

Análise Matemática II - Ficha 1

Estrutura linear do espaço \mathbb{R}^n

1. Calcule o produto interno $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$, sendo

(a) $\mathbf{a} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\pi, 0, 1\right)$ e $\mathbf{b} = \left(3\sqrt{2}, \frac{1}{2}, \ln 2, e\right)$;

(b) $\mathbf{a} = (1, 2, 3, -5, e)$ e $\mathbf{b} = (-1, 0, \sin 3, 1, 2)$;

(c) $\mathbf{a} = (\cos^2 2, -1)$ e $\mathbf{b} = (-1, \sin^2 2)$.

2. Desenhe os vectores $\mathbf{a} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\sqrt{3}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $\mathbf{b} = (1, 0, 3, -1)$ e $\mathbf{c} = (\sin 1, \cos 1)$ e calcule a sua norma.

3. Determine, e interprete geometricamente, a distância entre os vectores seguintes

(a) $\mathbf{a} = (1, -2)$ e $\mathbf{b} = (0, -1)$;

(b) $\mathbf{a} = (1, 2, 3)$ e $\mathbf{b} = (3, 2, 1)$;

(c) $\mathbf{a} = (0, 1, -1, 0)$ e $\mathbf{b} = (e, 1, 0, \ln 2)$.

4. Determine, e interprete geometricamente, o produto externo $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$, sendo

(a) $\mathbf{a} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\pi, 0\right)$ e $\mathbf{b} = \left(e, \frac{1}{2}, 3\sqrt{2}\right)$;

(b) $\mathbf{a} = (1, 2, 3)$ e $\mathbf{b} = (4, 5, 6)$.

5. Determine, e interprete geometricamente, o produto misto $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \rangle$, sendo

(a) $\mathbf{a} = (2, -1, 1)$, $\mathbf{b} = (1, 0, -2)$ e $\mathbf{c} = (1, 2, 3)$;

(b) $\mathbf{a} = (2, -1, 1)$, $\mathbf{b} = (1, 0, -2)$ e $\mathbf{c} = (1, -1, 3)$.

6. Determine a área do paralelogramo definido pelos vectores $\mathbf{a} = (1, 0, 1)$, $\mathbf{b} = (1, 2, 3)$. Construa no plano o respectivo paralelogramo.

7. Determine o volume do paralelepípedo definido pelos vectores $\mathbf{a} = (2, -1, 1)$, $\mathbf{b} = (1, 0, -2)$ e $\mathbf{c} = (1, 2, 3)$. Construa o respectivo paralelepípedo no sistema de coordenadas cartesiano.