Estimativa e expressão da incerteza

Introdução

A vida é feita de compromissos. Medir uma grandeza e estimar a sua incerteza custa tempo, recursos e dinheiro. Quanto mais precisa for a medição, maior o custo. Por isso a decisão de efetuar uma medição e a precisão com que o fazemos deve ser sempre ponderada e não é (necessariamente) errado optar por uma menor precisão.

Parte I

A. O processo de estimação e expressão da incerteza

Conceptualmente, o processo de medição pode ser dividido em quatro fases: a definição da mensuranda que estabelece o objetivo e procedimentos da medição, a recolha de informação seja através de resultados de medições anteriores ou presentes, da experiência do experimentalista, etc. Essa informação deverá ser tratada estatisticamente fazendo uso das leis da Física e compilada / formatada de acordo com as convenções para uso posterior. A figura 1 sintetiza o procedimento.

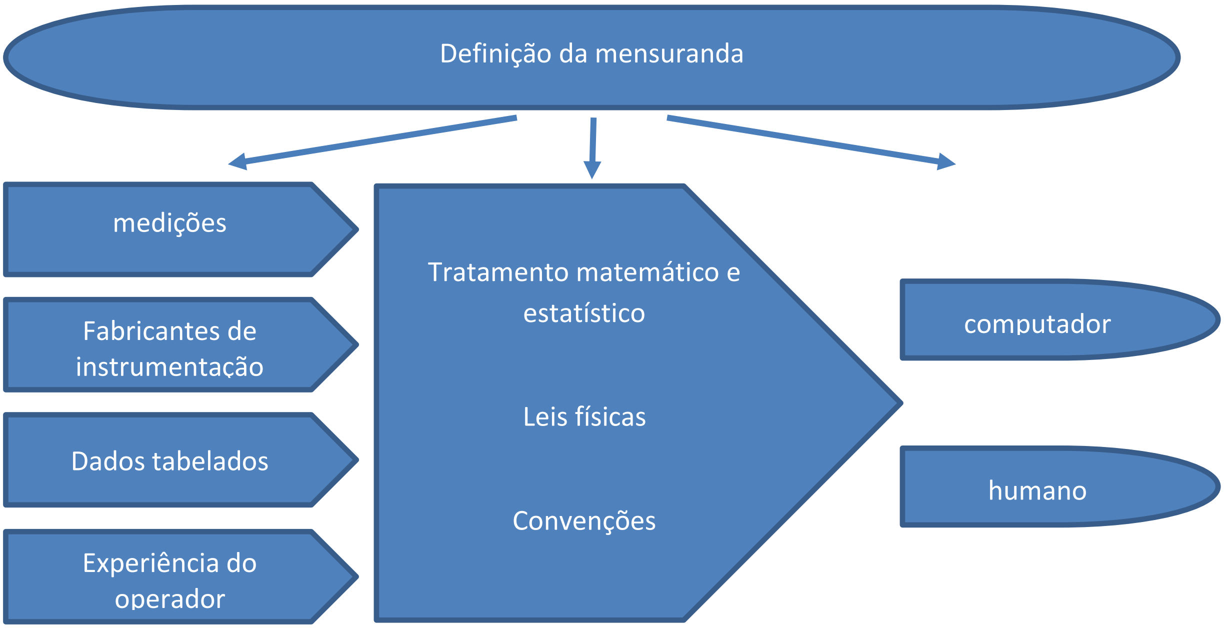


Fig. 1: Estrutura (simplificada) dos procedimentos a seguir numa mediação.

Para compreendermos como o processo de estimação e expressão da incerteza se enquadra nesta estrutura temos de perceber as diversas formas de estimar e exprimir a incerteza, como elas são afetadas pelo tratamento matemático e quais os requerimentos exigidos para o resultado final.

A caraterização mais completa da incerteza é através a *função distribuição de probabilidade* (FDP). Ela diz-nos que valores a grandeza pode tomar e com que probabilidade. Por vezes pretende-se apenas um parâmetro genérico, um "número", que caraterize a dispersão dos valores, por exemplo, a incerteza padrão. Muitas vezes queremos uma informação diferente, pretendemos saber qual o intervalo de valores possível para a grandeza com uma probabilidade pré-definida.

Vejamos como estas formas de definir a incerteza se conjugam para o caso de algumas FDP típicas.

A FDP gaussiana é a mais importante e mais usada porque (i) o teorema do limite central prevê que a combinação de FDP tenda para uma FDP gaussiana e (ii) do ponto de vista das propriedades matemáticas é a mais interessante, mais fácil de tratar sobretudo do ponto de vista teórico.

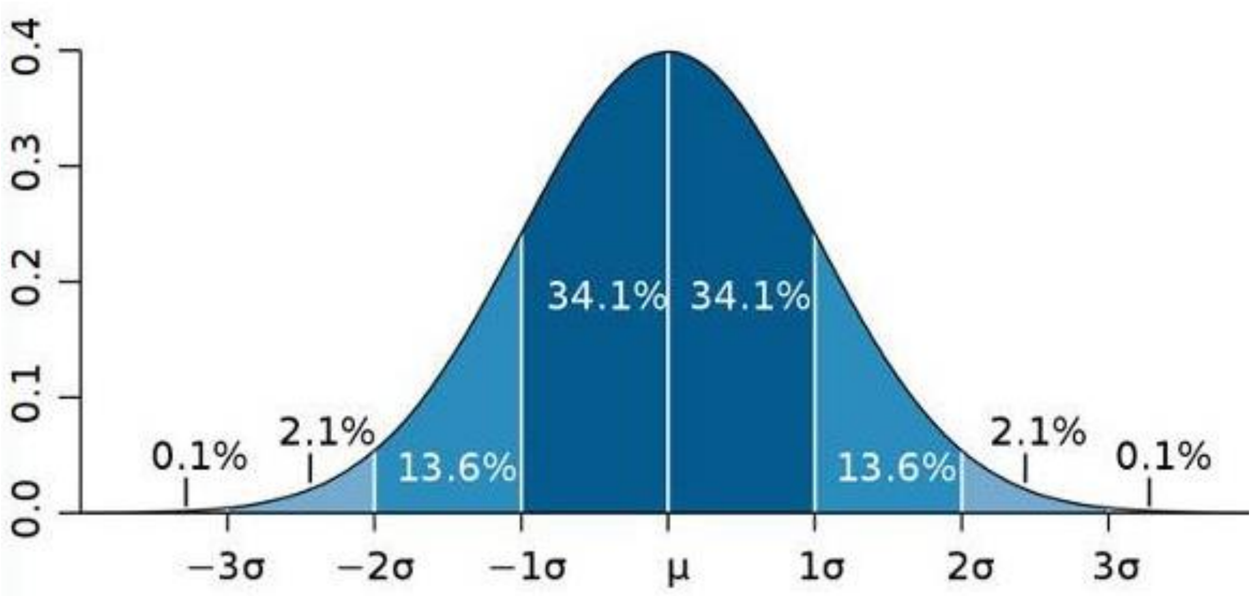


Fig. 2: FDP gaussiana ou normal. Esta FDP espraia-se de −∞ +∞. A incerteza padrão é $u = \sigma$, que corresponde a um intervalo de confiança de 68%. O intervalo de confiança de 95% é 1,96σ e para 99% é 2.58σ.

A FDP retangular é igualmente muito utilizada. Ela aparece naturalmente quando arredondamos números ou quando um aparelho digital o faz.

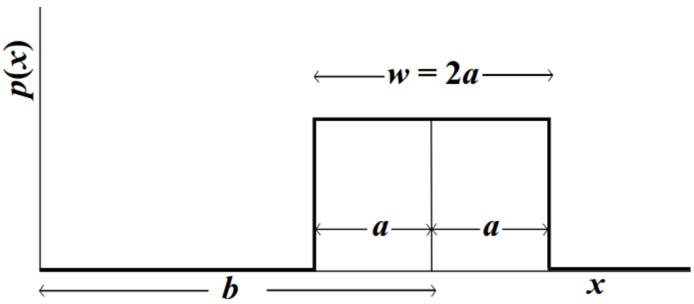


Fig. 3: FDP gaussiana ou normal. Esta FDP espraia-se de b–a a b+a. A incerteza padrão é $u = \sigma = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{w}{2\sqrt{3}}$, que corresponde a um intervalo de confiança de 57,7%. O intervalo de confiança de 95% é 0,95a e para 99% é 0,99a.

Outra FDP muito utilizada é a triangular (pode ser simétrica ou não, aqui vamos apenas considerar a versão simétrica). A FDP triangular pode resultar da combinação de duas FDP retangulares idênticas, mas o seu interesse principal resulta de ser aconselhada no GUM para caraterizar a incerteza da leitura de escalas analógicas (por exemplo, fitas métricas).

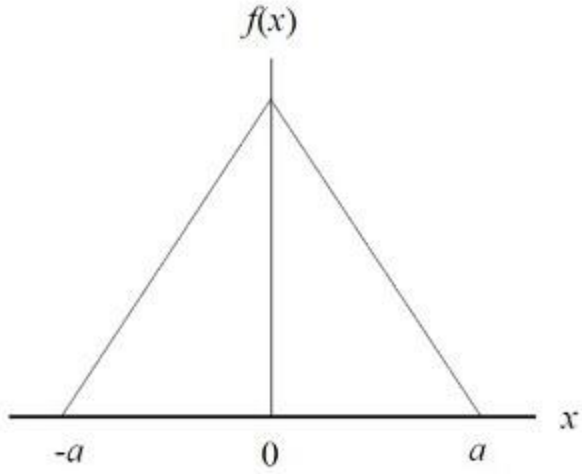
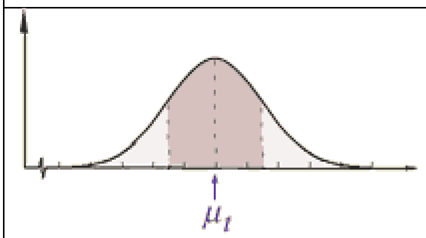
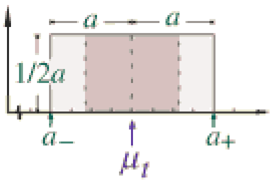
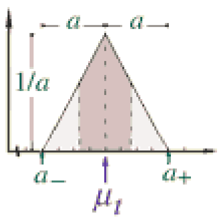


Fig. 4: FDP gaussiana ou normal. Esta FDP espraia-se de b–a a b+a. A incerteza padrão é $u = \sigma = \frac{a}{\sqrt{6}} = \frac{w}{2\sqrt{6}}$, que corresponde a um intervalo de confiança de 65,0%. O intervalo de confiança de 95% é 0,78*a* e para 99% é 0,90*a*.

Tabela 1: sumário de algumas FDP

FDP	Incerteza padrão	95% confiança	99% confiança
	$u = \sigma$ (68,3%)	$1{,}96\sigma$	$2{,}58\sigma$
	$u = \sigma = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{w}{2\sqrt{3}}$ (57,5%)	$0{,}95a = 1{,}65\sigma$	$0{,}99a = 1{,}71\sigma$
	$u = \sigma = \frac{a}{\sqrt{6}} = \frac{w}{2\sqrt{6}}$ (65,0%)	$078a = 1{,}90\sigma$	$0{,}90a = 2{,}20\sigma$

Há muitas dezenas de outras FDP comumente usadas metrologia. As ideias a reter são:

- Um tratamento rigoroso das incertezas implica o conhecimento das FDP, algo que frequentemente não se verifica. A propagação das incertezas deve ser determinada a partir da propagação das FDP, o que em geral implica cálculo numérico usando o método de Monte Carlo (método aconselhado no GUM).
- A incerteza padrão e os intervalos de confiança (conhecidos como *incerteza expandida*) têm relações entre si diferentes dependendo da FDP.
- Infelizmente, a incerteza padrão não se propaga de forma simples e uniforme, depende das FDP e da sua evolução ao fazermos a propagação das incertezas.

- A solução passa por usar a *variância* que se propaga de forma mais simples e independente da forma das FDP. Este método permite estimar um valor aproximado da incerteza final sem o recurso a um cálculo numérico intensivo como é o caso de usarmos a propagação das FDP pelo método de Monte Carlo.

B. Convenções de expressão da incerteza

O procedimento adequado para estimar e expressar a incerteza depende do objetivo final. Pode ser necessário fornecer mais detalhes ou bastar uma estimativa mais grosseira. Para além disso, nem sempre é possível obter a precisão desejada. Podem ver um exemplo em que se fornece mais detalhes aqui: https://www.researchgate.net/publication/290261572_Measurement_uncertainty_in_process_of_line_scales_calibrating. Nota: MCS = *Monte Carlo Simulation*

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

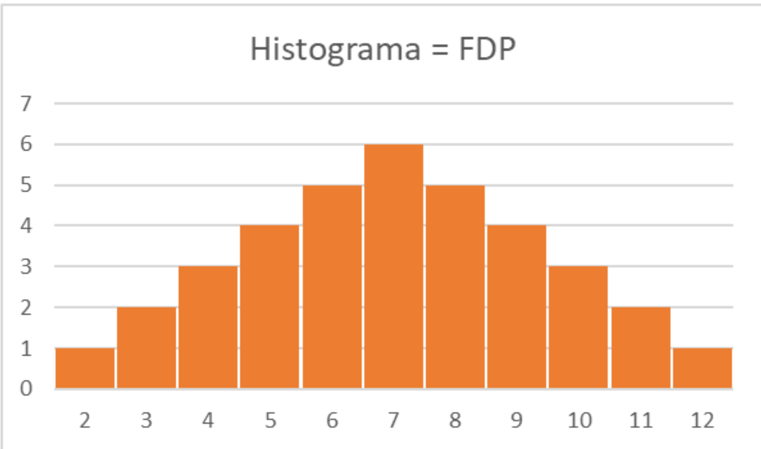


Fig. 5: Lançamento de dois dados de seis faces. FDP do valor obtido (soma dos dois dados). Podemos descrever esta FDP de forma simplificada usando apenas dois números, a média (7) e o desvio padrão (2,42).

O mais habitual, contudo, é fornecer apenas o valor mais provável e um intervalo correspondente a um determinado nível de confiança. Quando essa informação é suficiente, os cálculos podem ser feitos de forma simplificada, ainda que aproximada e não rigorosa, evitando um tratamento mais exigente requerido para um cálculo rigoroso. O intervalo de confiança mais habitual é 95% o que corresponde aproximadamente a duas vezes o desvio padrão para o caso de uma FDP for gaussiana.

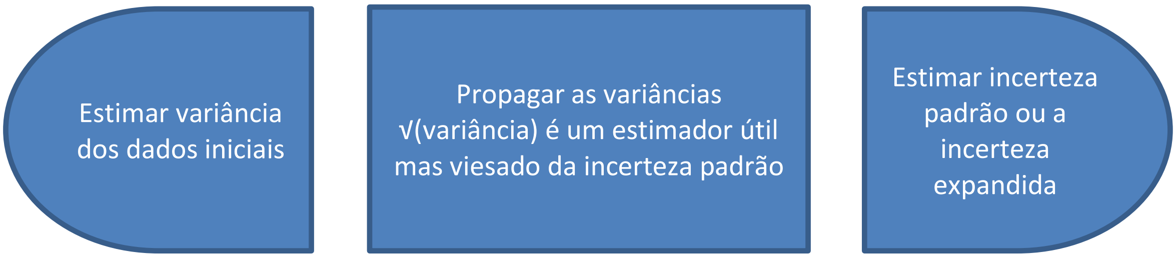


Fig. 6: O procedimento a seguir consiste em estimar as variâncias dos dados iniciais (medições diretas, dados tabelados usados em fórmulas, informações dos fabricantes de instrumentos, etc.), propagar essas variâncias até ao resultado final e estimar a incerteza padrão ou expandida deste. Se possível, ter uma boa ideia da FDP final, o que permite fazer correções à estimativa da incerteza final.

<u>Para a *população*</u>, a variância, V, e o desvio padrão, σ, são definidos por:

$V = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2$ e $\sigma = \sqrt{V}$ se a distribuição for discreta e

$V = \int_{-\infty}^{+\infty}(x_i - \mu)^2 \cdot p(x)\, dx$ e $\sigma = \sqrt{V}$ se a distribuição for contínua

Nestas equações μ é o valor médio e $p(x)$ a FDP. É possível mostrar que

$$V = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \begin{cases} \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2 & \text{distribuição discreta} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot p(x)\, dx - \left(\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot p(x)\, dx\right)^2 & \text{distribuição contínua} \end{cases}$$

F.A.Q.: Qual é o problema com a variância e o desvio padrão?

A equação $\sigma = \sqrt{V}$ só é válida para a população. Com amostras que é o caso com que lidamos habitualmente, a expressão é diferente e depende da FDP. Contudo, esta expressão é usada como uma estimativa útil ainda que viesada da incerteza padrão.

F.A.Q.: Qual é a variância dos dois dados, figura 5?

Aplicando a equação $V = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2$ e considerando que $\mu = 7$ e $N = 36$ obtemos

$V = \frac{1}{36}[(2-7)^2 + 2\cdot(3-7)^2 + 3\cdot(4-7)^2 + 4\cdot(5-7)^2 + 5\cdot(6-7)^2 + 6\cdot(7-7)^2 + 5\cdot(8-7)^2 + 4\cdot(9-7)^2 + 3\cdot(10-7)^2 + 2\cdot(11-7)^2 + (12-7)^2] = \frac{35}{6} \approx 5{,}83.$

As unidades da variância são as unidades da variável ao quadrado. Por isso não são um indicador muito intuitivo da incerteza. Por exemplo, imaginem que medíamos uma distância e dizíamos que o valor é 1,23 m com uma variância igual à área da face de uma moeda de um euro. Que significa isso? A moeda tem diâmetro aproximado de 23,25 mm e área 424,6 mm^2 = 0,0004246 m^2. A incerteza padrão é, aproximadamente(?), igual à raiz quadrada da variância, 20,6 mm = 0,0206 m, o que é para nós muito mais fácil de perceber.

Lembram-se da equação de propagação da incerteza para duas variáveis:

$$s_y^2 = \left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2 s_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right)^2 s_{x_2}^2 + 2\frac{\partial y}{\partial x_1}\cdot\frac{\partial y}{\partial x_2}\cdot s_{x_1,x_2}$$

Pondo de momento de parte o termo a cinzento que está relacionado com a correlação entre as variáveis e lembrando que os *s* correspondem às incertezas padrão (ou estimativas da incerteza padrão), por exemplo, $s_y = u_y$, verificamos que partimos das incertezas padrão em x_1 e x_2, elevamo-las ao quadrado para obter as respetivas variâncias, fazemos a propagação das variâncias para obter a variância em *y* e em seguidamente calcularíamos a sua raiz quadrada para obter a incerteza padrão em *y*.

A expressão final do resultado da medição é habitualmente escrita como:

$d = (1{,}23 \pm 0{,}02)\ \mathrm{m}$

Supondo que pretendemos exprimir o resultado com um nível de confiança de 95%. Admitindo que a FDP é gaussiana, teremos de usar um fator de expansão *k* = 1.96, logo *k*σ = 1.96×0,0206 m = 0,0404 m:

$d = (1{,}23 \pm 0{,}04)\ \mathrm{m}$ com um fator de expansão *k* ≈ 2 o que, admitindo uma FDP gaussiana o nível de confiança no valor de d é aproximadamente 95%.

Se nada for dito, o mais habitual é assumir uma FDP gaussiana. Quanto ao fator de expansão – a que corresponde um determinado nível de confiança – os valores mais habituais são *k* ≈ 2 (~95%) usado na indústria e engenharia, *k* ≈ 1 (~68%) usado em ciências básicas, e *k* ≈ 2,6 (~99%) usado na definição da precisão de instrumentos de medida. Mas não há regras gerais e, se não for explicitado, pode ser difícil saber como está expressa a incerteza.

Problema B.1: Um telemóvel tem um alarme programado para as 7:10 e o relógio do telemóvel indica 7:08. Exprima o tempo que falta para o telemóvel tocar em (i) minutos com um intervalo de confiança de 100%, (ii) em segundos com um intervalo de confiança correspondente à incerteza padrão. [solução (i) (1,5 ± 0,5) min, (ii) (90 ± 17) s]

Problema B.2: Mediu-se várias vezes o tempo de queda de uma esfera para uma dada altura. De seguida fez-se um tratamento estatístico e obteve-se o tempo t = (1,53 ± 0,06) s, incerteza padrão. Pesquisou-se o valor da aceleração da gravidade correspondente ao local da experiência e obteve-se g = (9,80 ± 0,02) ms^{-2} (intervalo de confiança de 95%). Assume-se que ambas as FDP são gaussianas. Calcule a altura de queda e correspondente incerteza com um intervalo de confiança de 95%. [h = (11,5 ± 1,8) m ou h = (11 ± 2) m]

Problema B.3: Mediu-se a altura de um móvel e obteve-se h = (1,532 ± 0,002) m, incerteza padrão. Pesquisou-se o valor da aceleração da gravidade correspondente ao local da experiência e obteve-se g = (9,80 ± 0,02) ms^{-2} (intervalo de confiança de 95%). Assume-se que ambas as FDP são gaussianas. Calcule o tempo de queda e correspondente incerteza com um intervalo de confiança de 95%. [t = (0,5592 ± 0,0009) s ou t = (0,559 ± 0,001) s]

C. As limitações dos sistemas decimal e binário e a propensão ao engano humano

Suponhamos que pretendíamos dividir um bolo por três pessoas. A solução é muito simples, cortar três fatias iguais e dar uma a cada pessoa. Mas suponhamos que queríamos fazê-lo não com uma faca, mas com o sistema decimal. Tudo o que se pode fazer é dividir por dez. Uma vez a divisão feita, damos três fatias a cada pessoa e continua a sobrar uma, embora mais pequena (dez vezes mais pequena) do que a original. Então voltamos a dividir essa fatia por dez fatias ainda mais pequenas e damos mais três fatias a cada pessoa. Mas continua a sobrar uma fatia! Podíamos usar a base três o que resolvia o problema, mas, nesse caso, se pretendêssemos dividir por dois era uma complicação. Vejamos como esta situação se reflete na medição de uma grandeza contínua.

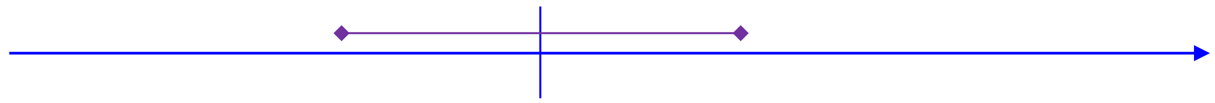


Fig. 7: A figura representa a reta real, o valor de uma grandeza, x e um intervalo de confiança simétrico, u.

Tal como representado na figura 7, a grandeza tem um valor real e uma incerteza caraterizada por um intervalo. Contudo, para transmitirmos esse valor a terceiros ou para efetuar cálculos dá jeito (pode até ser indispensável) fazer a conversão para o sistema decimal (ou binário se pensarem num computador). O resultado será o representado na figura 8.

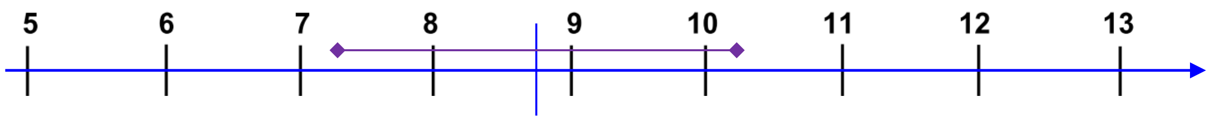


Fig. 8: Usando uma escala decimal podemos estimar x = 9 e u = 2, representando x = (9 ± 2).

O referencial usando números na base decimal ajuda-nos a quantificar a grandeza e respetiva incerteza. Se pretendermos uma precisão melhor, por considerarmos que os arredondamentos resultantes da digitalização são muito grosseiros, podemos sempre dividir a escala em passos mais pequenos, dez vezes mais pequenos. Isso foi feito na figura 9.

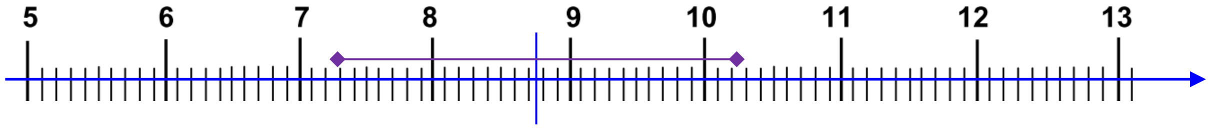


Fig. 9: Para aumentar a resolução da escala decimal temos de acrescentar mais um dígito, obtendo a estimativa x = 8,8 e u = 1,5 ou x = (8,8 ± 1,5).

Na figura 9, usamos mais um dígito. O valor que obtemos tem dois dígitos na incerteza. O número de dígitos a usar está relacionado com a incerteza da incerteza, algo que desconhecemos.

Suponhamos que a grandeza resultava de cálculos sendo x = 8,764813 e σ = 1,483276 e que arredondávamos estes valores para uma casa decimal como acima: x = (8,8 ± 1,5). Este arredondamento introduziu um erro extra no valor da grandeza com uma FDP retangular, sendo $w = 2a$ = 0,1 e uma incerteza padrão $u = \frac{w}{2\sqrt{3}} \approx 0{,}029$. Esta incerteza não tem correlação com a incerteza original (isto é, o arredondamento pode aumentar ou diminuir o valor da grandeza de forma totalmente independente da grandeza estar sub ou sobre estimada). Assim, combina-se em quadratura: $u_{final} = \sqrt{u_{ori}^2 + u_{arred}^2}$, logo $u_{final} = 1{,}483557$. Como se pode verificar, esta correção à incerteza só afeta a incerteza original na quinta casa e é, por isso, desprezável e não é habitual ser tida em conta (notem que o arredondamento para x = (9 ± 2) já é mais drástico, a correção dá $u_{final} = 1{,}511106$ e a diferença ocorre no terceiro algarismo.

F.A.Q.: Por vezes sugere-se usar mais um algarismo nos cálculos intermédios. Isso faz sentido?

A sugestão vem do tempo em que não estavam facilmente disponíveis máquinas de calcular ou computadores e os cálculos eram efetuados à mão. Como puderam ver exemplo acima u_{final}, mais um algarismo reduz o erro provocado pelo arredondamento por um fator próximo de cem. Atualmente, com recurso a máquinas de calcular e computadores, os valores intermédios devem ser guardados em memória sem qualquer arredondamento.

F.A.Q.: Há casos em que devamos ter em conta a incerteza devida ao arredondamento?

No caso do arredondamento do valor final para uso humano (a nossa tendência a cometer enganos aumenta rapidamente com o número de algarismos) não faz sentido ter em conta essa correção pois ela desprezável. Já no caso dos arredondamentos introduzidos por aparelhos de medida digitais, por exemplo, ele deve ser tido em conta.

Se os valores forem usados apenas em computadores e calculadoras, eles não devem ser arredondados e devem ser armazenados em memória para posterior uso. Se for necessário estabelecer uma interface humana, por exemplo, para mostrar valores intermédios ou valores finais, eles devem ser arredondados tendo em conta a incerteza e a incerteza da incerteza. Consideremos de novo o exemplo acima, x = 8,764813, σ = 1,483276 e σ_σ = 0,31. Neste caso a incerteza da incerteza é cerca de 20% da incerteza e não há necessidade de escrever a incerteza com mais de um ou dois algarismos. Como o primeiro algarismo é um “1”, será razoável acrescentar um segundo algarismo neste caso. Notem que este arredondamento pretende apenas diminuir a probabilidade de enganos humanos (e é regida mais pela psicologia do que pela matemática).

F.A.Q.: Como se estima a incerteza da incerteza?

Há formas de o fazer que poderão vir a aprender em UC laboratoriais mais avançadas. Na maior parte das situações que vocês encontram nesta UC, se a incerteza começar pelo algarismo “3” ou superior, usem apenas um algarismo, se começar por “1” ou “2” poderão usar um ou dois algarismos.

F.A.Q.: O número de casas decimais da grandeza e da incerteza tem de coincidir *sempre*?

Em geral sim, devem coincidir – e há quem defenda que não deve haver exceções a esta regra –, contudo há uma situação em que há bons argumentos para eles diferirem. Considerem a situação da figura 9 e suponham que estão a efetuar a leitura da escala de uma fita métrica. Se as divisões menores corresponderem a milímetros, podemos estimar $x \approx$ 8,76 cm (ou talvez sejam 7 décimas de milímetro). Mas se arredondarmos ao milímetro mais próximo, iremos escrever 8,8 cm. Agora suponham que a incerteza é uma fração do milímetro, por exemplo, 0,6 mm. Como escrever o resultado final? (8,8 ± 0,06) cm ou (8,80 ± 0,06) cm? Pessoalmente consideraria a versão (8,76 ± 0,06) cm como correta, mas em relação às outras duas preferiria a primeira (parece-me totalmente absurdo primeiro desprezarmos as décimas de milímetro ao arredondarmos ao milímetro mais próximo para, de seguida, inventarmos o zero como décima de milímetro só para ficar com o mesmo número de casas decimais que a incerteza).

Por vezes a incerteza é expressa sob a forma de uma fração (ou percentagem). Por exemplo, 8,8 ± 1,5 = 8,8 ± 17%. Também há quem escreva 8,8 ± 1,5 cm em vez de (8,8 ± 1,5) cm, sendo a segunda versão "mais" correta. Se o uso de múltiplos ou submúltiplos das unidades não for suficiente, podem usar-se potências de dez: (8,8 ± 1,5) × 10^{-2} m.

Quando a incerteza não é apresentada explicitamente, isto é, apenas o valor da grandeza é fornecido, é necessário usar muita cautela ao interpretar a informação. Consideremos os seguintes três casos: $x = 9$, $x = 8{,}8$ e $x = 8{,}76$. Admitindo metade da menor divisão (correspondendo a um "1" no algarismo menos significativo) como uma indicação grosseira da incerteza, a incertezas relativas serão, respetivamente, 5,6%, 0,57% e 0,057%. Tendo em conta que, neste caso, a incerteza estimada é 17%, a melhor solução é escrever apenas um algarismo, $x = 9$. Mas suponhamos que a incerteza estimada é 5 vezes inferior, 3,4%. Se usarmos apenas um algarismo estamos a "desperdiçar" informação mais detalhada de que dispomos. No entanto, apresentado dois algarismos, como a incerteza absoluta é 8,8 × 3,4% = 0,30, o que indica que o algarismo menos significativo pode não ser um "8", mas um "6" ou um "9", por exemplo.

Problema C.1: Apresente as seguintes grandezas com os prefixos SI mais apropriados (i) 7,7 × 10^{-9} C, (ii) 1,8 × 10^{10} Pa, (iii) 3,5 × 10^{5} Ω·m. [solução (i) 7,7 μC, (ii) 18 GPa, (iii) 0,35 MΩ·m]

Parte II

D. Estimar a variância dos dados iniciais

Distinguimos incertezas tipo A e tipo B consoante a forma como foram estimadas. As incertezas são do tipo A se foram estimadas recorrendo apenas a métodos estatísticos. Por exemplo, podemos efetuar uma série de medias de uma grandeza e depois calcular a média e o desvio padrão. Pelo contrário, a incerteza é do tipo B se não tiver sido obtida por métodos exclusivamente estatísticos, o que será o caso se combinarmos uma medida do tipo A com uma grandeza tabelada ou obtida de um relatório anterior ou se a sua incerteza foi estimada com base na informação do fabricante do instrumento de medida, por exemplo.

Comecemos por ver dados tabelados (tipo B). O livro de texto Physics do Serway apresenta uma tabela com dados do sistema solar (Tabela 2). Nada é dito sobre a incerteza associada aos valores. No entanto, dada a precisão com que são conhecidos os parâmetros do sistema solar (um dos casos mais extraordinários é a distância da Terra à Lua que, graças a um espelho retrorrefletor lá colocado na primeira viagem tripulada à Lua, antes mesmo de existirem lasers capazes de tirar partido dele, foi possível determinar que a Lua se afasta da Terra cerca de dois ou três centímetros por ano), podemos presumir que a incerteza resulta do arredondamento dos valores para três algarismos (num ou noutro caso quatro algarismos) significativos.

Tabela 2: Tabela do livro *Physics* do Serway com dados do sistema solar

Body	Mass (kg)	Mean Radius (m)	Period (s)	Mean Distance from the Sun (m)
Mercury	3.30×10^{23}	2.44×10^{6}	7.60×10^{6}	5.79×10^{10}
Venus	4.87×10^{24}	6.05×10^{6}	1.94×10^{7}	1.08×10^{11}
Earth	5.97×10^{24}	6.37×10^{6}	3.156×10^{7}	1.496×10^{11}
Mars	6.42×10^{23}	3.39×10^{6}	5.94×10^{7}	2.28×10^{11}
Jupiter	1.90×10^{27}	6.99×10^{7}	3.74×10^{8}	7.78×10^{11}
Saturn	5.68×10^{26}	5.82×10^{7}	9.29×10^{8}	1.43×10^{12}
Uranus	8.68×10^{25}	2.54×10^{7}	2.65×10^{9}	2.87×10^{12}
Neptune	1.02×10^{26}	2.46×10^{7}	5.18×10^{9}	4.50×10^{12}
Pluto[a]	1.25×10^{22}	1.20×10^{6}	7.82×10^{9}	5.91×10^{12}
Moon	7.35×10^{22}	1.74×10^{6}	—	—
Sun	1.989×10^{30}	6.96×10^{8}	—	—

Com base nesta suposição, podemos com alguma confiança estimar que a incerteza padrão, por exemplo, na massa de Mercúrio é 0,003 × 10^{23} kg.

Outras tabelas indicam explicitamente o valor da incerteza. Mas, frequentemente, não temos essa informação disponível. Nesse caso podemos apenas estimar o valor mínimo da incerteza como sendo o causado pelo arredondamento a um certo número de casas decimais e o valor máximo que não deverá ultrapassar dez vezes o valor mínimo, caso contrário supomos que quem construiu a tabela com os dados teria usado menos um algarismo significativo.

Se os dados são resultado de estimativas muito grosseiras ou têm origem em fontes não muito credíveis, como é o caso de informações que possam obter num documentário televisivo, deve ter-se mais cautelas.

F.A.Q.: Faz sentido sobre estimar a incerteza, só para jogar pelo seguro?

Não. A estimativa da incerteza deve ser a mais exata que consigamos. Uma estimativa demasiado abrangente não serve para muito. Imaginem que vos pedem para medir a temperatura de água destilada à pressão de atmosfera e vocês respondem que a temperatura está compreendida entre 0 °C e 100 °C. Com essa informação não ficamos a saber nada de novo pois já sabíamos que água destilada à pressão de uma atmosfera está necessariamente nessa gama de temperaturas porque se estiver mais quente estará no estado de vapor e se estiver mais fria estará congelada.

Para o caso de medidas diretas em que estimamos a incerteza medida a medida (tipo B), o documento *04_Medição e Incerteza_uma introdução.pdf*, da aula T04 de 28 de outubro apresenta uma discussão detalhada dos procedimentos.

Para o caso de um aparelho com uma escala analógica podemos e devemos interpolar as menores divisões da escala e fornecer a melhor estimativa da leitura. Contudo, a leitura da escala não é a única fonte de erro. Regra geral, deveremos considerar outras fontes de erro como o ajuste do zero e a calibração da escala. A incerteza da medição será dada pela combinação destas incertezas (soma das respetivas variâncias): $u_{medição} = \sqrt{u_{leitura}^2 + u_{calibração}^2 + u_{zero}^2}$. É habitual estimar a incerteza padrão da leitura como sendo cerca de um quinto da menor divisão. A justificação tem a ver com a aplicação de uma FDP triangular (como sugerido no GUM) assim: https://www.youtube.com/watch?v=q_JL9IgZVAc. Este valor tem a vantagem de ser o mesmo para todas as medições diretas efetuadas com a escala analógica, contudo é possível em alguns casos estimar uma incerteza de leitura inferior.

No caso de escalas digitais (aparelhos digitais) não há incerteza de leitura (pode, contudo, haver engano humano ao copiar os números). Mas continua a haver incerteza de calibração e de zero e, para além disso, existe a incerteza de arredondamento, pois é, o mostrador do aparelho digital não apresenta um número infinito de algarismos.

É habitual o manual dos aparelhos apresentar uma fórmula para o cálculo da incerteza que já engloba o arredondamento do valor e o ajuste do zero. Notem que essa expressão muitas vezes supõe um intervalo de confiança de 99% e uma FDP gaussiana.

Em alternativa, por vezes opta-se por uma estimativa do tipo A. Um exemplo é quando registamos uma série de medições da mesma grandeza e fazemos um tratamento estatístico, por exemplo, calculando a média, o desvio padrão dos dados experimentais e o desvio padrão da média. Mas este procedimento exige algumas precauções e terá um título próprio

E. Incerteza do tipo A: médias