Universidade do Minho
Departamento de Matemática e Aplicações
Calculo Vectorial
2 teste

Física e Eng Física
2015/2016
9 de Junho de 2016
Duração: 90 minutos

Atenção: Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) = (x+y)^2$. Considere o subconjunto D de $\mathbb{R}^2$ como sendo o triângulo de vértices $(2, 2)$, $(0, 0)$ e $(0, 1)$.

   (a) Escreva sem resolver os limites de integração do integral $\iint_D f(x, y)dA$.

   (b) Escreva o integral da alínea anterior trocando a ordem de integração.

2. Use coordenada cilindricas para calcular o volume da região definida por

$$y^2 + x^2 = z^2, \qquad z = 0 \qquad z = h,$$

em que h éuma constante diferente de zero e positiva Coordenadas cilindricas $x =$ ρ $\cos\theta$, $y =$ ρ $\operatorname{sen}\theta$, $z = z$ com $0 \leqslant \theta \leqslant 2\pi$ e $z \in \mathbb{R}$. B A

3. Seja C o segmento de recta que une os pontos $(2, 1, 3)$ e $(-4, 6, 8)$. Calcule o integral de linha do campo vectorial $\Phi(x, y, z) = (x, -y, xy)$ ao longo de C

4. Calcule o integral $\iint_{\partial S} \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{n}\, dA$ em que $\overrightarrow{F}(x, y, z) = (1, 1, z(x^2 + y^2)^2)$ em que S é a superfície esférica $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ com $z \geq 0$, usando o teorema da divergência de Gauss. Use coordenadas esféricas e escreva o integral sem o resolver.

5. Seja $\overrightarrow{F}$ um campo vectorial tangente a uma superfície fechada $S = \partial W$ (S é o bordo de um sólido W). Use o teorema da divergência de Gauss para provar que $\iiint_W (div \overrightarrow{F}) dV = 0$