Metodologias de Otimização e Apoio à Decisão Folha Prática nº4

Programação Linear Multiobjetivo

Para cada um dos seguintes problemas de PLMO (de 1 a 8):

- Determine o conjunto das soluções eficientes e o conjunto das soluções não dominadas, através da sua representação gráfica no espaço das variáveis de decisão e no espaço das funções objetivo, respetivamente;
- Construa a tabela dos ótimos individuais e indique as soluções ideal e anti-ideal.

1

Maximizar
$$Z = [x_1 + x_2, x_1 + 2x_2]$$

sujeito a
 $x_1 \le 3$
 $2x_1 + 3x_2 \le 9$
 $x_2 \le 2$
 $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$

2

Maximizar
$$Z = [-2x_2, 3x_1 - 2x_2]$$

sujeito a
 $x_1 \le 4$
 $x_1 + 3x_2 \le 15$
 $2x_1 + x_2 \le 10$
 $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$



3

Maximizar
$$Z = [2x_1, 4x_1 + x_2]$$

sujeito a

$$x_1 + 2x_2 \le 4$$

$$4x_1 + x_2 \le 4$$

$$x_1 \geq 0, \; x_2 \geq 0$$

4

Maximizar
$$Z = [x_1 + x_2, 2x_1]$$

sujeito a

$$-3x_1 + 3x_2 \le 6$$

$$4x_1 + 3x_2 \le 12$$

$$x_1$$
 - $x_2 \, \leq 2$

$$x_1 \geq 0, \; x_2 \geq 0$$

5

Maximizar
$$Z = [-x_1 + 4x_2, 3x_1 - x_2]$$

sujeito a

$$-x_1 + x_2 \le 6$$

$$x_1 + x_2 \le 10$$

$$x_1 \leq 8$$

$$x_2 \, \leq 7$$

$$x_1\geq 0,\; x_2\geq 0$$



6

Maximizar
$$Z = [x_1 + 2x_2, 2x_1 + x_2]$$

sujeito a

$$x_1 \leq 2$$

$$x_2\,\leq 2$$

$$x_1$$
 - $2x_2 \leq 3$

$$x_1 + 2x_2 \le 3$$

$$x_1\geq 0,\; x_2\geq 0$$

7

Maximizar
$$Z = [x_1, 3x_1 + 2x_2]$$

sujeito a

$$-x_1 + 2x_2 \le 15$$

$$x_1 + x_2 \le 12$$

$$5x_1 \ + 3x_2 \ \leq 45$$

$$x_1 \geq 0, \; x_2 \geq 0$$

8

Maximizar
$$Z=[x_2, x_1 -3x_2]$$

sujeito a

$$-2x_1 + x_2 \le 8$$

$$2x_1 + 3x_2 \le 30$$

$$5x_1 + 4x_2 \le 60$$

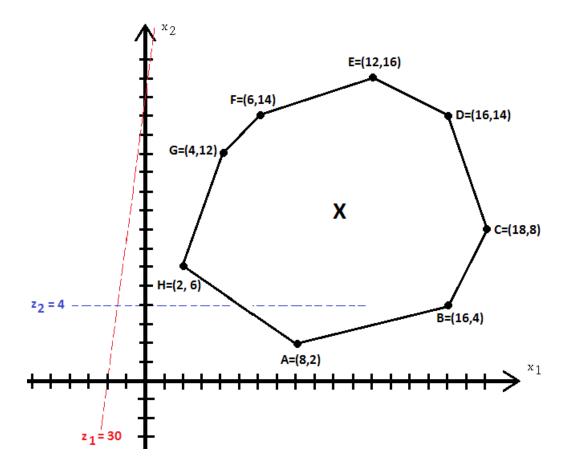
$$x_1 - 2x_2 \le 6$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

9 Considere o problema de programação linear com duas funções objetivo cujo gráfico no espaço das variáveis de decisão se apresenta em seguida:

Max
$$z_1 = -15 x_1 + 2 x_2$$

Max $z_2 = x_2$
sujeito a
 $\underline{\mathbf{x}} = (x_1, x_2)^T \in X$



- a) Identifique a região eficiente deste problema no gráfico anterior.
- b) Obtenha a tabela de "pay-off" correspondente a este problema e identifique a solução ideal e a solução anti-ideal.



10 Considere o seguinte problema de programação linear com duas funções objetivo:

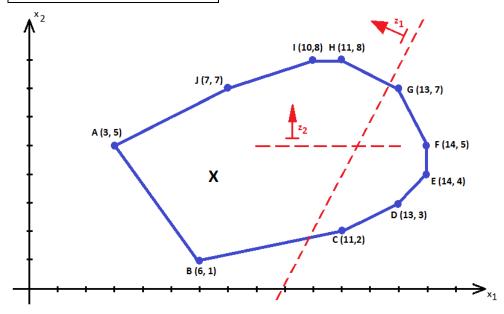
Max
$$z_1 = x_1$$

Max $z_2 = x_1 + 2x_2$
sujeito a
 $x_1 + x_2 \le 10$ (1)
 $3x_1 + x_2 \le 15$ (2)
 $x_2 \le 8$ (3)
 $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$

- a) Identifique a região eficiente (estrita e/ou fracamente) deste problema através da resolução gráfica.
- b) Obtenha a tabela de "pay-off" correspondente a este problema e identifique a solução ideal e a solução anti-ideal.
- 11 Considere o problema de programação linear com duas funções objetivo cujo gráfico no espaço das variáveis de decisão se apresenta em seguida:

$$Max \ z_1 = -2 \ x_1 + x_2$$

 $Max \ z_2 = x_2$
 $sujeito \ a$
 $\underline{\mathbf{x}} = (x_1, x_2)^T \in X$



- a) Identifique a região eficiente (estrita e/ou fracamente) deste problema no gráfico anterior.
- b) Obtenha a tabela de "pay-off" correspondente a este problema e identifique a solução ideal e a solução anti-ideal.