Laboratório de Matemática (M1025) -

Formato do Teste e algumas perguntas "modelo"(*)

(*) As perguntas aqui colocadas são APENAS EXEMPLOS de ALGUMAS PERGUNTAS que PODERÃO ENCONTRAR no teste.

Data: Duração: 1 hora 15m

NOME:____

Curso:________________________ No mec. : _________________ No de ordem : ____________

É permitida a consulta dos documentos disponibilizados no Moodle e do Manual do Maxima.
Não é permitido o uso do telemóvel.

Observações:

1. Todas as respostas em Maxima deverão ser submetidas em **um único ficheiro .wxmx**, com o título **nometeste.wxmx**. O nome do estudante deve ser escrito apenas com a primeira e ultima palavras, **sem acentos, cedilhas ou outros caracteres diferentes de letras** (*exemplo: mariacostateste.wxmx*).

2. Os ficheiros .wxmx terão que ser submetidos no Moodle no tópico "Teste ModuloI- Submissão do Ficheiro".

3. **Não serão avaliados** os testes dos estudantes que não tenham o ficheiro .wxmx submetido no Moodle;

   Não serão avaliadas respostas que não apresentem solução ou justificação em Maxima; em particular, quando as respostas são **V** e **F** (verdadeira e falsa a afirmação, respetivamente).

4. Sempre que for pedida justificação da resposta ou interpretação geométrica dos resultados obtidos em Maxima, essa devem ser clara e sucinta.

5. A apresentação e o processo de resolução das perguntas poderão ser tidos em conta na avaliação.

6. É permitida a consulta dos documentos disponibilizados no Moodle e do Manual do Maxima.

7. **Não é permitido** o uso do telemóvel.

1. Considere as funções $f(x) = x^2$, $g(x) = -x^3 - 1$ e $h(x) = f'(x)$ definidas em $\mathbb{R}$.

   (a) Em Maxima,

      i. defina $f(x)$ e $g(x)$ e $h(x)$;
      ii. calcule $f(a)$ para $a = -1, 1$;
      iii. calcule $g(a)$ para $a = -5^{1/3}, 1$;
      iv. represente, **no mesmo sistema de eixos**, os gráficos das funções f, g e a retas $y = -2$ e $y = 4$ para $x \in [-2, 2]$ e $y \in [-10, 10]$;
      v. defina $h'(x)$ e, no mesmo sistema de eixos, represente o gráfico de $h'(x)$ e a reta $y = 0$ para $x \in [-2, 2]$ e $y \in [-10, 10]$;
      vi. determine o único valor $x_0 \in [-2, 2]$ tais que $f(x_0) - g(x_0) = 0$;
      vii. represente, **no mesmo sistema de eixos**, os gráficos das funções f, g, a retas $x = x_0$ e $y = g(x_0)$ e o ponto $(x_0, f(x_0))$, para $x \in [-2, 2]$ e $y \in [-10, 10]$;
      viii. represente, **no mesmo sistema de eixos**, os gráficos das funções f, g e o ponto $(x_0, f(x_0))$, para $x \in [-2, 2]$ e $y \in [-10, 10]$;
      ix. determine, caso existam, os valores de $x \in [-2, 2]$ tais que $g(x) = 26$;

   (b) **Apenas** com base nos resultados obtidos nas alíneas anteriores, diga quais das seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas, preenchendo o quadrado com **V** ou **F**, respetivamente. Indique qual a(s) alínea(s) anteriores que justifica(m) cada uma das suas respostas.

      i. ☐ o ponto $(1, -2)$ é um ponto do gráfico de $f(x)$;

         Justificação: ____________;

      ii. ☐ A função f é injetiva em [-2,2];

         Justificação: ____________;

      iii. ☐ O gráfico de $g(x)$ intersecta a reta $y = 4$;

         Justificação: ____________;

      iv. ☐ A função $g(x) : [-2, 2] \longrightarrow \mathbb{R}$ é sobrejetiva;

         Justificação: ____________.

      v. ☐ A função $f(x) : [-2, 2] \longrightarrow \mathbb{R}$ é bijetiva;

         Justificação: ____________.

      vi. ☐ A função $f(x) : [-2, 2] \longrightarrow [0, 4]$ é sobrejetiva;

         Justificação: ____________.

      vii. a função $f(x) : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ tem um mínimo global.

         Justificação: ____________.

      viii. ☐ existem subconjuntos $A, B \subset \mathbb{R}$ tais que $f(x) : A \longrightarrow B$ é injetiva mas não é bijetiva.

         Justificação: ______. Caso a afirmação seja verdadeira, complete A=____________,B=____________.

      ix. ☐ existe um subconjuntos $A \subset \mathbb{R}$ tais que $g(x) : A \longrightarrow [-2, 4]$ é bijetiva. Caso a afirmação seja verdadeira, complete A=____________,

2. Considere as funções $f(x) = x^2 - 1$ e $g(x) = 3x - 2$ definidas em $\mathbb{R}$. Usando apenas ficheiro ResPergunta2.wxmx, preencha o quadrado com V ou F caso as afirmações abaixo

sejam verdadeiras ou falsas. Indique, caso se aplique, qual a(s) alínea(s) do ficheiro Res-Pergunta2.wxmx justifica(m) cada uma das suas respostas.

(a) Seja $S = \{x \in [-5,5] : f(x) = |f(x)|\}$ e $S_1 = \{x \in [-5,5] : f(x) \geq |f(x)|\}$.. Então, podemos afirmar que

i. ☐ $S = S_1$ *Justificação*: ________.

ii. ☐ $T = \{x \in [-5,5] : h(x) = f(x) - |f(x)| = 0\} = S$ *Justificação*: ________.

iii. ☐ Os zeros de $f(x)$ e $|f(x)|$ coinidem.

Justificação: ________.

iv. ☐ Seja $S = \{x \in [-5, x_0] \cup [x1, x2]\}$.Então se $x \in S$, $|x^2-1| \geq |3x-2|$

Justificação: ________.

v. ☐ Seja $S = \{x \in ([-5, x_0] \cup [x1, x2])\}$. Então se $x \in S$, $|x^2-1| \leq |3x-2|$;

Justificação: ________.

vi. ☐ Se $x \in [-5,5]$ e $|x^2-1| \geq |3x-2|$ então $x \in ([-5, x_0] \cup [x1, x2])$;

Justificação: ________.

vii. ☐ As regiões do plano pintadas a "amarelo", "azul"e "cinza"correspondem ao conjunto de todos os pontos $[-5,5] \times \mathbb{R}$ delimitada pelos gráficos de $|f(x)|$ e de $|g(x)|$ onde $|g(x)| \geq |f(x)|(x)$, com $x \in [-5,5]$);

Justificação: ________.

viii. ☐ As região do plano pintadas a "cinza"corresponde a um dos conjunto de pontos do plano delimitada pelos gráficos de $|f(x)|$ e de $|g(x)|$ onde $|f(x)| \geq |g(x)|(x)$;

3. Considere os sistemas de equações lineares em $\mathbb{R}^3$

$$(S_1) \begin{cases} x + 2y + z = 1 & (eq_1) \\ 2x + 4y = 0 & (eq_2) \end{cases} \qquad (S_2) \begin{cases} x + 2y + z = 1 & (eq_1) \\ 2x + 4y = 0 & (eq_2) \\ x + y - z = 0 & (eq_3) \end{cases}$$

(a) Em Maxima,

i. encontre, caso existam, as soluções de cada um dos sistemas e, no mesmo sistema de eixos, represente graficamente os conjuntos de pontos que são solução do sistema (1) a azul e do sistema (2) a vermelho;

ii. verifique que a solução do sistema S_1 está contida no plano $z = 1$;

iii. verifique que a solução do sistema S_1 interseta qualquer plano $y = k$, $k \in \mathbb{R}$;

iv. verifique se o ponto $[0,0,0]$ é solução de algum dos sistemas.

v. verifique que, qualquer ponto da reta $r : \begin{cases} x + 2y = 0 \\ z = 1 \end{cases}$, satisfaz a equação $(eq1)$;

vi. verifique se, para algum valor de $t \in \mathbb{R}$, o ponto $[-2t, t, 1]$ pertence ao plano $x = 2$;

vii. represente graficamente os três planos que contêm a solução do sistema S_2.

(b) Preencha o quadrado com V ou F caso as afirmações abaixo sejam verdadeiras ou falsas. Indique qual a(s) alínea(s) anteriores que justifica(m) cada uma das suas respostas.

i. ☐ O conjunto de soluções do sistema (S_1) é indeterminado.

Justificação: ________.

ii. ☐ O conjunto de soluções do sistema (2) está contido no plano $x = 0$.

Justificação: ___________.

iii. ☐ O conjunto de soluções do sistema (1) é paralelo ao plano $z = -2$;

Justificação: ___________.

iv. ☐ A representação gráfica do conjunto de soluções do sistema (2) é um plano em $\mathbb{R}^3$;

Justificação: ___________.

v. ☐ O conjunto de soluções do sistema (2) está contida no conjunto de soluções do sistema (1);

Justificação: ___________.

vi. ☐ O conjunto de soluções do sistema (2) contêm o conjunto de soluções do sistema (1);

Justificação: ___________.

vii. ☐ O conjunto de soluções do sistema (2) está contida num único plano;

Justificação: ___________.

viii. ☐ O conjunto de soluções do sistema (1) é um subespaço vetorial de $\mathbb{R}^3$.

Justificação: ___________.

ix. ☐ Os conjuntos de pontos $C1$ e $C3$ de $\mathbb{R}^3$ que satifazem respetivamente as equações $eq1$ e $eq3$, não se intersectam.

Justificação: ___________.