

Álgebra lineal numérica

Mínimos cuadrados

Mg. Roger Mestas Chávez

Ciencia de la Computación

Noviembre, 2020

Mínimos cuadrados

Tomamos la siguiente tabla grande

x_i	y_i
1	y_1
\dots	
m	y_m

Continuación...

Usar una recta es razonable en este caso vea el gráfico.

$ax + b = y$, ¿cuales son los valores buenos de a y b ?

Mínimos cuadrados:

$$\sum_{i=1}^m [y_i - (ax_i + b)]^2 = E(a, b)$$

$$\frac{\partial E}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial b} = 0$$

Continuación...

Ecuaciones normales

$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^m x_i^2 + b \sum_{i=1}^m x_i = \sum_{i=1}^m x_i y_i \\ a \sum_{i=1}^m x_i + bm = \sum_{i=1}^m y_i \end{cases}$$

Visión geométrica del problema de mínimos cuadrados

Veamos este problema del punto de vista del Álgebra Lineal, una visión mas geométrica.

Continuación...

Vamos a mostrar que las ecuaciones normales son:

$$A^T A x = A^T \vec{y}$$

Continuación...

Ejemplo

Considerar los siguientes datos:

t_i	1.0	2.0	3.0
y_i	1.1	1.3	1.4

1. Hallar la recta de mínimos cuadrados que ajusta a los datos.

Continuación...

Ejemplo

Considerar los siguientes datos:

t_i	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
y_i	1.1	1.2	1.3	1.3	1.4

1. Hallar la recta de mínimos cuadrados que ajusta a los datos.
2. Considerar un sistema sobredeterminado de la forma para una recta lineal que pase a través de los puntos dados. Usar los polinomios base $\phi_1(t) = 1$, $\phi_2(t) = t$.
3. Usar **Matlab** o **Octave** para calcular la solución de mínimos cuadrados a partir de la parte 2).

Continuación...

Ejemplo

Considerar los siguientes datos experimentales:

x	0	2	5	7	9	13	24
y	0	6	7.9	8.5	12	21.5	35

1. Derivar las ecuaciones normales para estos datos correspondientes ajustandolos a una recta.