

Metodologias de Otimização e Apoio à Decisão

Data: 18/01/2023

Exame – Época Normal

Duração: 2h

Nota: Apresente todos os cálculos que efetuar e justifique convenientemente as suas respostas.

1. (cotação prevista: 7,5 valores = 2,5 + 2,5 + 2,5)

Considere o seguinte problema de **programação linear com um só objetivo**:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar } z &= 2x_1 - x_2 \\ \text{sujeito a} \\ x_1 + 2x_2 &\geq 4 & (1) \\ 3x_1 + x_2 &\leq 3 & (2) \\ x_1 \geq 0, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Assumindo que x_3 e x_4 são as variáveis *surplus* e *artificial* da restrição funcional (1), e x_5 é a variável *slack* da restrição funcional (2), o quadro ótimo do *simplex* é:

	C_i	2	-1	0	-M	0	
x_B	$C_B \setminus x_i$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
x_2	-1	0	1	-3/5	3/5	-1/5	9/5
x_1	2	1	0	1/5	-1/5	2/5	2/5
$z_j - c_j$		0	0	1	-1+M	1	-1

a) Para cada uma das seguintes alterações no problema inicial determine, efetuando um estudo de pós-otimização, quais as implicações na solução ótima apresentada (no valor de x^* , no valor de z^* e na base ótima), decorrentes da variação:

- Alteração do **coeficiente da variável x_1 na função objetivo**, de 2 para 3;
- Alteração dos **termos independentes das restrições** de $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$ para $\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$.

b) Determine, efetuando um estudo de análise de sensibilidade, para que **intervalo de b_1** (termo independente da 1ª restrição) a base ótima apresentada atrás, continuará ótima.

2. (cotação prevista: 6,5 valores = 5,0 + 1,5)

Considere agora o seguinte problema de **programação por metas**:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } Z &= \{d_3^+, d_4^-, d_5^- + d_5^+\} \\ \text{sujeito a} \\ -x_1 + x_2 + d_1^- &= 3 & (1) \\ 2x_1 + 3x_2 + d_2^- &= 18 & (2) \\ x_1 + 3x_2 + d_3^- - d_3^+ &= 12 & (3) \\ x_1 + 2x_2 + d_4^- - d_4^+ &= 4 & (4) \\ 2x_1 + 3x_2 + d_5^- - d_5^+ &= 24 & (5) \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, d_i^- \geq 0, d_i^+ \geq 0 & (i = 1, 2, 3, 4, 5) \end{aligned}$$

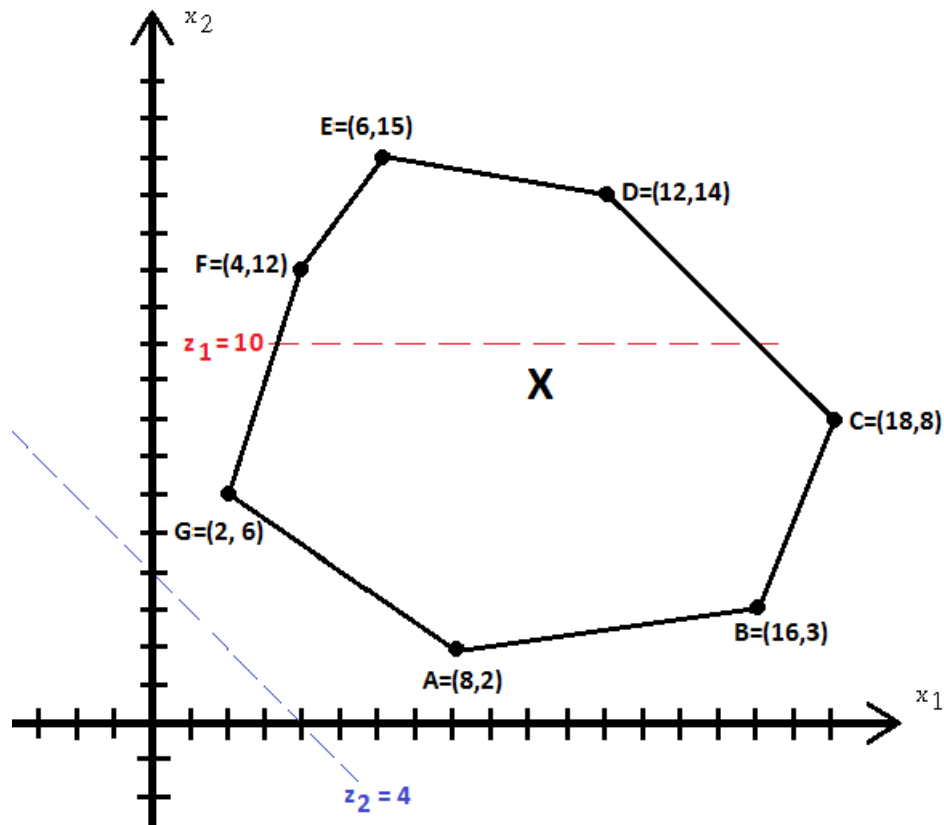
a) Resolva este problema pelo **método gráfico**;

b) Indique, justificando, qual era o **objetivo pretendido** para a **meta com grau de prioridade 2** e se este foi atingido, ou não.

3. (cotação prevista: 6,0 valores = 4,5 + 1,5)

Considere o seguinte problema de **programação linear com duas funções objetivo**:

$$\begin{array}{ll} \text{Min} & z_1 = x_2 \\ \text{Max} & z_2 = x_1 + x_2 \\ \text{sujeito a} & \\ & \underline{x} = (x_1, x_2)^T \in X \end{array}$$



- Determine a **região eficiente** (estrita e/ou fracamente) deste problema e assinale-a no gráfico anterior. Justifique a sua resposta.
- Obtenha a **tabela de pay-off** correspondente a este problema e identifique a **solução ideal** e a **solução anti-ideal**.

Nome: _____ Nº _____