⑤ Dado o problema:

$$\min \; x_1 + \frac{1}{x_1} + x_2 + \frac{1}{x_2}$$

temos que $\vec{\nabla}_f = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2} \right)$

$$\nabla_f = \left(1 + x_1^{-2},\ 1 + x_2^{-2} \right),$$

logo $H(f(x)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial^2 x_1} & \frac{\partial f}{\partial x_1 x_2} \\ \frac{\partial f}{\partial x_2 x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial^2 x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x_1^{-3} & 0 \\ 0 & 2x_2^{-3} \end{bmatrix}$

Os valores de x_1 e x_2 que satisfazem $\vec{\nabla}_f(x) = 0$ são obtidos pelo sistema abaixo:

$\begin{cases} 1 - x_1^{-2} = 0 \\ 1 - x_2^{-2} = 0 \end{cases}$, temos que $x_1 = x_2 = \pm 1 \leftrightarrow x_1 = x$, senão $x_1 = -x_2 = \pm 1$, logo temos 4 soluções possíveis:

$p_1 = (1, 1)$ $\quad p_3 = (1, -1)$

$p_2 = (-1, -1)$ $\quad p_4 = (-1, 1)$

p_1 é mínimo global e p_2 é máximo global, visto que a Hessiana é positiva definida para p_1 e negativa definida para p_2.

$$\det(H - \lambda I) = 0$$

$$\lambda^2 - \frac{2\lambda}{x_1^3} + \frac{4}{x_1^3 x_2^3} - \frac{2\lambda}{x_2^3} = 0 \Rightarrow \text{multiplica por } mmc(a^3, a^3b^3, b^3)$$

$$\lambda^2 x_1^2 x_2^3 - \frac{2\lambda}{x_1^3} x_1^3 x_2^3 + \frac{4}{x_1^3 x_2^3} \cdot x_1^3 x_2^3 - \frac{2\lambda}{x_2^3} x_1^3 x_2^3 = 0 \Rightarrow$$

$$x_1^3 x_2^3 \lambda^2 - (2x_2^3 + 2x_1^3) \cdot \lambda + 4 = 0$$

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{-(-2x_2^3 - 2x_1^3) \pm \sqrt{(-2x_2^3 - 2x_1^3)^2 - 4x_1^3 \, x_2^3 \cdot 4}}{2x_1^3 \, x_2^3}$$

$\lambda_1 = \dfrac{2}{x_2^3}$ $\qquad$ $\left.\lambda_2 = \dfrac{2}{x_1^3} \right\}$ Autovalores.

$\lambda_1(p_1) = 2$	$\lambda_1(p_2) = -2$
$\lambda_1(p_1) = 2$	$\lambda_2(p_2) = -2$