Conjunto de Mandelbrot

Luis de Celis Muñoz

13 de diciembre de 2018

1. Descripción

El conjunto de Mandelbrot es un fractal (objeto geométrico cuya estructura se repite a diferentes escalas). Este conjunto se define en el plano complejo fijando un número complejo c cualquiera. A partir de c se construye una sucesión por recursión:

$$\begin{cases} z_0 \in \mathbb{C} & \text{(término inicial)} \\ z_{n+1} = z_n^2 + c & \text{(sucesión recursiva)} \end{cases}$$

La sucesion de z_0 se denomina órbita de z_0 y el valor al que tiende se denomina atractor. El conjunto de MandelBrot es el conjunto de los números complejos c para los cuales el método iterativo.

$$z_0 = 0$$
$$\mathrm{z}_{n+1} = z_n^2 + c$$

no tiende a infinito, es decir, no es divergente.

La representación de este conjunto en el plano (siendo la parte negra este conjunto y el resto de colores lo rápido que la órbita del 0 se escapa a infinito) es la siguiente:

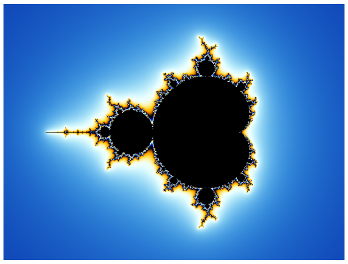

Figura 1: Conjunto de Mandelbrot

2. Pseudocódigo

```
función Mandelbrot(zoom, max_iter)
    desde x=0 hasta anchura
        desde y=0 hasta altura
            zx = zy = 0
            cx = (x-400)/zoom
            cy = (y-300)/zoom
            iter = 0
            mientras zx^2 + zy^2 < 4 && iter > 0
                aux = zx^2-zy^2+cx
                zy = 2*zx*zy+cy
                zx = aux
                iter++
            fin_mientras
            si iter == max_iter
                color = negro
            si no
                color = iter
            fin_si
            dibujar(x,y,color)
        fin_desde
    fin_desde
fin_función
```

3. Dimensión fractal

La dimensión fractal es un número real que generaliza el concepto de dimensión ordinaria para objetos geométricos que no admiten espacio tangente. La dimensión que todos conocemos es la dimensión topológica, que sólo acepta números enteros, en esta dimensión los límites del conjunto de Mandelbrot tienen dimensión uno.

También podemos usar la dimension de Hausdorff que se define como:

$$dim_H(F) := sup\{s : \mathcal{H}^s(F) = \infty\} := inf\{s : \mathcal{H}^s(F) = 0\}$$

Usando esta definición de dimensión observamos que la dimensión de los límites y del propio conjunto es igual a dos, la máxima posible al ser un subconjunto del plano.