

## Momento linear e colisões

3.1 Num certo ensaio de colisão, um automóvel de massa 1500 kg colide com um muro (Fig. 1). A velocidade inicial do automóvel era  $v_i = -15.0$  m/s, e a final  $v_f = 2.6$  m/s. Se a colisão durar 0.150 s, achar o impulso provocado pela colisão e a força média exercida sobre o automóvel.

3.2 Uma bola de massa 100 g cai de uma altura  $h = 2$  m sobre o solo. A bola reflecte-se verticalmente até uma altura  $h' = 1.5$  m, depois de colidir com o solo. a) Achar o momento linear da bola imediatamente antes e imediatamente depois da colisão com o solo. b) Determinar a força média exercida pelo solo sobre a bola. Admitir que o tempo de colisão seja  $10^{-2}$  s (um valor típico).

3.3 Um canhão de 3000 kg está sobre um lado gelado (Fig. 2). O canhão é carregado com uma bala de 30 kg e disparado na horizontal. Se o canhão recuar para a direita, com a velocidade de 1.8 m/s, qual a velocidade da bala no instante em que sai da boca do canhão?.

3.4 Um carro grande, modelo de luxo, com a massa de 1800 kg, parado num sinal de trânsito, é atingido por trás por um carro compacto, com a massa de 900 kg. Os dois carros ficam amassados e presos, um ao outro, depois da colisão. a) Se a velocidade do carro compacto antes da colisão era de 20 m/s, qual será a velocidade do destroço dos dois carros, depois da colisão?. b) Quanta energia cinética se perde na colisão?.

3.5 O pêndulo balístico (Fig. 3) é um sistema usado para medir a velocidade de projecteis rápidos, como, por exemplo, a de balas disparadas por uma arma. A bala é disparada contra um grande bloco de madeira, pendurado por fios metálicos finos. A bala se incrusta no bloco, o sistema oscila e sobe até uma altura  $h$ . a) Obter a velocidade inicial da bala pela medida de  $h$  e das duas massas envolvidas. b) Por que seria errado igualar a energia cinética inicial da bala à energia gravitacional final da combinação bala-bloco?. c) Achar a velocidade inicial da bala e a perda de energia na colisão se  $h = 5$  cm,  $m_1 = 5$  g e  $m_2 = 1$  kg.

3.6 Um bloco de massa  $m_1 = 1.60$  kg, está em movimento para a direita, com a velocidade de 4.00 m/s, sobre um trilho horizontal, sem atrito, colide com uma mola, presa a um segundo bloco de massa  $m_2 = 2.10$  kg, que se move para a esquerda com uma velocidade de 2.50 m/s (Fig. 4). A constante de força da mola é 600 N/m. Determinar no instante em que a massa  $m_1$  está se movendo para a direita com uma velocidade de 3.00 m/s, a) a velocidade de  $m_2$  e b) a distância  $x$  de compressão da mola.

3.7 Um carro de 1500 kg, que trafega para leste, com a velocidade de 25 m/s, colide, num cruzamento, com uma camioneta de 2500 kg, que se deslocava para o norte, a 20 m/s (Fig. 5). Achar a direcção e o módulo da velocidade dos destroços, depois da colisão, admitindo que os veículos sofram uma colisão perfeitamente inelástica (isto é, os dois constituem um só bloco depois da colisão).

3.8 Um próton colide, de modo perfeitamente elástico, com um outro próton que está inicialmente em repouso. O próton incidente tem uma velocidade inicial de  $3.5 \times 10^5$  m/s, e faz uma colisão oblíqua com o segundo próton (Fig. 6) (Quando estão muito próximos um do outro, os prótons exercem forças electrostática repulsivas, um sobre o outro.)

Depois da colisão, um próton desloca-se sob um ângulo de  $37^\circ$  com a direcção original do movimento, e o segundo desvia-se de um ângulo  $\phi$  em relação ao mesmo eixo. Achar as velocidades finais dos dois prótons e o ângulo  $\phi$ .

3.9 Num jogo de sinuca, o jogador tenta “encaçapar” a bola da vez (Fig. 7). Se o ângulo da bola para a caçapa for  $35^\circ$ , qual será o ângulo de desvio  $\theta$  da bola 1? Admita que o atrito e o movimento de rotação (efeito) não tenham importância e admita que a colisão seja elástica.

3.10 Um sistema é constituído por três partículas localizadas nos vértices de um triângulo-rectângulo (Fig. 8). Achar o centro de massa do sistema.

3.11 Achar o centro de massa de uma vara uniforme de massa  $M$  e de comprimento  $L$ .  
b) Suponhamos que a vara não seja uniforme e que a massa por unidade de comprimento varie linearmente com  $x$ , conforme a expressão  $\lambda = \alpha x$ , onde  $\alpha$  é uma constante. Achar a coordenada  $x$  do centro de massa como uma fracção de  $L$ .

3.12 Um corpo de massa  $M$  tem a forma de um triângulo-rectângulo cujas dimensões se encontram na Fig. 9. Localizar as coordenadas do centro de massa, admitindo que o corpo tenha massa uniforme por unidade de área.

3.13 Um foguete é disparado verticalmente, para cima. No instante em que atinge a altura de 1000 m e a velocidade de 300 m/s, o foguete explode em três fragmentos iguais. Um fragmento continua a se mover para cima, com a velocidade de 450 m/s, logo depois da explosão. O segundo fragmento tem, logo depois da explosão, uma velocidade de 240 m/s, na direcção leste. a) Qual é a velocidade do terceiro fragmento, logo depois da explosão?. b) Qual a posição do centro de massa em relação ao solo, 3 s depois da explosão? (Admitir que o motor do foguete deixe de operar depois da explosão).

3.14 Um foguete está no espaço sideral com a velocidade de  $3 \times 10^3$  m/s. Num certo instante, os seus motores são ligados e os gases da combustão são ejectados numa direcção oposta à do movimento do foguete, a uma velocidade de  $5 \times 10^3$  m/s em relação ao foguete. a) Qual é a velocidade do foguete quando a sua massa se reduzir á metade da massa que tinha antes do início da ignição?. b) Qual o empuxo sobre o foguete se a taxa de combustão for de 50 kg/s?.

### Problemas adicionais

3.15 A força  $F_x$ , actuando sobre uma partícula de 2 kg, varia com o tempo conforme mostra a Fig. 10. Achar a) o impulso da força, b) a velocidade final da partícula que estava inicialmente em repouso, c) a velocidade final da partícula que estava inicialmente em movimento sobre o eixo dos  $x$ , com uma velocidade de  $-2$  m/s, e d) achar a força média que exerce  $F_x$  sobre uma partícula no intervalo de tempo que vai de  $t_i=0$  até  $t_f=5$  s.

3.16 Uma bola de aço, com 3.0 kg, atinge uma parede maciça, com a velocidade de 10 m/s, fazendo um ângulo de  $60^\circ$  com a face da parede (Fig. 11). A bola é reflectida, com a mesma velocidade, sob o mesmo ângulo. Se a bola ficar em contacto com a parede durante 0.20 s, qual a força média que a parede exercerá sobre a bola?.

3.17 Dois blocos de massa  $M$  e  $3$  estão colocados sobre uma superfície horizontal sem atrito. Uma mola helicoidal leve está presa a um dos blocos, e os dois estão em repouso, juntos, e com a mola entre si (Fig. 12). A corda que os mantém unidos se queima, num certo instante, e o bloco de massa  $3M$  se move para a direita com a velocidade de  $2 \text{ m/s}$ . Qual a velocidade do bloco de massa  $M$ ?

3.18 Dois deslizadores de trilho de ar ( $m=200 \text{ g}$ ), idênticos, equipados com molas também idênticas ( $k=3000 \text{ N/m}$ ), movem-se um contra o outro, a  $3.0 \text{ m/s}$ , sobre um trilho de ar, horizontal, e colidem, comprimindo as respectivas molas (Fig. 13). Achar a compressão máxima de cada mola.

3.19 Uma garota de  $45 \text{ kg}$  está de pé sobre uma prancha que tem uma massa de  $150 \text{ kg}$ . A prancha, está inicialmente em repouso, e pode deslizar sobre uma superfície plana, horizontal, sem atrito. A garota principia a andar sobre a prancha a uma velocidade constante de  $1.5 \text{ m/s}$  *em relação à prancha*. a) Qual a velocidade da garota em relação à superfície horizontal?. b) Qual a velocidade da prancha em relação à superfície horizontal?

3.20 Um jogador, de  $90 \text{ kg}$ , correndo no campo com uma velocidade de  $10 \text{ m/s}$ , para o norte, colide frontalmente com outro jogador, e  $120 \text{ kg}$ , eu corria para o sul, com a velocidade de  $4 \text{ m/s}$ . Admitindo que a colisão seja perfeitamente inelástica, a) calcular a velocidade dos jogadores imediatamente depois da colisão e b) determinar a energia perdida em consequência da colisão. Você poderá explicar o que ocorre com a energia que falta?

3.21 Um carro de  $1200 \text{ kg}$ , deslocando-se, inicialmente, com a velocidade de  $25 \text{ m/s}$  para leste, atinge a traseira de um caminhão de  $9000 \text{ kg}$  que se movia, na mesma direção, a  $20 \text{ m/s}$ . A velocidade do carro, logo depois da colisão, era de  $18 \text{ m/s}$ , para leste. a) Qual a velocidade do caminhão, logo depois da colisão? b) Qual a energia mecânica perdida nessa colisão?. Como você pode dar conta dessa energia que falta?

3.22 Como se vê na Fig. 14, uma bala de massa  $m$  e velocidade  $v$  atravessa completamente o peso de um pêndulo de massa  $M$ . A bala emerge com a velocidade  $v/2$ . O peso do pêndulo está pendurado numa haste rígida, de comprimento  $l$  e massa desprezível. Que valor mínimo de  $v$  fará o pêndulo descrever um círculo vertical completo?

3.23 Uma bala de  $12 \text{ g}$  é disparada contra um bloco de madeira de  $100 \text{ g}$ , inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal. Depois do impacto, o bloco desliza  $7.5 \text{ m}$  sobre a superfície, até chegar ao repouso. Se o coeficiente de atrito entre o bloco e a superfície for  $0.65$ , qual a velocidade da bala imediatamente antes da colisão?

3.24 Consideremos o trilho sem atrito ABC (Fig. 15). Um bloco de massa  $m_1=5 \text{ kg}$  parte do repouso em A. Colide depois, frontalmente, com o bloco de massa  $m_2=10 \text{ kg}$ , que estava em repouso, em B. Calcular a altura máxima que  $m_1$  poderá atingir, depois da colisão.

3.25 Um bloco de massa  $m_1=2 \text{ kg}$  parte do repouso e escorrega por um plano inclinado de  $53^\circ$  em relação ao plano horizontal. O coeficiente de atrito cinético entre o plano e o

bloco é  $\mu_k=0.25$ . a) Se a velocidade do bloco, ao pé do plano inclinado, for 8 m/s, para a direita, determinar a altura do ponto onde o bloco partiu. b) Um outro bloco, de massa  $m_2=6$  kg, está em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito. O bloco  $m_1$  colide com o bloco  $m_2$ . Depois da colisão, os dois blocos ficam juntos e se movem para a direita. Determinar a velocidade dos dois blocos depois da colisão.

3.26 Dois blocos, de massa  $m_1=2$  kg e  $m_2=4$  kg, são soltos, de uma altura de 5 m, sobre o trilho sem atrito que aparece na Fig. 16. Os blocos colidem, elástica e frontalmente. a) Determinar a velocidade de cada bloco imediatamente antes da colisão. b) Determinar a velocidade de cada bloco depois da colisão. c) Determinar a altura máxima que cada bloco atingirá depois da primeira colisão.

3.27 Um núcleo instável, de massa  $17 \times 10^{-27}$  kg, inicialmente em repouso, se desintegra em três partículas. Uma das partículas, com a massa de  $5 \times 10^{-27}$  kg, desloca-se sobre o eixo dos y, com a velocidade de  $6 \times 10^6$  m/s. A segunda partícula, com a massa de  $8.4 \times 10^{-27}$  kg, move-se sobre o eixo dos x, com a velocidade  $4 \times 10^6$  m/s. Achar, a) a velocidade da terceira partícula e b) a energia total liberada no processo.

3.28 Uma partícula de massa m, movendo-se com velocidade v, colide obliquamente com outra partícula, idêntica a ela, inicialmente em repouso. Mostrar que, em consequência da conservação da energia cinética e do momento linear, as duas partículas se movem fazendo um ângulo de  $90^\circ$  uma com a outra, depois da colisão. (Sugestão:  $(\mathbf{A}+\mathbf{B})^2=A^2+B^2+2AB\cos\theta$ ).

3.29 A massa do Sol é 329390 vezes a massa da Terra, e a distância média entre o centro do Sol e o centro da Terra é  $1.496 \times 10^8$  km. Tratando o Sol e a Terra como se fossem duas partículas, cada qual com a respectiva massa concentrada no respectivo centro geométrico, a que distância do centro do Sol está o centro de massa do sistema Terra-Sol? Comparar esta distância com o raio médio do Sol ( $6.960 \times 10^5$  km).

3.30 Uma partícula de 2 kg tem a velocidade  $\mathbf{v}_1=(2\mathbf{i}-10t\mathbf{j})$  m/s, onde t está em s. Outra partícula, com 3 kg, move-se com a velocidade constante  $\mathbf{v}_2=4\mathbf{i}$  m/s. Em  $t=0.5$  s, achar a) a velocidade do centro de massa, b) a aceleração do centro de massa e c) o momento linear total do sistema.

3.31 a) Uma partícula de 3.0 g está se movendo na direcção de outra partícula, de 7.0 g, com a velocidade de 3.0 m/s. Com que velocidade cada qual se aproxima do centro de massa?. b) Qual o momento linear de cada partícula em relação ao centro de massa?

3.32 Romeu toca a sua guitarra, para Julieta, sentado na popa de um bote, em repouso, na água tranquila. Depois da serenata, Julieta, cuidadosamente, vai para a popa (afastando-se da margem). Se a massa do bote, aporado para a margem, for de 80 kg, e se Julieta (55 kg) se deslocar 2.7 m na direcção de Romeu (77 kg), qual o deslocamento do bote na direcção da margem?

3.33 O primeiro estágio do veículo espacial Saturno V consome combustível à taxa de  $1.5 \times 10^4$  kg/s, com uma velocidade de descarga de  $2.6 \times 10^3$  m/s. (Estes números são aproximados). a) Calcular o empuxo proporcionado por esse motor. b) Achar a aceleração inicial do veículo, na plataforma de lançamento, se a massa inicial for  $3 \times 10^6$  kg. (Para resolver b) é necessário incluir a força da gravidade).

3.34 Um foguete, de massa inicial total  $M_i$ , é lançado na vertical, a partir da superfície da Terra. Depois da queima completa do combustível, o foguete atinge uma altura pequena em comparação com o raio da Terra (então é possível considerar constante, durante a queima do combustível, a aceleração da gravidade). Mostrar que a velocidade final é:  $v = -v_e \ln (M_i/M_f) - gt$  onde o tempo de duração da combustão  $t_1$  é:  $t_1 = (M_i - M_f)(dm/dt)^{-1}$ . ( $M_f$  é a massa total final do foguete,  $v_e$  é a velocidade de escape dos gases, e  $dm/dt$  é a taxa constante de consumo de combustível.)



Fig. 1

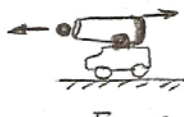


Fig. 2



Fig. 3

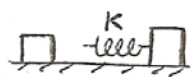


Fig. 4

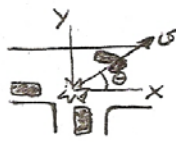


Fig. 5

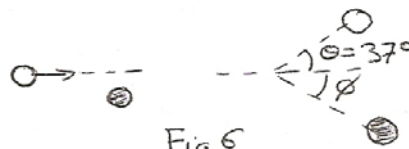


Fig. 6

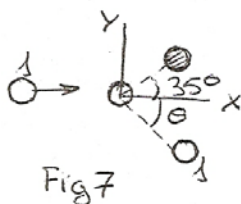


Fig. 7

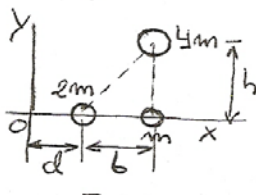


Fig. 8

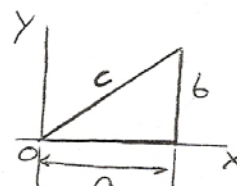


Fig. 9

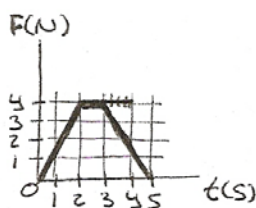


Fig. 10

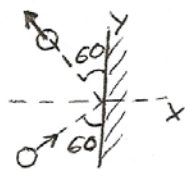


Fig. 11

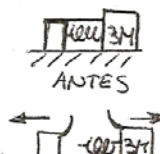


Fig. 12

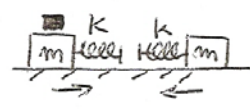


Fig. 13

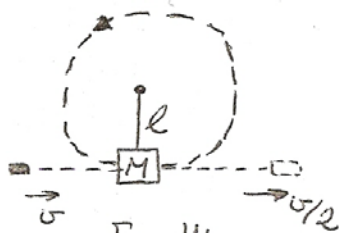


Fig. 14

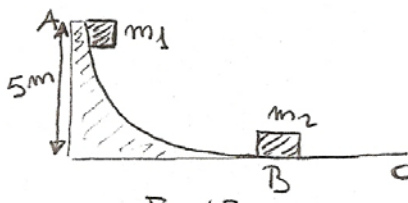


Fig. 15

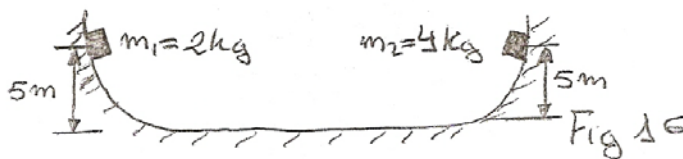


Fig. 16

## Resoluções

- 3.1  $2.64 \times 10^4 \text{ kg m/s}$ ;  $1.76 \times 10^5 \text{ N}$   
3.2 a)  $-0.626\mathbf{j} \text{ kg m/s}$ ;  $0.542\mathbf{j} \text{ kg m/s}$ ; b)  $1.17 \times 10^2 \mathbf{j} \text{ N}$   
3.3  $-180 \text{ m/s}$   
3.4 a)  $6.67 \text{ m/s}$ ; b)  $1.20 \times 10^5 \text{ J}$   
3.5 a)  $((m_1+m_2)/m_1)(2gh)^{1/2}$ ; b) questão; c)  $199 \text{ m/s}$ ;  $98.5 \text{ J}$   
3.6 a)  $-1.74 \text{ m/s}$ ; b)  $0.173 \text{ m}$   
3.7  $15.6 \text{ m/s}$ ;  $53.1^\circ$   
3.8  $2.80 \times 10^5 \text{ m/s}$ ;  $2.11 \times 10^5 \text{ m/s}$ ;  $53.0^\circ$   
3.9  $55.0^\circ$   
3.10  $(d+(5/7)b)\mathbf{i}+(4/7)h\mathbf{j}$   
3.11 a)  $L/2$ ; b)  $2L/3$   
3.12  $x_c=(2/3)a$ ;  $y_c=(1/3)b$   
3.13 a)  $(-240\mathbf{i}+450\mathbf{j}) \text{ m/s}$ ; b)  $1.86 \text{ km}$   
3.14 a)  $6.47 \times 10^3 \text{ m/s}$ ; b)  $2.50 \times 10^5 \text{ N}$   
3.15 a)  $12.0 \text{ Ns}$ ; b)  $6.00 \text{ m/s}$ , c)  $4.00 \text{ m/s}$ ; d)  $2.40 \text{ N}$   
3.16  $-260 \text{ N}$   
3.17  $-6.00 \text{ m/s}$   
3.18  $2.45 \text{ cm}$   
3.19 a)  $1.15 \text{ m/s}$ ; b)  $-0.346 \text{ m/s}$   
3.20 a)  $2 \text{ m/s}$ , norte; b)  $5.04 \text{ kJ}$   
3.21 a)  $20.9 \text{ m/s}$ ; b)  $8.68 \text{ kJ}$   
3.22  $(4M/m)(gl)^{1/2}$   
3.23  $91.2 \text{ m/s}$   
3.24  $0.556 \text{ m}$   
3.25 a)  $4.02 \text{ m}$ ; b)  $2.00 \text{ m/s}$ , direita  
3.26 a)  $9.90 \text{ m/s}$ ;  $-9.90 \text{ m/s}$ ; b)  $3.3 \text{ m/s}$ ;  $-16.5 \text{ m/s}$ ; c)  $13.9 \text{ m}$ ,  $0.56 \text{ m}$   
3.27 a)  $v_x=-9.33 \times 10^6 \text{ m/s}$ ;  $v_y=-8.33 \times 10^6 \text{ m/s}$ ; b)  $4.39 \times 10^{-13} \text{ J}$   
3.28  
3.29  $454 \text{ km}$   
3.30a)  $(3.20\mathbf{i}-2.00\mathbf{j}) \text{ m/s}$ ; b)  $-4.00\mathbf{j} \text{ m/s}^2$ ; c)  $(16\mathbf{i}-20t\mathbf{j}) \text{ kg m/s}$   
3.31a)  $3 \rightarrow 2.10 \text{ m/s}$ ;  $7 \rightarrow 0.900 \text{ m/s}$ ; b)  $3 \rightarrow 6.30 \times 10^{-3} \text{ kg m/s}$ ;  $7 \rightarrow -6.30 \times 10^{-3} \text{ kg m/s}$   
3.32  $0.700 \text{ m}$   
3.33a)  $3.9 \times 10^7 \text{ N}$ ; b)  $3.2 \text{ m/s}^2$   
3.34