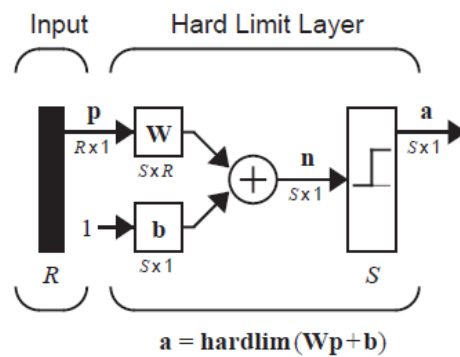


# Exercícios

## Redes Neurais – Problemas Linearmente Separáveis

### Modelo “Perceptron” - Arquitetura



#### Erro de treino

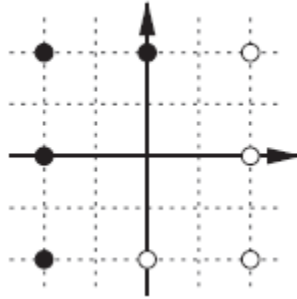
$$e = t - a$$

#### Regra de Aprendizagem:

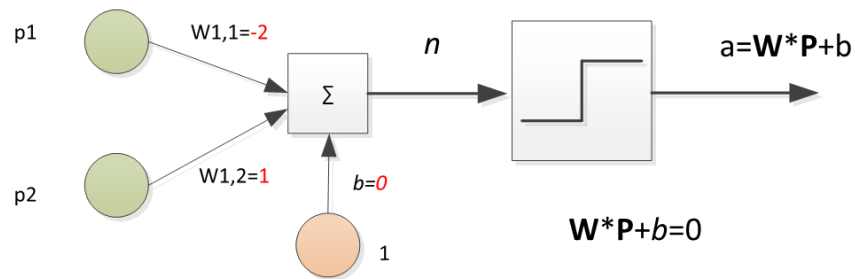
$$W_{new} = W_{old} + e p^T$$

$$b_{new} = b_{old} + e$$

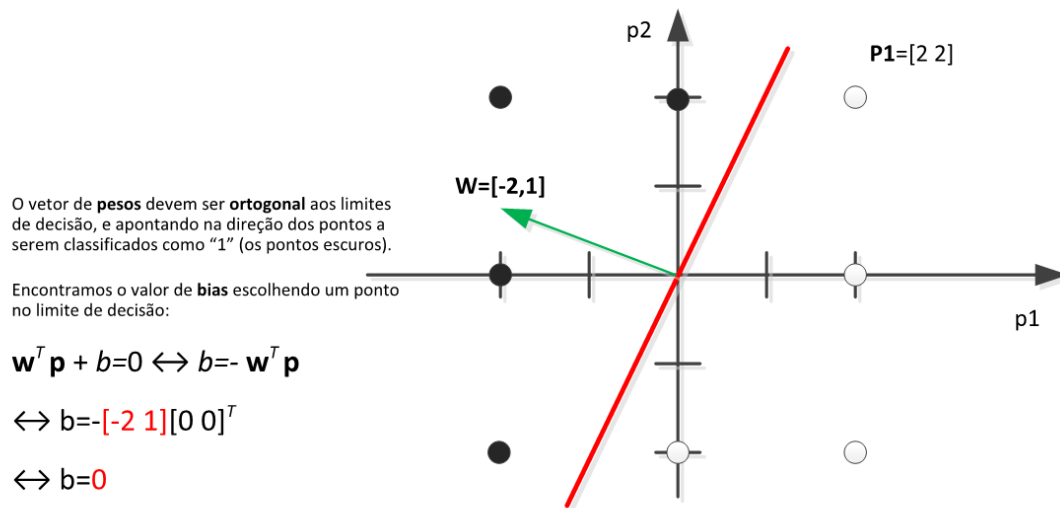
1. Resolva o problema de classificação mostrado na Figura, traçando o limite de decisão.
  - a. Represente a arquitetura da rede neuronal – Entradas, neurónios e saídas.
  - b. Determine os valores de pesos e bias.



- a) O problema é de dimensão 2 e temos duas classes. Assim, podemos resolver o problema com duas entradas e neurónio “perceptron” representando a saída.



- b) Existe um número infinito de soluções. Uma possível fronteira de decisão poderá “passar” na origem:



$$\mathbf{w}^T = [-2 \ 1]$$

Encontramos o valor de bias escolhendo um ponto no limite de decisão:

$$\mathbf{w}^T \mathbf{p} + b = 0 \Leftrightarrow b = -\mathbf{w}^T \mathbf{p}$$

$$\mathbf{b} = -[-2 \ 1][0 \ 0]^T = 0$$

Podemos **testar** a solução para  $\mathbf{p} = [-2 \ 2]^T$

$$a = \text{hardlim}(\mathbf{w}^T \mathbf{p} + b) = \text{hardlim}([-2 \ 1][-2 \ 2]^T + 0) = \text{hardlim}(6) = 1$$

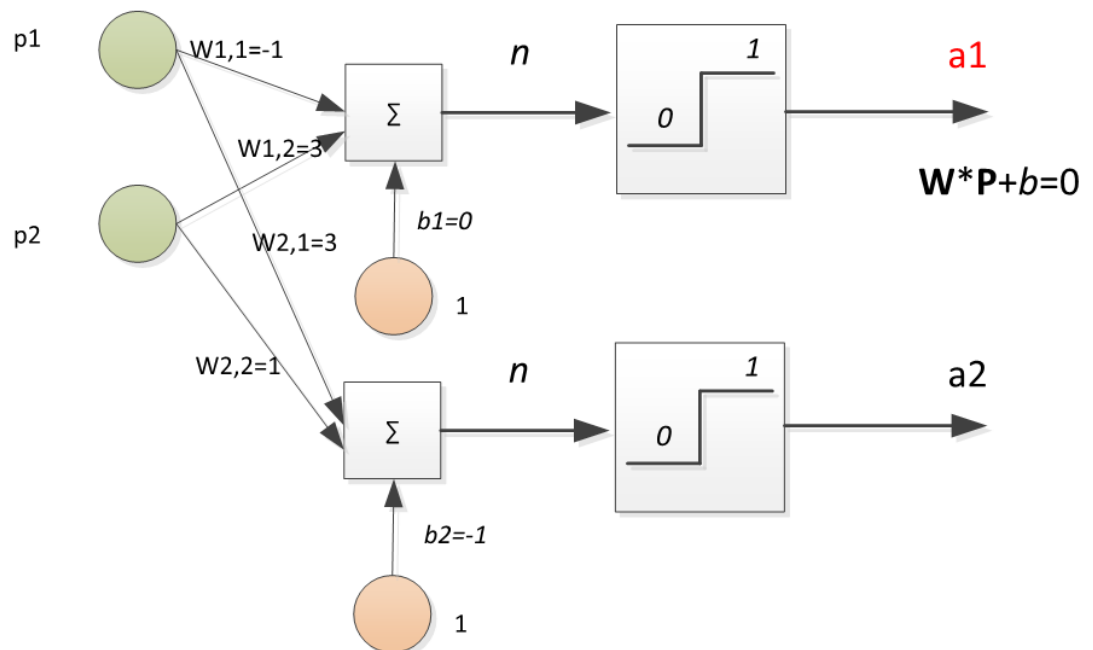
2. Resolva o problema de classificação considerando agora 8 instâncias e 4 classes:

$$\text{class 1: } \left\{ \mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{p}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}, \text{ class 2: } \left\{ \mathbf{p}_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{p}_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \right\},$$

$$\text{class 3: } \left\{ \mathbf{p}_5 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \mathbf{p}_6 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}, \text{ class 4: } \left\{ \mathbf{p}_7 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{p}_8 = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} \right\}.$$

- Represente a arquitetura da rede neuronal Perceptron – Entradas e saídas.
- Determine os valores de pesos e bias.

a) O problema é de dimensão 2 (input space) e temos agora 4 classes. Cada classe pode ser representada pela codificação das duas saídas.



b) Duas possíveis fronteiras de decisão estão representadas na figura:

O vetor de pesos devem ser ortogonal aos limites de decisão, e apontando na direção dos pontos a serem classificados como “1” (os pontos escuros).

Encontramos o valor de bias escolhendo um ponto no limite de decisão:

#### Neurónio 1

$$w^T p + b = 0 \Leftrightarrow b = -w^T p$$

$$\Leftrightarrow b = -[-1 \ 3][0 \ 0]^T$$

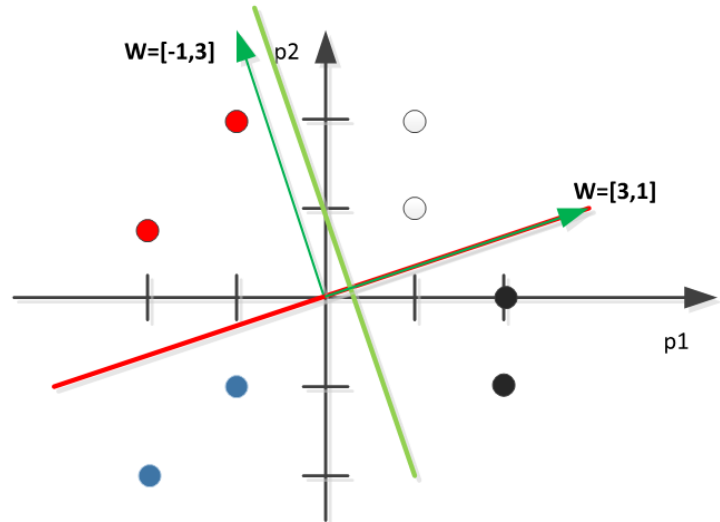
$$\Leftrightarrow b = 0$$

#### Neurónio 2

$$w^T p + b = 0 \Leftrightarrow b = -w^T p$$

$$\Leftrightarrow b = -[3 \ 1][0 \ 1]^T$$

$$\Leftrightarrow b = -1$$



**To do Work:**

**Resolver exercícios do Cap. 4 do livro NN Design**

**Referências:**

<https://hagan.okstate.edu/nnd.html>