

Lógica Matemática

Aula 1 – Introdução à Lógica

- Prof. Dr. Marcos Aurélio Batista;
- Prof. Luis Vinicius.

Plano de ensino

- Plano de curso;
- Critérios de Avaliação.
- **Metodologia:**
 - Giz, lousa e datashow;
 - Aulas com apresentação de conteúdo concomitantes a exercícios.

- **Ementa:**

- Lógica Proposicional;
- Lógica de Predicados;
- Sistemas de dedução;
- Enumerabilidade;
- Decidibilidade;
- Teoremas da dedução, corretude e completude.

Bibliografía básica

- HUTH, Michael; RYAN, Mark. Logic in Computer Science: Modelling and reasoning about systems. Cambridge university press, 2004.
- MENDELSON, Elliott. Introduction to mathematical logic. Chapman and Hall/CRC, 2009.
- NOLT, John Eric. Logics. Wadsworth Publishing Company, 1997.

Critérios de avaliação

- 2 (duas) provas escritas individuais sem consulta totalizando 70% da nota final;
- Lista de exercícios e trabalhos no decorrer da disciplina: 30% da nota final;
- Prova 1:
 - Semana 10 – 17/10/2020
- Prova 2:
 - Semana 17 – 05/12/2020
- A aprovação na disciplina está condicionada a obtenção de nota final igual ou superior a 6,0 (seis) e frequência igual ou superior a 75% (setenta e cinco por cento) da carga horária total do componente curricular, observado o disposto no art. 87 do RGCG (Resolução CEPEC N° 1557).
- Resultados serão divulgados no SIGAA e no site da disciplina,

O que é Lógica?

- Lógica:
 - Ciência que estuda as formas de raciocínio válidas aplicadas a demonstração de verdade;
 - Ciência normativa, visto que o objeto de estudo da mesma são as normas do pensamento correto.
- Raciocínio:
- Coordenar dois ou mais juízos antecedentes, em busca de um juízo novo, denominado conclusão/inferência.
- Acerca da Lógica Matemática:
 - Interessa-se na forma ao invés do conteúdo do argumento:
 - “**As premissas implicam na conclusão?**”
 - Estudo de argumentos através de linguagens não-ambíguas.

Princípios da Lógica

- Princípio da identidade:
 - Duas entidades são iguais se somente se compartilham das mesmas propriedades:
 - $\forall x \forall y [x=y \rightarrow \forall P (Px \leftrightarrow Py)]$ e $\forall x \forall y [\forall P (Px \leftrightarrow Py) \rightarrow x=y]$
- Princípio da não-contradição:
 - Proposições contrárias não podem ser verdadeiras ao mesmo tempo;
 - $p \wedge \neg p$ é uma contradição
- Princípio do terceiro excluído:
 - Uma entidade x possui ou não uma propriedade P .
 - Para qualquer proposição, ou esta proposição é verdadeira, ou sua negação é verdadeira.
 - $p \vee \neg p$ é uma tautologia

Charada da porta do céu e do inferno

- Suponha que você tenha morrido e ido ao além-vida, lá se depara com duas portas e dois porteiros, guardando as portas do céu e do inferno. É sabido que o porteiro do céu sempre fala a verdade enquanto que o porteiro do inferno sempre mente.
- Diante da situação, cabe a você criar uma única pergunta que possibilite distinguir a porta do céu e do inferno. Qual deve ser a pergunta a ser feita aos porteiros para atingir o objetivo?
- Dica: use o princípio da não contradição

Prova por absurdo

- Prove a seguinte afirmação:
 - “0 (zero) é o único elemento neutro da adição em \mathbb{N} ”;

- Use o princípio da não-contradição:

Prova por absurdo

- Se 0 é elemento neutro da adição em N
 - Então 0 é o único elemento neutro da adição em N
- Suponha que 0 é elemento neutro da adição em N e que 0 não é o único elemento neutro da adição em N .
- Seja “ e ” um elemento neutro da adição em N tal que $e \neq 0$;
- Como 0 é elemento neutro, $\forall n \in N$ têm-se que;
 - $n = 0 + n = n = n + 0$
- Para $n = e$ temos que:
 - $e = 0 + e$
 - $e = e + 0$
- Como e é elemento neutro $\forall n \in N$, $n = n + e = e + n$, p/ $n=0$ têm-se que:
 - $0 = 0 + e = e + 0$, logo como $e = 0 + e = e + 0$, temos que $e = 0$, o que é uma contradição, logo 0 é o único elemento neutro de N .

Argumentos dedutivos e indutivos

- Argumento dedutivo: a partir de leis, definições, teoremas, etc., parte-se da premissa até as conclusões de forma progressiva. A verdade das premissas garante a verdade da conclusão.
- Argumento indutivo: A partir de observações específicas, busca-se uma generalização. A verdade das premissas não garante a verdade da conclusão.

Argumentos dedutivo

- Argumento dedutivo:
 - Todo mamífero tem coração;
 - Todo cavalo é mamífero;
 - Todos os cavalos tem um coração

Argumentos dedutivo

- Prova por dedução:

$$\begin{cases} n & \text{é par} \\ m & \text{é par} \end{cases}$$

$$n + m \text{ é par}$$

Um número é par se e somente se possuir a forma $2x, \forall x \in \mathbb{N}$, logo

$$n = 2r$$

$$m = 2s$$

$$n + m = 2r + 2s$$

$$n + m = 2(r + s)(r + s) \in \mathbb{N}, \text{ logo, } n + m \text{ é par}$$

Argumentos indutivo

- Argumento indutivo:
 - A prata é bom condutor de eletricidade.
 - A platina é bom condutor de eletricidade.
 - O cobre é bom condutor de eletricidade.
 - Todos os metais são bons condutores de eletricidade.

Argumentos indutivo

- Argumento indutivo:
 - É comum ficar nublado após a chuva;
 - Está chovendo;
 - Ficarà nublado

Argumentos indutivos

- Prova por indução:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} S(1) = 1 \\ S(k) = \sum_{i=1}^k \frac{k(k+1)}{2} \end{cases} \\ S(k+1) &= \frac{k(k+1)}{2} + (k+1) = \frac{(k+1)(k+2)}{2} \\ \frac{k(k+1)}{2} + (k+1) &= \frac{(k+1)(k+2)}{2} \\ \frac{k^2 + 3k + 2}{2} &= \frac{k^2 + 3k + 2}{2} \therefore S(k) = \sum_{i=1}^k \frac{k(k+1)}{2} \end{aligned}$$

Argumentos dedutivos e indutivos

- Como distinguir argumentos indutivos de argumentos dedutivos:
 - Verifique se ao longo do argumento, se as novas premissas debilitam ou fortalecem a conclusão, caso isto ocorra trata-se de um argumento indutivo.
 - Se a conclusão continua sendo afirmada com a mesma força que tinha no argumento original, trata-se de um argumento dedutivo.
- Um argumento dedutivo será sempre válido ou não válido.

Condições para validade de um argumento dedutivo

- Validade: forma
- Veracidade: conteúdo
- Para um argumentos dedutivos ser válidos:
 - Argumento com premissas **verdadeiras** e uma conclusão **verdadeira**;
 - Argumento com algumas ou todas as premissas **falsas** e uma conclusão **verdadeira**;
 - Argumento com algumas ou todas as premissas **falsas** e uma conclusão **falsa**.
- Argumento dedutivo inválido:
 - Argumento com premissas **verdadeiras** e uma conclusão **falsa**;
 - Conclusão não sustentada pelas premissas.

Exemplos de argumentos dedutivos válidos

Todos os diamantes são duros. (*verdadeira*)

Alguns diamantes são jóias. (*verdadeira*)

Alguma jóias são duras. (*verdadeira*)

Todos os gatos tem asas. (*falsa*)

Todos os pássaros são gatos. (*falsa*)

Todos os pássaros tem asas. (*verdadeira*)

Todos os gatos tem asas. (*falsa*)

Todos os cães são gatos. (*falsa*)

Todos os cães tem asas. (*falsa*)

Argumentos dedutivos inválidos

- Os argumentos logicamente incorretos ou não válidos podem combinar verdade e falsidade das premissas e da conclusão de modo arbitrário.
- Isto significa que um argumento não válido pode ter premissas verdadeiras e conclusão também verdadeira.
- O fato de as premissas e a conclusão serem verdadeiras não significa estarem as premissas sustentando a conclusão.

Argumentos dedutivos inválidos

- O argumento abaixo tem premissas e conclusão verdadeiras mas é um argumento não válido pois as premissas não sustentam a conclusão:

Todos os mamíferos são mortais. (*verdadeira*)

Todos os cães são mortais. (*verdadeira*)

Todos os cães são mamíferos. (*verdadeira*)

- A forma deste argumento é;

Todos os A são B

Todos os C são B

Todos os C são A

Argumentos dedutivos inválidos

- Para mostrar que este argumento é não válido, ou é um argumento de forma não válida, vamos substituir A por mamíferos, B por mortais e C por cobras.
 - Todos os mamíferos são mortais. (*verdadeira*)
 - Todas as cobras são mortais. (*verdadeira*)
 - Todas as cobras são mamíferos. (*falso*)
- O argumento acima tem a mesma forma que o primeiro, mas com premissas verdadeiras e conclusão é falsa. Como premissas verdadeiras e conclusão falsa nunca podem ocorrer num argumento de forma válida, este argumento tem forma não válida.

Argumentos dedutivos e indutivos

- Distinguir, entre os argumentos abaixo, os dedutivos dos indutivos. Além disso, posicione-se diante do argumento, dizendo, acerca dos argumentos dedutivos, se são válidos ou não.
- 1) A grande maioria dos entrevistados declarou que não votará no candidato da oposição. Logo, a oposição não vai ganhar as eleições.
 - 2) João é solteiro. Logo, João não é casado.
 - 3) Há fumaça saindo do supermercado e vários carros do Corpo de Bombeiros indo naquela direção. Podemos concluir, portanto, que há um incêndio no supermercado.
 - 4) Todos os miriápodes são marcianos. Todos os narápodes são miriápodes. Logo, todos os narápodes são marcianos.

Argumentos dedutivos e indutivos

- 1) A grande maioria dos entrevistados declarou que não votará no candidato da oposição. Logo, a oposição não vai ganhar as eleições.
 - **Argumento indutivo.**
- 2) João é solteiro. Logo, João não é casado.
 - **Argumento dedutivo e informalmente válido.**
- 3) Há fumaça saindo do supermercado e vários carros do Corpo de Bombeiros indo naquela direção. Podemos concluir, portanto, que há um incêndio no supermercado.
 - **Argumento indutivo.**
- 4) Todos os miriápodes são marcianos. Todos os narápodes são miriápodes. Logo, todos os narápodes são marcianos
 - **Argumento dedutivo válido, independentemente do significado desses termos.**

Argumentos dedutivos e indutivos

- 1) Todos os portugueses são latinos. Luís Figo é latino, portanto Luís Figo é português.
- 2) Ou uma obra é religiosa, ou é científica, sendo que é impossível que uma obra seja simultaneamente religiosa e científica. A Bíblia é uma obra religiosa. Logo, não é uma obra científica.
- 3) ABC é um triângulo equilátero. Logo, cada um dos seus ângulos internos tem 60 graus.

Argumentos dedutivos e indutivos

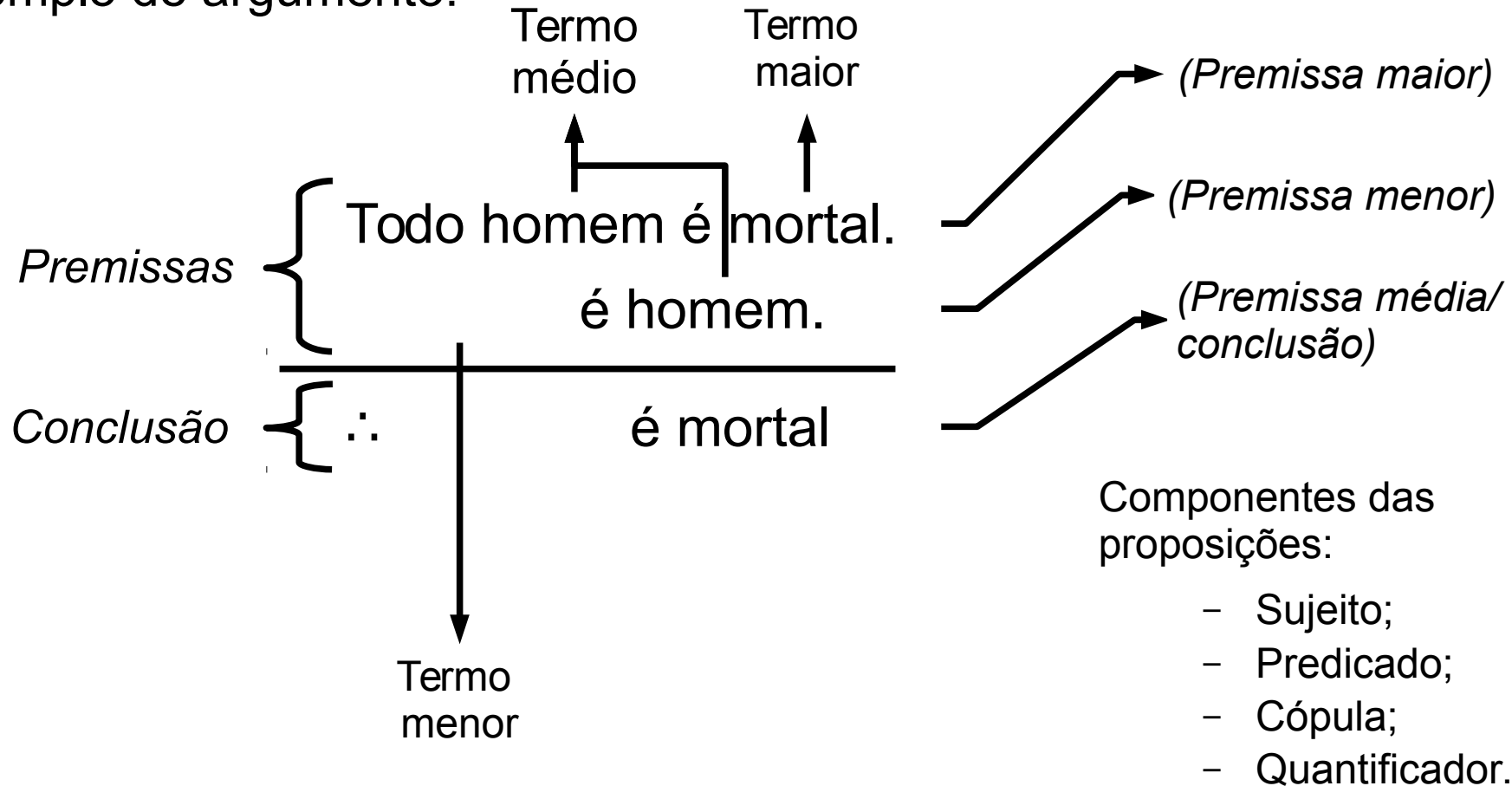
- 1) Todos os portugueses são latinos. Luís Figo é latino, portanto Luís Figo é português.
 - **Argumento dedutivo inválido (falácia da afirmação do consequente).**

- 2) Ou uma obra é religiosa, ou é científica, sendo que é impossível que uma obra seja simultaneamente religiosa e científica. A Bíblia é uma obra religiosa. Logo, não é uma obra científica.
 - **Argumento dedutivo e válido.**

- 3) ABC é um triângulo equilátero. Logo, cada um dos seus ângulos internos tem 60 graus.
 - **Argumento dedutivo e informalmente válido (conceitual ou semântico).**

Silogismo Categórico

- Exemplo de argumento:



Silogismo Categórico

- Termo maior:
 - Termo predicado da conclusão, ocorre na premissa maior (e.g: **mortal**);
- Termo menor:
 - Termo sujeito da conclusão, ocorre na premissa menor (e.g: **Sócrates**);
- Termo médio:
 - Termo como sujeito ou predicado em ambas as premissas, mas nunca na conclusão (e.g: **homem**).

Silogismo Categórico

- Sujeito:
 - O sujeito é o objeto o qual o qual as premissas discutem.
- Predicado:
 - O predicado atribui características acerca do sujeito.
- Cópula:
 - Expressão que conecta o sujeito ao predicado.
- Quantificador:
 - A cardinalidade do sujeito.

Forma bem formada de silogismos categóricos

- I. Todas as proposições no silogismo estão na forma padrão (i.e: *quantificador + sujeito + cópula + predicado*);
- II. O silogismo contém exatamente três termos (o termo maior, o termo menor e o termo intermediário);
- III. As premissas são organizadas na seguinte ordem: premissa maior seguida da premissa menor, tal que cada premissa se encontra em uma linha distinta;
- IV. Nenhuma conclusão segue duas premissas negativas;
- V. Nenhuma conclusão segue duas premissas particulares;
- VI. Nenhuma conclusão negativa segue duas premissas afirmativas.

Identificar o antecedente (premissas) e o conseqüente (conclusão) dos seguintes argumentos, eliminando os ruídos e explicitando quaisquer premissas suprimidas:

- As ostras não são fósseis, pois nenhum fóssil pode ter relações sexuais e uma ostra pode ter relações sexuais.
- O pavilhão de Portugal na Expo'98 foi desenhado por Siza Vieira. Por isso é bonito, já que tudo o que é desenhado por Siza Vieira é bonito.

Exercícios

- Premissa 1: Nenhum fóssil pode ter relações sexuais.
 - Premissa 2: Uma ostra pode ter relações sexuais.
 - Conclusão: Logo, as ostras não são fósseis.
-
- Premissa 1: Tudo o que é desenhado por Siza Vieira é bonito.
 - Premissa 2: O pavilhão de Portugal na Expo'98 foi desenhado por Siza Vieira.
 - Conclusão: Logo, o pavilhão de Portugal na Expo'98 foi desenhado por Siza Vieira é bonito.

- Sartre era nacionalista, pois pertenceu à resistência e as pessoas que pertenceram à resistência eram nacionalistas.
- Lula foi multado porque foi apanhado sem os documentos do carro.

- Premissa 1: As pessoas que pertenceram à resistência eram nacionalistas.
 - Premissa 2: Sartre pertenceu à resistência.
 - Conclusão: Logo, Sartre era nacionalista.
-
- Premissa 1 (oculta): As pessoas que são apanhadas sem os documentos do carro são multadas.
 - Premissa 2: Lula foi apanhado sem os documentos do carro.
 - Conclusão: Logo, Lula foi multado.

- Não podes ser um bom filósofo se não sabes argumentar. Ora, tu sabes argumentar, portanto podes ser um bom filósofo.
- Bem aventurado é aquele que nada espera, pois nunca será decepcionado.

- Premissa 1: Não podes ser um bom filósofo se não sabes argumentar.
 - Premissa 2: Tu sabes argumentar.
 - Conclusão: Logo, tu podes ser um bom filósofo.
-
- Premissa 1: Aquele que nada espera nunca será decepcionado.
 - Premissa 2 (oculta): Aquele que nunca é decepcionado é bem aventurado.
 - Conclusão: Logo, bem aventurado é aquele que nada espera.

Obrigado – Dúvidas?

marcos_batista@ufg.br

luisvinicius@discente.ufg.br

luisviniciuscostasilva@gmail.com

www.luisvcsilva.ml

Quadrado das oposições

