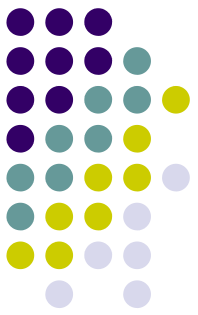
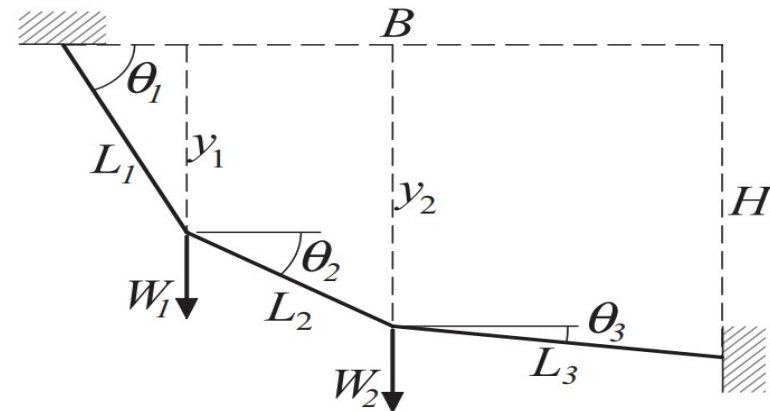
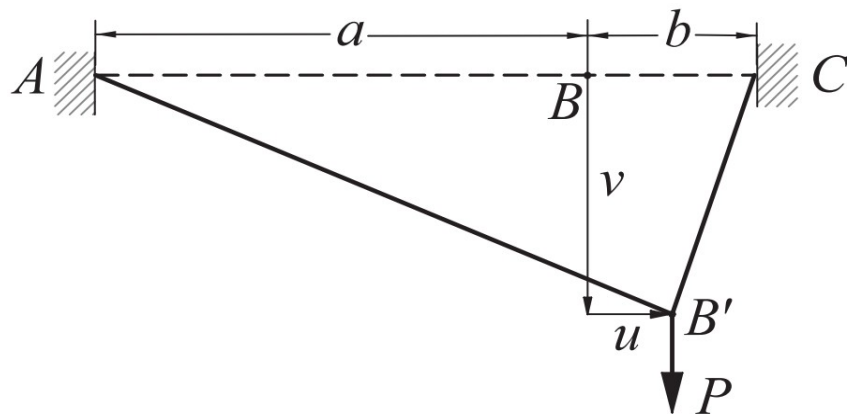


Avaliação de métodos estocásticos aplicados à problemas de minimização da Energia Potencial Total de sistemas mecânicos

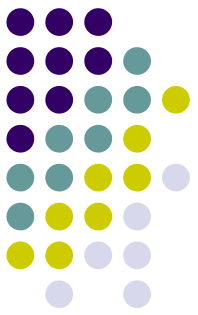


Trabalho Final da disciplina de Sistemas Bioinspirados



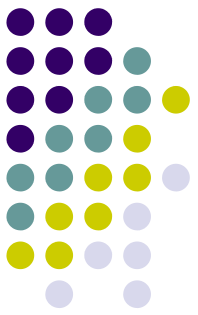
Sistemas mecânicos utilizados para a formulação dos problemas de teste utilizados na avaliação dos métodos de minimização

Sumário



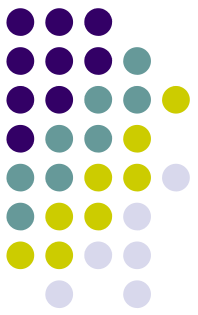
- Introdução;
- Princípio do mínimo da Energia Potencial Total;
- Apresentação dos problemas
 - Problema 1
 - Problema 2
- Algoritmos utilizados
 - Direções conjugadas do Powell
 - Evolução Diferencial
 - Enxame de Partículas
- Resultados
- Conclusões
- Referências Bibliográficas

Introdução



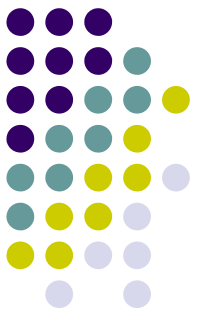
- Este trabalho buscou investigar a robustez de métodos estocásticos em problemas de minimização de energia potencial ante a um método clássico (Direções conjugadas do Powell), a fim de avaliar a factibilidade da aplicação dos mesmos em determinada classe de problema, assim como eventuais particularidades.

Princípio do mínimo da Energia Potencial Total



- Porque usar o princípio do mínimo da Energia Potencial Total?
 - Computacionalmente mais rápido;
 - Requer apenas a primeira derivada;
 - Incorpora a condição de contorno de força (condição de contorno natural, i.e: forças, momentos prescritos, etc.) automaticamente. O deslocamento admissível precisa satisfazer somente a condição de contorno de deslocamento (condição de contorno geométrica);

Princípio do mínimo da Energia Potencial Total



- O estado de equilíbrio mecânico de um sistema é aquele que (de todas as alternativas possíveis) tem a menor energia potencial.
- A determinação da configuração final de um sistema mecânico implica na formulação da função de energia potencial total do sistema em função das forças internas (energia armazenada por um sistema que sofre deformação - *strain*) e a energia potencial das forças externas.

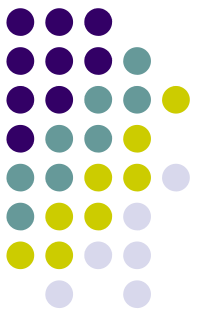
$$\pi = U + W$$

Energia Potencial Total =
Strain Energy -
Trabalho das forças externas

$$\pi = \sum_{e=1}^n \Lambda^{(e)} - \sum_{i=1}^m F_i u_i$$

Energia Potencial Total =
Strain energy para cada elemento 'e' e força de
Deslocamento 'i' em cada nó u_i

Princípio do mínimo da Energia Potencial Total

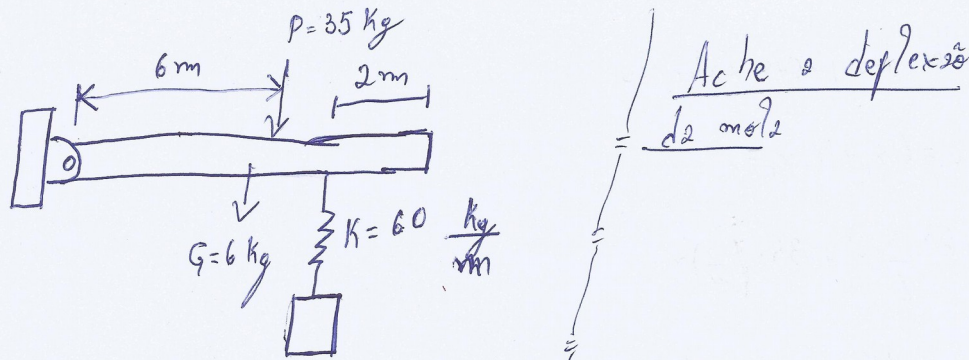
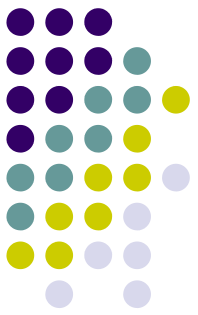


- Logo, a minimização da Energia Potencial Total do sistema mecânico pode ser vista da seguinte forma:

$$\frac{\partial \pi}{\partial u_i} = \frac{\partial}{\partial u_i} \sum_{e=1}^n \Lambda^{(e)} - \frac{\partial}{\partial u_i} \sum_{i=1}^m F_i u_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

- Visto que a diferenciação da energia potencial pelo deslocamento de cada nó é laboriosa, uma solução numérica se faz necessária.
- Segue-se exemplo analítico para demonstração do princípio:

Princípio do mínimo da Energia Potencial Total



Usando estática e diagrama de corpo livre:

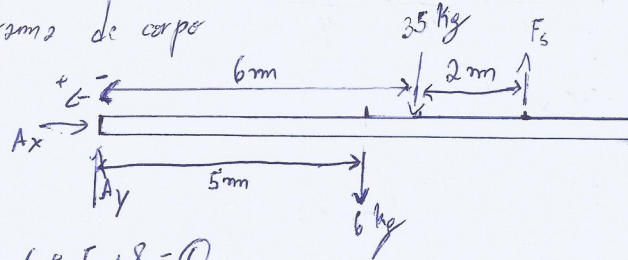
$$\sum M_A = 0$$

$$\sum M_A = (-6) \cdot 5 - 35 \cdot 6 + F_s \cdot 8 = 0$$

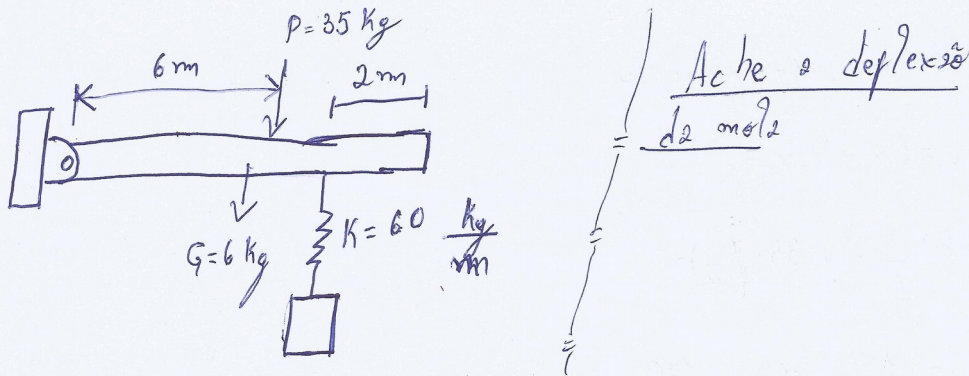
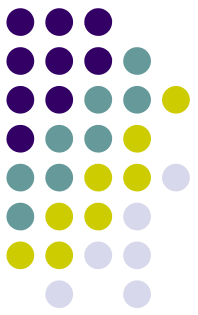
$$-30 - 210 + 8F_s = 0$$

$$F_s = 30 \text{ kg}$$

$$F_s = kx \Rightarrow x = \frac{F_s}{k} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2} \text{ m}$$

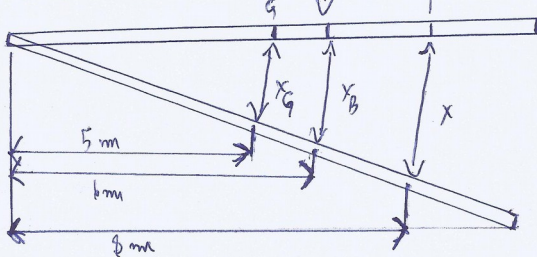


Princípio do mínimo da Energia Potencial Total



Ache a deflexão
da mola

Usando PMEPT:



$$\Lambda = \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} 60 x^2$$

$$\Lambda = 30 x^2$$

Por semelhança de triângulos temos:

$$\frac{x}{8} \times \frac{x_G}{5} = \frac{x}{8} \times \frac{x_B}{6}$$

$$x_G = \frac{5}{6} x \quad x_B = \frac{3}{4} x$$

Trabalho das forças Externas:

$$\sum F_i u_i = 6 x_G + 35 x_B =$$

$$\sum F_i u_i = 6 \left(\frac{5}{8} x \right) + 35 \left(\frac{3}{4} x \right)$$

$$\sum F_i u_i = \frac{15}{4} x + \frac{105}{4} x = \frac{120}{4} x$$

$$\sum F_i u_i = 30 x \text{ kg}$$

Energia total do sistema é:

$$\pi = \sum \Lambda - \sum F_i u_i$$

$$\pi = 30 x^2 - 30 x$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (30 x^2 - 30 x) = 0$$

$$60 x - 30 =$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ metro}$$

Problema 1

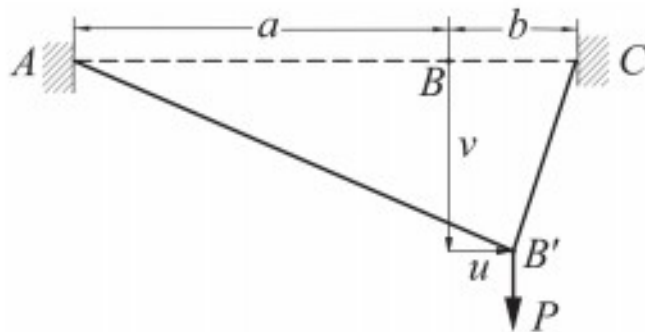
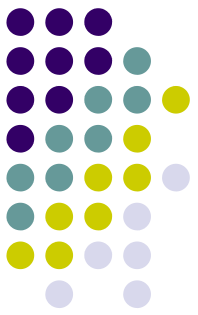


Figura 1: Diagrama do Problema 1

A corda elástica ABC tem uma rigidez k . Quando a força vertical P é aplicada em B , a corda é deformada para a forma $AB'C$. A energia potencial do sistema com esta característica de deformação é:

$$\min V = -Pv + \frac{k(a+b)}{2a}\delta_{AB} + \frac{k(a+b)}{2b}\delta_{BC} \quad \text{onde:} \quad (4)$$

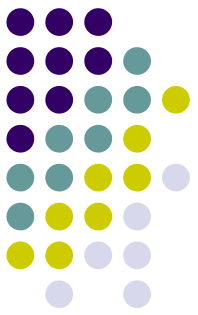
$$\delta_{AB} = \sqrt{(a+u)^2 + v^2} - a$$

$$\delta_{BC} = \sqrt{(b-u)^2 + v^2} - b$$

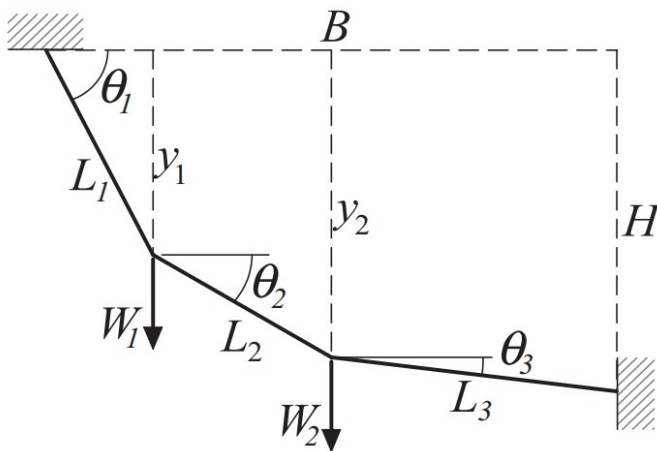
Busca-se o deslocamento u e v que minimizam a função de energia potencial total V , considerando:

- $a = 150$ mm;
- $b = 50$ mm;
- $k = 0.6$ N/mm;
- $P = 5$ N

Problema 2



Considere o sistema abaixo:



Como representado pelo figura acima, um cabo apoiado em suas extremidades suporta os pesos W_1 e W_2 . A energia potencial total do sistema é dada por:

$$V = -W_1 y_1 - W_2 y_2$$

$$\min V = -W_1 L_1 \sin \theta_1 - W_2 (L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin \theta_2) \quad \text{s.t:} \quad (5)$$

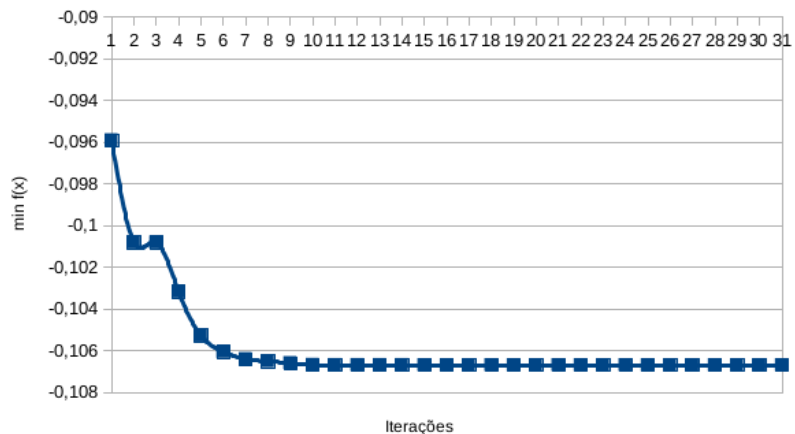
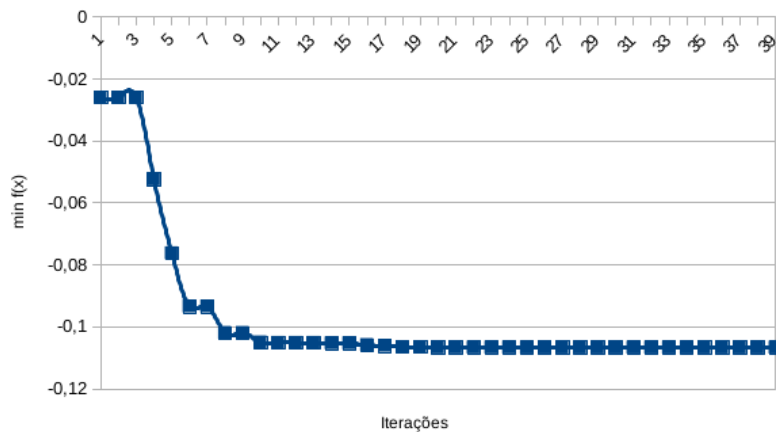
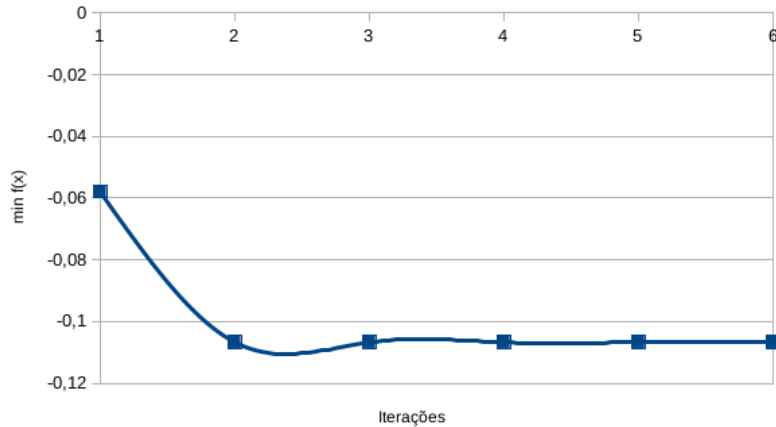
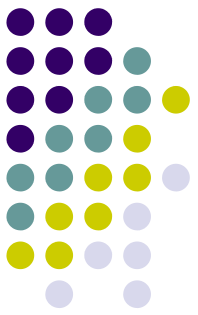
$$h_1(x) = L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos \theta_2 + L_3 \cos \theta_3 = B$$

$$h_2(x) = L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin \theta_2 + L_3 \sin \theta_3 = H$$

Busca-se os valores de θ_1 , θ_2 e θ_3 que minimizam a função de energia potencial total V , considerando:

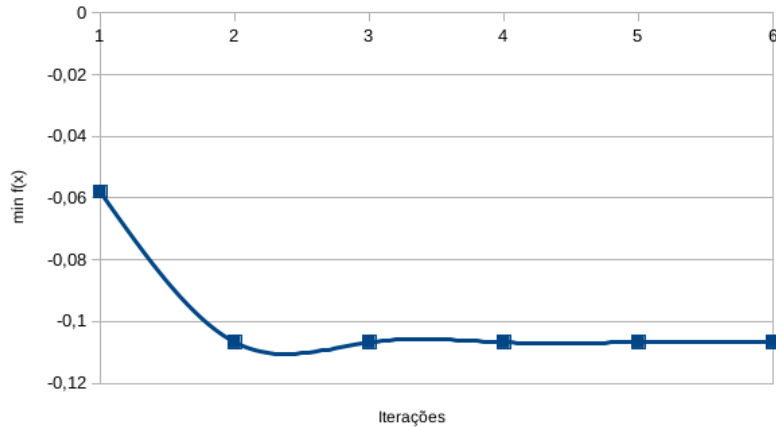
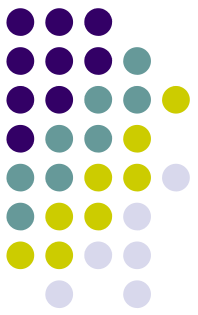
- $L_1 = 1.2 \text{ m}$;
- $L_2 = 1.5 \text{ m}$;
- $L_3 = 1.0 \text{ m}$;
- $B = 3.5 \text{ m}$;
- $H = 0$;
- $W_1 = 20 \text{ kN}$;
- $W_2 = 30 \text{ kN}$

Resultados - Problema 1

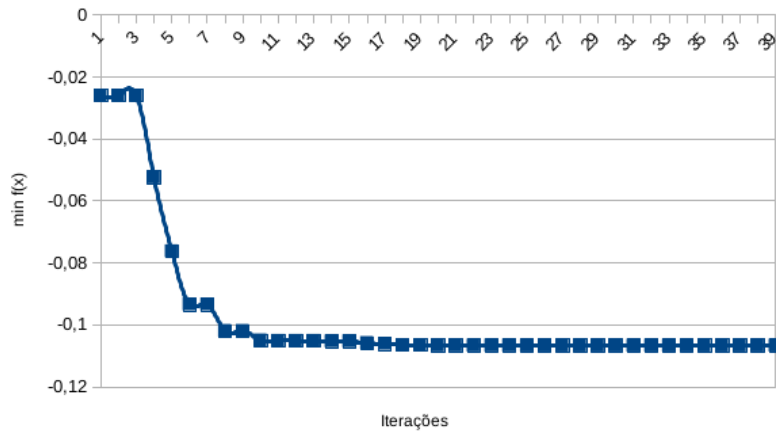


- no problema 1 $x_0 = (1.0, 1.0)$, no problema 2 $x_0 = (45.0, 30.0, 5.0)$ – Apenas para o método de Powell (chute inicial);
- $\phi_p = 0.5$ – fator de escala saindo da melhor posição da partícula;
- $\phi_g = 0.5$ – fator de escala para buscar saindo da melhor posição do enxame;
- $\text{minfunc} = 10^{-8}$ – menor mudança na função objetivo que termina;
- $\text{minstep} = 10^{-8}$ – tamanho de passo mínimo da melhor posição do enxame antes que a busca termine;
- $\text{max}_{it} = 100$ – máximo de iterações;
- $\omega = 0.5$ – Fator de escala da velocidade da partícula;
- $N = 100$ – tamanho da população;
- $r = 0.7$ – Probabilidade de recombinação no DE;
- estratégia = best1bin – Estratégia de mutação do DE;
- mutação = (0.5, 1) – Taxa de Mutação do DE;

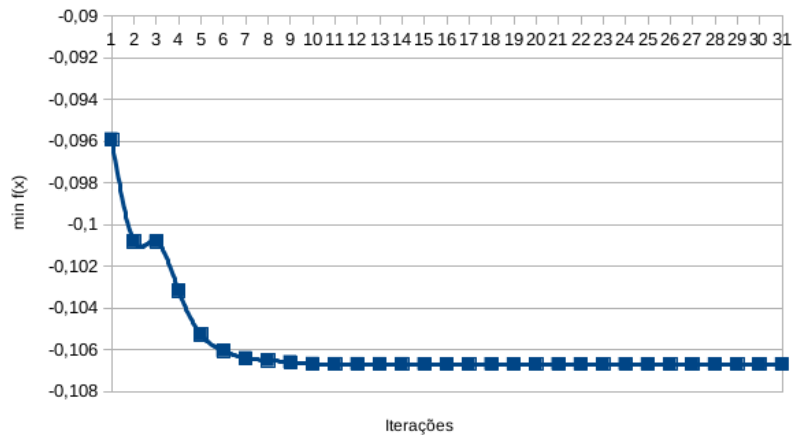
Resultados - Problema 1



Algoritmo de Powell

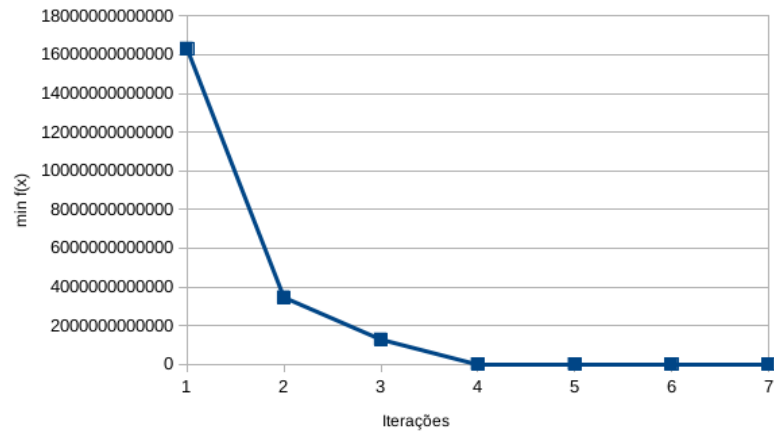
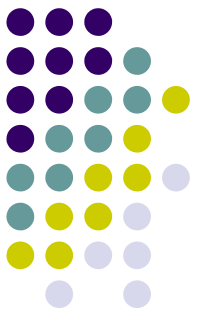


Algoritmo de Evolução Diferencial

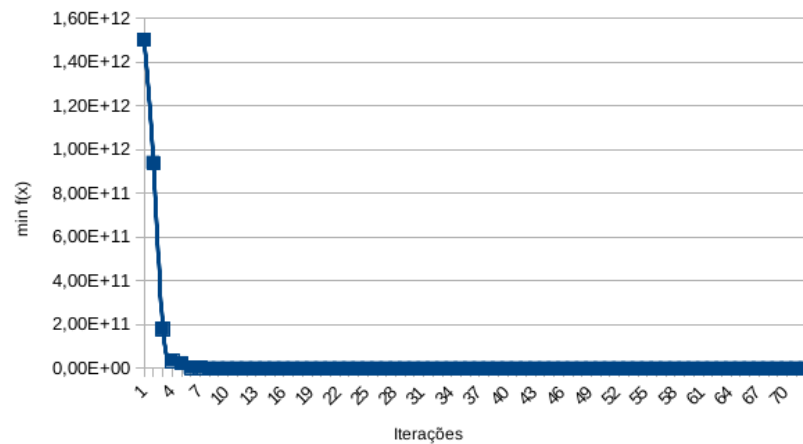


Algoritmo de Enxame de Partículas

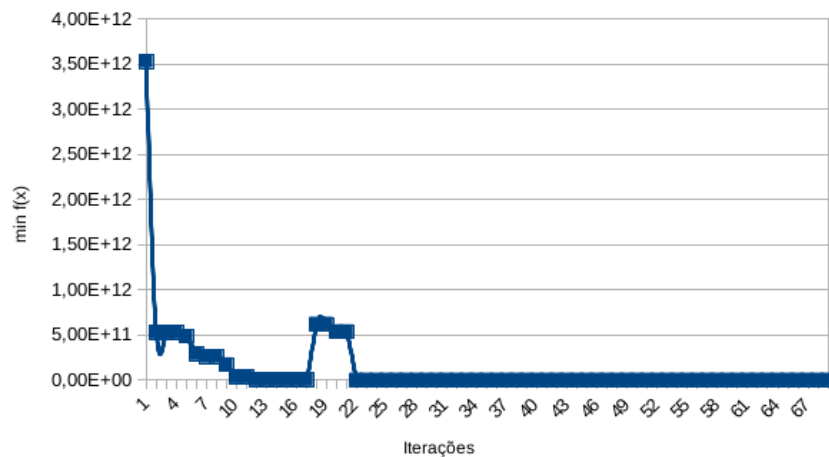
Resultados - Problema 2



Algoritmo de Powell

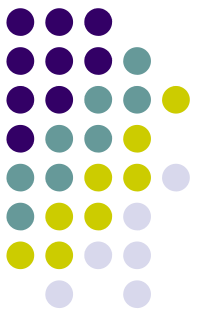


Algoritmo de Evolução Diferencial



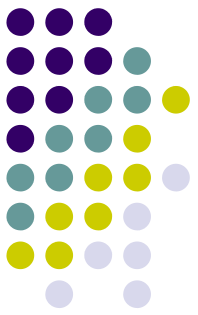
Algoritmo de Enxame de Partículas

Conclusões



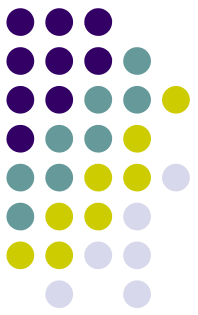
- Todos os algoritmos performaram dentro da faixa de tolerância na maioria das vezes;
- Evolução Diferencial requer populações menores e menos iterações para convergir, tornando-o o algoritmo mais atrativo neste trabalho;
- O PSO possui uma capacidade de gerar candidatos sobre todo o espaço de busca sem a necessidade de uma inicialização por hipercubo latino como a DE;
- É necessário cuidado ao escolher um R_p em problemas de minimização de energia potencial total, visto que uma quantidade substancial de valores permite uma otimização sem considerar as restrições impostas;
- Aparentemente, problemas de minimização da energia potencial total de um sistema são melhores resolvidos através de métodos clássicos.

Referências Bibliográficas



- Baghmisheh, M. V., Peimani, M., Sadeghi, M. H., Etefagh, M. M., and
- Tabrizi, A. F. (2012). A hybrid particle swarm–nelder–mead optimization method for crack detection in cantilever beams. Applied Soft Computing, 12(8):2217–2226.
- Bai, Q. (2010). Analysis of particle swarm optimization algorithm. Computer and information science, 3(1):180.
- Bathe, K.-J. (2006). Finite element procedures. Klaus-Jurgen Bathe.
- Christensen, E. A., Blanco-Silva, F. J., et al. (2015). Learning SciPy for Numerical and Scientific Computing. Packt Publishing Ltd.
- Felippa, C. A. (1977). Numerical experiments in finite element grid optimization by direct energy search. Applied Mathematical Modelling, 1(5):239–244.
- Fletcher, R. and Reeves, C. M. (1964). Function minimization by conjugate gradients. The computer journal, 7(2):149–154.

Referências Bibliográficas



- Miranda, L. J. V. et al. (2018). Pyswarms: a research toolkit for particle swarm optimization in python. J. Open Source Software, 3(21):433.
- Reddy, J. N. (2007). An introduction to continuum mechanics. Cambridge university press.
- Schlick, T. and Overton, M. (1987). A powerful truncated newton method for potential energy minimization. Journal of Computational Chemistry, 8(7):1025–1039.
- Storn, R. and Price, K. (1997). Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. Journal of global optimization, 11(4):341–359.
- Wang, Z., Ruimi, A., and Srinivasa, A. (2015). A direct minimization technique for finding minimum energy configurations for beam buckling and post-buckling problems with constraints. International Journal of Solids and Structures, 72:165–17
- Hill, R. (1959). Some basic principles in the mechanics of solids without a natural time. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 7(3):209–225.
- Hutton, D. V. and Wu, J. (2004). Fundamentals of finite element analysis, volume 1. McGraw-hill New York.
- Kiusalaas, J. (2013). Numerical methods in engineering with Python 3. Cambridge university press.
- Liu, T., Bargteil, A. W., O’Brien, J. F., and Kavan, L. (2013). Fast simulation of mass-spring systems. ACM Transactions on Graphics(TOG), 32(6):214.