Instituto Superior de Engenharia de Coimbra
Departamento de Física e Matemática
Licenciatura em Engenharia Informática (LEI, LEI-PL, LEICE)
1ª Frequência de Métodos Estatísticos - Época de Recurso

16 de Julho de 2021 **Versão 101** Duração: 1h30min

(1.0) **1.** Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que $\mathrm{P}(A) = 0.6$, $\mathrm{P}(\overline{B}) = 0.6$ e $\mathrm{P}(A \cap B) = 0.4$. O valor de $\mathrm{P}(B/\overline{A})$ é

(A) 0 **(B)** $\frac{1}{3}$ **(C)** $\frac{2}{3}$ **(D)** 1

(1.5) **2.** Um estudante vai realizar 3 exames. Se a probabilidade de ter nota positiva em cada um for de 0.6 e os resultados forem independentes, calcule a probabilidade do estudante ter nota positiva:

(a) no máximo em dois exames;

(b) apenas no primeiro e no terceiro exame.

(1.5) **3.** O número de defeitos por artigo produzido numa certa linha de produção segue uma distribuição de *Poisson* de valor esperado 0.01. Para serem comercializados, esses artigos são embalados em caixas de 10 unidades.

(a) A probabilidade de um qualquer artigo não apresentar defeitos é

(A) 0.9900 **(B)** 0.9048 **(C)** 0.0952 **(D)** 0.0100

(b) A probabilidade de, numa caixa, o número total de defeitos encontrados ser superior a 2 é

(A) 0.0001 **(B)** 0.0013 **(C)** 0.0002 **(D)** 0.9957

(3.0) **4.** Numa fábrica, há duas linhas de produção de um artigo (X), sendo que o artigo é classificado quanto ao acabamento (Y), de acordo com a seguinte tabela:

Y \ X	1	2	Total
1	0.06	b	0.25
2	0.04	c	e
3	a	d	0.4

(a) Sabendo que $P(X = 2 \cap Y = 3) = 0.25$, complete a tabela.

(b) Sabendo que um artigo foi classificado quanto ao acabamento com 3, determine a probabilidade de ter sido produzido pela linha 2.

(c) Das afirmações seguintes escolha a verdadeira

(I) Quanto maior é o número da linha de produção menor tenderá a ser a classificação quanto ao acabamento;

(II) Quanto maior é o número da linha de produção maior tenderá a ser a classificação quanto ao acabamento;

(III) A classificação quanto ao acabamento é independente do número da linha de produção.

(Embora esta questão seja de escolha múltipla, indique todos os cálculos que efetuar)

(2.5) **5.** Uma empresa com várias sucursais espalhadas pelo país costuma alugar carrinhas em três agências Rent a Car. Estima-se que a empresa alugue 50% das carrinhas à agência A, 25% à agência B e as restantes à agência C. Sabe-se ainda que a probabilidade de haver avarias numa carrinha é de 8%, 25% e 7% quando é alugada respetivamente à agência A, B e C.

(a) Defina em compreensão os acontecimentos referidos no enunciado e extraia deste todos os dados fornecidos.

(b) Determine a percentagem de carrinhas que avariam.

(c) Calcule a probabilidade de uma carrinha com avarias ter sido alugada à agência C.

(0.5) **6.** A função de probabilidade de uma variável aleaória X é dada pela tabela seguinte

x	-2	-1	1	2	3
P(X=x)	a	b	0.25	b	a

onde a e $b \in \mathbb{R}$. Sabendo que $P(X=-2) = 2P(X=2)$, o valor de $P(X = 4a + 8b)$ é

(A) $\frac{1}{4}$ **(B)** $\frac{1}{5}$ **(C)** $\frac{1}{8}$ **(D)** 0

Definição Sejam A e B acontecimentos de Ω com $P(B) > 0$. A probabilidade de A *condicionada por* B, $P(A/B)$, é dada por

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Teorema [probabilidade total] Sejam A_1, A_2, ..., A_n acontecimentos de Ω tais que $A_i \cap A_j = \emptyset$, $i \neq j$ e $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = \Omega$. Seja B um acontecimento qualquer. Tem-se $P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(B/A_i)\, P(A_i)$.

Teorema [Bayes] Sejam A_1, A_2, ..., A_n acontecimentos de Ω tais que $A_i \cap A_j = \emptyset$, $i \neq j$ e $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = \Omega$. Seja B um acontecimento qualquer, com $B \neq \emptyset$. Tem-se $P(A_i/B) = \frac{P(B/A_i)P(A_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(B/A_i)\, P(A_i)}$, $i = 2, ..., n$.

Instituto Superior de Engenharia de Coimbra
Departamento de Física e Matemática
Licenciatura em Engenharia Informática (LEI, LEI-PL, LEICE)
1ª Frequência de Métodos Estatísticos - Época de Recurso

16 de Julho de 2021 **Versão 102** Duração: 1h30min

(1.0) **1.** Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que $\mathrm{P}(A) = 0.6$, $\mathrm{P}(\overline{B}) = 0.6$ e $\mathrm{P}(A \cap B) = 0.4$. O valor de $\mathrm{P}(B/\overline{A})$ é

(A) 1 **(B)** $\frac{2}{3}$ **(C)** $\frac{1}{3}$ **(D)** 0

(1.5) **2.** Um estudante vai realizar 3 exames. Se a probabilidade de ter nota positiva em cada um for de 0.6 e os resultados forem independentes, calcule a probabilidade do estudante ter nota positiva:

(a) no mínimo em dois exames;

(b) apenas no primeiro e no segundo exame.

(1.5) **3.** O número de defeitos por artigo produzido numa certa linha de produção segue uma distribuição de *Poisson* de valor esperado 0.01. Para serem comercializados, esses artigos são embalados em caixas de 10 unidades.

(a) A probabilidade de um qualquer artigo não apresentar defeitos é

(A) 0.0952 **(B)** 0.0100 **(C)** 0.9900 **(D)** 0.9048

(b) A probabilidade de, numa caixa, o número total de defeitos encontrados ser superior a 2 é

(A) 0.0002 **(B)** 0.0013 **(C)** 0.0001 **(D)** 0.9957

(3.0) **4.** Numa fábrica, há duas linhas de produção de um artigo (X), sendo que o artigo é classificado quanto ao acabamento (Y), de acordo com a seguinte tabela:

Y \ X	1	2	Total
1	0.06	b	0.25
2	0.04	c	e
3	a	d	0.4

(a) Sabendo que $P(X = 2 \cap Y = 3) = 0.25$, complete a tabela.

(b) Sabendo que um artigo foi classificado quanto ao acabamento com 3, determine a probabilidade de ter sido produzido pela linha 2.

(c) Das afirmações seguintes escolha a verdadeira

(I) Quanto menor é o número da linha de produção maior tenderá a ser a classificação quanto ao acabamento;

(II) Quanto menor é o número da linha de produção menor tenderá a ser a classificação quanto ao acabamento;

(III) A classificação quanto ao acabamento é independente do número da linha de produção.

(Embora esta questão seja de escolha múltipla, indique todos os cálculos que efetuar)

(2.5) **5.** Uma empresa com várias sucursais espalhadas pelo país costuma alugar carrinhas em três agências Rent a Car. Estima-se que a empresa alugue 50% das carrinhas à agência A, 25% à agência B e as restantes à agência C. Sabe-se ainda que a probabilidade de haver avarias numa carrinha é de 8%, 25% e 7% quando é alugada respetivamente à agência A, B e C.

(a) Defina em compreensão os acontecimentos referidos no enunciado e extraia deste todos os dados fornecidos.

(b) Determine a percentagem de carrinhas que não avariam.

(c) Calcule a probabilidade de uma carrinha com avarias ter sido alugada à agência B.

(0.5) **6.** A função de probabilidade de uma variável aleaória X é dada pela tabela seguinte

x	-2	-1	1	2	3
P(X=x)	a	b	0.25	b	a

onde a e $b \in \mathbb{R}$. Sabendo que $P(X=-2) = 2P(X=2)$, o valor de $P(X = 2a+4b)$ é

(A) $\frac{1}{4}$ **(B)** $\frac{1}{5}$ **(C)** $\frac{1}{8}$ **(D)** 0

Definição Sejam A e B acontecimentos de Ω com $P(B) > 0$. A probabilidade de A *condicionada por* B, $P(A/B)$, é dada por

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Teorema [probabilidade total] Sejam A_1, A_2, ..., A_n acontecimentos de Ω tais que $A_i \cap A_j = \emptyset$, $i \neq j$ e $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = \Omega$. Seja B um acontecimento qualquer. Tem-se $P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(B/A_i)\, P(A_i)$.

Teorema [Bayes] Sejam A_1, A_2, ..., A_n acontecimentos de Ω tais que $A_i \cap A_j = \emptyset$, $i \neq j$ e $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = \Omega$. Seja B um acontecimento qualquer, com $B \neq \emptyset$. Tem-se $P(A_i/B) = \frac{P(B/A_i)P(A_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(B/A_i)\, P(A_i)}$, $i = 2, ..., n$.