# Pós-otimização

# 1º Caso: Alteração do coeficiente de uma variável na função objetivo

⇒ Substitui-se diretamente no quadro ótimo o coeficiente alterado.

Se a variável em causa **não estiver na base**, o único valor afetado e a ter que ser recalculado é o <u>zi-ci</u> correspondente.

- Se este for ≥ 0, o quadro mantém-se ótimo, a base ótima mantém-se, os valores de x\* e de z\* também.
- Se for < 0, o quadro deixa de ser ótimo e tem que se usar o método *simplex* para calcular o novo quadro ótimo, a nova base ótima, e os novos valores de x\* e de z\*.

Se a variável em causa **estiver na base**, toda a <u>linha zj-cj</u> e o valor de z têm que ser recalculados.

- Se todos os valores da <u>linha zj-cj</u> forem ≥ 0, o quadro mantém-se ótimo, a base ótima mantém-se e os valores de x\* também. O valor de z\* altera-se para o valor recalculado.
- Se algum dos valores for menor que 0, o quadro deixa de ser ótimo e tem que se usar o método *simplex* para calcular o novo quadro ótimo, a nova base ótima, e os novos valores de x\* e de z\*.

# 2º Caso: Alteração dos termos independentes das restrições

 $\Rightarrow$  Aplica-se a fórmula:  $\mathbf{x}_B = B^{-1}\mathbf{b}$ 

Substitui-se a <u>coluna b</u> do quadro ótimo atual pelos valores do vetor  $\mathbf{x}_B$  e recalcula-se o valor de z.

- Se os valores da nova <u>coluna b</u> forem todos ≥ 0, o quadro mantém-se ótimo e a base ótima também se mantém. Os valores de x\* e de z\* alteram-se de acordo com os novos valores <u>da coluna b</u> e de z do quadro alterado. (NOTA: A solução x\* pode ser **degenerada** se um dos valores da nova <u>coluna b</u> for zero).
- Se surgir um valor negativo na <u>coluna b</u>, então o quadro já não é ótimo (a solução é agora não admissível). Procedimento: aplica-se o método dual do *simplex* para determinar os novos valores de x\* e de z\*.

#### 3º Caso: Alteração dos coeficientes de uma variável nas restrições

 $\Rightarrow$  Aplica-se a fórmula:  $\mathbf{X}_{\mathbf{f}} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{P}_{\mathbf{f}}$ 

Se a variável em causa **não estiver na base**, substitui-se a coluna dessa variável no quadro ótimo ~
pelos valores do vetor **X** <sub>f</sub> e recalcula-se o correspondente valor na <u>linha zj-cj</u>.

Depois procede-se como no 1º Caso:

- Se este valor for ≥ 0, o quadro mantém-se ótimo, a base ótima mantém-se, os valores de x\* e de z\* também.
- Se for < 0, o quadro deixa de ser ótimo e tem que se usar o método *simplex* para calcular o novo quadro ótimo, a nova base ótima, e os novos valores de x\* e de z\*.

# Pós-otimização

Pelo contrário, se a variável **estiver na base**, substitui-se a coluna dessa variável no quadro ótimo ~

pelos valores do vetor **X** <sub>f</sub> e tem que se reconstruir a matriz identidade porque esta vai ser afetada. Só depois de reposta esta matriz, é que se recalcula a <u>linha zj-cj</u>.

No novo quadro obtido 3 situações podem ocorrer:

- A <u>coluna b</u> e a <u>linha zj-cj</u> só contêm valores ≥ 0.
  - O quadro é ótimo, mas a solução ótima x\* e o valor de z\* alteram-se de acordo com os novos valores da <u>coluna b</u>.
- A <u>coluna b</u> só contêm valores ≥ 0, mas na <u>linha zj-cj</u> surgem valores negativos.
  - Aplica-se o método simplex para calcular o novo quadro ótimo, a nova base ótima, e os novos valores de x\* e de z\*.
- A <u>linha zj-cj</u> só contêm valores ≥ 0, mas na <u>coluna b</u> surgem valores negativos.
  - Aplica-se o método dual do simplex para calcular o novo quadro ótimo, a nova base ótima, e os novos valores de x\* e de z\*.
- A <u>coluna b</u> e a <u>linha zj-cj</u> contêm, ambas, valores < 0.
  - $\circ$  Caso complicado em que se torna necessário retirar  $\mathbf{x_f}$  da base.

## 4º Caso: Introdução de uma nova variável de decisão

 $\Rightarrow$  Aplica-se a fórmula:  $\mathbf{X}_{nova} = B^{-1}\mathbf{P}_{nova}$ 

Em seguida acrescenta-se uma coluna no quadro ótimo para a nova variável  $x_{nova}$  e preenche-se com os valores do vetor  $\mathbf{X}_{nova}$ . Depois de inserir no quadro o coeficiente da nova variável na função objetivo,  $c_{nova}$ , calcula-se o correspondente valor na <u>linha zj-cj</u>.

Depois procede-se como no 1º Caso:

- Se este for ≥ 0, o quadro mantém-se ótimo, a base ótima mantém-se, os valores de x\* e de z\* também.
- Se for < 0, o quadro deixa de ser ótimo e tem que se usar o método *simplex* para calcular o novo quadro ótimo, a nova base ótima, e os novos valores de x\* e de z\*.

#### 5º Caso: Introdução de uma nova restrição

Em primeiro lugar verifica-se se a solução ótima atual satisfaz a nova restrição.

- Se for verdade, então conclui-se que a solução atual ainda é ótima para o problema com a nova restrição e que o valor de z\* também é o ótimo do novo problema.
- Se não for verdade, introduz-se a nova restrição no quadro e reconstrói-se a matriz identidade.
- Se os valores da nova <u>coluna b</u> forem todos ≥ 0, e os valores da <u>linha zj-ci</u> também, o quadro mantém-se ótimo e a base ótima também se mantém. Os valores de x\* e de z\* alteram-se de acordo com os novos valores <u>da coluna b</u> e de z do quadro alterado.
- Se surgir um valor negativo na coluna b, então o quadro já não é ótimo (a solução é agora não admissível). Procedimento: aplica-se o método dual do simplex para determinar os novos valores de x\* e de z\*.
- Se algum dos valores da <u>linha zj-cj</u> for menor que 0, o quadro deixa de ser ótimo.
   Procedimento: aplica-se o método simplex para determinar os novos valores de x\* e de z\*.

# Pós-otimização

## **NOTA FINAL**

Nas diversas situações há que estar atento aos casos particulares. Por exemplo:

- ⇒ Se após as alterações aparecer algum valor 0 na <u>linha zj-cj</u> correspondente a uma variável não básica é porque o problema passou a ter uma **solução ótima alternativa** que tem que ser calculada usando o método *simplex*.
- ⇒ Se o quadro deixou de ser ótimo por ter surgido um valor negativo na <u>linha zi-ci</u> e houver necessidade de iterar pelo método *simplex*, mas na coluna "pivot" apenas existirem valores ≤0, então conclui-se que, após as alterações, o problema passou a ter **solução ótima no infinito**.