Pablo Salazar 202124801
Luisa Silva 202124806

# Taller 8

## Axiomas de probabilidad

1. Sea $\mathbb{P}_1$ y $\mathbb{P}_2$ dos medidas de probabilidad. Definimos $\mathbb{P} = a_1\mathbb{P}_1 + a_2\mathbb{P}_2$ donde $a_1 + a_2 = 1$ y $a_1, a_2 \in \mathbb{R}^+$ ¿Es $\mathbb{P}$ una medida de probabilidad? axiomas de Kolmogorov para $\mathbb{P}$

- $\mathbb{P}_1, \mathbb{P}_2 \to$ medidas de probabilidad $\to$ por lo cual $0 \leq \mathbb{P}_1 \leq 1$, $0 \leq \mathbb{P}_2 \leq 1$
- $a_1 + a_2 = 1$ y $a_1, a_2 \in \mathbb{R}^+$
  - ↳ por lo que $0 \leq a_1 \leq 1$, $0 \leq a_2 \leq 1$
- $\mathbb{P} = a_1\mathbb{P}_1 + a_2\mathbb{P}_2 \xrightarrow{\text{por lo anterior}} 0 \leq a_1\mathbb{P}_1 \leq 1$, $0 \leq a_2\mathbb{P}_2 \leq 1$

$0 \leq a_1\mathbb{P}_1 + a_2\mathbb{P}_2 \leq 1$

$\boxed{0 \leq \mathbb{P} \leq 1}$

La unión de las medidas de probabilidad nos da como resultado que $\mathbb{P}$ es considerada como una de estas.

↳ $\mathbb{P}$ es medida de probabilidad

3. Sea $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ un espacio de probabilidad. Demuestre las siguientes propiedades básicas de esta medida usando los axiomas de Kolmogorov y diagramas de Venn:

a) $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$

$P(\emptyset) = \dfrac{|\emptyset|}{|\Omega|} \longrightarrow P(\emptyset) = \dfrac{0}{|\Omega|}$ $\boxed{\rightarrow P(\emptyset) = 0}$

b) $\mathbb{P}(A^c) = 1 - P(A)$

$P(A^c) = \dfrac{|A^c|}{|\Omega|}$ $\qquad |A^c| = |\Omega| - |A|$

$P(A^c) = \dfrac{|\Omega| - |A|}{|\Omega|}$ $\qquad P(A^c) = 1 - \dfrac{|A|}{|\Omega|}$ $\qquad P(A) = \dfrac{|A|}{|\Omega|}$

$\boxed{P(A^c) = 1 - P(A)}$

f) $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$

$$P(A \cup B) = \frac{A \cup B}{|\Omega|}$$

$$\frac{|A|}{|\Omega|} = P(A) \qquad \frac{|A \cap B|}{|\Omega|} = P(A \cap B)$$

$$A \cup B = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$P(A \cup B) = \frac{|A| + |B| - |A \cap B|}{|\Omega|} \qquad \frac{|B|}{|\Omega|} = P(B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{|A|}{|\Omega|} + \frac{|B|}{|\Omega|} - \frac{|A \cap B|}{|\Omega|}$$

$\downarrow$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$