



Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa

Escuela Profesional:
Ciencias de la Computación

Tema:
Quadtree

Alumno:
Renzo Vicente Castro

Curso:
Estructuras de Datos Avanzadas

Docente:
Vicente Machaca Arceda

2019

Quadtree

Renzo Vicente Castro

Estructuras de Datos Avanzadas

1 Introducción:

En el siguiente documento se tratará la estructura de datos Quadtree, así como también se documentarán actividades propuestas.

2 ¿Qué es un Quadtree?

El término Quadtree, o árbol cuaternario, se utiliza para describir clases de estructuras de datos jerárquicas cuya propiedad común es que están basados en el principio de descomposición recursiva del espacio. En un QuadTree de puntos, el centro de una subdivisión está siempre en un punto. Al insertar un nuevo elemento, el espacio queda dividido en cuatro cuadrantes. Al repetir el proceso, el cuadrante se divide de nuevo en cuatro cuadrantes, y así sucesivamente.

Una gran variedad de estructuras jerárquicas existen para representar los datos espaciales. Una técnica normalmente usada es Quadtree. El desarrollo de éstos fue motivado por la necesidad de guardar datos que se insertan con valores idénticos o similares. Este artículo trata de la representación de datos en el espacio bidimensional. Quadtree también se usa para la representación de datos en los espacios tridimensionales o con hasta 'n' dimensiones.[1]

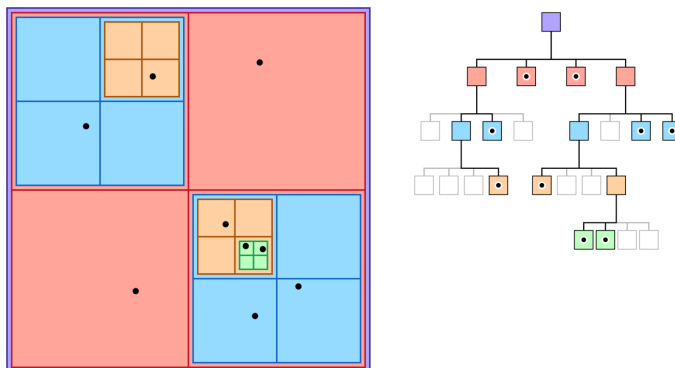


Figure 1: Representación de un Quadtree.

3 Tipos de Quadtree:

3.1 Quadtree de puntos:

El quadtree del punto es una adaptación de un árbol binario usado para representar datos de dos dimensiones del punto. Comparte las características de todos los quadtrees pero es un árbol verdadero mientras que el centro de una subdivisión está siempre en un punto. Se procesa la forma del árbol depende de los datos de la orden. Es a menudo muy eficiente en comparar los puntos de referencias pedidos de dos dimensiones, funcionando generalmente en tiempo de $O(\log n)$. [1]

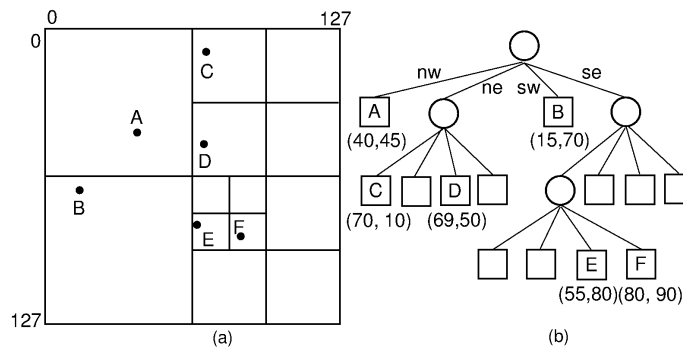


Figure 2: Representación de un Quadtree de puntos.

3.2 Quadtree de regiones:

El quadtree de la región representa una partición del espacio en dos dimensiones descomponiendo la región en cuatro cuadrantes iguales, subcuadrantes, y así sucesivamente con cada nodo de la hoja que contiene los datos que corresponden a un subregión específico. Cada nodo en el árbol tiene exactamente cuatro niños, o no tiene ningún niño (un nodo de la hoja). Un quadtree de la región con una profundidad de n se puede utilizar para representar una imagen que consiste en $2n * \text{pixeles } 2n$, donde está 0 o 1 cada valor del pixel. Esta estructura de datos es unidimensional y solo se encuentra en memoria principal. Cada nodo hijo tiene asociado a él cuatro nodos, representando así los dieciséis sub-cuadrantes de dicha imagen. Una vez formado el Quadtree, los nodos hojas representan la característica de dicho píxel, que puede ser blanco o negro, si son imágenes monocromáticas, dependiendo de la uniformidad del color de los nodos hijos (si todos sus hijos son de color negro, entonces dicho nodo será representado por el color negro). Pero si algún nodo posee nodos hijos con colores no uniformes, entonces es representado por un “nodo gris”. Un quadtree de la región se puede también utilizar como representación variable de la resolución de una zona de informaciones. Por ejemplo, las temperaturas en un área se pueden almacenar como quadtree, con cada nodo de la hoja almacenando la temperatura media

sobre el subregión que representa. Si un quadtree de la región se utiliza para representar un sistema de datos del punto (tales como la latitud y la longitud de un sistema de ciudades), se subdividen las regiones hasta que cada hoja contiene a lo máximo un solo punto.[1]

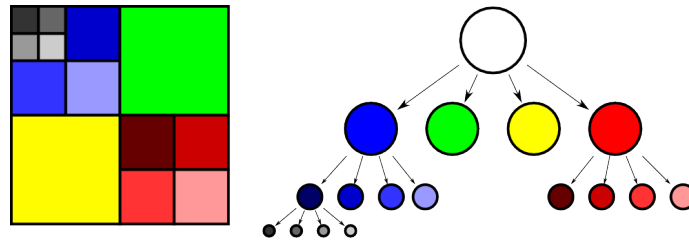


Figure 3: Representación de un Quadtree de regiones.

4 Aplicaciones:

Algunas de las aplicaciones del Quadtree son:

- Manejo geográfico de diversas zonas.
- Detección de colisiones.
- Procesamiento de imagenes.

5 Actividades:

5.1 Actividad 1:

Cree un archivo `main.html`, este llamara a los archivos javascript que vamos a crear. El archivo `p5.js` es una librería para gráficos, la puede descargar de internet o se la puede pedir al profesor. En el archivo `quadtree.js` estará todo el código de nuestra estructura y en el archivo `sketch.js` estará el código donde haremos pruebas con nuestro quadtree.

Resolucion:

```

<!DOCTYPE html>
<html>
<head>
<title>QuadTree</title>
<script src="p5.min.js"></script>
<script src="quadtree.js"></script>
<script src="sketch.js"></script>
</head>
<body>
</body>
</html>

```

Figure 4: Resolución de la actividad 4 (main.html).

5.2 Actividad 2:

En el archivo quadtree.js digitemos el siguiente código, además debe completar las funciones contains y intersects (ambas funciones devuelven true o false).

```

class Point{
  constructor(x, y, userData){
    this.x = x;
    this.y = y;
    this.userData = userData;
  }
}

class Rectangle{
  constructor(x, y, w, h){
    this.x = x; //center
    this.y = y;
    this.w = w; //half width
    this.h = h; //half height
  }

  // verifica si este objeto contiene un objeto Punto
  contains(point){

  }

  // verifica si este objeto se intersecta con otro objeto Rectangle
  intersects(range){

  }
}

```

Figure 5: Código de referencia.

Resolución:

```

class Point{
  constructor(x, y, userData){
    this.x = x;
    this.y = y;
    this.userData = userData;
  }
}

class Rectangle{
  constructor(x, y, w, h){
    this.x = x;
    this.y = y;
    this.w = w;
    this.h = h;
  }

  contains(point){
    return (point.x <= this.x + this.w && point.x >= this.x - this.w && point.y <= this.y + this.h && point.y >= this.y - this.h);
  }

  intersects(range){
    return (range.x - range.w > this.x + this.w || range.x + range.w > this.x - this.w || range.y - range.h > this.y + this.h || range.y + range.h < this.y - this.h);
  }
}

```

Figure 6: Resolución de la actividad 2.

5.3 Actividad 3:

En el archivo quadtree.js digitemos el siguiente código y complete el código de las funciones subdivide y insert. Puede revisar el pseudocódigo mostrado antes.

```

class QuadTree{
  constructor(boundary, n){
    this.boundary = boundary;
    this.capacity = n;
    this.points = [];
    this.divided = false;
  }
  subdivide(){
  }
  insert(point){
  }
  show(){
    stroke(255);
    strokeWeight(1);
    noFill();
    rectMode(CENTER);
    rect(this.boundary.x, this.boundary.y, this.boundary.w*2, this.boundary.h*2);
    if(this.divided){
      this.northeast.show();
      this.northwest.show();
      this.southeast.show();
      this.southwest.show();
    }
    for (let p of this.points){
      strokeWeight(4);
      point(p.x, p.y);
    }
  }
}

```

Figure 7: Código de referencia.

Resolución:

```

class QuadTree{
  constructor(boundary, n){
    this.boundary = boundary;
    this.capacity = n;
    this.points = [];
    this.divided = false;
  }

  subdivide(){
    var no = new Rectangle(this.boundary.x-this.boundary.w/2,this.boundary.y-this.boundary.h/2,(this.boundary.w)/2,(this.boundary.h)/2);
    var ne = new Rectangle(this.boundary.x+this.boundary.w/2,this.boundary.y-this.boundary.h/2,(this.boundary.w)/2,(this.boundary.h)/2);
    var so = new Rectangle(this.boundary.x-this.boundary.w/2,this.boundary.y+this.boundary.h/2,(this.boundary.w)/2,(this.boundary.h)/2);
    var se = new Rectangle(this.boundary.x+this.boundary.w/2,this.boundary.y+this.boundary.h/2,(this.boundary.w)/2,(this.boundary.h)/2);
    this.sonNO = new QuadTree(no, this.capacity);
    this.sonNE = new QuadTree(ne, this.capacity);
    this.sonSO = new QuadTree(so, this.capacity);
    this.sonSE = new QuadTree(se, this.capacity);
    this.divided = true;
  }

  insert(point){
    if(!this.boundary.contains(point))
      return;
    if(this.points.length<this.capacity){
      this.points.push(point);
    }
    else{
      if(!this.divided)
        this.subdivide();

      this.sonNO.insert(point);
      this.sonNE.insert(point);
      this.sonSO.insert(point);
      this.sonSE.insert(point);
    }
  }
}

```

Figure 8: Resolución de la actividad 3 (parte I).

```

show(){
  stroke(255);
  strokeWeight(1);
  noFill();
  rectMode(CENTER);
  rect(this.boundary.x, this.boundary.y, this.boundary.w*2, this.boundary.h*2);
  if(this.divided){
    this.sonNO.show();
    this.sonNE.show();
    this.sonSO.show();
    this.sonSE.show();
  }
  for (let p of this.points){
    strokeWeight(4);
    point(p.x, p.y);
  }
}
}

```

Figure 9: Resolución de la actividad 3 (parte II).

5.4 Actividad 4:

Editamos el archivo sketch.js. En este archivo estamos creando un QuadTree de tamaño 400x400 y en él estamos insertando 3 puntos. Ejecute la aplicación. Resolución:


```
let qt;  
let count = 0;  
function setup(){  
  createCanvas(400,400);  
  let boundary = new Rectangle(200,200,200,200);  
  qt = new QuadTree(boundary, 4);  
  console.log(qt);  
  for (let i=0; i < 3; i++){  
    let p = new Point(Math.random() * 400, Math.random() * 400);  
    qt.insert(p);  
  }  
  background(0);  
  qt.show();  
}
```

Figure 10: Resolución de la actividad 4 (sketch.js).



Figure 11: Ejecución de la aplicación.

5.5 Actividad 5:

Abra las opciones de desarrollador (opciones/más herramientas/ opciones de desarrollador) de su navegador para visualizar la console. Muestre sus resultados.

Resolución:

```
▼ QuadTree ? sketch.js:7  
  ▶ boundary: Rectangle {x: 200, y: 200, w: 200, h: 200}  
  ▶ capacity: 4  
  ▶ divided: false  
  ▼ points: Array(3)  
    ▶ 0: Point {x: 198.72841502104671, y: 171.12294656088008, userData: undefined}  
    ▶ 1: Point {x: 31.807757716188778, y: 370.5525675735866, userData: undefined}  
    ▶ 2: Point {x: 394.064332044069, y: 153.8864350703916, userData: undefined}  
    ▶ length: 3  
    ▶ __proto__: Array(0)  
  ▼ __proto__:   
    ▶ constructor: class QuadTree  
    ▶ insert: f insert(point)  
    ▶ show: f show()  
    ▶ subdivide: f subdivide()  
    ▶ __proto__: Object  
  >
```

Figure 12: Resultados de la ejecución.

5.6 Actividad 6:

Inserte más puntos y muestre cómo varían sus resultados.

Reoslución:

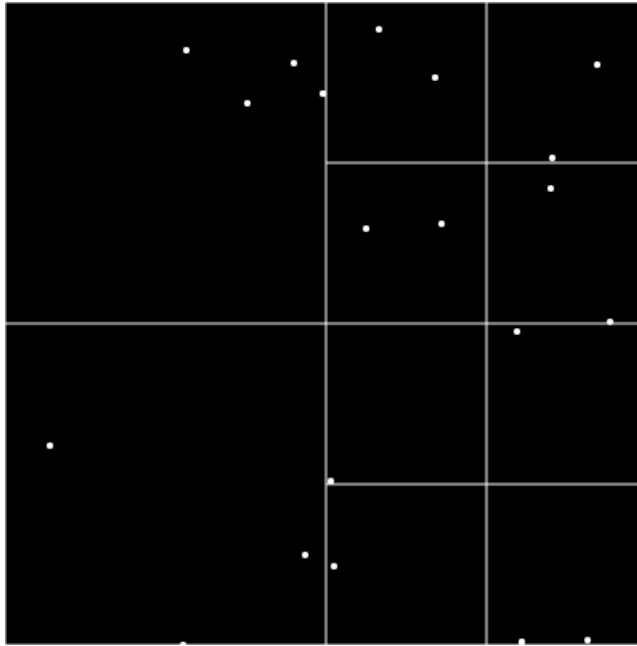


Figure 13: Ejecución de la aplicación.

```

▼ QuadTree ⓘ
  ▶ boundary: Rectangle {x: 200, y: 200, w: 200, h: 200}
  capacity: 4
  divided: true
  ▼ points: Array(4)
    ▶ 0: Point {x: 339.9106750698975, y: 115.75861184040166, userData: undefined}
    ▶ 1: Point {x: 376.8788044664916, y: 198.8292583077195, userData: undefined}
    ▶ 2: Point {x: 113.00453061782001, y: 29.917723725628242, userData: undefined}
    ▶ 3: Point {x: 232.98119575238127, y: 17.457130005976573, userData: undefined}
    length: 4
    __proto__: Array(0)
  ▼ sonNE: QuadTree
    ▶ boundary: Rectangle {x: 300, y: 100, w: 100, h: 100}
    capacity: 4
    divided: true
    ▼ points: Array(4)
      ▶ 0: Point {x: 369.4307722013894, y: 39.08254114252179, userData: undefined}
      ▶ 1: Point {x: 224.67731646425042, y: 140.8866378379984, userData: undefined}
      ▶ 2: Point {x: 271.83697772978695, y: 138.0133649799472, userData: undefined}
      ▶ 3: Point {x: 268.20866429110686, y: 46.787258612097915, userData: undefined}
      length: 4
      __proto__: Array(0)
    ▶ sonNE: QuadTree {boundary: Rectangle, capacity: 4, points: Array(1), divided: false}
    ▶ sonNO: QuadTree {boundary: Rectangle, capacity: 4, points: Array(0), divided: false}
    ▶ sonSE: QuadTree {boundary: Rectangle, capacity: 4, points: Array(0), divided: false}
    ▶ sonSO: QuadTree {boundary: Rectangle, capacity: 4, points: Array(0), divided: false}
    __proto__: Object

```

sketch.js:7

Figure 14: Resultados de la ejecución(Parte I).

```

▼ sonNO: QuadTree
  ► boundary: Rectangle {x: 100, y: 100, w: 100, h: 100}
    capacity: 4
    divided: false
  ▼ points: Array(3)
    ► 0: Point {x: 179.7914946733961, y: 37.61722448847422, userData: undefined}
    ► 1: Point {x: 151.0663121693172, y: 63.38523839520818, userData: undefined}
    ► 2: Point {x: 197.93537969534842, y: 57.15196831324949, userData: undefined}
      length: 3
    ► __proto__: Array(0)
  ► __proto__: Object
▼ sonSE: QuadTree
  ► boundary: Rectangle {x: 300, y: 300, w: 100, h: 100}
    capacity: 4
    divided: true
  ▼ points: Array(4)
    ► 0: Point {x: 363.02139821302035, y: 396.600010540589, userData: undefined}
    ► 1: Point {x: 319.1224503756994, y: 205.1626061338312, userData: undefined}
    ► 2: Point {x: 205.12594198247677, y: 351.08543846826973, userData: undefined}
    ► 3: Point {x: 203.11841406571887, y: 297.6342140139832, userData: undefined}
      length: 4
    ► __proto__: Array(0)
  ► sonNE: QuadTree {boundary: Rectangle, capacity: 4, points: Array(0), divided: false}
  ► sonNO: QuadTree {boundary: Rectangle, capacity: 4, points: Array(0), divided: false}
  ► sonSE: QuadTree {boundary: Rectangle, capacity: 4, points: Array(1), divided: false}
  ► sonSO: QuadTree {boundary: Rectangle, capacity: 4, points: Array(0), divided: false}
  ► __proto__: Object

```

Figure 15: Resultados de la ejecución(Parte II).

```

▼ sonSO: QuadTree
  ► boundary: Rectangle {x: 100, y: 300, w: 100, h: 100}
    capacity: 4
    divided: false
  ▼ points: Array(3)
    ► 0: Point {x: 111.26497729645983, y: 399.5871844778711, userData: undefined}
    ► 1: Point {x: 28.315431678291247, y: 275.96343745495375, userData: undefined}
    ► 2: Point {x: 186.80948411085564, y: 344.4868138844852, userData: undefined}
      length: 3
    ► __proto__: Array(0)
  ► __proto__: Object
  ▼ __proto__:
    ► constructor: class QuadTree
    ► insert: f insert(point)
    ► show: f show()
    ► subdivide: f subdivide()
    ► __proto__: Object

```

Figure 16: Resultados de la ejecución(Parte III).

5.7 Actividad 7:

Edite el archivo sketch.js con el siguiente código. En este caso nos da la posibilidad de insertar los puntos con el mouse. Muestre sus resultados y comente cómo funciona el código.

```
let qt;
let count = 0;
function setup(){
  createCanvas(400,400);
  let boundary = new Rectangle(200,200,200,200); //centr point and half of width and height
  qt = new QuadTree(boundary, 4); //each section just could have 4 elements
}
function draw(){
  background(0);
  if (mouseIsPressed){
    for (let i = 0; i < 1; i++){
      let m = new Point(mouseX + random(-5,5), mouseY + random(-5,5));
      qt.insert(m)
    }
  }
  background(0);
  qt.show();
}
```

Figure 17: Código de referencia.

6 Referencias:

1. <https://es.wikipedia.org/wiki/Quadtree>