MAT-111 - Cálculo Diferencial e Integral I Bacharelado em Matemática - 2010

1ª Lista de exercícios

I. Limite de funções

Calcule os seguintes limites, caso existam:

1)
$$\lim_{x \to -2} \frac{2x^3 + 9x^2 + 12x + 4}{-x^3 - 2x^2 + 4x + 8}$$
 2) $\lim_{x \to -3} \frac{\sqrt{x^2 + 16} - 5}{x^2 + 3x}$

2)
$$\lim_{x \to -3} \frac{\sqrt{x^2 + 16} - 5}{x^2 + 3x}$$

3)
$$\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x^2 + 12} - 4}{2 - \sqrt{x^3 - 4}}$$

4)
$$\lim_{x \to 1/2} \frac{\sqrt[4]{2x} - 1}{\sqrt{2x - 1}}$$

5)
$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt[5]{x^4 + 1} - 1}{x^4}$$

6)
$$\lim_{x \to 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}$$

7)
$$\lim_{x \to 1+} \frac{\sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{x} - 1}{\sqrt{x - 1}}$$
 8) $\lim_{x \to 0} \frac{\sin(20x)}{\sin(301x)}$

8)
$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen}(20x)}{\operatorname{sen}(301x)}$$

9)
$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen}(\operatorname{sen}(2x))}{x}$$

10)
$$\lim_{x \to 0} (\operatorname{tg}(3x) \operatorname{cossec}(6x))$$
 11) $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \sqrt[3]{\cos x}}{x^2}$

11)
$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \sqrt[3]{\cos x}}{x^2}$$

$$12) \lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$$

13)
$$\lim_{x \to 3^{-}} \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x - 3}$$

13)
$$\lim_{x \to 3^{-}} \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x - 3}$$
 14) $\lim_{x \to 1} \frac{\sec(3x^2 - 5x + 2)}{x^2 + x - 2}$

15)
$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\text{sen } x}{x^3 - x^2}$$

16)
$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin^3(x) \sin\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}$$
 17)
$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x^4 + x^2}}{x}$$

17)
$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x^4 + x^2}}{x}$$

18)
$$\lim_{x\to 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{3}{1-x^3}\right)$$

19)
$$\lim_{x \to 1+} \frac{\operatorname{sen}(x^3 - 1) \cos\left(\frac{1}{1 - x}\right)}{\sqrt{x - 1}}$$
 20) $\lim_{x \to 2-} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4}$

$$21) \lim_{x \to +\infty} \frac{x}{\sqrt{x+1}}$$

22)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{2x^3 - x^2 + 7x - 3}{2 - x + 5x^2 - 4x^3}$$
 23) $\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt[3]{x + 1} - \sqrt[3]{x}\right)$ 24) $\lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x + 1}}{\sqrt{9x + 1}}$

23)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x} \right)$$

24)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{9x+1}}$$

$$25) \lim_{x \to +\infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x}$$

$$26) \lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^4 + 1} \right)$$

26)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^4 + 1} \right)$$
 27) $\lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{7x^6 + 5x^4 + 7}}{x^4 + 2}$

28)
$$\lim_{x \to -\infty} \frac{3x^5 + 2x - 8}{\sqrt{x^6 + x + 1}}$$

29)
$$\lim_{x \to -\infty} (\sqrt{x^2 + 9} + x + 3)$$

29)
$$\lim_{x \to -\infty} (\sqrt{x^2 + 9} + x + 3)$$
 30) $\lim_{x \to 2} \frac{(x^2 - 2x) \operatorname{sen}(x^2 - 4)}{\sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{4x}}$

31)
$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt[4]{7x^{12} + 5x^4 + 7}}{2x^3 + 2}$$
 32) $\lim_{x \to +\infty} (\sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x})$

32)
$$\lim_{x \to +\infty} (\sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x})$$

Resp.: 1) -3/4 ; 2) 1/5 ; 3) -1/6 ; 4) 0 ; 5) 1/5 ; 6) 3 ; 7) $\sqrt{2}$; 8) $\frac{20}{301}$; 9) 2 ; 10) 1/2 ; 11) 1/6 ; 12) -1 ; 13) -1 ; 14) 1/3 ; 15) $-\infty$; 16) 0 ; 17) $/\exists$; 18) $/\exists$; 19) 0 ; 20) $-\infty$; 21) $+\infty$; 22) -1/2 ; 23) 0 ; 24) 1/3 ; 25) 1 ; 26) $-\infty$; 27) 0 ; 28) $-\infty$; 29) 3 ; 30) $32\sqrt{2}$; 31) $-\sqrt[4]{7}/2$; 32) 1/2.

2. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $|f(x)| \le 2|x|$, para todo $x \in \mathbb{R}$. Calcule $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x^3)}{x}$. Resp.: 0.

3. Seja $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $1 + x^2 + \frac{x^6}{3} \le f(x) + 1 \le \sec x^2 + \frac{x^6}{3}$, para todo $x \in \mathbb{R}$. Calcule $\lim_{x \to 0} f(x)$ e $\lim_{x \to 0} \left(f(x) \cos \left(\frac{1}{x + x^2} \right) \right).$ Resp.: 0; 0.