

# Implementación de la teoría de grafos para resolver problema de logística y optimización

Cruz-Ceballos, L.F.<sup>1</sup>, Mantilla-Claro, H.D.<sup>1</sup>, Arias-Manrique, R.A.<sup>1</sup>  
 1. Universidad Industrial de Santander (UIS)



## RESUMEN

### PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Se quiere establecer el nivel base de las dinámicas hídricas de la microcuenca de Málaga en el departamento de Santander, Colombia (Figura 1 C). Para esto es necesario que se analicen tanto de la composición iónica de los ríos presentes en esta, como la recopilación de los datos de los piezómetros automatizados que se encuentran en el escarpe próximo al municipio de Málaga, dado que estos no presentan conectividad para enviar los reportes automáticamente.

Para el estudio de carga iónica en los afluentes es necesario realizar de forma periódica (2 veces por semana) la toma de muestras en los afluentes que aportan al río Servita que es el de mayor orden y donde desembocan todos los afluentes. Adicional a la periodicidad es necesario que dichas tomas sean realizadas en el mismo punto de afluente, así como a la misma altura que se realiza en cada uno de estos, para que los resultados sean comparables y concluyentes. En cuanto a la recopilación de los datos obtenidos por los piezómetros, también es necesario que se recolecten 2 veces por semana durante la duración de la investigación. Ya que estos carecen de medios para enviar información y aportan información sobre el nivel del agua y como varía este a lo largo de tiempo.

### OBJETIVO GENERAL DEL PROYECTO

Al presentarse una alta repetición en el recorrido que se debe realizar es importante que dicho recorrido sea lo más optimizado en tiempo que sea posible, motivo por el cual se plantea usar la teoría de grafos para poder encontrar el camino más corto con el que se pueda realizar el recorrido entre los puntos de muestreo y lograr llevar la investigación a buen término.

## INTRODUCCIÓN

Las relaciones de elementos a partir del estudio de redes permiten representar de una manera sencilla, óptima y eficiente los caminos o rutas que podemos tomar al momento de buscar una solución a un problema, de tal forma que logremos obtener resultados confiables y que los mismos faciliten la resolución a conflictos futuros de una manera exacta.

En base a ello a continuación se presenta el análisis en el cual se establecen los caminos más óptimos sobre la microcuenca de Málaga en el Departamento de Santander, a partir del reconocimiento de diferentes algoritmos que presentan diferentes soluciones sobre la conectividad propia de la región.

Los datos generados buscan que la información propuesta pueda ser verificada a partir del uso de un software de reconocimiento y diseño en el cual la esquematización de los caminos sea dinámica y fácilmente comprendida por cualquier usuario que necesite acceso al mismo.

Se usará el algoritmo de Dijkstra, y se aplicará en el proyecto para encontrar el camino más corto de todos los posibles caminos en el grafo, desde el nodo origen hasta el nodo final, así mismo se realizará el análisis a partir del algoritmo de Kruskal el cual busca un subconjunto de aristas que, formando un árbol, incluyen todos los vértices y donde el valor total de todas las aristas del árbol es el mínimo, el algoritmo de Prim para encontrar un árbol recubridor mínimo en un grafo conexo, no dirigido y cuyas aristas están etiquetadas y un árbol de expansión mínima compuesto por todos los vértices y cuya suma de sus aristas es la de menor peso. Este proceso nos permitirá contar con el desarrollo de las rutas para los diferentes puntos que solucionen el problema desde un enfoque que partirá de recorridos cortos a recorridos más largos determinando así una ruta final que represente un menor costo.

## PROCESO Y MÉTODOS

**Diseño del grafo:** Para determinar la ubicación de los afluentes presentes en la zona se hizo uso de insumos como lo son el modelo digital de elevación (DEM) proporcionado por el sensor Alos Palsar que operó hasta 2011 y cuya información es de carácter gratuito mediante el portal de la NASA de Vertex Alaska. Gracias a este DEM se logran generar los mapas de dirección de flujo y acumulación de flujo y se procede a generar la red hidráulica con sus respectivos órdenes de cada drenaje, obteniendo que el río con mayor orden en este caso es de orden 6 (río Servita). Para la realización del grafo se superpusieron los drenajes presentes en la microcuenca hidráulica del municipio de Málaga con respecto a las vías de acceso reportadas por los datos catastrales del IGAC hasta 2020, así mismo se planteó una serie de caminos viables entre las ubicaciones de los piezómetros para poder realizar la recopilación de datos que estos han estado midiendo (Figura 1A). Una vez generados los puntos de muestreo como se puede ver en la figura 1B, se procede a obtener las distancias entre estos, así como los piezómetros. Esto haciendo uso de la herramienta SIG de ARCGIS, como se ha hecho para la generación de los drenajes. Gracias a que se manejan coordenadas planas (Magna Colombia Bogotá) en todos los elementos espaciales generados es posible calcular distancias.

**Algoritmos implementados:** Para hallar el camino más corto se usaron cuatro algoritmos, esto con la finalidad de hacer una comparación entre los mismos. El principal algoritmo implementado es Dijkstra, seguido de tres algoritmos para encontrar el árbol recubridor mínimo recorriendo todos los nodos. Estos son Minimum spanning tree (MST), Algoritmo de Prim y por último el algoritmo de Kruskal.

**Herramientas implementadas:** Para el desarrollo del proyecto se utilizó el entorno interactivo Jupyter Notebook, con Python como lenguaje utilizado, junto con las librerías Matplotlib, Networkx y Graphviz..

## RESULTADOS

### Resultados obtenidas en la implementación de teoría de grafos para resolver el problema:

Como se puede observar en la figura 1, encontramos que los vértices relacionados con la toma de muestra iónica en los drenajes presentan una secuencialidad así como un bajo grado de conectividad, mientras que los puntos donde están presentes los piezómetros presentan grados mayores de conectividad. Así mismo el grafo resultante presente en la figura 2 tiene como característica importante que desde cualquier punto de este se puede llegar a cualquier otro punto. Esta cualidades unidas a que las relaciones entre los vértices son de carácter bidireccional nos permiten implementar los algoritmos anteriormente planteados. Sin embargo como muestra la matriz de adyacencia presente en la figura 3, se puede destacar que las distancias que tienen las aristas del grafo son muy parecidas entre ellas con pocas excepciones. Alcanzando

**Implementación de los algoritmos:** Para lograr implementar los 4 algoritmos (Dijkstra, Minimum spanning tree (MST), Algoritmo de Prim y algoritmo de Kruskal) fue necesario realizar modificaciones a la estructura de entrada de nuestro grafo de tal forma que para Dijkstra el grafo se ordena como un diccionario de python en donde se cargaron cada vértice con todos los vértices con los que tenía una conexión y se le asignaron los pesos. Para Minimum spanning tree (MST) el grafo se ordena como la forma de un diccionario en python en donde se cargaron uno a uno los vértices y se relacionaron con su correspondiente peso a los cuales se encontraba conectado, para Algoritmo de Prim el grafo se ordena como una matriz de adyacencia con características de 33X33, y por último para el algoritmo de Kruskal los datos fueron insertados en forma de Tuple de python en donde se añadieron parejas de vértices y se les asignó su correspondiente peso.

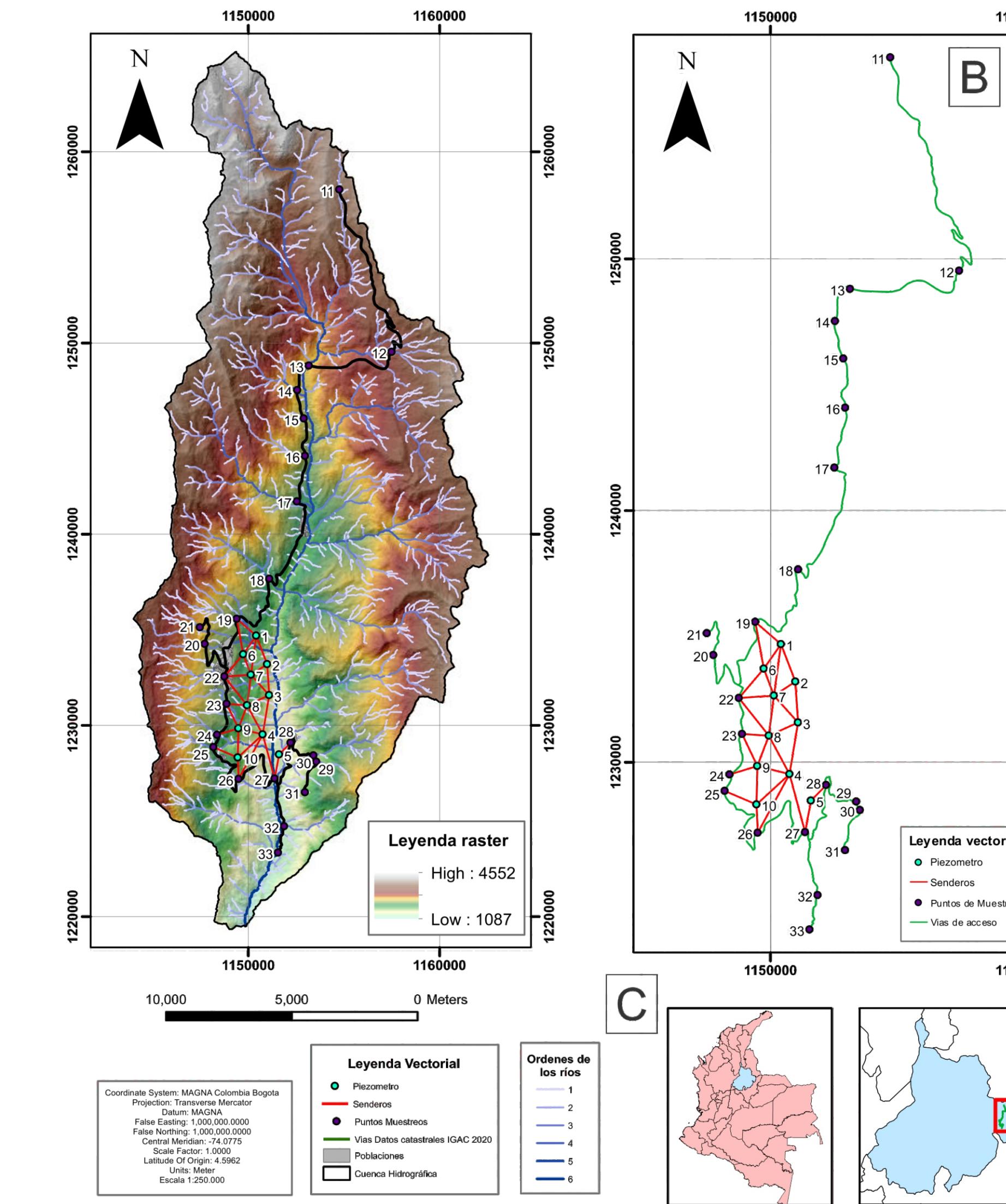


Fig. 1. Mapa de ubicación de la microcuenca hidráulica de Málaga donde se pueden ver A) El relieve de la zona, los ríos presentes, las carreteras, los caminos, puntos de muestreo y ubicación de piezómetros, B) Relación espacial de los puntos de muestreo con respecto a los piezómetros. C) ubicación de la zona de estudio en el municipio de Málaga, departamento de Santander, Colombia.

Fig. 2. Grafo circular del estudio generado en la plataforma Jupyter notebook, mediante el uso de las librerías matplotlib y networkx.

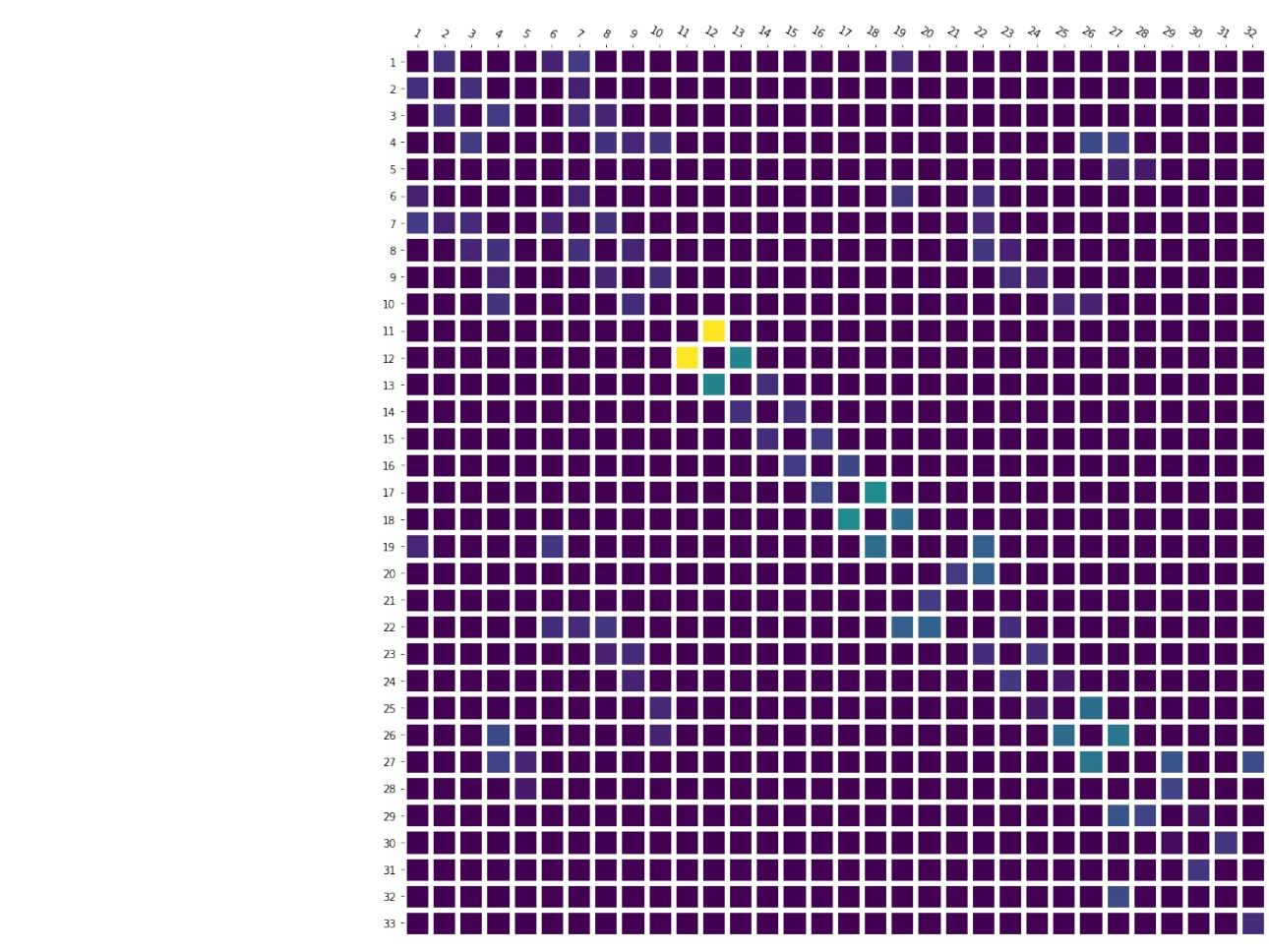


Fig. 3. Matriz de adyacencia generada en la plataforma Jupyter Notebook haciendo uso de las librerías numpy y matplotlib.

## CONCLUSIONES

Número de posibles caminos	Dijkstra	Minimum Spanning Tree (MST)	Kruskal's algorithm	Prim's Algorithm Edge : Weight
'11'	{'31': {30},	28 - 29: 0.37	30-29:1.847	
'12'	'30': {29},	23 - 24: 0.83	29-28:0.371	
'13'	'29': {28},	4 - 27: 0.86	28-27:2.483	
'14'	'28': {5},	1 - 6: 1.02	27-4:0.858	
'15'	'5': {27},	7 - 22: 1.07	4-26:1.274	
'16'	'27': {32}, '4',	9 - 25: 1.13	26-32:3.392	
'17'	'4': {9},	5 - 6: 1.15	3-8:1.313	
'18'	'9': {24}, '8',	8 - 23: 1.16	8-23:1.157	
'19'	'24': {25},	0 - 5: 1.19	23-24:0.828	
'6'	'8': {23}, '3',	2 - 7: 1.27	8-7:1.289	
'7'	'25': {10},	4 - 26: 1.27	7-22:1.066	
'8'	'10': {26},	7 - 8: 1.29	7-2:1.268	
'4'	'3': {7},	3 - 8: 1.31	24-9:1.372	
'27'	'7': {2', '22', '6},	0 - 18: 1.35	9-25:1.129	
'5'	'2': {1},	9 - 24: 1.37	2-6:1.437	
'28'	'1': {19},	6 - 21: 1.39	6-1:1.018	
'29'	'32': {33},	2 - 6: 1.44	6-5:1.146	
'30'	'22': {20},	31 - 32: 1.51	5-0:1.191	
	'20': {21},	13 - 14: 1.55	0-18:1.347	
	'19': {18},	12 - 13: 1.61	6-21:1.39	
	'18': {17},	29 - 30: 1.85	26-31:2.737	
	'17': {16},	19 - 20: 2.05	31-32:1.514	
	'16': {15},	14 - 15: 2.11	21-19:3.674	
	'15': {14},	3 - 26: 2.39	19-20:2.05	
	'14': {13},	27 - 28: 2.48	18-17:4.234	
	'13': {12},	15 - 16: 2.55	17-16:5.719	
	'12': {11},	26 - 31: 2.74	16-15:2.55	
		19 - 21: 3.67	15-14:2.106	
		17 - 18: 4.23	14-13:1.554	
		11 - 12: 5.31	13-12:1.613	
		16 - 17: 5.72	12-11:5.306	
		10 - 11: 11.79		

- Se concluye que mediante el uso de la teoría de grafos en el grafo propuesto para la zona se puede llegar a reducir los tiempos que serán necesarios para llevar a cabo la tarea de recolección de datos en la microcuenca.
- El algoritmos de Dijkstra nos permite llegar de un punto a otro con la menor distancia pero tiene en cuenta recorrer cada uno de los vértices del grafo, por lo que sería utilizado de forma excepcional en caso de que se presente alguna emergencia, y sea necesario ir rápido a ese punto sin pasar por los demás.
- Mientras que los algoritmos de Minimum SpanningTree (MST), Kruskal y Prim's nos permiten encontrar el camino mas eficiente para realizar la recolección de datos pasando por todos los puntos y con la menor distancia, motivo por el cual su contribución sería de uso diario para llevar a cabo la labor.

## TRABAJOS FUTUROS

Para trabajos futuros se propone crear una aplicación en la nube para lograr almacenar la información así como visualizarla en tiempo real para facilitar la toma de decisiones en caso que existan valores muy altos de los niveles del agua en los piezómetro o se lleguen a presentar cargas iónicas con presencia de elementos nocivos para los organismos que habitan en el valle donde se encuentra ubicado el municipio de Málaga en el departamento de Santander.

Permitiendo así establecer el nivel base de las condiciones hídricas y hidrogeológicas en la zona. Permitiendo así tomar decisiones mas acertadas a la hora de llevar a cabo intervenciones minero energéticas o de construcción de infraestructura esencial.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] S. Edelkamp and S. Schrödl, Heuristic search, 1st ed. Waltham, MA: Morgan Kaufmann/Elsevier, 2012.
- [2] Paredes, C., (2008). Análisis del software Grafos. Universidad Politécnica de Cataluña.
- [3] O. Salcedo Parra y S. Herrera, EFICIENCIA ALGORÍTMICA EN APLICACIONES DE GRAFOS ORIENTADO A REDES GMPLS, redes ing., vol. 2, n.2, pp. 107 - 118, jul. 2013.