

Extensiones Univariadas de los Modelos ARCH

Curso de Econometría Financiera

Jean Pierre Lozano Rengifo

2025

- Modelos GARCH: especificación y estimación
- Modelos GARCH multivariados
- Evaluación de modelos GARCH
- Modelos TARCH y EGARCH

GARCH(p, q) es una extensión del modelo ARCH:

$$r_t = \mu + \epsilon_t, \quad \epsilon_t = z_t \sqrt{h_t}, \quad z_t \sim i.i.d. N(0, 1)$$
$$h_t = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j}$$

- Permite modelar persistencia de la volatilidad.
- Estimación mediante máxima verosimilitud.

Modelos GARCH multivariados: teoría ampliada

Los modelos MGARCH generalizan GARCH para múltiples series. Son fundamentales en la gestión de portafolios y análisis de riesgos.

Principales modelos:

- **VEC GARCH:** Basado en el vector de errores; sufre de sobreparametrización.
- **BEKK GARCH:** Asegura positividad definida de la matriz de covarianzas.
- **DCC-GARCH:** Propone una estimación en dos etapas: (1) modelar la volatilidad univariada con GARCH, y (2) estimar una matriz de correlación dinámica.

Diferencias con ARCH y GARCH:

- ARCH/GARCH modelan una sola serie.
- MGARCH permite estudiar interacciones y covarianzas entre múltiples activos.

Cuándo usar cada modelo:

- GARCH: análisis de una sola serie (volatilidad individual).
- MGARCH/BEKK: análisis conjunto con enfoque estructural.
- DCC-GARCH: correlación dinámica entre activos, útil para portafolios.

Selección y ajuste del modelo:

- **Criterios de información:** AIC, BIC para comparar especificaciones.
- **Pruebas de diagnóstico:**
 - Ljung-Box para residuos.
 - ARCH LM para heterocedasticidad remanente.
 - Normalidad de residuos: test de Jarque-Bera.
- **Backtesting:** Validación en cálculo de VaR (Valor en Riesgo).
- **Estabilidad:** Análisis de persistencia ($\alpha + \beta < 1$).

Importancia: Un mal ajuste produce estimaciones sesgadas de riesgo y portafolio.

Modelos TARARCH y EGARCH: efectos asimétricos

Motivación: En mercados financieros, las malas noticias suelen aumentar más la volatilidad que las buenas. Esto se conoce como **efecto leverage**.

TARCH:

$$h_t = \omega + \alpha \epsilon_{t-1}^2 + \gamma \epsilon_{t-1}^2 I_{\{\epsilon_{t-1} < 0\}} + \beta h_{t-1}$$

- El término γ mide la asimetría.
- Si $\gamma > 0$, los shocks negativos elevan más la volatilidad.

EGARCH:

$$\log h_t = \omega + \beta \log h_{t-1} + \alpha \frac{|\epsilon_{t-1}|}{\sqrt{h_{t-1}}} + \gamma \frac{\epsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}}$$

- Se modela la log-varianza para evitar restricciones de positividad.
- γ captura la dirección del shock (positivo o negativo).

- GARCH permite modelar la persistencia de la volatilidad.
- MGARCH/DCC permiten estudiar correlaciones dinámicas en portafolios.
- TARCH y EGARCH capturan comportamientos asimétricos reales del mercado.
- Evaluar correctamente los modelos es clave para una buena gestión financiera.