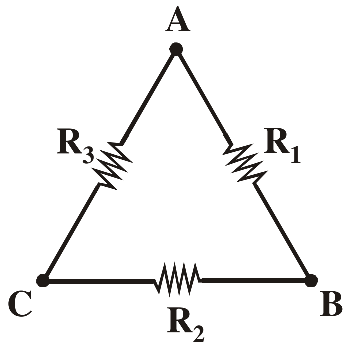
10. Equivalência entre um Triângulo e uma Estrela

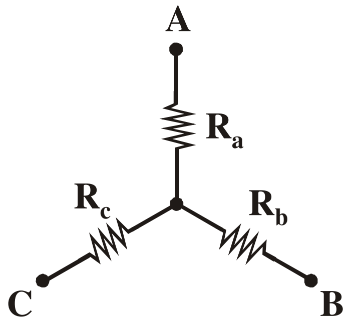


Resistências ligadas em Triângulo (Δ)

$$R_{AB}(\Delta) = R_1 // (R_2 + R_3) = \frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_{BC}(\Delta) = R_2 // (R_3 + R_1) = \frac{R_2 \cdot (R_3 + R_1)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_{CA}(\Delta) = R_3 // (R_1 + R_2) = \frac{R_3 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}$$



Resistências ligadas em Estrela (Y)

$$R_{AB}(Y) = R_a + R_b$$

$$R_{BC}(Y) = R_b + R_c$$

$$R_{CA}(Y) = R_c + R_a$$

Para um circuito externo ligado aos terminais A, B e C, o triângulo é equivalente à estrela se

$$\begin{cases} R_{AB}(\Delta) = R_{AB}(Y) \\ R_{BC}(\Delta) = R_{BC}(Y) \\ R_{CA}(\Delta) = R_{CA}(Y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{R_1 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_a + R_b \\ \dfrac{R_2 \cdot (R_3 + R_1)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_b + R_c \\ \dfrac{R_3 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_c + R_a \end{cases}$$

Resolvendo o sistema em ordem a R_1, R_2 e R_3 obtém-se

$$\begin{cases} R_1 = \dfrac{R_a \cdot R_b + R_b \cdot R_c + R_c \cdot R_a}{R_c} \\ R_2 = \dfrac{R_a \cdot R_b + R_b \cdot R_c + R_c \cdot R_a}{R_a} \\ R_3 = \dfrac{R_a \cdot R_b + R_b \cdot R_c + R_c \cdot R_a}{R_b} \end{cases}$$

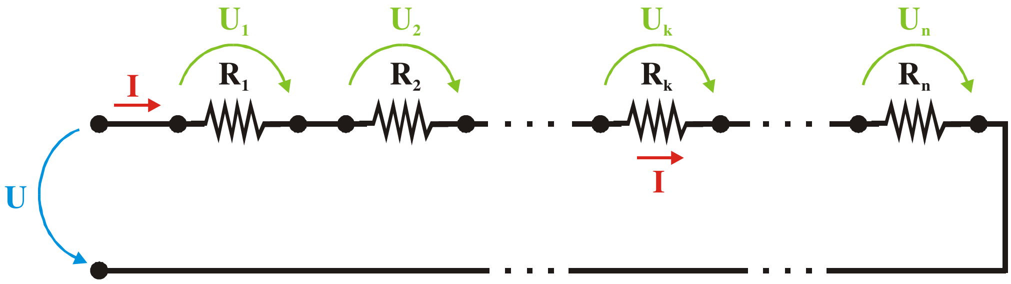
Permite determinar um triângulo equivalente a uma dada estrela.

Resolvendo o sistema em ordem a R_a, R_b e R_c obtém-se

$$\begin{cases} R_a = \dfrac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \\ R_b = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \\ R_c = \dfrac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \end{cases}$$

Permite determinar uma estrela equivalente a um dado triângulo.

11. Divisor de Tensão



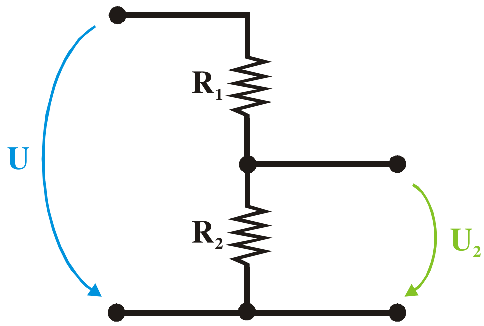
$$
\begin{aligned}
U &= U_1 + U_2 + \ldots + U_k + \ldots + U_n \\
&= R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + \ldots + R_k \cdot I + \ldots + R_n \cdot I \\
&= (R_1 + R_2 + \ldots + R_k + \ldots + R_n) \cdot I \\
&= \left(\sum_{i=1}^{n} R_i \right) \cdot I
\end{aligned}
$$

$$\Rightarrow \quad I = \frac{U}{\sum_{i=1}^{n} R_i}$$

$$U_k = R_k \cdot I$$

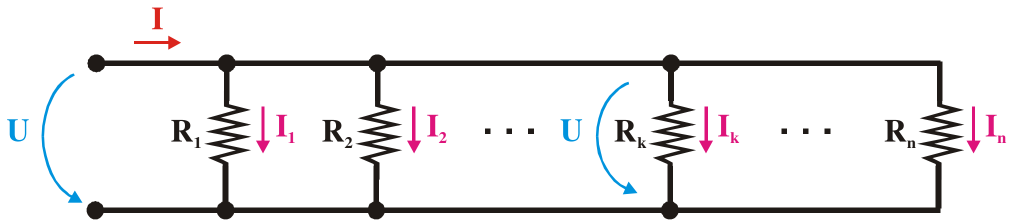
$$\Rightarrow \quad I = \frac{U_k}{R_k}$$

$$U_k = \frac{R_k}{\sum_{i=1}^{n} R_i} \cdot U$$



$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U$$

12. Divisor de Corrente



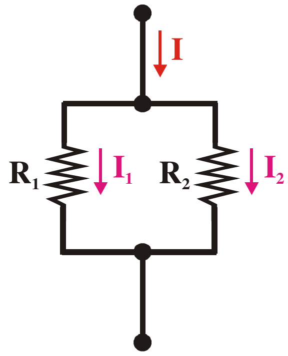
$$
\begin{aligned}
I &= I_1 + I_2 + \ldots + I_k + \ldots + I_n \\
&= \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \ldots + \frac{U}{R_k} + \ldots + \frac{U}{R_n} \\
&= \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_k} + \ldots + \frac{1}{R_n} \right) \cdot U \\
&= \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i} \right) \cdot U
\end{aligned}
$$

$$\Rightarrow \quad U = \frac{I}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}}$$

$$I_k = \frac{1}{R_k} \cdot U$$

$$\Rightarrow \quad U = \frac{I_k}{\frac{1}{R_k}}$$

$$I_k = \frac{\frac{1}{R_k}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}} \cdot I$$



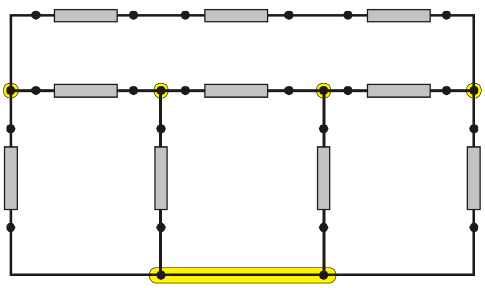
$$I_2 = \frac{\frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \cdot I \quad \Rightarrow \quad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I$$

13. Ramos, Nós e Malhas de um Circuito

Um ***ramo*** de um circuito é constituído por **um componente** (que não seja um condutor ideal) ou um **conjunto de componentes ligados em série**. Os seus terminais estão ligados aos ***nós*** do circuito.

Um ***nó*** de um circuito é um ponto (ou um conjunto de pontos com o mesmo potencial eléctrico) onde estão ligados **três ou mais ramos**.

Uma ***malha*** de um circuito é um **conjunto de componentes** ligados entre si formando um **circuito electricamente fechado**.



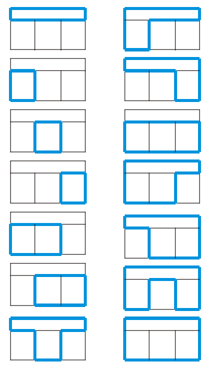
Este circuito tem:

- **8 ramos**
- **5 nós**
- **14 malhas**
- **4 malhas independentes**

O número de malhas independentes é dado por **R – (N – 1)**

R – Número de ramos

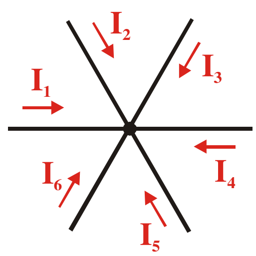
N – Número de nós



14. Lei dos Nós e Lei das Malhas

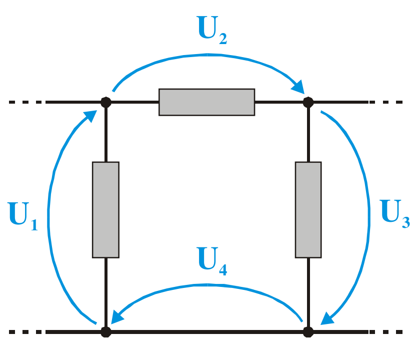
Lei dos Nós (caso particular da Lei de Kirchhoff das Correntes): a soma algébrica das correntes que convergem para um nó é igual à soma algébrica das correntes que divergem desse nó.

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} I_i = 0}$$



Lei das Malhas (caso particular da Lei de Kirchhoff das Tensões): a soma algébrica de todas as **tensões** (quedas de potencial) consideradas num mesmo sentido ao longo de uma malha é nula.

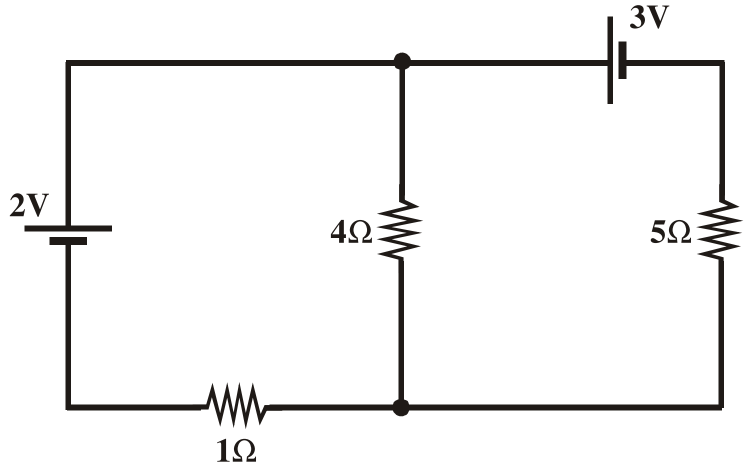
$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} U_i = 0}$$



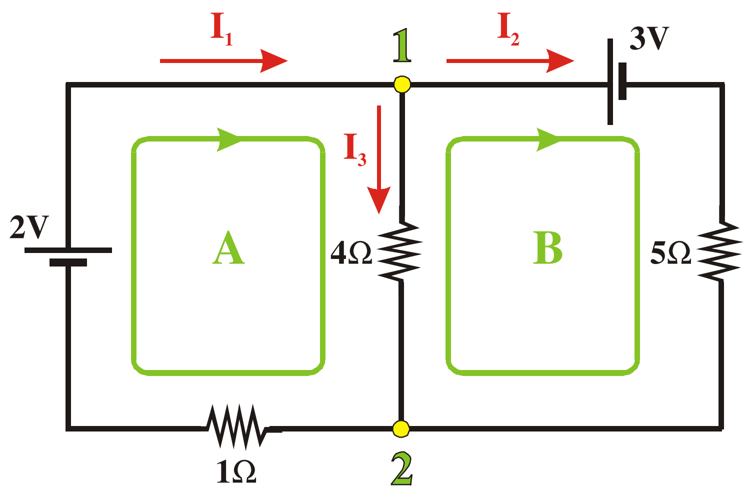
Algoritmo para calcular as correntes nos ramos de um circuito usando as Leis de Kirchhoff

1. Identificar os **R ramos** e **N nós** do circuito;
2. Arbitrar o **sentido positivo da corrente em cada ramo**;
3. Identificar **R – (N – 1) malhas independentes** e escrever as respectivas equações, recorrendo à **Lei das Malhas**;
4. Escrever as equações de **N – 1 nós**, recorrendo à **Lei dos Nós**;
5. Resolver um **sistema de equações (de ordem R)** para obter as correntes nos ramos do circuito.

Exercício: Determinar as correntes nos ramos do circuito.



Resolução:



$$\text{Resolver o sistema} \begin{cases} 4 \cdot I_3 + 1 \cdot I_1 - 2 = 0 & \text{(malha A)} \\ 3 + 5 \cdot I_2 - 4 \cdot I_3 = 0 & \text{(malha B)} \\ I_1 - I_2 - I_3 = 0 & \text{(nó 1)} \end{cases}$$

15. Componentes Lineares e Circuitos Lineares

Um ***componente*** que é atravessado por uma corrente **i** quando se encontra submetido a uma tensão **u** diz-se ***linear*** se a multiplicação de **i** por um valor constante **k** resultar na multiplicação de **u** pelo mesmo valor constante **k**.

- Uma **resistência** é um componente linear, uma vez que **u(t) = R · i(t)**. O gráfico de u(t) em função de i(t) é uma recta.

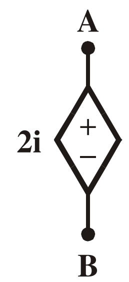
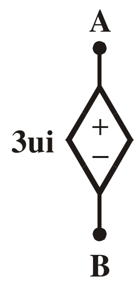
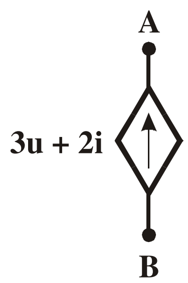
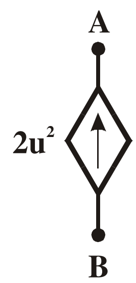
Um ***circuito linear*** é constituído por componentes destes três tipos:

1. **Componentes lineares passivos;**

   - Um componente diz-se ***passivo*** se não dispõe de energia própria que possa fornecer ao circuito. Há componentes passivos capazes de armazenar energia recebida do circuito durante um intervalo de tempo, podendo devolvê-la ao circuito num intervalo de tempo posterior.

2. **Fontes ideais independentes;**

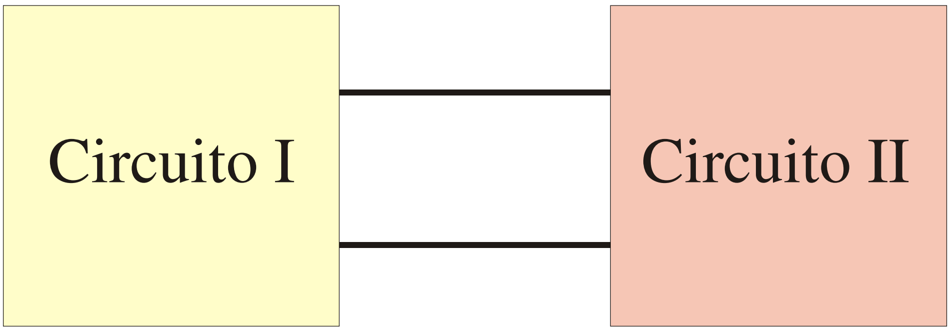
3. **Fontes ideais dependentes <u>lineares.</u>**

	- Fonte ideal de tensão dependente ***linear***.		- Fonte ideal de tensão dependente ***não linear***.
	- Fonte ideal de corrente dependente ***linear***.		- Fonte ideal de corrente dependente ***não linear***.

16. Teorema de Thévenin

Um **circuito I** e um **circuito II** estão ligados entre si por dois condutores ideais e isolados de outros circuitos, verificando-se as seguintes condições:

- O circuito I e o circuito II são **lineares**, podendo conter:
    - resistências;
    - fontes ideais independentes;
    - fontes ideais dependentes lineares.
- Se o circuito I tiver **fontes ideais dependentes lineares**, as tensões e correntes que controlam essas fontes pertencem todas ao circuito I.
- Se o circuito II tiver **fontes ideais dependentes lineares**, as tensões e correntes que controlam essas fontes pertencem todas ao circuito II.



Nestas circunstâncias, todas as tensões e correntes que existem no **circuito II** continuam a ser as mesmas se o **circuito I** for substituído pelo seu **Equivalente de Thévenin**.