciones ya se han calculado.

Cuando los cálculos de esta forma, llegamos ala siguiente función e transición de estados:

δ’	0	1
[q0]	[q0, q3]	[q0, q1]
[q0, q3]	[q0, q3, q4]	[q0 q1]
[q0, q1]	[q0, q3]	[q0, q1, q2]
[q0, q3, q4]	[q0, q3, q4]	[q0, q1, q4]
[q0, q1, q2]	[q0, q2, q3]	[q0, q1, q2]
[q0, q1, q4]	[q0, q3, q4]	[q0, q1, q2, q4]
[q0, q2, q3]	[q0, q2, q3, q4]	[q0, q1, q2]
[q0, q2, q3, q4]	[q0, q2, q3, q4]	[q0, q1, q2, q4]
[q0, q1, q2, q4]	[q0, q2, q3, q4]	[q0, q1, q2,q4]

El proceso termina cuando al llegar a los cálculos de la última línea ya no se presentan nuevos estados.

Renombrados los estados y considerando que los estados de F’ son aquellos que incluyen estados finales de F, los elementos de M’ son:

Q’={r0, r1, r2, r3, r4, r5, r6, r7, r8} å=(0, 1) q´0= r0 F’= {r3, r4, r5, r6, r7, r8}

con la siguiente transición de estados:

δ	0	1
r0	r1	r2
r1	r3	r2
r2	r1	r4
r3	r3	r5
r4	r6	r4
r5	r3	r8
r6	r7	r4
r7	r7	r8
r8	r7	r8