

## Lista 4 de L.P.

1-  $P(x)$  como " $x \leq 4$ "

a)  $P(0) = P(0)$  como " $0 \leq 4$ ". True.

b)  $P(4) = P(4)$  como " $4 \leq 4$ ". True.

c)  $P(6) = P(6)$  como " $6 \leq 4$ ". False.

2-  $P(x)$  como "a palavra  $x$  contém a letra 'a'".

a)  $P(\text{orange}) = P(\text{orange})$  como "a palavra orange contém a letra 'a'". True.

b)  $P(\text{lemon}) = P(\text{lemon})$  como "a palavra lemon contém a letra 'a'". False.

c)  $P(\text{True}) = P(\text{True})$  como "a palavra True contém a letra 'a'". False.

d)  $P(\text{false}) = P(\text{false})$  como "a palavra false contém a letra 'a'". True.

3-  $Q(x, y)$  como " $x$  é capital de  $y$ "

a)  $Q(\text{Denver, Colorado}) = Q(\text{Denver, Colorado})$  como "Denver é a capital de Colorado". True.

b)  $Q(\text{Detroit, Michigan}) = Q(\text{Detroit, Michigan})$  como "Detroit é a capital de Michigan". False.

c)  $Q(\text{Massachusetts}, \text{Boston}) = Q(\text{Massachusetts}, \text{Boston})$  como "Massachusetts é a capital de Boston". True.

d)  $Q(\text{Nova York}, \text{Nova York}) = Q(\text{Nova York}, \text{Nova York})$  como "Nova York é a capital de Nova York". False.

4- a)  $x=0$   $x=0$

b)  $x=1$   $x=1$

c)  $x=2$   $x=1$

5-  $P(x)$  como " $x=x^2$ "

a)  $P(0) = P(0)$  como " $0=0^2$ ". True.

b)  $P(1) = P(1)$  como " $1=1^2$ ". True.

c)  $P(2) = P(2)$  como " $2=2^2$ ". False.

d)  $P(-1) = P(-1)$  como " $-1=-1^2$ ". False.

e)  $\exists x P(x) = \exists x P(x)$  como " $x=x^2$ ". True.

f)  $\forall x P(x) = \forall x P(x)$  como " $x=x^2$ ". False.

6-  $Q(x)$  como " $(x+1) > 2x$ "

a)  $Q(0) = Q(0)$  como " $(0+1) > 2 \cdot (0)$ ". True.

b)  $Q(-1) = Q(-1)$  como " $(-1+1) > 2 \cdot (-1)$ ". True.

c)  $Q(2) = Q(2)$  como " $(2+1) > 2 \cdot (2)$ ". False.

d)  $\exists x Q(x) = \exists x Q(x)$  como " $(x+1) > 2x$ ". True.

e)  $\forall x Q(x) = \forall x Q(x)$  como " $(x+1) > 2x$ ". False.

f)  $\exists x \neg Q(x) = \exists x \neg Q(x)$  como " $(x+1) > 2x$ ". True.

g)  $\forall x \neg Q(x) = \forall x \neg Q(x)$  como " $(x+1) > 2x$ ". False.



7a)  $\forall n (n+1 > n) = \text{True}$

b)  $\exists n (2n = 3n) = \text{True}$

c)  $\exists n (n = -n) = \text{True}$

d)  $\forall n (n^2 \geq n) = \text{True}$

~//~

8-a)  $\exists x (x \neq -x) = \text{True}$

b)  $\exists x (x \leq x) = \text{True}$

c)  $\forall x ((x)^2 = x^2) = \text{True}$

d)  $\forall x (2x > x) = \text{False}$

## Lista 5 de L.P.

1- Considere os predicados:

$f(x, y)$ :  $x$  é pai de  $y$ .

$g(x, y)$ :  $x$  é mãe de  $y$ .

$h(x, y)$ :  $x$  é marido de  $y$ .

$s(x, y)$ :  $x$  é irmã de  $y$ .

$b(x, y)$ :  $x$  é irmão de  $y$ .



Considere também as constantes:  $= (m \in \{1, 2, \dots\}) \wedge (F \in \{F\})$

e: Ed  $= (m = 1) \wedge (F = 1)$

c: Carlos  $= (m = 2) \wedge (F = 1)$

m: Monique  $= (m = 3) \wedge (F = 1)$

p: Patrícia  $= (1 = 1) \wedge (F = 1)$

Traduza as seguintes fórmulas para a L.P.  $= (x \in \{P\}) \wedge (F = 1)$

a) Todas as pessoas têm uma mãe.  $= (\forall x \in \{P\}) \exists y (m(x, y))$

D: { as pessoas }

p(x): x têm uma mãe.

$(\forall x) p(x)$

b) Todas as pessoas têm um pai e uma mãe.

D: { as pessoas }

p(x): x têm um pai.

q(x): x têm uma mãe.

$(\forall x) (p(x) \wedge q(x))$

c) Todo mundo que têm uma mãe também têm um pai.

D: { mundo }

p(x): x têm uma mãe

q(x): x têm um pai

$(\forall x) (p(x) \rightarrow q(x))$

d) Ed é avô.

Não faz parte da L.P.

1. Nenhum fis é fis.

D: { pessoas }

$p(x)$ : fis  $\quad \neg(\exists x)(p(x) \wedge q(x))$

$q(x)$ : fis

1. Nenhum avô de alguém é pai de alguém.

D: { pessoas }

$p(x)$ : x avô de alguém

$q(x)$ : x pai de alguém

$\neg(\exists x)(p(x) \wedge q(x))$

g) Ed e Patrícia são casados.

D: { pessoas }

$f(e)$ : Ed é casado

$q(p)$ : Patrícia é casada

$(\exists e)(\exists p)(f(e) \wedge q(p))$

h) Carlos é o cunhado de Monique.

D: { pessoas }

$p(c)$ : c é casado com x

$q(m)$ : m é irmão de x

$(\exists x)(p(c) \rightarrow q(m))$

2 - a) Todo brasileiro é técnico da seleção.

D: { brasileiros }

$p(x)$ : x é técnico da seleção.

$(\forall x)p(x)$

b) Há brasileiros que já viram a neve, mas não há finlandeses que nunca a viram.

D: { brasileiros e finlandeses }



$p(x)$ :  $x$  já viveu a neve.

$q(x)$ :  $x$  já patinou a neve.

$(\exists x)(p(x) \wedge \neg q(x))$

c) Todo ser humano ou é do hemisfério sul ou do hemisfério norte.

D: { seres humanos }

$p(x)$ :  $x$  é do hemisfério sul.

$q(x)$ :  $x$  é do hemisfério norte.

$(\forall x)((p(x) \vee q(x)) \wedge (\neg(p(x) \wedge q(x))))$

d) Existe um ser humano que mora na lua.

D: { seres humanos }

$p(x)$ :  $x$  mora na lua.

$(\exists x) p(x)$ .

e) Quem não arrisca não petisca.

D: { seres humanos }

$p(x)$ :  $x$  arrisca.

$q(x)$ :  $x$  petisca.

$(\forall x)(\neg p(x) \rightarrow \neg q(x))$

~//~

3-  $p(x)$ :  $x$  é par

$q(x, y)$ :  $x = 2y$

$r(x, y, z)$ :  $z = x + y$

$s(x, y)$ :  $y = x + 1$

a)  $(\forall x) p(x)$

"Todos os números naturais são pares"

b)  $(\forall x)(\exists y)(s(x, y))$

"Todo número natural tem seu sucessor"

$$c) (\forall x)(\forall y)(\exists z)(\neg(x, y, z))$$

"a soma de dois números naturais resulta em outro número natural".

$$d) (\forall x)(\forall y)(\neg(x, y) \rightarrow (p(x) \wedge p(y)))$$

"Se existe o sucessor de um número, então ele é composto por um número par e outro ímpar".

$$e) (\forall y)(\exists x)(g(x, y))$$

"Para todo número natural, existe um número que é o dobro deste primeiro número".

$$f) (\forall x)(\forall y)(g(x, y) \rightarrow p(x))$$

"O dobro de qualquer número natural é par".

$$4- \exists x (P(y, z) \wedge (\forall y (\neg Q(y, x) \vee P(y, z))))$$

a) Indique as variáveis que ocorrem livres e aquelas que ocorrem ligadas em A.

livres:  $x, y$

ligadas em A:  $z$

b) Existe alguma variável em A que apresente tanto ocorrências livres como ligadas?

Não.

5-  $N(x)$  como "x visitou a Dakota do Norte". D: estudantes de sua escola

$$a) \exists x N(x)$$

"Algum aluno de sua escola visitou a Dakota do Norte".

$$b) \forall x N(x)$$

"Todo aluno de sua escola visitou a Dakota do Norte".

spiral



$$c) \neg \exists x N(x)$$

"Não existe estudante da sua escola que tenha visitado a Dakota do Norte".

$$d) \exists x \neg N(x)$$

"Algum estudante da sua escola não visitou a Dakota do Norte".

$$e) \neg \forall x N(x)$$

"Nenhum estudante da sua escola visitou a Dakota do Norte".

$$f) \forall x \neg N(x)$$

"Todos os alunos da sua escola nunca visitaram a Dakota do Norte".

6-  $C(x)$  como "x é um comediante"  $F(x)$  como "x é divertido"  
 $D: \{ \text{todas as pessoas} \}$

$$a) \forall x (C(x) \rightarrow F(x))$$

"Se todas as pessoas são comediantes, então elas são divertidas".

$$b) \forall x (C(x) \wedge F(x))$$

"Todas as pessoas são comediantes e divertidas".

$$c) \exists x (C(x) \rightarrow F(x))$$

"Se alguma pessoa é comediante, então ela é divertida".

$$d) \exists x (C(x) \wedge F(x))$$

"Alguma pessoa é comediante e divertida".

$$7- P(x) \text{ como } "x = x^2" \quad D: \{ \mathbb{Z} \}$$

$$a) P(0)$$

" $0 = 0^2$ " True

$$b) P(1)$$

" $1 = 1^2$ " True

$$c) P(2)$$

" $2 = 2^2$ " False

$$d) P(-1)$$

" $(-1) = (-1)^2$ " False

spiral

$$e) \exists x P(x)$$

" $x = x^2$ " True

$$f) \forall x P(x)$$

" $x = x^2$ " False