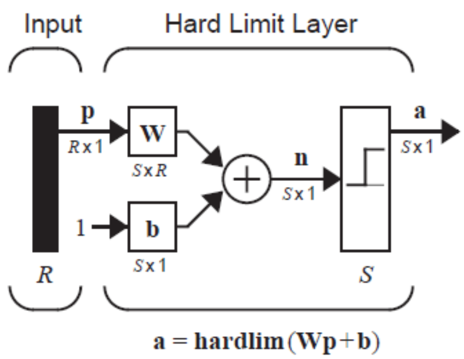
Exercícios

Redes Neuronais – Problemas Linearmente Separáveis

Modelo "Perceptron" - Arquitetura



Erro de treino

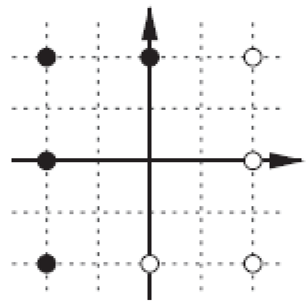
e = **t** – **a**

Regra de Aprendizagem:

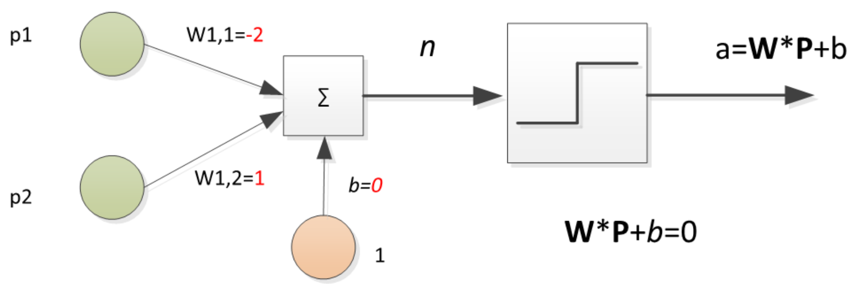
$\mathbf{W}^{new} = \mathbf{W}^{old} + \mathbf{e}\mathbf{p}^T$

b*new* **b***old* = + **e**

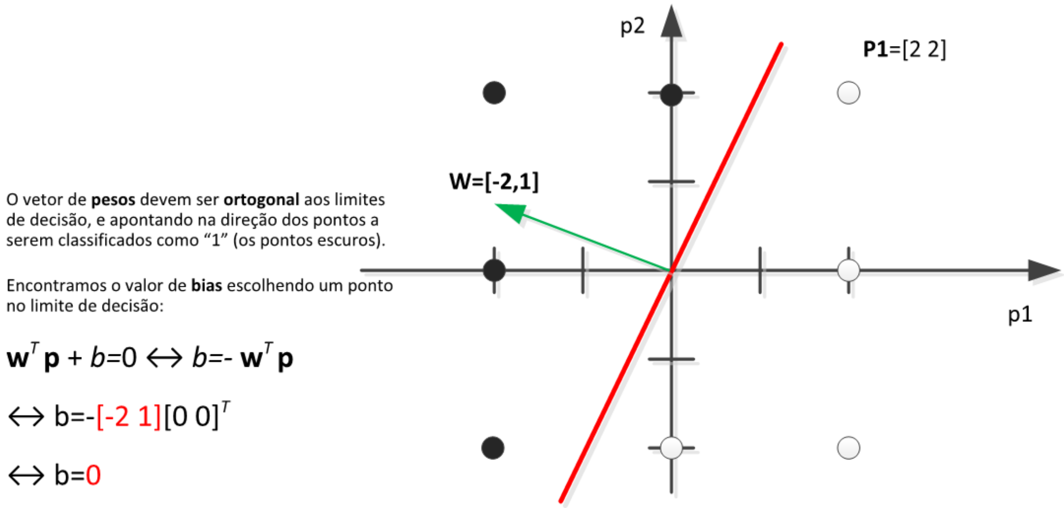
1. Resolva o problema de classificação mostrado na Figura, traçando o limite de decisão.
   a. Represente a arquitetura da rede neuronal – Entradas, neurónios e saídas.
   b. Determine os valores de pesos e bias.



a) O problema é de dimensão 2 e temos duas classes. Assim, podemos resolver o problema com duas entradas e neurónio "perceptron" representando a saída.



b) Existe um número infinito de soluções. Uma possível fronteira de decisão poderá "passar" na origem:



$\mathbf{w}^T = [-2\ 1]$

Encontramos o valor de bias escolhendo um ponto no limite de decisão:

$\mathbf{w}^T \mathbf{p} + b=0 \Leftrightarrow b=- \mathbf{w}^T \mathbf{p}$

$\mathbf{b} = - [-2\ 1]\ [0\ 0]^T = 0$

Podemos **testar** a solução para p = $[-2\ 2]^T$

$a = hardlim(\mathbf{w}^T \mathbf{p} + b) = hardlim([-2\ 1]\ [-2\ 2]^T + 0) = hardlim(6) = \mathbf{1}$

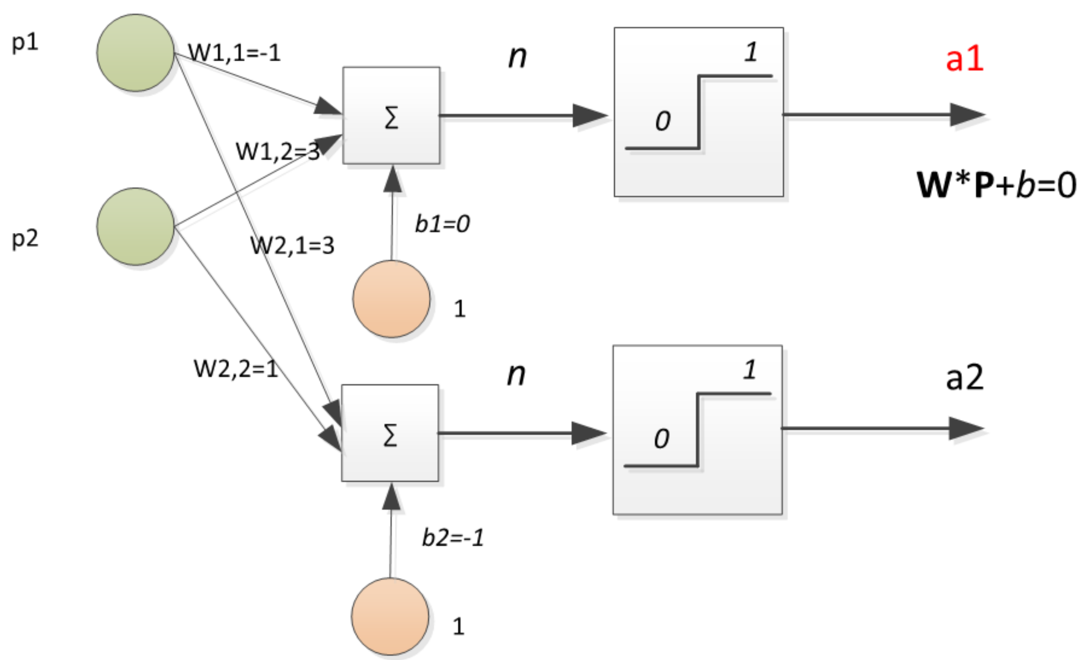
2. Resolva o problema de classificação considerando agora 8 instâncias e 4 classes:

$$\text{class 1:}\left\{\mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}, \mathbf{p}_2 = \begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}\right\}, \text{class 2:}\left\{\mathbf{p}_3 = \begin{bmatrix}2\\-1\end{bmatrix}, \mathbf{p}_4 = \begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix}\right\},$$

$$\text{class 3:}\left\{\mathbf{p}_5 = \begin{bmatrix}-1\\2\end{bmatrix}, \mathbf{p}_6 = \begin{bmatrix}-2\\1\end{bmatrix}\right\}, \text{class 4:}\left\{\mathbf{p}_7 = \begin{bmatrix}-1\\-1\end{bmatrix}, \mathbf{p}_8 = \begin{bmatrix}-2\\-2\end{bmatrix}\right\}.$$

a. Represente a arquitetura da rede neuronal Percepron – Entradas e saídas.
b. Determine os valores de pesos e bias.

a) O problema é de dimensão 2 (input space) e temos agora 4 classes. Cada classe pode ser representada pela codificação das duas saídas.



b) Duas possíveis fronteiras de decisão estão representadas na figura:

O vetor de pesos devem ser ortogonal aos limites de decisão, e apontando na direção dos pontos a serem classificados como “1” (os pontos escuros).

Encontramos o valor de bias escolhendo um ponto no limite de decisão:

Neurónio 1

wT p + b=0 ↔ b=- wT p

↔ b=-[-1 3][0 0]T

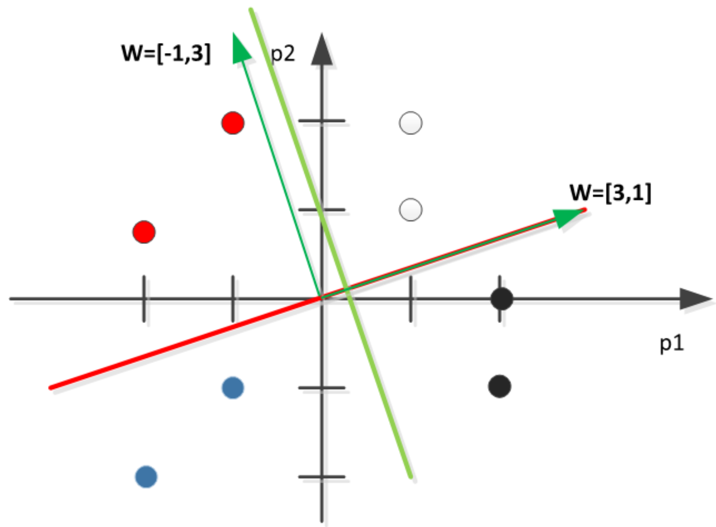
↔ b=0

Neurónio 2

wT p + b=0 ↔ b=- wT p

↔ b=-[3 1][0 1]T

↔ b=-1



To do Work:

Resolver exercícios do Cap. 4 do livro NN Design

Referências:

https://hagan.okstate.edu/nnd.html