Técnicas de conteo

20. Demostrar la fórmula de combinaciones con repetición

$$C^m_r = \binom{n+r-1}{r}$$

Tenemos n cantidad de elementos los cuales se pueden repetir $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$ y un número r de espacios si utilizamos los r espacios para dividir los elementos obtendríamos (n-1) subgrupos los cuales son diferentes combinaciones

Al final obtendríamos $\binom{r+(n-1)}{r}$

22. ¿Cuántas sumas de 3 enteros no negativos dan 10?

Combinación sin repetición

$$C^m_r = \binom{n+r-1}{r} = \frac{(n+r-1)!}{r!\,(n-1)!}$$

$n = 3$

$r = 10$

$$= \frac{(10+3-1)!}{10!\,(3-1)!}$$

$$= \frac{12!}{10!\,2!} = 66$$

23. Se tienen 9 llaves: 3 rojas, 3 azules y 3 verdes. Si elegimos 4, ¿de cuántas formas se pueden distribuir los colores

$$C_r^m = \binom{n+r-1}{r} = \frac{(n+r-1)!}{r!\,(n-1)!}$$

$r = 4$
$n = 3$

$$= \frac{(3+4-1)!}{4!\,(3-1)!} = \frac{6!}{4!\,(2)!} = 15 - 3$$

se restan los 3 casos en los que es imposible que las 4 sean la misma

$= 12$