

Metodologias de Otimização e Apoio à Decisão

Data: 10/02/2022

Exame – Época Normal

Duração: 2h

Nota: Apresente todos os cálculos que efetuar e justifique convenientemente as suas respostas.

1. (Cotação: 7,0 valores)

Considere o seguinte problema de **programação linear** com **um só objetivo**:

$$\text{Maximizar } z = -x_1 + x_2 - 3x_3$$

sujeito a

$$2x_1 + x_2 + x_3 \geq 3 \quad (1)$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 1 \quad (2)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

Considerando x_4 e x_5 respetivamente as variáveis **surplus** e **artificial** da restrição funcional (1), e x_6 a variável **slack** da restrição funcional (2), o quadro ótimo do *simplex* é:

	C_i	-1	1	-3	0	-M	0	
x_B	$C_B \setminus x_i$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b
x_3	-3	0	-1	1	-1/3	1/3	-2/3	1/3
x_1	-1	1	1	0	-1/3	1/3	1/3	4/3
zj-cj		0	1	0	4/3	M-4/3	5/3	-7/3

- a) Para cada uma das seguintes alterações no problema inicial determine, efetuando um estudo de pós-otimização, **quais as implicações na solução ótima apresentada** (no valor de x^* , no valor de z^* e na base ótima), decorrentes de:

I. Alteração do vetor dos **termos independentes** das restrições de $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ para $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$;

II. Alteração do vetor dos **coeficientes da variável x_2 nas restrições** de $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ para $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$.

- b) Determine, efetuando um estudo de análise de sensibilidade, para que **intervalo de c_2** (coeficiente de x_2 na função objetivo) **a solução ótima** apresentada atrás **continuará ótima**.

2. (Cotação: 5,0 valores)

Considere o seguinte problema de **programação por metas**:

$$\text{Minimizar } Z = \{d_1^-, d_2^-, d_2^+, d_3^+\}$$

sujeito a

$$x_1 - x_2 + d_1^- - d_1^+ = 1$$

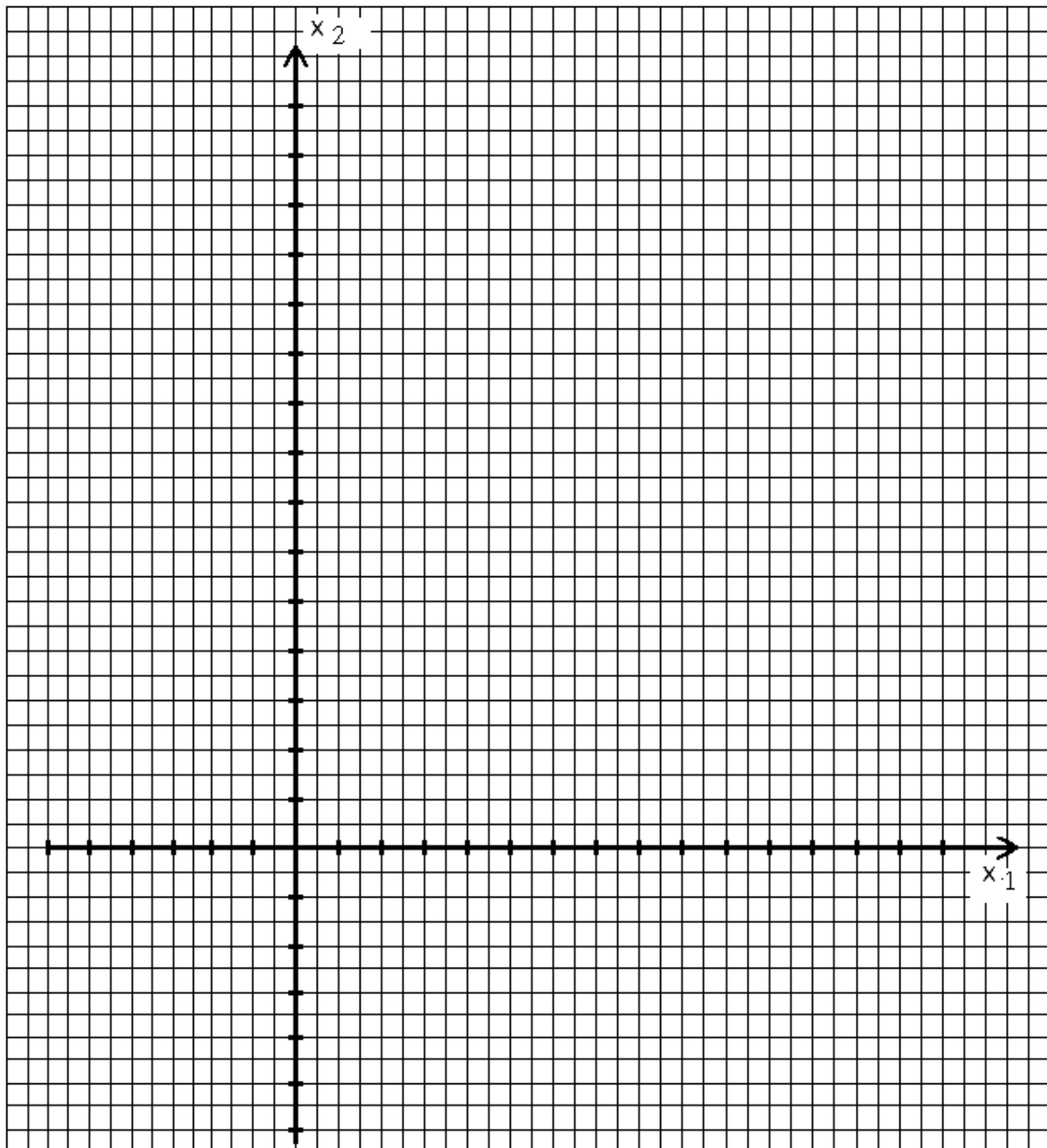
$$x_1 + d_2^- - d_2^+ = 2$$

$$x_2 + d_3^- - d_3^+ = 3$$

$$5x_1 + 3x_2 + d_4^- = 15$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, d_i^- \geq 0, d_i^+ \geq 0 \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

a) Resolva este problema pelo **método gráfico**;



- b) Se houvesse necessidade de uma nova restrição funcional que especificasse que $x_1 + 2x_2$ teria que ser maior ou igual a 3, indique que alteração introduziria no modelo.

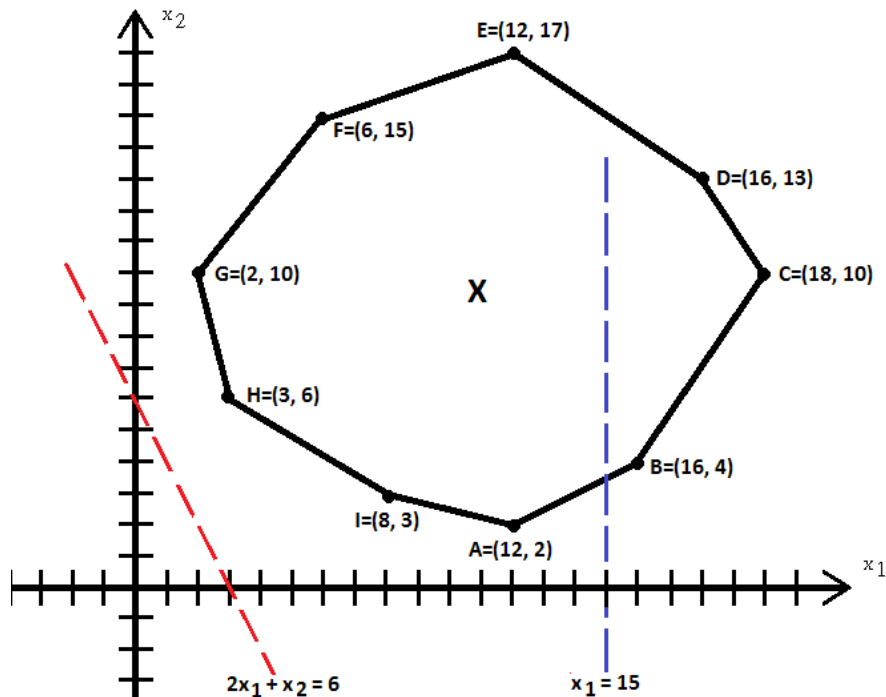
3. (Cotação: 5,0 valores)

Considere o seguinte problema de **programação linear** com **duas funções objetivo**:

$$\text{Min } z_1 = 2x_1 + x_2$$

$$\text{Max } z_2 = x_1$$

$$\text{sujeito a } \underline{x} = (x_1, x_2)^T \in X$$



- a) Identifique a **região eficiente** deste problema, assinalando-a no gráfico da folha de prova. Justifique a sua resposta;
- b) Obtenha a **tabela de pay-off** (ou tabela de ótimos individuais) correspondente a este problema e identifique a **solução ideal** e a **solução anti-ideal**.