grupos

. um grupo é um conjunto G munido de uma operação binária associativa ($(a\cdot b)\cdot c = a\cdot(b\cdot c)$) que associa a cada par $(a,b) \in G$ um elemento $a\cdot b \in G$ tal que:

$\exists e \in G: a\cdot e = e\cdot a = a, \forall a \in G$ (elemento neutro)

$\forall a \in G, \exists a^{-1}: aa^{-1} = a^{-1}a = e$ (inverso)

grupo abeliano $\rightarrow$ $a\cdot b = b\cdot a$

grupo mais pequeno $\rightarrow$ $G = \{e\}$

Segundo grupo mais pequeno $\rightarrow$ $G = \{e, a\}$

Propriedades dos Grupos:

Associativa: $(ab)c = a(bc)$

Elemento neutro: $eg = ge = g$

Inverso: $gg^{-1} = g^{-1}g = e$

Comutativa: $ab = ba$

Para qualquer grupo, as equações $ax = b$ e $ya = b$ admitem sempre soluções únicas, dadas por $x = a^{-1}b$ e $y = ba^{-1}$ (que são iguais caso o grupo seja abeliano).

grupo Linear geral $\rightarrow$ $GL_n(\mathbb{C}) = \{A \in Mat_{n\times n}(\mathbb{C}) : \det A \neq 0\}$

grupo Especial Linear $\rightarrow$ $SL_n(\mathbb{R}) = \{A \in Mat_{n\times n} : \det(A) = 1\}$

grupo Ortogonal $\rightarrow$ $O(n) = \{A \in GL_n(\mathbb{R}) : A^TA = AA^T = I\}$ $(A^T = A^{-1})$

Grupo Ortogonal Especial $\rightarrow$ $SO(n) = \{A \in O(n)\ \det A = 1\}$

Grupo Unitário $\rightarrow$ $U(n) = \{A \in GL_n(\mathbb{C}) : A^*A = AA^* = I\}$ $A^* = A^{-1}$

Grupo Unitário Especial $\rightarrow$ $SU(n) = \{A \in U(n)\ \det(A) = 1\}$