9) $\max f(x_1, x_2) = \pi x_1 x_2$ restrito a:

$$g_1(x_1, x_2) = x_2 - 0.12 - \frac{(-0.07)}{0.6} x_1 \leq 0$$

$$g_2(x_1, x_2) = \pi \cdot \left[3(x_1 + x_2) - \sqrt{(3x_1 + x_2) + (x_1 + 3x_2)}\right] \geq 1.75$$

$$0 \leq x_1 \leq 0.6$$

$$0 \leq x_2 \leq 0.12$$

$\max f(x) = (-1) \cdot \min f(x) \therefore$

$$\min f(x_1, x_2) = -\pi x_1 x_2$$

$g_1 = $ "

$g_2 = $ "

$$\vec{\nabla} f = \begin{bmatrix} -\pi x_2 \\ -\pi x_1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{\nabla} g_1 = \begin{bmatrix} \frac{0.07}{0.6} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{\nabla} g_2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_2}{\partial x_1} \\ \frac{\partial g_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi \cdot \left(3 - \frac{4}{\sqrt{(3x_1 + x_2) + (x_1 + 3x_2)}}\right) \\ \pi \cdot \left(3 - \frac{4}{\sqrt{(3x_1 + x_2) + (x_1 + 3x_2)}}\right) \end{bmatrix}$$

Substituir na Lagrangiana

$$-\pi x_2 + \frac{0.07}{0.06} \lambda_1 + \pi \cdot \left(3 - \frac{4}{\sqrt{(3x_1 + x_2) \cdot (x_1 + 3x_2)}}\right) \lambda_2 = 0 \quad \text{(I)}$$

$$-\pi x_1 + \lambda_1 + \pi\left(3 - \frac{4}{\sqrt{(3x_1+x_2)+(x_1+3x_2)}}\right)\lambda_2 = 0 \quad \text{(II)}$$

$$x_2 - 0.12 - \frac{(-0.07)}{0.6}x_1 = 0 \quad \text{(III)}$$

$$\pi\cdot\left(3(x_1+x_2) - \sqrt{(3x_1+x_2)+(x_1+3x_2)}\right) \geq 1.75 \quad \text{(IV)}$$

Resolvendo o sistema:

$$x_2 = -\frac{0.07}{0.6}x_1 + 0.012 \quad \text{Em (III)}$$

$$7.0225x_1^2 - 4.5774x_1 - 0.4411310 \quad \text{Em (IV)} \therefore$$

$$x_1 = \frac{4.5774 \pm \sqrt{33.3456}}{2\cdot(7.0225)}$$

$$x_1' = 0.7371 \quad \text{e} \quad x_1'' = -0.0852$$

Substituindo x_1' e x_1'' em (III) temos:

$$x_2' = 0.0340$$
$$x_2'' = 0.1299$$

Logo, obtem-se os pontos $(0.7371, 0.0340)$ e $(-0.0852, 0.1299)$

Verificação das condições de KKT para $\underbrace{(0.7371, 0.0340)}_{p_1}$ e $\underbrace{(-0.0852, 0.1259)}_{p_2}$

Condição (I) Viabilidade dos pontos:

Condição (II) $\lambda_i g_i(x_*) = 0$, $i = 1 \ldots m$ p/ $\lambda_i \geq 0$

substitui-se p_1 e p_2 em:

$$\begin{cases} -\pi x_2 + \dfrac{0.07}{0.06}\lambda_1 + \pi\cdot\left(3 - \dfrac{4}{\sqrt{(3x_1+x_2)\cdot(x_1+3x_2)}}\right)\cdot\lambda_2 = 0 \\ -\pi x_1 + \lambda_1 + \pi\cdot\left(3 - \dfrac{4}{\sqrt{(3x_1+x_2)\cdot(x_1+3x_2)}}\right)\cdot\lambda_2 = 0 \end{cases}$$

Obtém-se: (p/ p_1):

$$\begin{cases} -0.0340\pi + \dfrac{0.07}{0.6}\lambda_1 + 0.72241\pi\lambda_2 = 0 \\ -0.7371\pi + \lambda_1 + 0.72241\pi\lambda_2 = 0 \end{cases}$$

$\lambda_1 = 2.5006$ e $\underbrace{\lambda_2 = -0.0815}_{\Uparrow}$

λ_2 não pode ser <0, p_1 falhou

Obtém-se: (p/ p_2):

$$\begin{cases} -0.4082 + 0.1167\lambda_1 + 5.4344\lambda_2 = 0 \\ 0.2678 + \lambda + 5.4344\lambda_2 = 0 \end{cases}$$

$\underbrace{\lambda_1 = -0.7653}_{\Uparrow}$ e $\lambda_2 = 0.0916$

λ_1 ñ pode ser <0, p_2 falhou.

(A4)

Condição 3:

$$\vec{\nabla} f(x^*) + \lambda_1 \vec{\nabla} g_1(x^*) + \lambda_2 \vec{\nabla} g_2(x^*) = 0$$

Aplicando p_1 na condição 3, temos:

$$\begin{cases} -0.0340\pi + \dfrac{0.07}{0.6}\lambda_1 + 0.72241\pi \lambda_2 = 0 \\ -0.7371\pi + \lambda_1 + 0.72241\pi \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

Aplicando p_2 na condição 3 temos:

$$\begin{cases} -0.4082 + 0.1167\lambda_1 + 5.4344\lambda_2 = 0 \\ 0.2678 + \lambda_1 + 5.4344\lambda_2 = 0 \end{cases}$$

Visto que $\exists\, \lambda_1, \lambda_2$ que satisfazem tal sistema a condição 3 é satisfeita.

Entretanto, não existem x_1 e x_2 que resolvem este problema, já que os pontos encontrados não satisfazem a condição I e II e restrições laterais.