

⑦ min x_1, x_2 , restrito a:

$$\begin{cases} 2x_1^2 - x_2 \leq 0 \\ 4 - x_1 - 3x_2 \leq 0 \\ 30 - x_1 - x_2^4 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \text{projeto mínimo } (x_1, x_2) = (1, 1)$$

Condições de KKT:

Condição ①

$x^* = (1, 1)$ deve ser viável

$$g_1(1, 1) = -2 - (1)^2 - 1 = 0 \checkmark$$

$$g_2(1, 1) = 4 - 1 - 3 = 0 \checkmark \quad \therefore x^* \text{ satisfaz condição ①}$$

$$g_3(1, 1) = -30 \checkmark$$

Condição ②

$$\textcircled{2} \quad \lambda_i g_i(x^*) = 0 \mid \lambda_i \geq 0$$

$$g_1(1, 1) = g_2(1, 1) = 0 \quad \text{e} \quad g_3(1, 1) = -30 \quad \therefore \lambda_3 = 0 \quad \text{ok}$$

Condição ③

$$\nabla f(x) + \sum_{i=1}^n \lambda_i g_i(x^*) = 0$$

$$\nabla f = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \nabla g_1 = \begin{bmatrix} -2x_1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \nabla g_1(1, 1) = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$, \quad \nabla g_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix}, \quad \nabla g_2(1, 1) = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 1 + \lambda_1(-2) + \lambda_2(-1) + 0 \cdot (-1) = 0 \\ 1 + \lambda_1(-1) + \lambda_2(-3) + 0 \cdot (-4) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 - 2\lambda_1 - \lambda_2 = 0 \\ 1 - \lambda_1 - 3\lambda_2 = 0 \end{cases} \xrightarrow{x(-2)} \begin{cases} 1 - 2\lambda_1 - \lambda_2 = 0 \\ -1 + 5\lambda_2 = 0 \end{cases}$$

$$\downarrow$$
$$-1 + 5\lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{1}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{em } \textcircled{I} \dots \Rightarrow 1 - 2\lambda_1 - \frac{1}{5}$$

$\lambda_1 = \frac{2}{5}$, visto que λ_1, λ_2 e λ_3 existem, então a 3ª condição está ok!

① problema de minimização satisfaz as condições de KKT.