

Metodologias de Otimização e Apoio à Decisão

Data: 03/02/2023

Exame – Época de Recurso

Duração: 2h

Nota: Apresente todos os cálculos que efetuar e justifique convenientemente as suas respostas.

1. *(cotação prevista: 7,5 valores = 2,5 + 2,5 + 2,5)*

Considere o seguinte problema de **programação linear com um só objetivo**:

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar } z = x_1 + 3x_2 \\ &\text{sujeito a} \\ &\quad x_1 + x_2 \leq 8 \quad (1) \\ &\quad 4x_1 + x_2 \leq 26 \quad (2) \\ &\quad -x_1 + x_2 \leq 4 \quad (3) \\ &\quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Assumindo que x_3 , x_4 e x_5 são as variáveis *slack* das restrições funcionais (1), (2) e (3), respetivamente, o quadro ótimo do *simplex* é:

	C_i	1	3	0	0	0	
x_B	$C_B \setminus x_i$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
x_1	1	1	0	1/2	0	-1/2	2
x_4	0	0	0	-5/2	1	3/2	12
x_2	3	0	1	1/2	0	1/2	6
$Z_j - C_j$		0	0	2	0	1	20

a) Para cada uma das seguintes alterações no problema inicial determine, efetuando um estudo de pós-otimização, quais as implicações na solução ótima apresentada (no valor de x^* , no valor de z^* e na base ótima), decorrentes da variação:

i) Introdução de uma nova restrição funcional: $2x_1 + x_2 \leq 12$.

ii) Introdução de uma **nova variável** com coeficientes nas restrições iguais a $\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$ e coeficiente

na função objetivo igual a 4.

b) Determine, efetuando um estudo de análise de sensibilidade, para que **intervalo de c_1** (coeficiente de x_1 na função objetivo) a solução apresentada acima, continuará ótima.

2. *(cotação prevista: 5,0 valores)*

Considere agora o seguinte problema de **programação por metas**:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } Z = \{ d_4^-, d_3^- \} \\ &\text{sujeito a} \\ &\quad 2x_1 + 3x_2 + d_1^- = 24 \quad (1) \\ &\quad 3x_1 + x_2 - d_2^+ = 12 \quad (2) \\ &\quad x_1 - x_2 + d_3^- - d_3^+ = 4 \quad (3) \\ &\quad x_2 + d_4^- - d_4^+ = 4 \quad (4) \\ &\quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, d_i^- \geq 0, d_i^+ \geq 0 \quad (i=1,2,3,4) \end{aligned}$$

Resolva este problema pelo **método gráfico**.

3. (cotação prevista: 7,5 valores = 5,0 + 1,5 + 1,0)

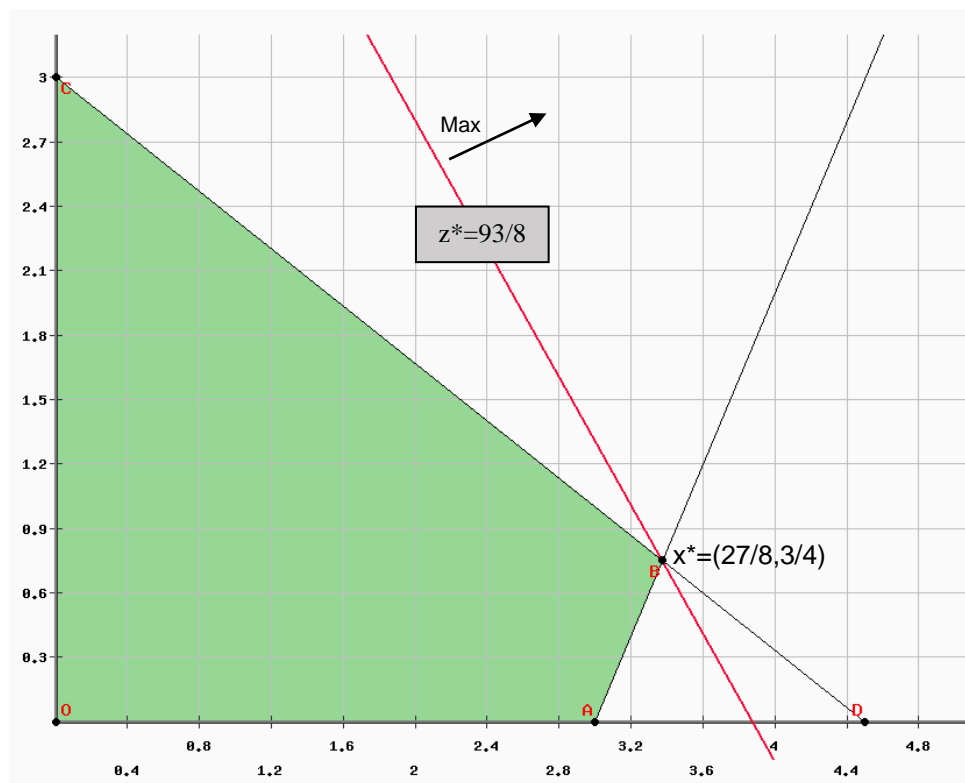
Considere o seguinte problema de **programação linear inteira pura**:

Maximizar $z = 3x_1 + 2x_2$	
sujeito a	
$2x_1 - x_2 \leq 6$	(1)
$2x_1 + 3x_2 \leq 9$	(2)
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	
x_1 e x_2 inteiros	

Considerando x_3 e x_4 as variáveis **slack** das restrições funcionais (1) e (2), respetivamente, suponha que se aplicou o **algoritmo de Gomory** a este mesmo problema e que no final do 1º passo se obteve o seguinte quadro ótimo:

	c_i	3	2	0	0	
x_B	$c_B \backslash x_i$	x_1	x_2	x_3	x_4	b
x_1	3	1	0	3/8	1/8	27/8
x_2	2	0	1	-1/4	1/4	3/4
$z_j - c_j$		0	0	5/8	7/8	93/8

- Retire as suas **conclusões** e, se achar necessário, **prossiga com o 2º passo** do referido algoritmo para resolver o problema apresentado.
- Considerando a resolução gráfica do problema de PL associado apresentada abaixo, **interprete a resolução da alínea anterior**, completando o referido gráfico.



- A restrição $x_1 + x_2 \leq 3$ poderia ser uma restrição de corte para este problema? Justifique.

Nome: _____ Nº _____