Departamento de Engenharia Informática e de Sistemas

Metodologias de Otimização e Apoio à Decisão		
Data: 23/02/2022	**Exame – Época de Recurso**	**Duração: 2h**

Nota: *Apresente todos os cálculos que efetuar e justifique convenientemente as suas respostas.*

1. *(Cotação prevista: 7,0 valores)*

Considere o seguinte **problema de** programação **linear** com um só objetivo:

$$
\begin{array}{lll}
\textit{Minimizar} & z = 3x_1 + 2x_2 & \\
\text{sujeito a} & & \\
& 2x_1 + x_2 \geq 10 & \textbf{(1)} \\
& -3x_1 + 2x_2 \leq 6 & \textbf{(2)} \\
& x_1 + x_2 \geq 6 & \textbf{(3)} \\
& x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 &
\end{array}
$$

Considerando $\mathbf{x_3}$ e $\mathbf{x_5}$ as variáveis ***surplus*** e ***artificial*** da restrição funcional **(1)**, $\mathbf{x_6}$ a variável ***slack*** da restrição funcional **(2)**, e $\mathbf{x_4}$ e $\mathbf{x_7}$ as variáveis ***surplus*** e ***artificial*** da restrição funcional **(3)**, o quadro ótimo do *simplex* (usando a técnica do grande M) é:

	c_i	-3	-2	0	0	-M	0	-M	
$\mathbf{x_B}$	c_B \ x_i	$\mathbf{x_1}$	$\mathbf{x_2}$	$\mathbf{x_3}$	$\mathbf{x_4}$	$\mathbf{x_5}$	$\mathbf{x_6}$	$\mathbf{x_7}$	**b**
$\mathbf{x_1}$	-3	1	0	-1	1	1	0	-1	4
$\mathbf{x_6}$	0	0	0	-5	7	5	1	-7	14
$\mathbf{x_2}$	-2	0	1	1	-2	-1	0	2	2
zj-cj		0	0	1	1	M-1	0	M-1	-16

Para cada uma das seguintes alterações no problema inicial determine, efetuando um estudo de <u>pós-otimização</u>, **quais as implicações na solução ótima apresentada** (no valor de x*, no valor de z* e na base ótima), **decorrentes da variação**:

a) Alteração do **vetor dos termos independentes** das restrições, de $\begin{bmatrix} \mathbf{10} \\ \mathbf{6} \\ \mathbf{6} \end{bmatrix}$ para $\begin{bmatrix} \mathbf{15} \\ \mathbf{7} \\ \mathbf{8} \end{bmatrix}$;

b) Alteração do **coeficiente da variável $\mathbf{x_2}$ na função objetivo**, de **2** para **4**;

c) Introdução de uma **nova restrição funcional** no problema: $\mathbf{x_1 + 2x_2 \leq 16}$.

2. *(Cotação prevista: 5,0 valores)*

Considere agora o seguinte problema de **programação linear inteira pura**:

$$
\begin{array}{lll}
\textit{Maximizar} & z = -x_1 + 3x_2 & \\
\text{sujeito a} & & \\
& -x_1 + 2x_2 \leq 4 & \textbf{(1)} \\
& x_1 + x_2 \leq 6 & \textbf{(2)} \\
& x_1 + 3x_2 \leq 9 & \textbf{(3)} \\
& x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 & \\
& x_1 \text{ e } x_2 \text{ inteiros} &
\end{array}
$$

Considerando x_3, x_4 e x_5 as variáveis ***slack*** das restrições funcionais **(1)**, **(2)** e **(3)**, respetivamente, suponha que se aplicou o algoritmo de Gomory a este mesmo problema e que no final do 1º passo se obteve o seguinte quadro ótimo do *simplex*:

	c_i	-1	3	0	0	0	
x_B	$c_B \setminus x_i$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	**b**
x_2	3	0	1	1/5	0	1/5	13/5
x_4	0	0	0	2/5	1	-3/5	11/5
x_1	-1	1	0	-3/5	0	2/5	6/5
Zj-cj		0	0	6/5	0	1/5	33/5

a) Retire as suas **conclusões** e, se achar necessário, **prossiga com o 2º passo** do referido algoritmo, para **resolver o problema** apresentado;

b) Se a variável x_1 deixasse de ter restrição de integralidade, considera que continuaríamos perante um problema de programação inteira? Justifique.

3. *(Cotação prevista: 5,0 valores)*

Considere agora o seguinte problema de ***programação por metas***:

Minimizar Z = $\{ d_1^+,\ d_3^-,\ d_2^- \}$

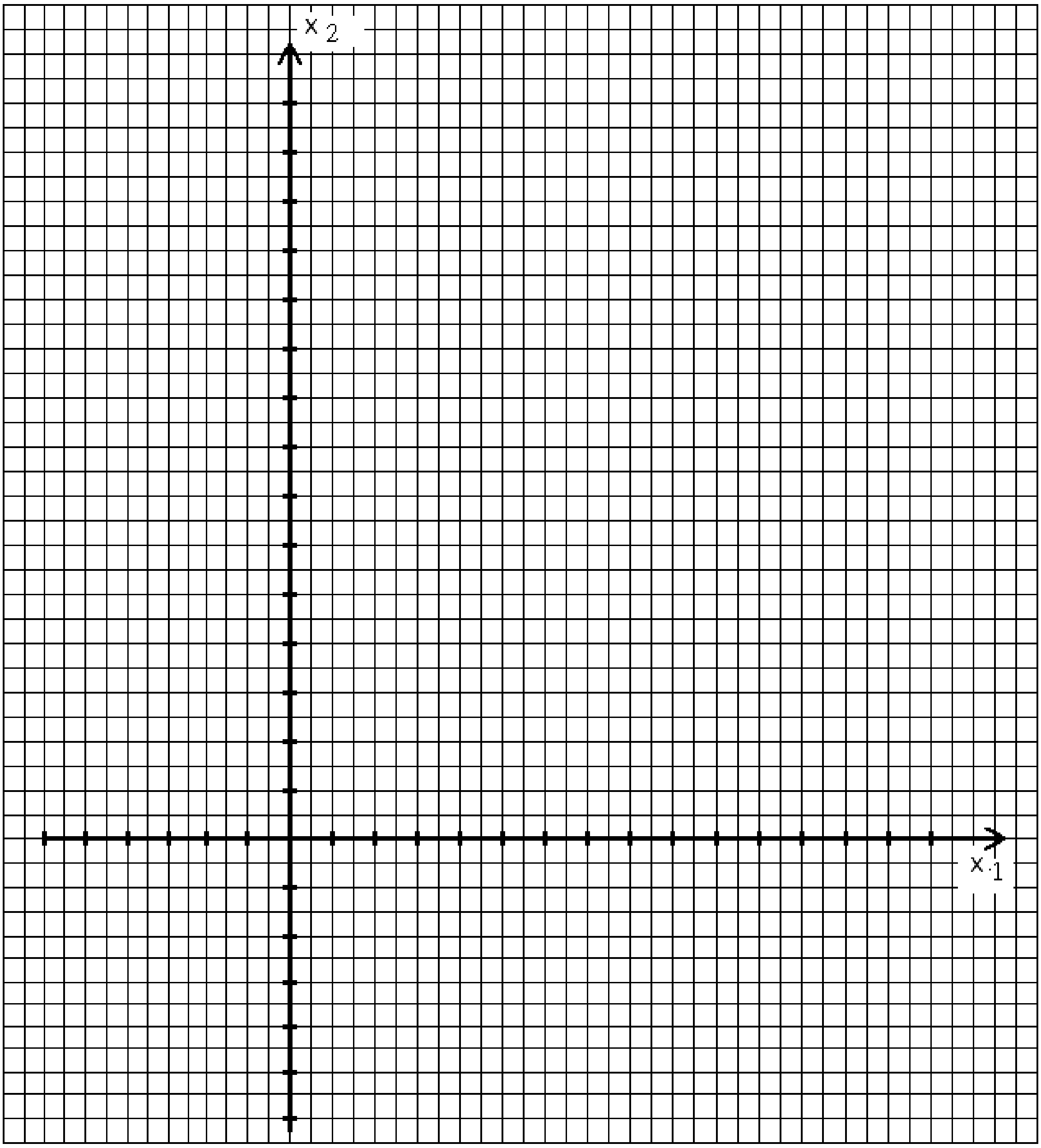
sujeito a

$$3x_1 + 4x_2 + d_1^- - d_1^+ = 24$$
$$2x_1 + x_2 + d_2^- - d_2^+ = 10$$
$$x_2 + d_3^- - d_3^+ = 5$$
$$2x_1 - 3x_2 + d_4^- = 6$$
$$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ d_i^- \geq 0,\ d_i^+ \geq 0\ (i = 1,2,3,4)$$

a) Resolva este problema pelo **método gráfico**;

<u>**Nota**</u>: *Pode usar a grelha da página 3, identificando-se com nome e nº de aluno.*

b) Se houvesse necessidade de uma **nova meta** com **grau de prioridade 4** que especificasse que, na medida do possível, $x_1 + 2x_2$ deveria ser maior ou igual a **3**, indique que alterações introduziria no modelo.



Nome: ____ Nº ______________