isec Engenharia
Departamento de Engenharia Informática e de Sistemas

Metodologias de Otimização e Apoio à Decisão

Data: 29/01/2021 **Exame – Época Normal** **Duração: 2h**

Nota: *Apresente todos os cálculos que efetuar e justifique convenientemente as suas respostas.*

1. Considere o seguinte problema de Programação Linear:

Maximizar $z = 2x_1 - x_2$
sujeito a
$2x_1 + 4x_2 \geq 8$ **(1)**
$x_1 + 2x_2 \geq 4$ **(2)**
$2x_1 + 2x_2 \leq 6$ **(3)**
$x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$

Considerando $\mathbf{x_3}$ e $\mathbf{x_5}$ as variáveis ***surplus*** e ***artificial*** da restrição funcional **(1),** $\mathbf{x_4}$ e $\mathbf{x_6}$ as variáveis ***surplus*** e ***artificial*** da restrição funcional **(2),** e $\mathbf{x_7}$ a variável ***slack*** da restrição funcional **(3)**, o quadro ótimo do *Simplex* é:

	c_i	2	-1	0	0	-M	-M	0	
$\mathbf{x_B}$	$c_B \setminus x_i$	$\mathbf{x_1}$	$\mathbf{x_2}$	$\mathbf{x_3}$	$\mathbf{x_4}$	$\mathbf{x_5}$	$\mathbf{x_6}$	$\mathbf{x_7}$	**b**
$\mathbf{x_2}$	-1	0	1	0	-1	0	1	-1/2	1
$\mathbf{x_3}$	0	0	0	1	-2	-1	2	0	0
$\mathbf{x_1}$	2	1	0	0	1	0	-1	1	2
	zj-cj	0	0	0	3	M	M-3	5/2	3

[2.75 valores] **a)** Determine, efetuando um estudo de <u>*pós-otimização*</u>, **quais as implicações na solução ótima apresentada** (no valor de x*, no valor de z* e na base ótima), decorrentes da introdução de uma nova variável de decisão $\mathbf{x_8}$, com coeficientes nas restrições iguais a $\begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ e coeficiente na função objetivo $\mathbf{c_8}$=**7**.

[2.75 valores] **b)** Determine para que intervalo de $\mathbf{c_2}$ (coeficiente da variável $\mathbf{x_2}$ na função objetivo), o quadro apresentado acima continuará ótimo.

2. Considere o seguinte problema de Programação Linear Inteira Pura:

Maximizar $z = 3x_1 + 4x_2$
sujeito a
$2x_1 + x_2 \leq 6$ **(1)**
$2x_1 + 3x_2 \leq 9$ **(2)**
$x_2 \leq 1$ **(3)**
$x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$
x_1 e x_2 inteiros

Sendo **x_3**, **x_4** e **x_5** as variáveis *slack* associadas às restrições **(1)**, **(2)** e **(3)**, respetivamente, suponha que se aplicou o **algoritmo de Gomory** a este mesmo problema e que no final do 1º passo, se obteve o seguinte quadro ótimo:

	c_i	3	4	0	0	0	
x_B	c_B \ x_i	**x_1**	**x_2**	**x_3**	**x_4**	**x_5**	**b**
x_1	3	1	0	1/2	0	-1/2	5/2
x_4	0	0	0	-1	1	-2	1
x_2	4	0	1	0	0	1	1
zj-cj		0	0	3/2	0	5/2	23/2

[5.00 valores] **a)** Retire as suas conclusões e se achar necessário prossiga com o **2º passo do referido algoritmo**.

[0.75 valores] **b)** A restrição **$2x_1 + x_2 \geq 2$** poderia constituir uma eventual restrição de corte para este problema? Justifique a sua resposta.

3. Considere o seguinte problema de Programação por Metas:

Minimizar z = $\left\{ d_1^+, d_2^- + d_2^+,\ d_3^+ \right\}$

sujeito a

$$
\begin{aligned}
&2x_1 - x_2 + d_1^- - d_1^+ = 2\\
&x_1 + d_2^- - d_2^+ = 1\\
&x_2 + d_3^- - d_3^+ = 1\\
&3x_1 + 3x_2 + d_4^- = 12\\
&x_1 \geq 0,\ \ x_2 \geq 0,\ \ d_i^- \geq 0,\ \ d_i^+ \geq 0\ \ (i = 1,2,3,4)
\end{aligned}
$$

[5.00 valores] **a)** Resolva o problema pelo **método gráfico**.

[0.75 valores] **b)** Se pretendesse que o valor de **x_1 - x_2** fosse obrigatoriamente superior ou igual a **2**, como é que o representaria no modelo anterior?