

## Probabilidad Marginal, Conjunta y Condicional

Durante 18 días se registró por la mañana si estaba o no nublado y por la tarde si llovía o no.

	Nublado (A)	No nublado (A')	
Llueve (B)	7	3	10
No llueve (B')	2	6	8
	9	9	18

Probabilidad (**marginal**<sup>1</sup>) de que ...

- esté nublado:

$$P(A) = 9/18 = 1/2$$

- no esté nublado:

$$P(A') = 9/18 = 1/2$$

- llueva:

$$P(B) = 10/18 = 5/9$$

- no llueva:

$$P(B') = 8/18 = 4/9$$

Probabilidad (**conjunta**) de que

- esté nublado **y** llueva:

$$P(A \cap B) = 7/18$$

- no esté nublado **y** no llueva:

$$P(A' \cap B') = 6/18$$

<sup>1</sup> Se calcula dividiendo la frecuencia total de nublado (no nublado, llueve o no llueve) entre la frecuencia total de los días (18).

<sup>2</sup> Se calcula dividiendo la frecuencia del cruce de características, de ahí conjunta, entre la frecuencia total de los días (18).

## No habiendo independencia

	Nublado (A)	No nublado (A')	
Llueve (B)	7	3	10
No llueve (B')	2	6	8
	9	9	18

Probabilidad (**condicional**<sup>3</sup>) de que ...

- llueva **dado que** esté nublado:  $P(B|A) = 7/9$
- llueva **dado que** no esté nublado:  $P(B|A') = 3/9$
- no llueva **dado que** esté nublado:  $P(B'|A) = 2/9$
- no llueva **dado que** no esté nublado:  $P(B'|A') = 6/9$
- esté nublado **dado que** llueva:  $P(A|B) = 7/10$
- esté nublado **dado que** no llueva:  $P(A|B') = 2/8 = 1/4$

<sup>3</sup> Se calcula dividiendo la frecuencia del cruce de lo que queremos y la condición entre la frecuencia del total de la condición.

Compara las condicionales de lluvia y no lluvia con las marginales

Probabilidad de que ...

- llueva:  
 $P(B) = 10/18 = 5/9$
- no llueva:  
 $P(B') = 8/18 = 4/9$

## Bajo independencia

	Nublado (A)	No nublado (A')	
Llueve (B)	5	5	10
No llueve (B')	4	4	8
	9	9	18

Probabilidad (condicional) de que ...

- llueva dado que esté nublado:  $P(B|A) = \frac{5}{9}$
- llueva dado que no esté nublado:  $P(B|A') = \frac{5}{9}$

*La probabilidad de lluvia no cambia con la condición*

- no llueva dado que esté nublado:  $P(B'|A) = \frac{4}{9}$
- no llueva dado que no esté nublado:  $P(B'|A') = \frac{4}{9}$

*La probabilidad de que no llueva no cambia con la condición*

Probabilidad (marginal) de que ...

- llueva:  $P(B) = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$
- no llueva:  $P(B') = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$

*Las condicionales y las marginales son iguales bajo independencia.*

## No habiendo independencia

Si nos interesa saber cuál es la probabilidad de que llueva, sabemos que

$$P(\text{llueva}) = P(B) = 10/18 = 5/9$$

y nuestra primer mejor predicción de lluvia sería  $5/9$ .

Si sabemos que estuvo nublado, podemos incluir esa información y calcular de nuevo la probabilidad de que llueva, pero ahora considerando que estuvo nublado.

Para ello empleamos el **teorema de Bayes**

$$P(B/A) = \frac{P(A/B) P(B)}{P(A/B) P(B) + P(A/B') P(B')} = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

$$P(\text{lueva}|\text{nublado}) = \frac{7/10 \times 10/18}{(7/10 \times 10/18) + (1/4 \times 8/18)} = \frac{7/18}{9/18}$$

Ahora nuestra mejor predicción de que llueva es  $\frac{7}{9}$ .

Esta segunda predicción es mejor, ya que involucra información adicional útil: *estuvo nublado*.

Así, nuestra predicción de lluvia pasó de  $\frac{5}{9}$  a  $\frac{7}{9}$ , a causa de esa nueva información

Lo anterior suena lógico, pues es más probable que llueva si estuvo nublado ( $\frac{7}{9}$ ) que si no lo estuvo ( $\frac{3}{9}$ ); mientras que la probabilidad sin considerar si estuvo o no nublado estaría entre esos valores ( $\frac{5}{9}$ ).