Modelo SIRD simplificado con tasas dependientes del tiempo: Estudio de la evolución del COVID-19 en el Estado de Yucatán

Julián Bravo-Castillero[1]*, Jorge Luis Pérez-González[1], Nidiyare Hevia-Montiel[1], María del Carmen Jorge-Jorge[1], Yuriria Cortés Poza[1], Juan Carlos Cajas García[2], César Treviño [3], José Alejandro Mesejo Chiong [4], Ángela Mireya León Mecías [4]

Resumen
Se trata de un ejercicio académico para estudiar la evolución del COVID-19 en el Estado de Yucatán, México. Para este estudio se ha considerado un modelo SIRD simplificado a una ecuación, pero con tasas dependientes del tiempo, y el registro de datos reales dentro del período del 13 de marzo al 20 de mayo 2020. Se tomó en cuenta para este modelo el número de casos activos por COVID-19 del reporte diario del Gobierno del Estado de Yucatán. Este modelo combina ideas de modelos fenomenológicos y compartimentados simplificados con la particularidad de que las tasas son funciones del tiempo.

Palabras Clave
COVID-19, Modelo SIR, Datos públicos del COVID Gobierno del Estado de Yucatán

[1] *Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y en Sistemas - Unidad Académica de Yucatán, Universidad Nacional Autónoma de México, Mérida-Yucatán, México, jorge.perez@iimas.unam.mx, julian@mym.iimas.unam.mx, nidiyare.hevia@iimas.unam.mx, mcj@mym.iimas.unam.mx, yuriria.cortes@iimas.unam.mx*
[2] *Escuela Nacional de Estudios Superiores Unidad Académica Mérida, Universidad Nacional Autónoma de México, -Yucatán, México, carlos.cajas@enesmerida.unam.mx,*
[3] *EUMDI, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México, Sisal, Yucatán, México, ctrev05@gmail.com*
[4] *Universidad de La Habana, Facultad de Matemática y Computación, Cuba, mesejo@matcom.uh.cu, angela@matcom.uh.cu*
***Autor para la Correspondencia**

Introducción

En [1] se aplicó el modelo de crecimiento de Richards para estudiar la dinámica de los casos acumulados de síndrome respiratorio agudo severo (SRAS) en Singapur, Hong Kong y Beijing desde el 30 de Mayo al 24 de Junio 24 del 2003. La incidencia total pronosticada de SARS fue cercana al número real de casos; la fecha de finalización prevista estaba cerca del límite inferior del intervalo de confianza del 95 por ciento.

Recientemente, en [2], motivado por la precisión de los resultados de [1], estudiaron la evolución del COVID–19 en Irán con base a un modelo SIRD (Susceptibles-Infectados-Recuperados-Fallecidos) simplificado a una ecuación diferencial pero con tasas dependientes del tiempo. Más precisamente, la segunda ecuación del modelo SIRD clásico (p.e., ecuación (4), page 6 en [3]) es $\frac{dI}{dt} = \alpha S(t)I(t) - (\beta+\gamma)I(t)$, donde $I(t)$, $S(t)$, α, β y γ denotan, respectivamente, a la cantidad de población infectada, cantidad de población susceptible y las tasas constantes de transmisión, de recuperación y de mortalidad.

La simplificación consiste en no considerar la dependencia respecto a la población susceptible $S(t)$, es decir, la única incógnita es la función $I(t)$ pero las tasas ahora son funciones del tiempo. De esta forma, la ecuación anterior se reduce a un modelo clásico de crecimiento exponencial con coeficiente dinámico con la particularidad de que dicho coeficiente se descompone en la suma $\alpha(t) - \beta(t) - \gamma(t)$.

El problema a resolver se reduce a encontrar $I(t)$, solución de la ecuación

$$\frac{dI}{dt} = (\alpha(t) - \beta(t) - \gamma(t))\,I(t), \tag{1}$$

con la condición inicial, en $t = t_0$

$$I(t_0) = I_0, \tag{2}$$

donde las tres tasas (de transmisión, de recuperación y de mortalidad) son funciones dependientes del tiempo t medido en días.

En este trabajo se estiman las tasas $\alpha(t)$, $\beta(t)$ y $\gamma(t)$ usando los datos reales abiertos publicados por el Gobierno del Estado de Yucatán y se usan tales estimaciones para resolver el problema (1)-(2) mediante una aproximación en diferencias finitas.

Los resultados del modelo se ajustan bien a la situación de crecimiento actual del COVID-19 en el Estado de Yucatán con un pronóstico apropiado para una semana.

1. Modelo en diferencias

El esquema en diferencias finitas asociado al problema (1)-(2) que aquí se resuelve es el siguiente, encontrar $I = I(t)$ solución del problema de valor inicial:

$$
\begin{aligned}
I(t+1) &= I(t) + (\alpha(t) - \beta(t) - \gamma(t))I(t), &(3)\\
I(t_0) &= I_0, &(4)
\end{aligned}
$$

donde I_0 es el número inicial de infectados, y

$$\alpha(t) = \frac{\text{Número de pacientes infectados el día } t}{\text{Número total de pacientes infectados hasta el día } t},$$

$$\beta(t) = \frac{\text{Número de pacientes recuperados el día } t}{\text{Número total de pacientes recuperados hasta el día } t},$$

$$\gamma(t) = \frac{\text{Número de pacientes fallecidos el día } t}{\text{Número total de pacientes fallecidos hasta el día } t}.$$

2. Resultados del caso de estudio para el Estado de Yucatán

La velocidad de transmisión $\alpha(t)$, recuperación $\beta(t)$ y defunción $\gamma(t)$ obtenidas desde el inicio de la epidemia se muestran en la figura 1. Se puede notar grandes variaciones en los primeros días, sin embargo, en los últimos días los parámetros son consistentes; esto puede deberse a las medidas de contingencia tomadas en el estado.

En la figura 2, se muestra en color verde el número de infectados acumulados al 24 de mayo del 2020 en el estado de Yucatán. En color rojo se presenta la predicción a los siguientes 7 días de acuerdo a las velocidades de transmisión, recuperación y defunción obtenidas. El número de infectados activos se presenta en color cian, en negro las defunciones y

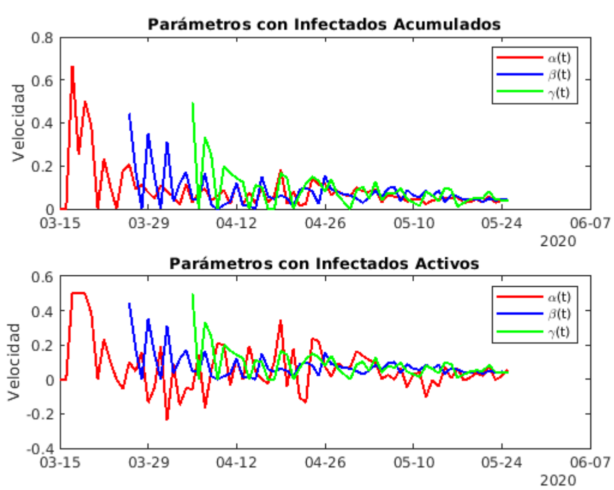

Figura 1. Estimación de parámetros a lo largo de la epidemia en Yucatán.

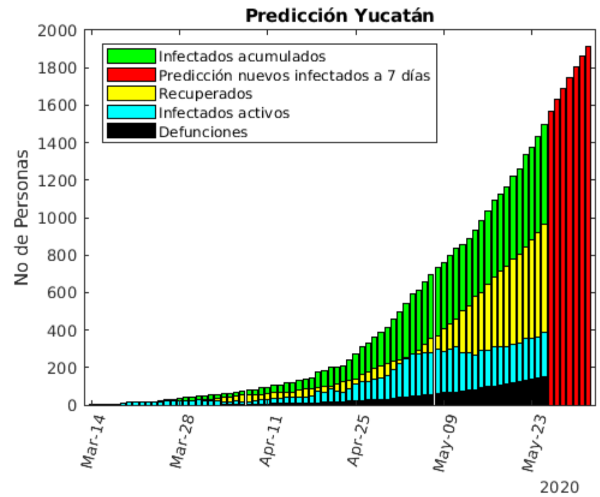

Figura 2. Resultados de la predicción de casos acumulados en los siguientes 7 días, mediante el método de ecuaciones en diferencias.

finalmente las personas recuperadas en amarillo. Se puede observar que la predicción de los infectados acumulados (barras en rojo), sigue la misma tendencia creciente que los datos de los infectados acumulados actuales.

En la figura 3, se muestra en color cian el número de infectados activos al 24 de mayo del 2020 en el estado de Yucatán. De forma similar a la gráfica anterior, en color rojo se presenta la predicción de los nuevos casos activos en los próximos 7 días, donde se puede notar que sigue la misma tendencia creciente.

Como trabajo a futuro, se pretende seguir implementando nuevos métodos que puedan efectuar una predicción a mayor plazo.

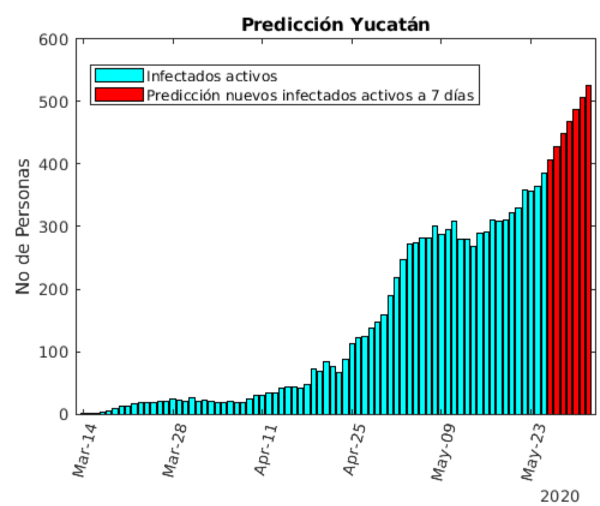

Figura 3. Resultados de la predicción de casos activos en los siguientes 7 días, mediante el método de ecuaciones en diferencias.

Referencias

[1] G. Zhou and G. Yan. Severe acute respiratory syndrome epidemic in asia. *Emerging Infectious Disseases*, 9:1608–1610, 2003.

[2] B. Zareie, A. Roshani, M. A. Mansournia, M. A. Rasouli, and G. Moradi. A model for covid-19 prediction in iran based on china parameters. *Archives of Iranian Medicine doi: 10.34172/aim.2020.05*, 2020.

[3] D. Fanelli1 and F. Piazza. Analysis and forecast of covid-19 spreading in china, italy and france. *arXiv:2003.06031v1 [q-bio.PE] 12 Mar 2020*, 2020. arXiv: 2003.06031.