

Análisis de Algoritmos

Semanal 1

Luis Sebastián Arrieta Mancera (318174116)
Zuriel Enrique Martínez Hernández (318056423)

5 de febrero de 2023

1. Ejercicios

1.- Hay 8 perlas, todas exactamente iguales en apariencia y tacto. Cada una pesa exactamente lo mismo salvo una, que es falsa y **pesa ligeramente menos**. Afortunadamente, cuentas con una balanza perfectamente equilibrada para comparar las perlas entre ellas.



- Brinda un algoritmo que encuentre la perla falsa en tiempo $\Theta(n)$.

Tenemos nuestras perlas ordenadas aleatoriamente. Nuestro algoritmo empieza tomando las primeras 2 perlas y colocando una en el lado izquierdo de la balanza y la otra en el lado derecho, al hacer esto pueden pasar 3 cosas:

1. Que la perla falsa sea la del lado izquierdo.
2. Que la perla falsa sea la del lado derecho.
3. Que ambas perlas sean reales.

Si se cumple alguno de los primeros dos casos, entonces el algoritmo termina, puesto que ya se encontró la perla falsa.

Si se cae en el tercer caso, entonces nuestro algoritmo deja la primer perla y ahora compara la segunda perla con la tercer perla y así, el proceso se vuelve a repetir sucesivamente hasta encontrar la perla falsa.

- Brinda un algoritmo que encuentre la perla falsa usando la balanza máximo 2 veces.

Empezamos separando 2 de las 8 perlas, quedando así, 6 perlas. Ahora esas 6 perlas las dividimos en 2 grupos y esos grupos son los que pesaremos en la balanza. Llegado a este punto pueden ocurrir 2 cosas:

1. si la balanza no se inclina para ningún lado, entonces la perla falsa se encuentra en las 2 perlas que separamos. Entonces basta con hacer uso de la balanza por segunda vez para pesar las 2 perlas restantes y encontrar la perla falsa.
2. Si la balanza se inclina, buscamos en el grupito mas ligero, para ello, volvemos a apartar una perla y hacemos uso de la balanza por segunda vez. Si las 2 perlas que pesamos no inclinan la balanza entonces la perla falsa es la que apartamos y si la balanza se inclina entonces ya encontramos la perla falsa.

- Generalizando el problema para recibir un grupo de n perlas en las que una es falsa. Brinda un algoritmo que encuentre la perla falsa en tiempo $O(\log n)$. En esta generalización puedes considerar que la balanza no tiene limite en el numero de perlas que puedes colocar en cada lado.

Para este algoritmo, estaremos agrupando nuestras n perlas hasta dar con la perla que es falsa. Para ello, hay que tomar en cuenta dos casos:

1. Cuando n es par.
2. Cuando n es impar.

Cuando n es par, separamos en dos grupitos con la misma cantidad de perlas y sabemos que hay dos posibles resultados:

1. Si el lado izquierdo pesa mas, significa que la perla se encuentra en el lado derecho.
2. Si el lado derecho pesa mas, significa que la perla se encuentra en el lado izquierdo.

Ahora, cuando n es impar, separamos en dos grupitos y siempre colocaremos una perla mas del lado izquierdo. Esta mas que claro que el lado izquierdo tendría que pesar mas que el lado derecho, pero si suponemos que la perla falsa, a pesar de tener un peso ligero, no es lo suficientemente pesada como para inclinar la balanza, entonces esto nos puede arrojar 2 resultados:

1. Si la balanza no se inclina, quiere decir que la perla se encuentra en el lado con mas perlas, es decir, el izquierdo.
2. Si el lado izquierdo pesa mas, significa que la perla se encuentra en el lado derecho.

Así pues, el algoritmo se ejecutaría dependiendo cual fuera el caso en el que cayera, si n es par o impar, hasta dar con la perla falsa.

- Si el problema fuera sobre 1234 perlas en lugar de 8, ¿Cuántas veces es suficiente usar la balanza para encontrar la perla falsa utilizando la estrategia del inciso anterior? Debes dar un numero concreto, no una estimación.

10 veces.