Movimentos Oscilatórios

1. Uma mola sofre um alongamento de 7.5 cm do seu estado de equilíbrio quando se lhe aplica uma força de 1.5 N. Liga-se uma massa de 1 kg à sua extremidade que, sendo afastada de 10 cm da sua posição de equilíbrio, ao longo de um plano horizontal, sem atrito, e então solta, executa um movimento harmónico linear.

a) Calcule a constante elástica da mola. ***(20 N/m)***

b) Qual é a força exercida pela mola sobre a massa, no momento em que é solta? ***(2N)***

c) Qual é a equação do movimento do corpo? ***(x(t) =0,1 sen (4,5 t + π/2))***

d) Qual é o período de oscilação do corpo? ***(1,4 s)***

e) Qual é a amplitude do movimento? ***(0,1 m)***

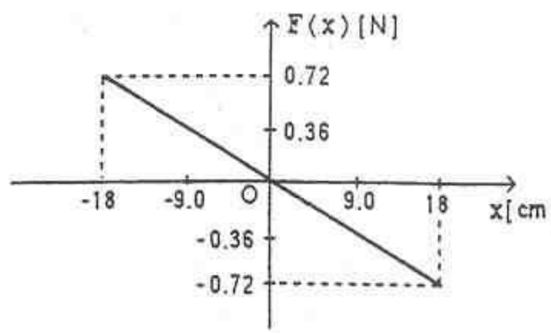
f) Qual é a velocidade e qual a aceleração máxima do corpo vibrante? ***(0,45m/s; 2,0 m/s²)***

g) Qual é a velocidade, aceleração, energia cinética e potencial quando o corpo se encontra a meio caminho entre a sua posição inicial e a posição de equilíbrio?

(0,39 m/s; 1,01 m/s²; 0,075 J; 0,025 J)

h) Calcular a energia total do sistema oscilante. ***(0,100 J)***

2. Uma partícula de 2.5 g de massa move-se, segundo *Ox* (entre os pontos *x* = -18 cm e *x* = 18 cm), sob a acção de uma força $\vec{F} = F(x)\hat{i} \quad (N)$. A lei de variação de *F(x)* com a coordenada da partícula está representada graficamente na figura ao lado.



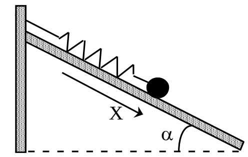
a) Dê exemplos de sistemas físicos que realizem a descrição apresentada.

b) Sabendo que, no instante inicial a partícula se encontrava no ponto de abcissa *x*=18 cm, determine:

1) a expressão do vector posição, *r(t)* e da velocidade, *v(t)*. Trace o gráfico de *v(t)* em função do tempo, no intervalo [0, T/2], onde T representa o período do movimento.

2) o trabalho realizado pela força *F(x)* quando a partícula se desloca entre os pontos *x*=0 e *x*=18 cm. Verifique que este trabalho, é igual à variação da energia cinética da partícula, quando esta se desloca entre as posições referidas.

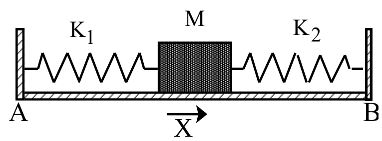
3. A partícula de massa *m* oscila num plano inclinado (ver figura) sujeita à acção de uma força elástica (F = $-kx$; $k > 0$) e do seu próprio peso.



a) Verifique que a posição de equilíbrio da partícula é $x_0=(mg/k).\text{sen}(\alpha)$.

b) Determine a frequência angular do movimento da partícula. *($\omega^2=k/m$)*

4. Um corpo de massa M executa oscilações longitudinais sem atrito sobre o plano AB e sob a acção de duas molas elásticas. Sabendo que M = 2 kg, e que, se for aplicada a cada uma das molas de constantes k_1 e k_2, uma força de 2 N, estas sofrem alongamentos de 5 e 10 cm, respectivamente, determine a equação do movimento da massa M e a frequência do movimento. [Condições iniciais: M foi afastada 10 cm da sua posição de equilíbrio no sentido positivo do eixo dos *xx* (ver figura), e o sistema foi então solto, no instante t = 0 s]. *{ $x(t) = 0.1\ \text{sen}\ [(30)^{1/2}t + \pi/2]$ }*



5. Uma partícula de 100 g de massa, ligada a uma mola, executa um movimento oscilatório num plano horizontal, sem atrito e possui uma energia potencial $E_p = 20.x^2$ (J).

a) Deduza a equação diferencial do movimento.

b) Calcule o período do movimento.

c) Sabendo que a partícula parte do repouso do ponto x = 10 cm, determine a posição da partícula em qualquer instante.

d) Calcule a velocidade e a aceleração da partícula quando se encontra a meio caminho entre a sua posição inicial e a posição de equilíbrio.

e) Suponha agora que o movimento passa a fazer-se num meio viscoso e que existe uma força de atrito proporcional à velocidade ($F_a = -b.v$). Sabendo que após três oscilações a amplitude se reduz a 1/10 do seu valor inicial, determine o coeficiente de amortecimento do meio.

6. Considere as vibrações $x_1 = A_1.\cos(\omega t)$ e $x_2 = 2A_1.\cos(\omega t + \varphi)$. Determinar o valor de φ para o qual a vibração resultante ($x = x_1 + x_2$) tem uma amplitude $A = 2A_1$. Nestas condições qual a diferença de fase entre x e x_1 ? ***(±104.5°; ±75.5°)***

7. Faça a composição gráfica das seguintes funções sinusoidais, e determine a equação da sua trajectória:

a) $x(t) = A.\cos(\omega t)$, $y(t) = B.\cos(\omega t + \varphi)$

[Considere as situações em que: $\varphi = 0$, $\varphi = \pi/2$, $\varphi = \pi$, $\varphi = 3\pi/2$]

b) $x(t) = \cos(2t)$, $y(t) = \cos(4t)$

8. Uma partícula com massa *0.04kg* executa um movimento harmónico simples ao longo do eixo *xx'* em torno da posição de equilíbrio $x = 0$. Num dado instante a posição, a velocidade e a aceleração da partícula são:

$$\vec{x} = 0.20\hat{\imath}\,(m); \quad \vec{v} = 4.0\hat{\imath}\,(m/s); \quad \vec{a} = -5.0\hat{\imath}\,(m/s^2);$$

Determine a amplitude e a frequência do movimento. *(0.83m; 0.79Hz)*

9. Uma partícula de *5kg* de massa move-se ao longo do eixo *xx* sob a influência de duas forças:

- uma força de atracção para a origem O que, em Newtons, é numericamente igual a *40* vezes a distancia de O a P (P é o ponto onde a partícula está em cada instante);

- uma força de amortecimento proporcional à velocidade, tal que, quando a velocidade é de *10m/s* a força é de *200N*.

Supondo que a partícula parte do repouso à distância de *20m* de O, determine:

a) a equação diferencial e as equações que descrevem o movimento;

b) posição da partícula em qualquer instante t. *($x(t) = 28,3\, e^{-2t} \cos(2t - \pi/4)$)*

c) a frequência e o período natural para o movimento da partícula. *(0,45 Hz; 2,2 s)*

d) a amplitude e o período das oscilações amortecidas; *($28,3\, e^{-2t}$; π s)*

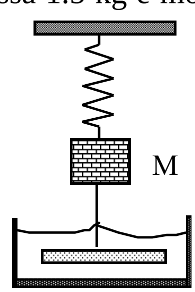
10. Um automóvel, do ponto de vista de oscilações verticais, pode considerar-se como montado sobre uma mola com uma frequência de vibração de $10 / (2\pi)$ c.p.s..

a) Qual é constante da força elástica sabendo que o carro pesa 800 Kg? *(80 kN/m)*

b) Qual será a frequência de vibração do carro se 5 passageiros, pesando em média 80Kg cada um, aí viajarem? *(8,16 rad/s)*

c) Calcule o coeficiente de atrito de uns amortecedores a adaptar ao carro, de tal modo que a amplitude de oscilação do carro, que é de 10 cm no início da sua marcha, passe a ser somente de 2 cm na oscilação seguinte. *(4862,5 kg/s)*

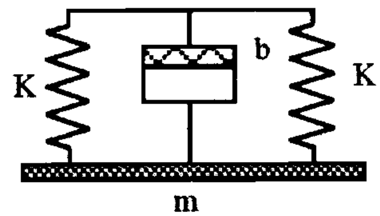
11. Considere o sistema oscilatório representado na figura. O corpo M tem massa 1.5 kg e mola tem constante elástica k = 6 N/m. O sistema é abandonado após a mola sofrer um alongamento de 12 cm. Sabendo que o coeficiente de amortecimento é igual a 0.2096 kg/s, obtenha:



a) A equação diferencial do movimento.

b) O número de oscilações executadas pelo sistema durante o intervalo de tempo necessário para que a amplitude se reduza a um terço do seu valor inicial. (5)

12. À massa m =200 g indicada na figura, inicialmente em repouso, comunica-se num dado instante uma velocidade de 10 cm/s. Considerando as duas molas com a mesma constante $k = 5x10^{-3}$ N/m, e um coeficiente de atrito no êmbolo de $b = 10^{-2}$ Ns/m:



a) determine a sua posição ao fim de um intervalo de tempo t =2 s. ***(0,184 m)***

b) calcule a amplitude e a correspondente equação do movimento do estado estacionário, quando se aplica ao sistema uma força de excitação dada por $F(t) = 10^{-4} \cos(0{,}15\ t)$. ***(1,754x10^{-2} m; x(t) = 1,754x10^{-2} cos (0,15t - 0,27))***

13. Determine a potência média *P* absorvida por um oscilador em regime de oscilações forçadas. Verifique que o máximo de *P* é independente de ω.

14. Suspende-se uma massa de 1 kg de uma mola com uma constante de força $k = 10^3$ N/m e um coeficiente de atrito b $5x10^{-2}$ N s m^{-1}. A mola é actuada por uma força exterior

$$F = F_0 \cos(\omega_1 t)$$

em que $F_0 = 2.5$ N e ω_1 é duas vezes a frequência angular ω_0 do sistema. Qual é a amplitude do movimento resultante? ***(8,3x10^{-4} m)***