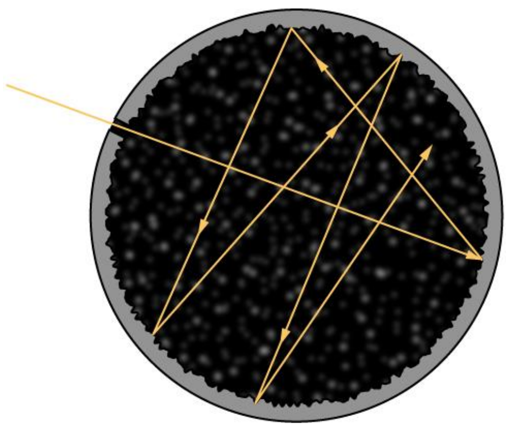
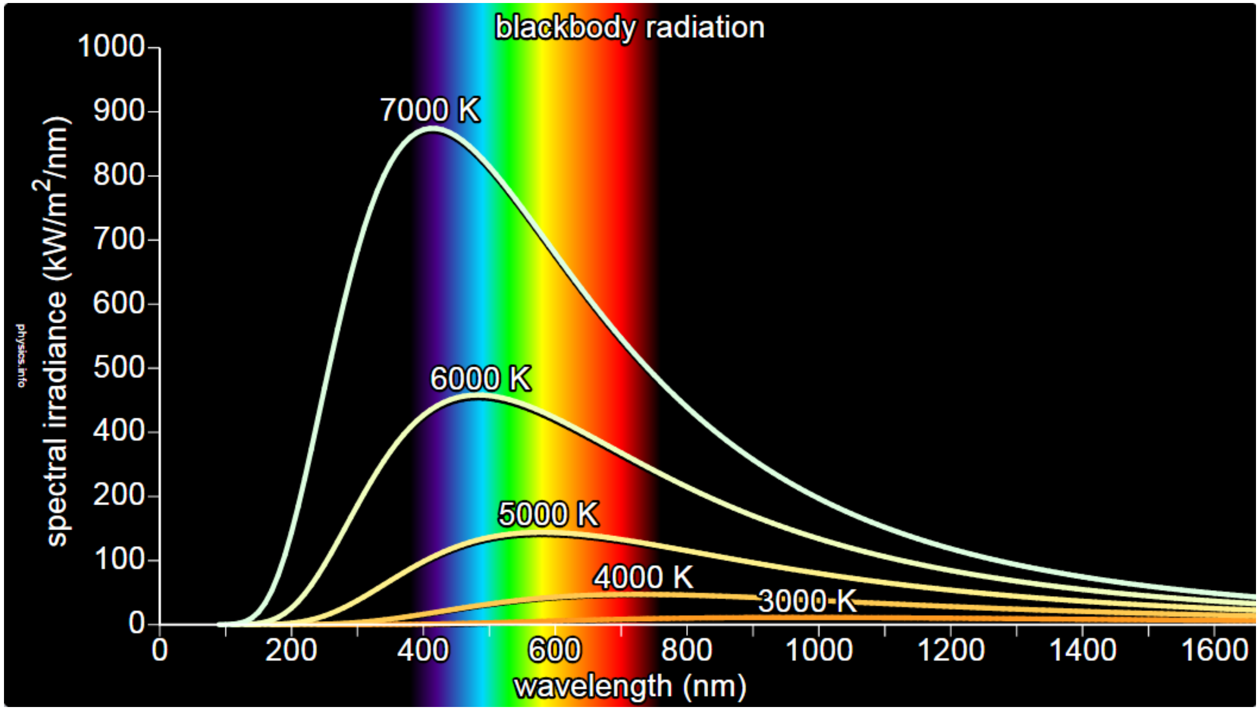
Segundo teste (sobre a matéria depois a relatividade)

4ª feira dia 13 de janeiro na aula TP (10h-11h)

Ideias mais importantes

Corpo negro ideal





Lei de Stefan Boltzmann

Potencia radiada por unidade área

$$I(T) = \varepsilon\sigma T^4$$

$$\sigma = 5.67x10^{-8} W/(m^2 K^4)$$

Lei de Wien

$$\lambda_{\max} T \approx 2898\ \mu mK$$

Relação do Planck

$$E = hf = h\frac{c}{\lambda}$$

Efeito Fotoelétrico

$$E_{fotão} = hf = KE_{\max} + \Phi$$

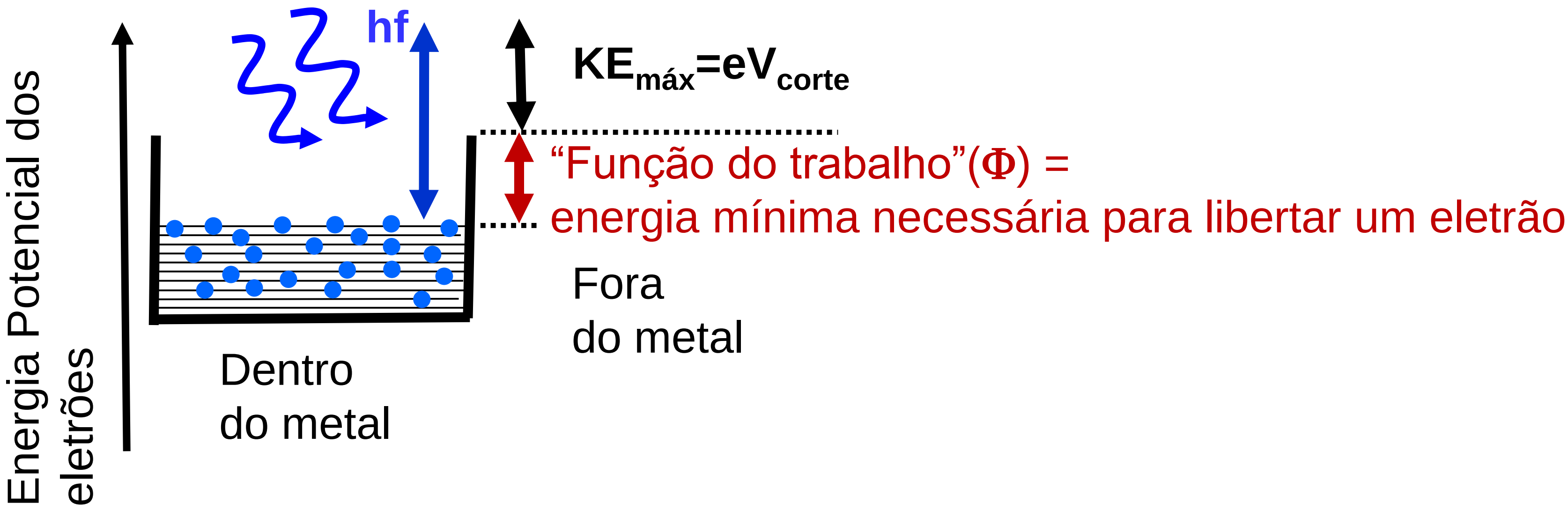
Energia mínima necessária para libertar um eletrão

Energia incidente

Energia que sobra

$$KE_{\max} = eV_{corte}$$

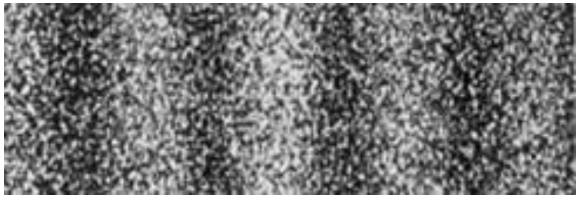
$$eV_{corte} = hf - \Phi \qquad V_{corte} = \frac{h}{e} f - \frac{\Phi}{e}$$

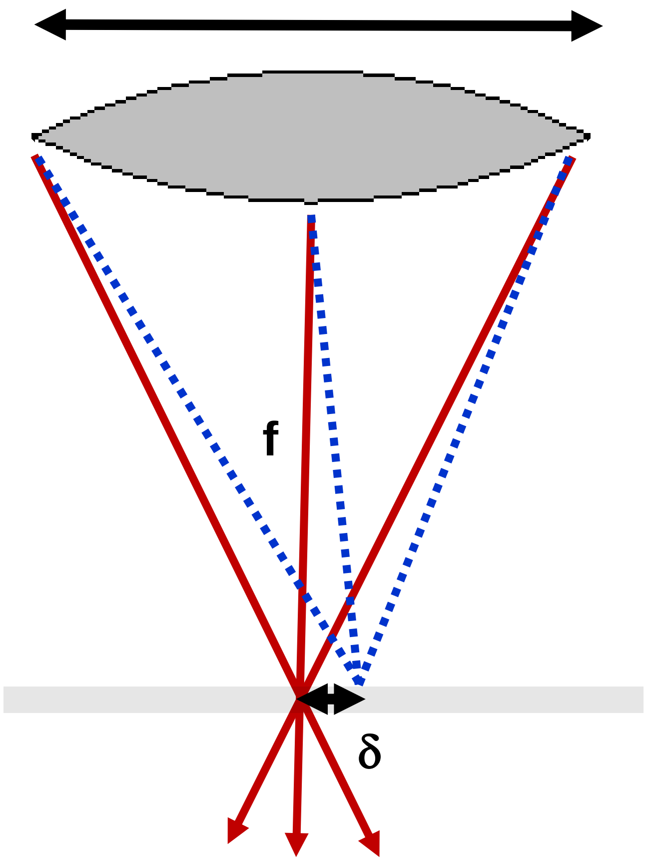


Dualidade corpuscular e ondas

Relação de Broglie

$$\lambda = \frac{h}{p}$$





Lente fabricada a maneira que o percurso ótico até o foco é igual para todos os raios

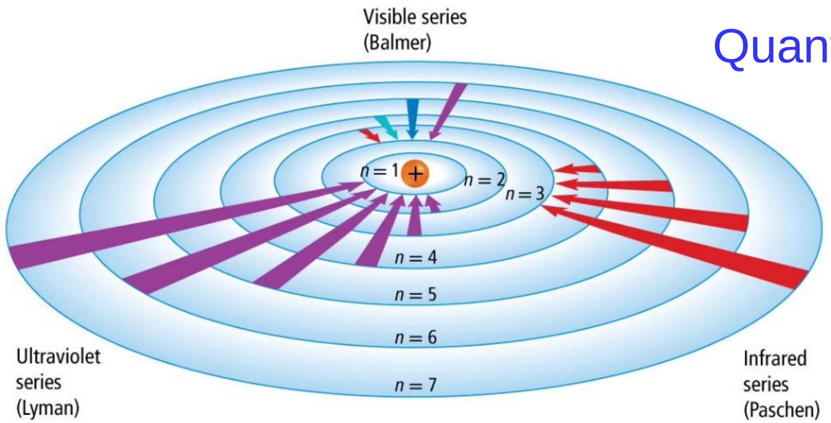
Interferência destrutiva quando

$$y_{escuro} = D\sin\theta = \frac{m\lambda D}{a} \quad a \to D; D \to f$$

$$\delta \approx \lambda \frac{f}{D}$$

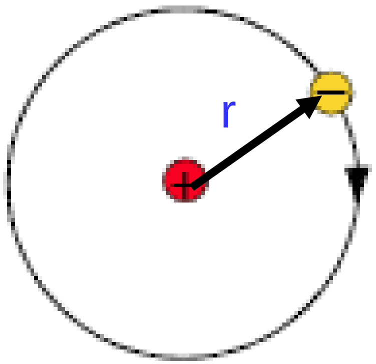
Microscópios eletrónico

Modelo de Bohr



Quantização do momento angular $L = m\mathrm{v}_n r_n = n\hbar$

+ física classica



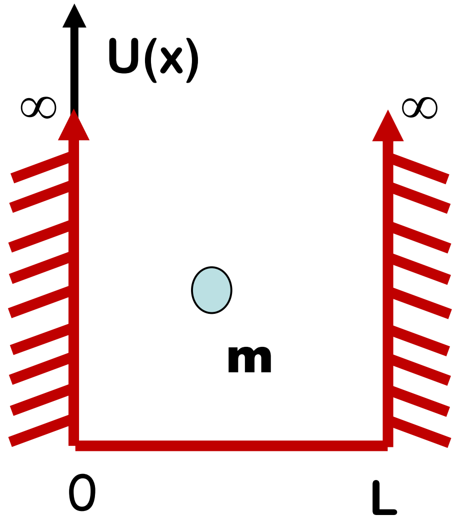
- Eletrão apenas pode estar encontrado em certas “orbitas” circulares (estados estacionários)
- O momento angular nestas orbitas está quantizada em unidades de h/2π
- Ao transitar duma orbita superior á uma orbita inferior o eletrão liberta energia (linhas espetrais)

$$E_{tot} = -\tfrac{1}{2}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a_B}\left(\frac{Z^2}{n^2}\right) \approx -13.6eV\left(\frac{Z^2}{n^2}\right) \qquad r_n = \frac{n^2}{Z}\frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2} = \frac{n^2}{Z}a_B$$

“Raio de Bohr” $a_B \equiv \dfrac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2} \approx 0.529177109x10^{-10}\,m$

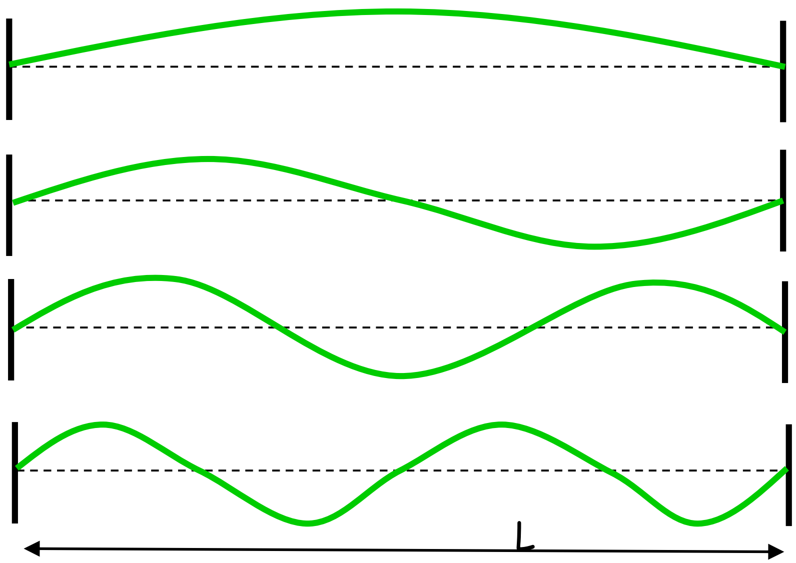
Uma partícula num poço infinito

Entre x = 0 e x = L a partícula é livre só tem energia cinética



A probabilidade encontrar a partícula nas regiões
x < 0 ou x > L é nula (requeria uma energia infinito)

As posições x= 0 ou x=L tem ser nós na amplitude da probabilidade (equivalente a uma corda numa guitarra)



$$n\frac{\lambda}{2} = L \qquad \lambda = \frac{2L}{n}$$

$$E = \frac{p^2}{2m} \qquad p = \frac{h}{\lambda} = \frac{nh}{2L}$$

$$E_n = \frac{h^2}{8mL^2}n^2 \qquad n = 1, 2, 3\ldots$$

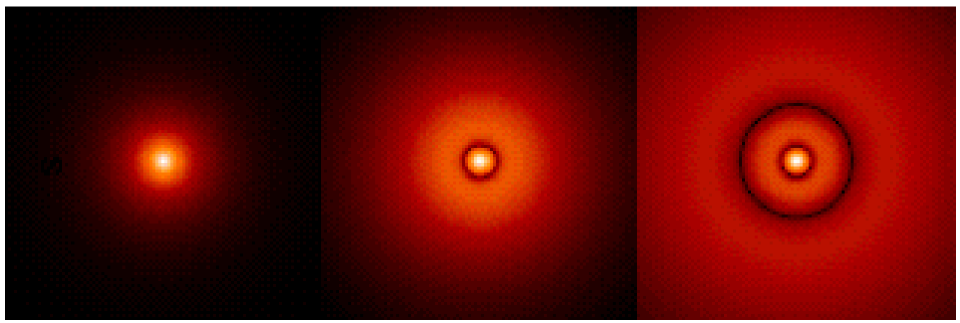
Principio de incerteza do Heisenberg $\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$ $\qquad \Delta p^2 = \langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2 \qquad E_{cinética} = \frac{p^2}{2m}$

Equação Schroedinger Configurações Atómicas

Em vezes de orbitais bem definidos, a resolução da equação do Schrödinger resulta em amplitudes de probabilidade, ψ (como ondas)

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\vec{r})\right]\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r})$$

A probabilidade de encontrar o eletrão numa certa posição é dado pelo $\left|\psi(\vec{r})\right|^2$



Principio Exclusão de Pauli

n = 1,2,3,…
L = 0,1,…n-1
m_L = -L,…;L
Sz = ↑, ↓

n = 1
L = 0

n = 2
L = 0

n = 2
L =1

m_L = -1 m_L = -0 m_L = 1

Problemas de revisão

1. Astrónomos estimam que a potência radiada pelo nosso Sol é cerca de $3.8x10^{26}$ Watts, enquanto o raio do Sol é cerca de $7x10^8$ m.

(a) Assumindo que o Sol radia como um corpo negro com uma emissividade igual á 1 estimar a temperatura da superfície do Sol.

Lei de Stefan-Boltzmann: $\text{Potência/área} = \varepsilon\sigma \mathrm{T}^4$ $\qquad \varepsilon = 1 \quad P = \left(4\pi R_{Sol}^2\right)\sigma T^4$

$$T = (P / 4\sigma\pi R_{Sol}^2)^{1/4} = \left(\frac{3.8x10^{26}W}{4\pi\left(5.67x10^{-8}W/m^2K^4\right)(7x10^2 m)^2}\right)^{1/4}$$

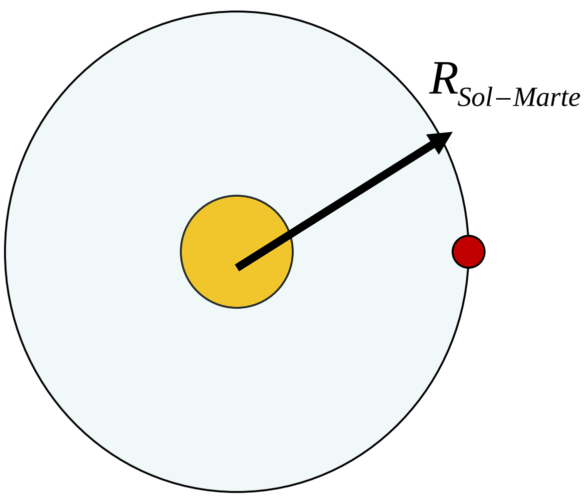
$$= 5740\ K$$

(b) Qual comprimento de onda corresponde ao pico do espetro da radiação solar?

Lei de Wien: $\lambda_{\max}T = 2.9\ x10^{-3}\ m \cdot K$ $\qquad \lambda_{\max} = 2.9x10^{-3} mK / 5740\ K \approx 505nm$

Problema 1

(c) Imagine que Elon Musk quer construir uma fabrica na Marte e necessita 10^6 watts de potência elétrica que pretende obter através paneis solares. A distância média entre o Sol e Marte é 2.28×10^{11}m. Se a eficiência dos paneis solares for 10% estimar a área total de paneis solares que será necessário.



$$P_{Sol} = 3.8x10^{26} W$$

A potência/unidade área da luz solar que chega a Marte é

$$I_{Marte} = \frac{P_{Sol}}{4\pi R^2_{Sol-Marte}} = \frac{3.8x10^{26} W}{4\pi\left(2.28x10^{2} m\right)^2} \approx 580\, W / m^2$$

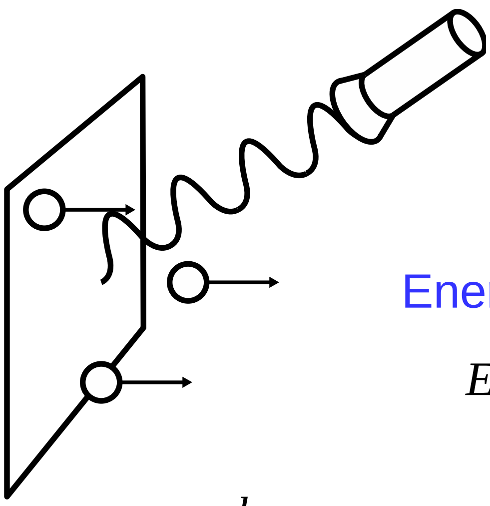
Se a eficiência é apenas 10% cada m^2 dos paneis solares irá fornecer cerca de 58 W

$$A = \frac{10^6 W}{58 W / m^2} \approx 17200\ m^2$$

(132 m x 132 m)

Problema 2

2. Numa experiência do efeito fotoelétrico, quando uma fonte da radiação com um comprimento de onda, λ, ilumina o metal a tensão de corte é 1 Volt. Quando radiação com o comprimento de onda reduzida para uma metade, $\lambda / 2$ é usada a tensão de corte é 4.0 Volts. Determinar a função do trabalho do metal.



Conservação da energia

$$E_{fotão} = hf = KE_{\max} + \Phi$$

Energia mínima necessária para libertar um eletrão

Energia incidente

$$E_{fotão} = \frac{hc}{\lambda}$$

Energia que sobra

$$KE_{\max} = eV_{corte}$$

$$(1) \quad \frac{hc}{\lambda} = 1eV + \Phi$$

$$(2) \quad \frac{2hc}{\lambda} = 4eV + \Phi$$

$$2(1) - (2) \rightarrow 0 = -2eV + \Phi$$

$$\Phi = 2eV$$

Problema 3

3. Um eletrão $(mc^2 = 511\ keV)$ é confinado num espaço com uma dimensão atómica, $\Delta x = a_B = 5.3\ x10^{-11}$ m.

(a) Qual é a incerteza mínima no momento linear do eletrão em eV/c?

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \quad (\Delta p_x)_{min} = \frac{\hbar}{2\Delta x} = \frac{(6.63x10^{-34} Js / (1.6e^{-19} J / eV)}{4\pi\left(5.3x10^{-11} m\right)}\left[\frac{3x10^8 m/s}{c}\right]$$

$$(\Delta p_x)_{min} \approx 1870\, eV/c$$

(b) Reconhecendo que $\Delta p^2 = \langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2$ e que o valor médio do momento linear do eletrão $\langle p \rangle = 0$ (pois é confinado) estime a energia cinética mínima (em eV) do eletrão devido este confinamento.

$$\frac{p^2}{2m} \approx \frac{(\Delta p)^2}{2m} = \frac{(1870 eV/c)^2}{2\left(5.11x10^5\ eV/c^2\right)} \approx 3.4 eV$$

(c) Comente se esta é uma estimativa razoável para a ordem de grandeza de energia cinética de um eletrão num átomo.

Sim é razoável. Energias atómicas são de ordem de alguns eV

Problema 4

4. Considere um ião com 1 único eletrão e Z protões no núcleo. No modelo de Bohr,
o eletrão se encontra num estado estacionário com uma energia total = – 7.65 eV e um momento angular = 4 .
(a) Achar o valor numérico de Z para este ião.

$$E_n = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{2r_n} = -13.6eV\frac{Z^2}{n^2}; \quad r_n = \frac{n^2}{Z}a_B$$

No modelo de Bohr $\quad L = m_e v_n r_n = n\hbar$

$$n = 4$$

Li^{++}

$$Z^2 = \frac{En^2}{-13.6eV} = \frac{(-7.65eV)16}{-13.6eV} = 9 \quad Z = 3$$

(b) No âmbito do modelo de Bohr qual é o raio do orbito do eletrão neste estado estacionário?

$$r_n = \frac{n^2}{Z}a_B$$

$$r = \frac{4^2}{3}\left(5.3x10^{-11}m\right) \approx 2.7x10^{-10}m = 0.27nm$$