June 24, 2024

Luis

June 24, 2024

Equação de Boltzmann

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f + \mathbf{g} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f = Q(f, f) \tag{1}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\mathbf{v} \cdot \nabla f - \mathbf{g} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f + Q(f, f) \tag{2}$$

- ullet g é a aceleralão de uma força externa
- $\frac{\partial f}{\partial t}$  a taxa de variação da função de distribuição f. Como a distribuição de partículas muda ao longo do tempo devido a processos como colisões.
- $v\nabla f$ : Aqui, v é o vetor de velocidade das partículas e  $\nabla f$  é o gradiente da função de distribuição em relação às coordenadas espaciais. Esse termo descreve como a distribuição de partículas varia no espaço à medida que as partículas se movem com suas velocidades.
- $g\nabla_v f$ : gradiente da função de distribuição em relação às velocidades das partículas. Esse termo descreve como a distribuição de partículas varia no espaço de velocidade devido à influência da força externa.
- Q(f,f): Este termo, conhecido como operador de colisão, descreve as interações entre as partículas no sistema. Ele modela como as colisões entre as partículas afetam a distribuição de velocidade das partículas.

Densidade, velocidade macroscópica e energia específica interna são calculadas da seguinte forma:

Densidade:

$$\rho(x,t) = \int mf(x,v,t) \, dv \tag{3}$$

A massa total do sistema está distribuída nas diferentes velocidades das partículas.

Velocidade ou densidade da quantidade de movimento (dúvida):

$$\rho(x,t)\mathbf{u}(x,t) = \int m\mathbf{v}f(x,v,t) \, dv \tag{4}$$

Como a quantidade total de movimento do sistema é distribuída nas diferentes velocidades das partículas.

Energia interna ou densindade da ... (dúvida):

$$\rho(x,t)e(x,t) = \int m \frac{(v-\mathbf{u})^2}{2} f(x,v,t) dv$$
 (5)

Como a energia interna total do sistema está distribuída nas diferentes velocidades das partículas

A função de distribuição f(x,v,t), onde x é a coordenada genérica e v é a velocidade genérica microscópica. A função f(x,v,t) é definida de forma que f(x,v,t)dxdv seja a probabilidade de encontrar uma partícula no tempo t posicionada entre x e x+dx com velocidade no intervalo definido por v e v+dv. A equação de Boltzmann descreve a evolução de f(x,v,t) em função de interações elementares, ou seja, colisões, que são tratadas como se ocorressem instantaneamente. A equação de Boltzmann lida com a fase cinética e a fase fluida, possibilitando compreender a ligação existente entre a descrição cinética e hidrodinâmica.

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial v}\frac{dv}{dt} + \frac{\partial f}{\partial t}\frac{dt}{dt}$$
 (6)

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x}v + \frac{\partial f}{\partial v}a + \frac{\partial f}{\partial t} \tag{7}$$

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x}v + \frac{\partial f}{\partial v}a - v\frac{\partial f}{\partial x} - a\frac{\partial f}{\partial v} + Q(f, f) \tag{8}$$

$$\frac{df}{dt} = Q(f, f) = 0 (9)$$

$$Q[f](x, v_{\circ}, t) = \int dv \int \Theta(\Omega)|v - v_{\circ}|[f(x, \hat{v}(\Omega, v_{\circ}, v), t)f(x, \hat{v_{\circ}}(\Omega, v_{\circ}, v), t) - f(x, v, t)f(x, v_{\circ}, t)]d\Omega$$

$$\tag{10}$$

$$f(x + \epsilon \Delta t), \epsilon + \frac{F}{m} \Delta t, t + \Delta t) - f(x, \epsilon, t) = \Delta t (\frac{\partial f}{\partial t})_{coll}$$
 (11)

$$f(x + \epsilon \Delta t, \epsilon \Delta t, \epsilon + \frac{F}{m} \Delta t, t + \Delta t) \approx f(x, \epsilon, \Delta t) + \Delta t (\epsilon, \epsilon)$$
 (12)