Tarea: Ej 2,3,5

2) Los metodos de aproximación de raíces de ecuaciones no lineales son utilizados en la práctica.

a) ¿Cuáles son las diferencias entre los métodos de Newton y la Secante?

El Método de Newton es un método abierto que halla el valor de la raíz usando la serie de Taylor y aplicando las derivadas. Para este método necesitamos un solo punto (X_0 y la funcion $f(x)$ ya que este método se basa en la derivada de la función (pendiente)

El método de la Secante es un método abierto que halla el valor de la raíz mediante la diferencia dividida en vez de la derivada, es decir que solo se necesitan las imágenes. En este método se requiere dos puntos X_1 y X_2.

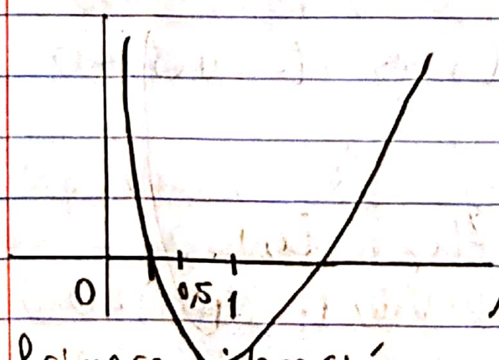
b) Explique las causas que podrían ocasionar la divergencia de estos métodos

La divergencia en el método de Newton puede ser causada debido a la mala elección del punto X_0 que haciendo, nunca se llegará al valor real de la raíz. También puede diverger si la pendiente es igual a cero $f'(x)=0$ ya que causa una división entre cero en la fórmula.

La divergencia en el método de la Secante puede ser causada al tener dos valores que están al mismo lado de la raíz

3) Dada la ecuación $x^{1,4} - \sqrt{x} + \frac{1}{x} = 10$

(a) Aproxime usando el método de Bisección la raíz más cercana a cero con un $Tol < 10^{-3}$



$X_i = 0{,}01$ $X_u = 0{,}5$

$f(X_i) f(X_u) < 0$

$89{,}9 x - 8{,}32 < 0$

$-747{,}96 < 0$

$X=0$ es un asíntota

Aplico el método de Bisección

Primera iteración

$X_r = \frac{0{,}01 + 0{,}5}{2} = 0{,}255$ $f(x_i) f(x_r) < 0$

$89{,}9 \cdot (-6{,}43) < 0$

Segunda iteración

$X_r = \frac{0{,}01 + 0{,}255}{2} = 0{,}1325$ $f(x_i) f(x_r) < 0$ $E = 0{,}1225$

$899 \cdot (-2{,}75) < 0$

Escaneado con CamScanner

Tercera iteración

$X_r = \frac{0,01 + 0,1325}{2} = 0,07125$

$f(x_u) \cdot f(x_r) < 0$

$(-2,75) \cdot (3,79) < 0$

$E = 0,06125$

Cuarta iteración

$X_r = \frac{0,07125 + 0,1325}{2} = 0,1018$

$f(x_i) \cdot f(x_r) < 0$

$(3,79) \cdot (-0,45) < 0$

$E = 0,03$

$f(x_r) \cdot f(x_u) < 0$

$f(0,0865) \cdot f(0,1018) < 0$

$1,29 \cdot (-0,45) < 0$

Quinta iteracion

$X_r = \frac{0,1018 + 0,07125}{2} = 0,086525$

$E = 0,1018 - 0,086525 = 0,015$

$f(x_r) \cdot f(x_u) < 0$

Sexta iteración

$X_r = \frac{0,086525 + 0,1018}{2} = 0,0941$

$f(x_r) f(x_u) < 0$

$f(0,0941) f(0,1018) < 0$

$E = 0,007575$

$(0,35)(-0,45) < 0$

Septima iteración

$f(x_i) \cdot f(x_u) < 0$

$f(0,0941) f(0,09795) < 0$

$X_r = \frac{0,0941 + 0,1018}{2} = 0,09795$

$(0,35)(-0,065) < 0$

$E = 0,09795 - 0,0941 = 0,00385$

$f(x_r) \cdot f(x_u) < 0$

Octava iteración

$f(0,096) f(0,09795) < 0$

$X_r = \frac{0,09795 + 0,0941}{2} = 0,096$

$(1,44)(-0,065) < 0$

$E = 0,096 - 0,09795 = 0,00195$

$f(x_r) \cdot f(x_u) = 0$

$f(0,096975) f(0,09795) < 0$

Naena iteración

$(0,038) \cdot (-0,065) < 0$

$X_r = \frac{0,096 + 0,09795}{2} = 0,096975$

$E = 0,096975 - 0,09795 = 0,000975 = 9,75 \cdot 10^{-4} < 10^{-3}$

(b) Método de Newton con $Tol < 10^{-6}$

$$X_{i+1} = X_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \qquad x^{1,4} - \sqrt{x} + 1/x = 10$$

Primera iteración

$$X_0 = 6 \quad X_{i+1} = 6 - \frac{0,0032}{2,63484} = 5,99878 \qquad \frac{7x^{2/5}}{5} - \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2} = \frac{d}{dx}$$

Segunda iteración

$$X_0 = 5,99878 \quad X_{i+1} = 5,99878 - \frac{0,000024}{2,63458} = 5,99878088$$

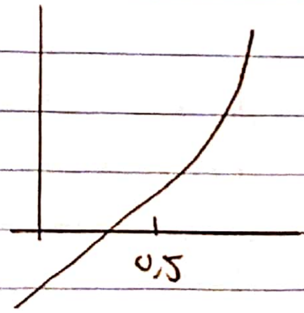
$E = |5,99878089 - 5,998781| = 8,91 \times 10^{-7}$

5) Considere un plano cuya pendiente varía con tasa cte w y un objeto que está en reposo en el instante inicial $t=0$. En el tiempo $t>0$ su posición es:

$$x(t) = \frac{g}{2w^2}\left(\frac{e^{wt} - e^{-wt}}{2} - \sin(wt)\right) \qquad g = 9,8 m/s^2$$

Suponiendo que este objeto se ha movido 0,51 m en 1 seg, calcular el valor de w con un $tol < 10^{-4}$ usando el método de la secante

$$0,51 = \frac{9,81}{2w^2}\left(\frac{e^{wt} - e^{-wt}}{2} - Sen(wt)\right)$$



$$f(w) = \frac{9,81}{2w^2}\left(\frac{e^{w} - e^{-w}}{2} - sen(w)\right) - 0,51$$

1era iteración

$$X_{i+1} = X_i - \frac{f(x_i)(X_{i-1} - X_i)}{f(X_{i-1}) - f(X_i)}$$

$$0{,}51 = \frac{9{,}8}{2w^2}\left(\frac{e^{w} - e^{-w}}{2} - \operatorname{Sen}(w)\right)$$

$$\frac{51}{490} = \frac{e^{w} - e^{-w}}{2w^2} - \frac{\operatorname{Sen}(w)}{w^2}$$

$$f(w) = \frac{e^{w} - e^{-w}}{2w^2} - \frac{\operatorname{Sen}(w)}{w^2} - \frac{51}{490}$$

$W_0 = 0{,}2 \quad W_1 = 0{,}4$

n	W_{n-1}	W_n	$f(W_{n-1})$	$f(W_n)$	W_{n+1}	Error
1	0,2	0,4	-0,03741	0,029156	0,312236	0,097
2	0,4	0,311319	0,029256	0,000307	0,312242	6×10^{-6}

$$W_{n+1} = 0{,}4 - \frac{0{,}029256(0{,}2 - 0{,}4)}{-0{,}03741 - 0{,}029256} = 0{,}312236$$

$$W_{n+1} = 0{,}311319 - \frac{0{,}000307(0{,}4 - 0{,}311319)}{0{,}029156 - 0{,}000307} = 0{,}312242$$