

# Exercícios

## Redes Neurais MLP

### Problemas não linearmente separáveis

1. **Demonstre que uma rede MLP com N camadas e com funções de ativação linear é equivalente a uma rede com uma camada.**

Para uma rede MLP, a saída da primeira camada é dada por

$$a^1 = W^1 p + b^1$$

Para a segunda camada:

$$a^2 = W^2 a^1 + b^2 \Leftrightarrow$$

$$a^2 = W^2 W^1 p + W^2 b^1 + b^2$$

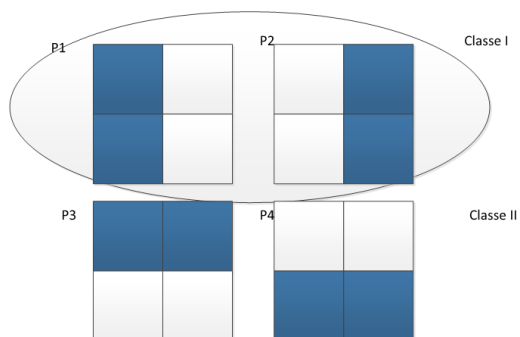
De forma genérica:

$$W = W^N W^{N-1} \dots W^2 W^1$$

$$b = (W^N W^{N-1} \dots W^2) b^1 + (W^N W^{N-1} \dots W^3) b^2 + \dots + b^N$$

2. Considere duas classes de padrões como demonstrados na Figura. A classe I representa linhas verticais e a classe II representa linhas horizontais.

- i) Verifique se o problema é linearmente separável.
- ii) Desenhe uma rede MLP para classificar corretamente os quatro exemplos.



Classe I

$$\mathbf{p}_1 = [1 \ 1 \ -1 \ -1]^T; \mathbf{p}_2 = [-1 \ -1 \ 1 \ 1]^T$$

Classe II

$$\mathbf{p}_3 = [1 \ -1 \ 1 \ -1]^T; \mathbf{p}_4 = [-1 \ 1 \ -1 \ 1]^T$$

Para o problema ser linearmente separável deverá ser possível determinar um hiperplano ( $\mathbf{W}\mathbf{p} + b = 0$ ) a separar as duas classes. Assim, deve existir uma matriz de pesos  $\mathbf{W}$  e um bias  $b$  que satisfaçam as seguintes condições:

$$\mathbf{W} \mathbf{p}_1 + b > 0$$

$$\mathbf{W} \mathbf{p}_2 + b > 0$$

$$\mathbf{W} \mathbf{p}_3 + b < 0$$

$$\mathbf{W} \mathbf{p}_4 + b < 0$$

$\Leftrightarrow$

$$[w_{11} \ w_{12} \ w_{13} \ w_{14}] [1 \ 1 \ -1 \ -1]^T = w_{11} + w_{12} - w_{13} - w_{14} > 0$$

$$-w_{11} - w_{12} + w_{13} + w_{14} > 0$$

$$w_{11} - w_{12} + w_{13} - w_{14} < 0$$

$$-w_{11} + w_{12} - w_{13} + w_{14} < 0$$

As primeiras duas condições reduzem-se a:

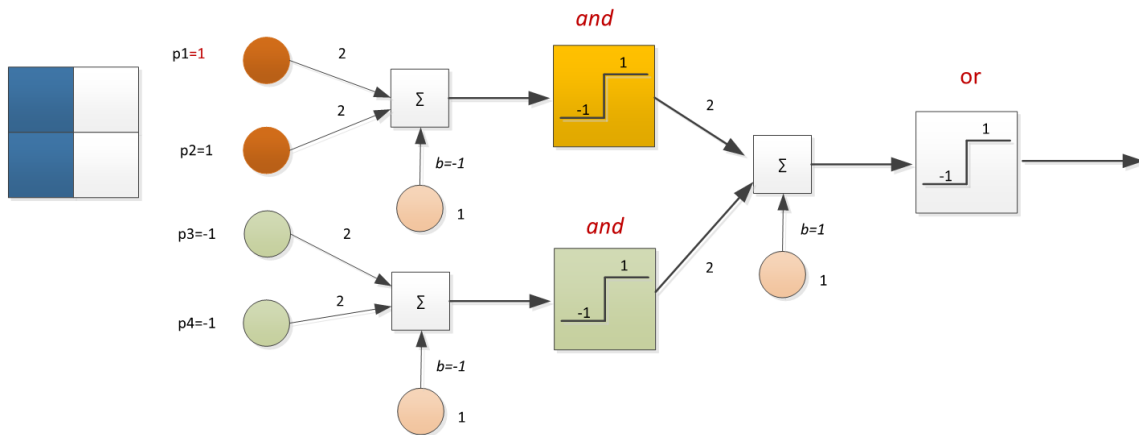
$$w_{11} + w_{12} > w_{13} + w_{14}$$

$$w_{13} + w_{14} > w_{11} + w_{12}$$

O que são contraditórias!! O mesmo acontece com as duas últimas condições. Assim o problema é não linearmente separável.

ii) Existem diversas soluções.

Se notarmos que para os vetores da primeira classe ou são os dois primeiros elementos positivos ou (exclusivo) os dois últimos.



**To do Work:** Resolver exercícios do Cap. 11 do livro *NN Design*

**Referências:** <https://hagan.okstate.edu/nnd.html>