

Modelos Arch - Garch

Jean Pierre Lozano Rengifo

1 de junio de 2025

PROPIEDADES DE LOS RETORNOS FINANCIEROS

- 1 Características de los retornos financieros
- 2 Estacionariedad y pruebas de raíz unitaria
- 3 Autocorrelación y heterocedasticidad
- 4 Análisis descriptivo y representación gráfica

Retornos financieros: definición y tipos

- Retorno simple o aritmético:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{\Delta P_t}{P_{t-1}}$$

- Retorno logarítmico (continuo):

$$r_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$$

- Aditividad temporal:

$$r_{1,t} + r_{2,t} = r_{1+2,t}$$

- Medida de riesgo:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (r_t - \bar{r})^2}$$

- Volatilidad condicional \rightarrow modelos ARCH y GARCH
- Volatility clustering

- Kurtosis normal = 3, en retornos: kurtosis \neq 3
- Mayor probabilidad de eventos extremos
- Consecuencia: riesgo mal estimado si se asume normalidad

Sesgo (Skewness)

$$\text{Skewness} = \frac{E[(r_t - \bar{r})^3]}{\sigma^3}$$

- Skewness > 0 : sesgo a la derecha
- Skewness < 0 : sesgo a la izquierda
- Importancia: afecta VaR y riesgo de pérdidas grandes

Concepto de estacionariedad

- Media, varianza y autocovarianza constantes
- Precios: no estacionarios
- Retornos: estacionarios

- ADF:

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma y_{t-1} + \sum \delta_i \Delta y_{t-i} + \epsilon_t$$

- Phillips-Perron: robusto a heterocedasticidad
- KPSS: Hipótesis nula de estacionariedad

$$\rho_k = \frac{\sum (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})}{\sum (y_t - \bar{y})^2}$$

- Retornos: baja autocorrelación
- Volatilidad: alta autocorrelación
- Herramientas: correlograma, Ljung-Box

- Varianza condicional: $Var(\epsilon_t) = \sigma_t^2$
- Modelos:
 - ARCH(q): $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum \alpha_i \epsilon_{t-i}^2$
 - GARCH(p,q): $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum \beta_j \sigma_{t-j}^2$

- Media, desviación estándar, curtosis, skewness
- Mínimos, máximos, percentiles

- Gráfica de líneas: evolución temporal
- Histograma: distribución empírica
- QQ-plot: comparación con distribuciones teóricas
- Boxplot: valores atípicos
- Correlograma ACF/PACF