Análise Matemática II (2015/2016)

Programa da disciplina

I. Generalidades

1. Elementos de Álgebra vetorial. *Estrutura linear* do espaço $\mathbb{R}^n$. Formas lineares e quadráticas. Subespaços e hiperplanos afins. Casos $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$.

2. *Noções topológicas.* Conjuntos abertos, fechados, compactos. Teorema de Bolzano-Weierstrasse. Curvas e caminhos em $\mathbb{R}^n$. Conjuntos conexos e convexos. Sucessões. Limites e sublimites.

3. Funções de várias variáveis. Domínio e gráfico. Conjuntos de nível. Formas de definição. Exemplos. Superfícies de 2ª ordem. Classificação.

4. *Limite* de uma função segundo Cauchy e segundo Heine. Limites iterados. *Continuidade.*

II. Cálculo Diferencial

5. *Derivadas parciais e direcionais. Gradiente* e seu sentido físico.

6. *Diferenciabilidade.* Diferencial total. Continuidade de funções diferenciáveis. Exemplos e contraexemplos.

7. Condição suficiente de diferenciabilidade. Sentido físico e geométrico. Recta normal e *plano tangente.*

8. *Regra de cadeia.* Técnica do cálculo.

9. Teorema de *funções implícitas.* Demonstração. Exemplos. Sentido geométrico de gradiente.

10. Aplicações diferenciáveis de $\mathbb{R}^n$ para $\mathbb{R}^m$. *Matriz de Jacobi* e *Jacobiano.*

11. Generalidade vetorial do teorema de funções implicitas. *Aplicação inversa* e derivação dela. Exemplos.

12. Derivadas parciais e diferenciais de segunda ordem. *Teorema de Schwartz* de derivadas mistas. *Matriz Hessiana.*

13. Derivadas parciais e diferenciais de ordem superior. *Fórmula de Taylor.* Resto na *forma de Lagrange.* Aplicação para cálculos aproximativos.

14. *Extremos locais.* Condições necessária e suficiente. *Critério de Silvestre.*

15. Extremos condicionados. *Regra de multiplicadores de Lagrange.* Condição suficiente. Problemas de máximo e mínimo.

III. Cálculo Integral

16. *Medida de Jordan* em espaços $\mathbb{R}^n$. Definição e propriedades básicas. Exemplos em $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$.

17. *Integral duplo.* Definição e propriedades. Sentido geométrico.

18. Cálculo de integrais duplos. Redução aos integrais iterados.

19. Mudança de variáveis em integrais duplos. *Coordenadas polares.* Sentido geométrico do *módulo de Jacobiano.*

20. Aplicações geométricas, físicas e económicas: área, massa, centro de gravidade, momentos de inêrcia, lucro total etc.

21. Extensão para $\mathbb{R}^3$. *Integral triplo.* Definição e propriedades. Redução aos integrais iterados.

22. Mudança de variáveis em integrais triplos. *Coordenadas cilíndricas* e *esféricas.* Exemplos.

23. Aplicações geométricas, físicas e económicas de integrais triplos. Volume.

24. *Integrais de línha* de 1^a e de 2^a espécie. Definição e propriedades. Redução ao integral simples.

25. Aplicações. Comprimento de curva. Massa linear. *Trabalho* e *circulação.*

26. *Homotopia* em $\mathbb{R}^2$. Conjuntos *simplesmente conexos.*

27. *Fórmula de Green.* Condição de independência do integral em relação ao caminho de integração em $\mathbb{R}^2$.

28. Cálculo de áreas com uso da fórmula de Green. Sentido geométrico do *sinal de Jacobiano.*

29. Primitivação de uma forma diferencial de duas variáveis.

30. Superfícies em $\mathbb{R}^3$. Parametrização de uma superfície. Superfícies de um e de dois lados.

31. *Integrais de superfície* de 1^a e de 2^a espécie. Definição e propriedades. Redução ao integral duplo.

32. Aplicações. Área de superfície. Massa superficial. *Fluxo*.

33. *Fórmula de Stocks*. Condição de independência do integral em relação ao caminho de integração em $\mathbb{R}^3$. *Homotopia* em $\mathbb{R}^3$.

34. Primitivação de uma forma diferencial de três variáveis.

35. *Fórmula de Gauss-Ostrogradski* e sua aplicação.

36. Elementos da *Teoria do Campo*. Campos escalares e vetoriais. Características integrais e diferenciais.

37. *Divergência* e *rotacional*. Definição. Fórmulas diferenciais. *Simbolismo de Hamilton*. Operador "nabla".

38. Fórmulas de Stocks e de Gauss-Ostrogradski.em forma vetorial.

39. Campos *solenoidais* e *conservativos*. *Potencial* de um campo vetorial.

40. Operações diferenciais de segunda ordem. *Operador de Laplace*. Equação de color.

Responsável da disciplina professor **Vladimir V. Goncharov**