Proximación de PI con método de Montecarlo

Luis Humberto Ríos Ruiz
Sergio Esteban Cantú Carrasco
Rogelio Lejia Escalante
Andrés Anaya Hernández
Luis Angel Estrada Hernández
Sergio Jared Moreno Rodríguez

10 de septiembre de 2022

Resumen

El valor de Pi, se sabe que es un valor irracional. Este valor, de infinitas cifras decimales, ha despertado el interés particular de muchos científicos y personas en todo el mundo, sobre todo a lo largo de la historia. Parecería ser que encontrar nuevas cifras decimales del valor de Pi, se ha vuelto a lo largo del tiempo, un desafío más que interesante para muchos matemáticos. En el presente trabajo hablaremos del método de Montecarlo y su aplicación , para esto necesitaremos de Python , visual estudio , y nuestro código , para adentrarnos al tema el origen de esta técnica se remonta a la década de 1940 y hace referencia al Casino de Monte Carlo, considerada tradicionalmente la capital "del azar". En 1940, los matemáticos Neuman y Ulam aplicaron el método de simulación aleatoria al campo de experimentación de las armas nucleares. Aplicaremos lo explicado en clase a nuestra actividad para aterrizar en una simulación.

1. Introducción

El método Monte Carlo es un método en el que por medio de la estadística y la probabilidad podemos determinar valores o soluciones de ecuaciones que calculados con exactitud son muy complejas, pero que mediante este método resulta sencillo calcular una aproximación al resultado que buscamos.

El método Monte Carlo fue desarrollado en 1944 en Laboratorio Nacional de Los Álamos, como parte de los estudios que condujeron al desarrollo de la bomba atómica. En un principio lo desarrollaron los matemáticos John Von Neumann y Stanislaw Ulam aunque fueron otros matemáticos quienes con su trabajo le dieron una solidez científica, Harris y Herman Kahn.

La idea le surgió a Ulam, mientras jugaba a las cartas. Se le ocurrió un método en el que mediante la generación de números aleatorios, pudieran determinar soluciones a ecuaciones complejas que se aplican en el estudio de los neutrones. Era como generar los números con la ayuda de una ruleta, de ahí su nombre.

2. Marco Teórico

El número pi es un número decimal infinito no periódico famoso por aparecer en muchas fórmulas matemáticas en los campos de la geometría, teoría de los números, probabilidad, análisis matemático y en aplicaciones de física. ¿Qué es Visual Studio? Pues es precisamente un entorno de desarrollo integrado con el cual el desarrollador podrá crear y desarrollar softwares como aplicaciones web y móviles, sitios o servicios web en entornos compatibles con la plataforma .NET. Como dato adicional, debes saber que está respaldado...¡por la misma Microsoft! Su primera versión es de ¡1997!, por lo que ha pasado por varias revisiones en más de dos décadas que le han dado mayor solidez y estabilidad.

3. Método Monte Carlo

3.1. ¿Qué es la simulación de Monte Carlo?

La simulación de Monte Carlo, también conocida como el Método de Monte Carlo o una simulación de probabilidad múltiple, es una técnica matemática que se utiliza para estimar los posibles resultados de un evento incierto. El método de Monte Carlo fue inventado por John von Neumann y Stanislaw Ulam durante la Segunda Guerra Mundial para mejorar la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre. Su nombre proviene de un conocido casino en Mónaco, ya que el elemento del azar es el núcleo del enfoque de modelado, similar a un juego de ruleta.

Desde su creación, las simulaciones de Monte Carlo han evaluado el impacto del riesgo en muchos escenarios de la vida real, como en la inteligencia artificial, los precios de las acciones, la previsión de ventas, la gestión de proyectos y la fijación de precios. También proporcionan una serie de ventajas para los modelos predictivos con entradas fijas, como la capacidad de realizar análisis de sensibilidad o calcular la correlación de entradas. El análisis de sensibilidad permite a los responsables de la toma de decisiones ver el impacto de las entradas individuales en un resultado determinado, y la correlación les permite comprender las relaciones entre las variables de las entradas.

3.2. Cómo utilizar el método de Monte Carlo

Independientemente de la herramienta que utilice, las técnicas de Monte Carlo implican tres pasos básicos:

- Configurar el modelo predictivo, identificando la variable dependiente que se debe predecir y las variables independientes (también conocidas como variables de entrada, riesgo o predicción) que determinarán la predicción.

- Especificar las distribuciones de probabilidades de las variables independientes. Utilizar datos históricos y/o el juicio subjetivo del analista para definir un rango de valores probables y asignar ponderaciones de probabilidad para cada una.

- Ejecutar simulaciones repetidamente para generar valores aleatorios de las variables independientes. Haga esto hasta obtener suficientes resultados para crear una muestra representativa del número infinito de combinaciones posibles.

Puede ejecutar tantas simulaciones de Monte Carlo como desee modificando los parámetros subyacentes que utiliza para simular los datos. Sin embargo, también querrá deducir el rango de variación dentro de una muestra calculando la varianza y la desviación estándar, que son las medidas de propagación comúnmente utilizadas. La varianza de una variable determinada es el valor esperado de la diferencia al cuadrado entre la variable y su valor esperado. La desviación estándar es la raíz cuadrada de la varianza. Normalmente, las varianzas más pequeñas se consideran mejor.

3.3. Modelo con el Método Monte Carlo

Bajo el nombre de Método Monte Carlo o Simulación Monte Carlo se agrupan una serie de procedimientos que analizan distribuciones de variables aleatorias usando simulación de números aleatorios. En el caso de la estimación de Pi, se usan valores aleatorios para aproximar un valor determinístico.
El uso del método de Monte Carlo para aproximar el valor de Pi consiste en dibujar un cuadrado, y dentro de ese cuadrado, dibujar un círculo con diámetro de igual medida que uno de los lados del cuadrado. Luego se dibujan puntos de manera aleatoria sobre la superficie dibujada. Los puntos que están fuera del círculo y los que están dentro, sirven como estimadores de las áreas internas y externas del círculo.
El área total del cuadrado con lado L es:

$$A_T = L^2$$

$$A_C = \pi * \left({}^{L}/_{2}\right)^2$$

El área total del círculo dentro del cuadrado es:
La relación de áreas entonces es:

$${}^{A_C}/_{A_T} = {}^{\pi}/_{4}$$

A partir de una estimación de esta relación, se multiplica por 4, y se obtiene el estimador de Pi. Para la simulación, se usan números pseudoaleatorios con distribución uniforme. A partir de esos números se forman las coordenadas de los puntos que se van a dibujar dentro del cuadrado. Una vez dibujados una cantidad suficiente de puntos, se estimará Pi mediante la fórmula:

$$\pi \approx 4 * \frac{Puntos_{interiores}}{Puntos_{totales}}$$

4. Ejecución Simulación

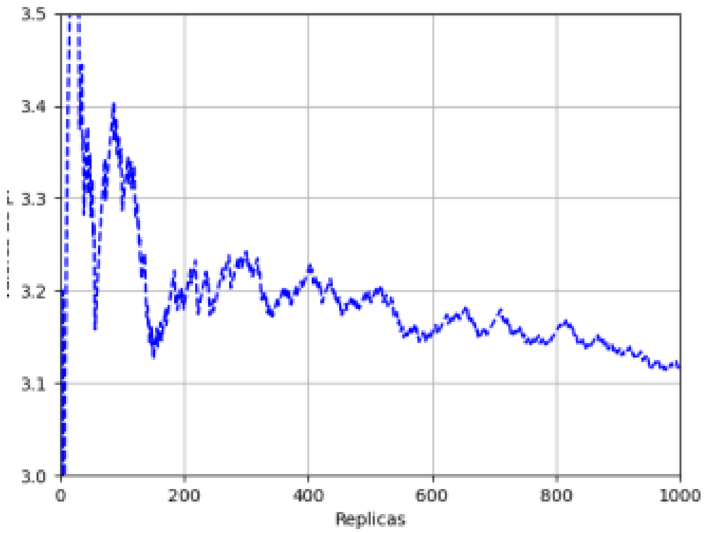
```
from multiprocessing import Pool
import matplotlib.pyplot as plt
from random import randint
import statistics
width = 10000
heigth = width
radio = width

npuntos = 0
ndentro = 0
radio2 = radio*radio
replicas = 1000
promediopi = []
listareplicas = []
listapromedios = []

if name == ’main’:
with Pool(4) as p:
for j in range(replicas):
for i in range(1,1000):
x = randint(0,width)
y = randint(0,width)
npuntos += 1
if x*x + y*y ¡= radio2:
ndentro += 1
pi = ndentro * 4 /npuntos
promediopi.append(pi)
print(statistics.mean(promediopi))
listareplicas.append(j)
```

```
listapromedios.append(statistics.mean(promediopi))
print(statistics.mean(promediopi))
plt.plot(listareplicas,listapromedios)
plt.show()
```

5. Gráfica



6. Conclusión

La importancia actual del método Montecarlo se basa en la existencia de problemas que tienen difícil solución por métodos exclusivamente analíticos o numéricos, pero que dependen de factores aleatorios o se pueden asociar a un modelo probabilística artificial (resolución de integrales de muchas variables, minimización de funciones, etc.). Gracias al avance en diseño de los ordenadores, cálculos Montecarlo que en otro tiempo hubieran sido inconcebibles, hoy en día se presentan como asequibles para la resolución de ciertos problemas.

Este método es aplicable para cualquier tipo de problema ya sea determinístico o estocásticos empleado en problemas complejos que solamente se pueden resolver por programas de computadora, así como problemas simples que se resolverán a mano sin tanta dificultad.

Referencias

[1] Simulación de monte carlo.

[2] Paula, R. Número pi.

[3] S, H. *Monte Carlo*, 7 ed. Gen.

[2] [1] [3]