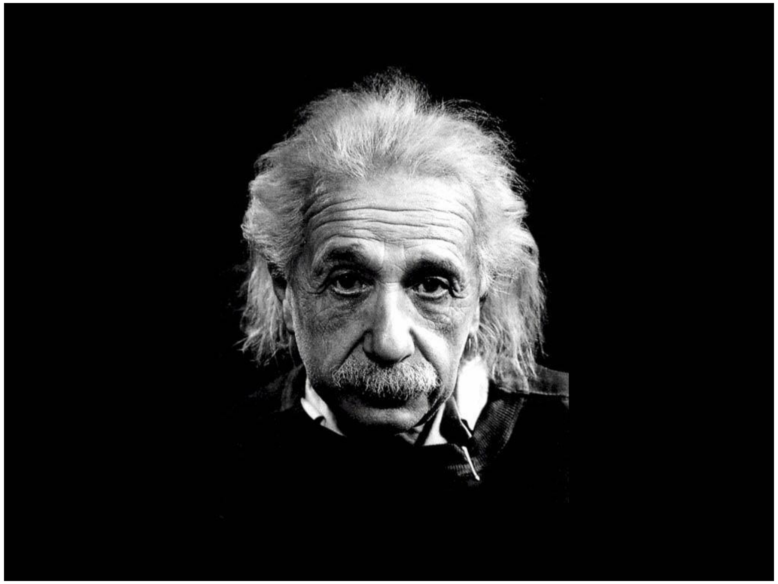
Relatividade Restrita - eventos

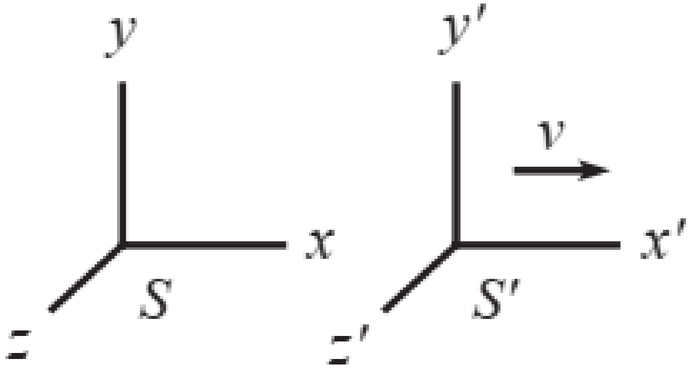
Um "evento" : conceito fundamental na relatividade

Algo que acontece:

- exemplos: bola entra na baliza, um flash da luz
- Cada evento tem uma localização no espaço e tempo $\left(\vec{r},t\right)$
- Observadores diferentes podem não concordar nos valores $\left(\vec{r},t\right)$
- No entanto, todos concordam que o evento aconteceu



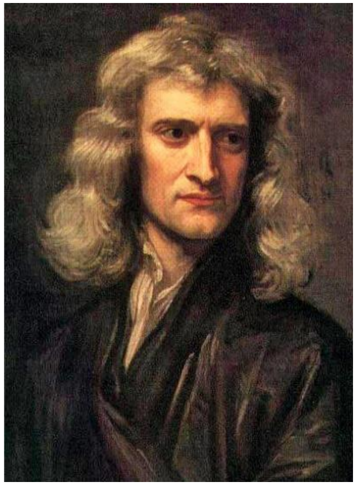
Transformações de Galileu



"As leis de Física são iguais em todos os sistemas inerciais "

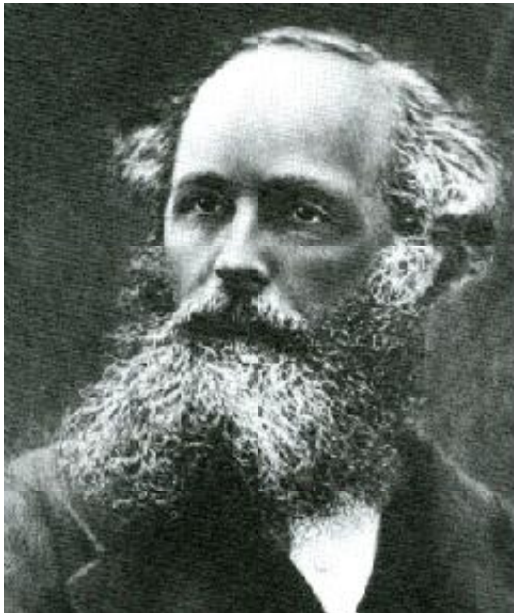
$$\Delta x = \Delta x' + v\Delta t',$$

$$\Delta t = \Delta t'.$$



"Tempo é universal"

Ondas Eletromagnéticas

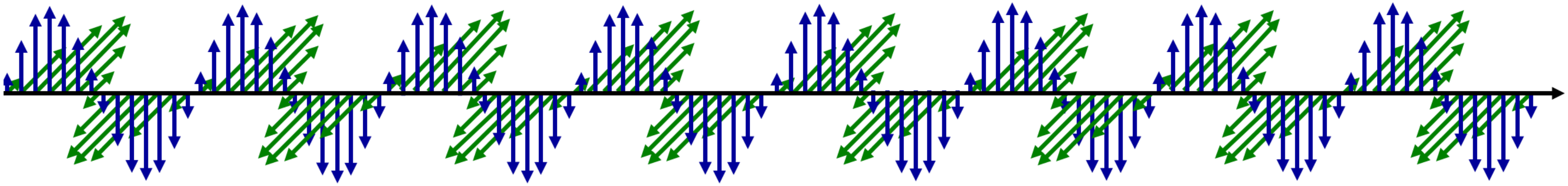


James Clerk Maxwell
(1831-1879)

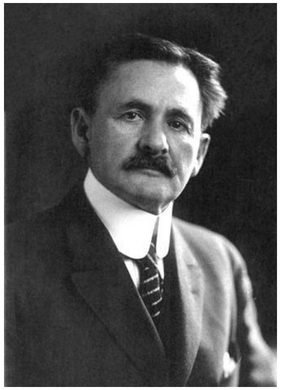
1864 : deduza 4 equações que descrevem EM

Velocidade da onda EM $$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

Relativa a qual referência?



Na altura a hipótese era que havia um "éter" que permeava o espaço.
Na referência em que o éter é estacionário a velocidade da luz era c

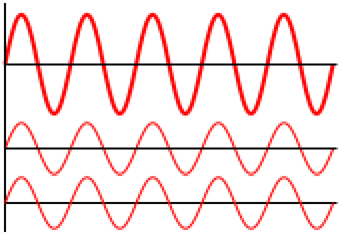


Albert Michelson

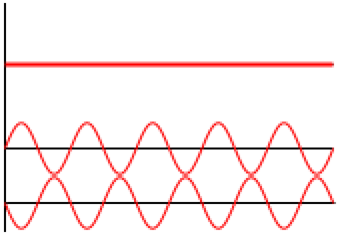
Edward Morley

Ideia chave – usar interferência para medir pequenas diferenças em distância

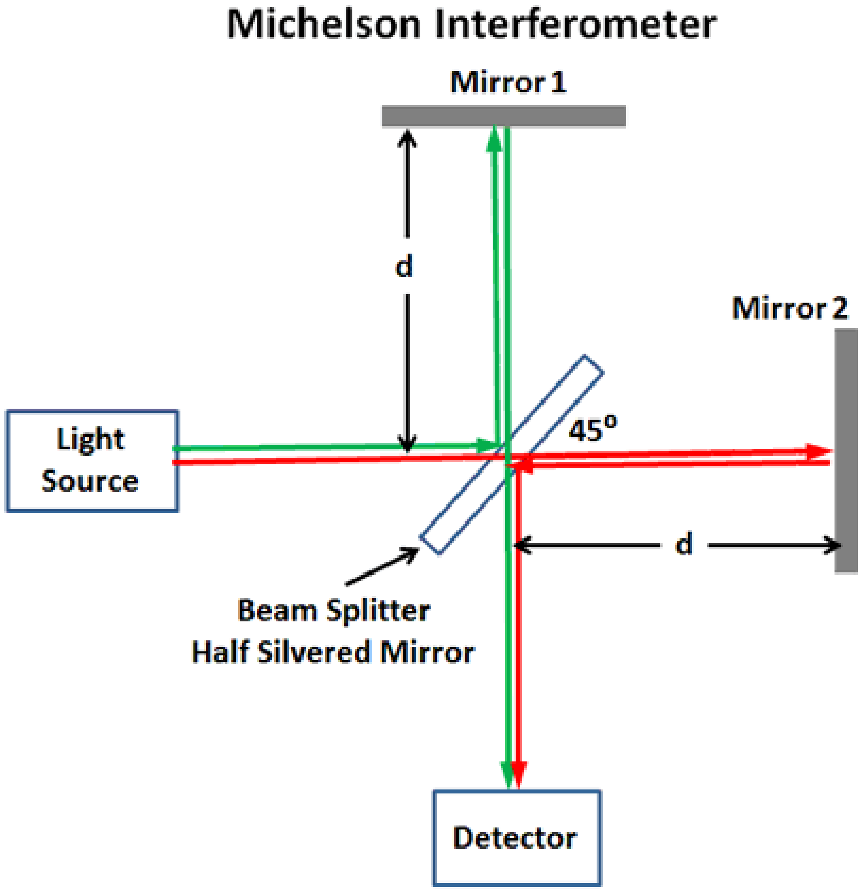
interferência



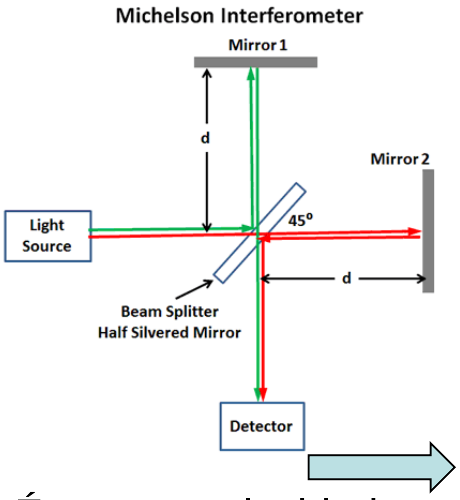
construtiva



destrutiva



Imagine que o éter se desloca com velocidade v na direção horizontal relativo ao interferómetro



Éter com velocidade v

Tempo da ida no braço horizontal

$$\mathrm{v}_{ida} = c + \mathrm{v}$$

$$t_{ida} = \frac{d}{c + \mathrm{v}}$$

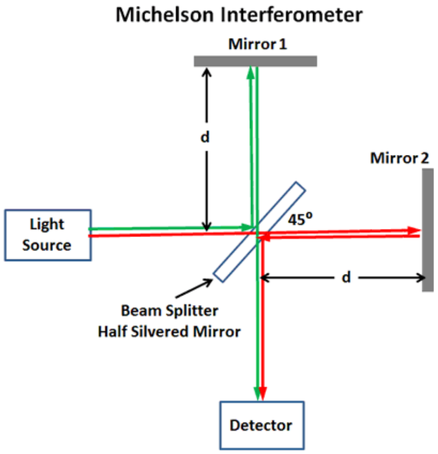
Tempo da volta

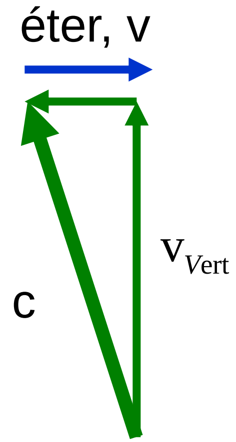
$$\mathrm{v}_{ida} = c - \mathrm{v}$$

$$t_{volta} = \frac{d}{c - \mathrm{v}}$$

$$t_{\mathrm{Horz}} = \frac{d}{c+\mathrm{v}} + \frac{d}{c-\mathrm{v}} = 2d\,\frac{c}{c^2 - \mathrm{v}^2} = \frac{2d}{c}\,\frac{1}{1-(\mathrm{v/c})^2}$$

O braço vertical é ligeiramente mais complicado





No braço vertical tem haver uma pequeno componente horizontal para compensar a velocidade do éter.

A velocidade vertical efetiva é dão pela teorema de Pitágoras

$$c^2 = v^2 + v_{Vert}^2 \qquad v_{Vert} = c\sqrt{1-(v/c)^2}$$

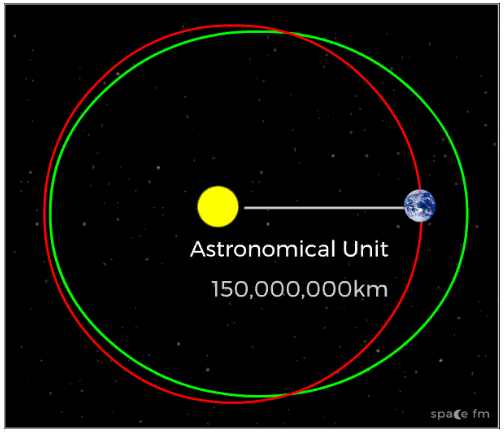
Tempo da ida e volta no braço vertical

$$t_{Vert} = \frac{2d}{v_{Vert}} = \frac{2d}{c}\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

Diferença no tempo entre os braços horizontal e vertical

$$t_{Horz} - t_{Vert} = \frac{2d}{c}\left[\frac{1}{1-(v/c)^2} - \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}\right]$$

Velocidade da Terra á volta do Sol



$$\mathrm{v}_{Terra} \approx \frac{2\pi\left(1.5x10^{11}\,m\right)}{\pi x10^{7}\,s} \approx 3,0x10^{4}\;m/s$$

$$c \approx 3,0x10^{8}\;m/s$$

$$\mathrm{t}_{\mathrm{Horz}} - \mathrm{t}_{\mathrm{Vert}} = \frac{2d}{c}\left[\frac{1}{1-\left(\mathrm{v}/c\right)^{2}} - \frac{1}{\sqrt{1-\left(\mathrm{v}/c\right)^{2}}}\right]$$

Expansão Taylor

$$(1\pm\varepsilon)^{n} \approx 1\pm n\varepsilon$$

$$\frac{1}{1-\left(\mathrm{v}/c\right)^{2}} \approx 1+\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\left(\mathrm{v}/c\right)^{2}}} \approx 1+\frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^{2}$$

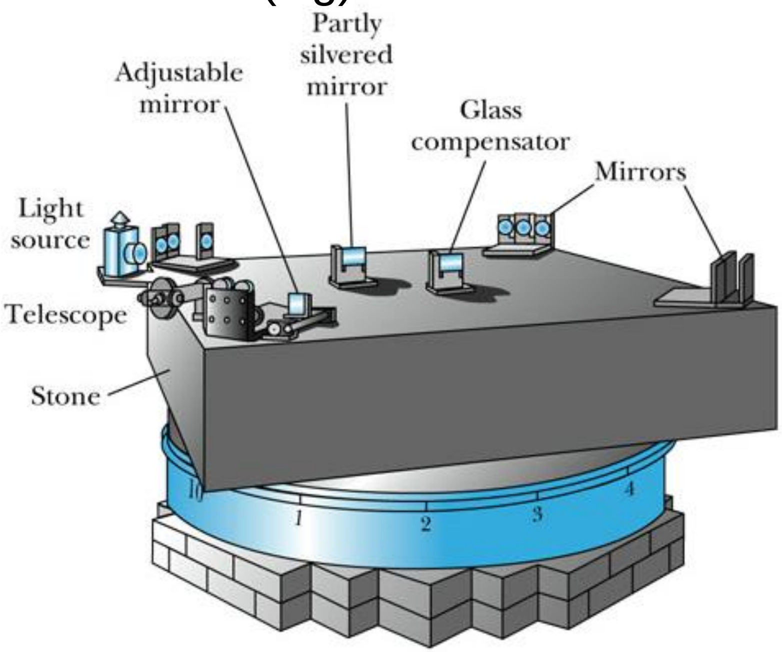
$$\mathrm{t}_{\mathrm{Horz}} - \mathrm{t}_{\mathrm{Vert}} \approx \frac{d}{c}\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^{2}$$

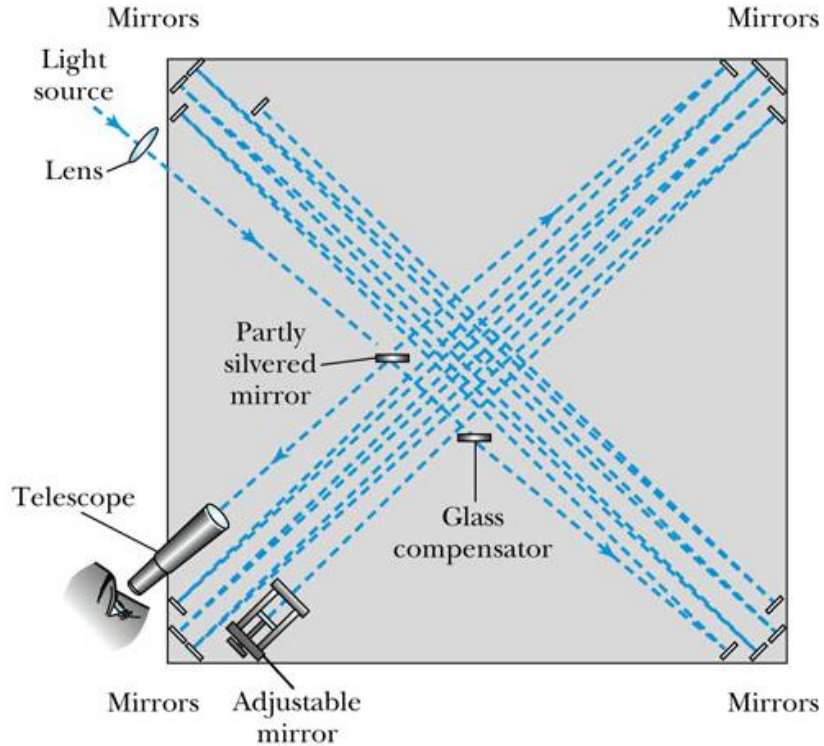
$$\approx \frac{d}{c}x10^{-8}$$

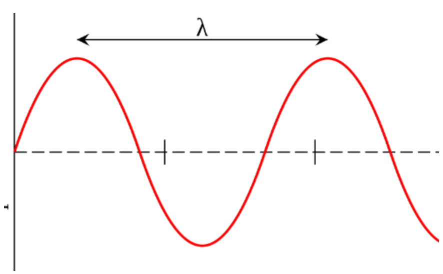
Experiência de Michelson e Morely 1887

Comprimento de cada braço = 11m

$\lambda = 546.1\,nm$ (Hg)





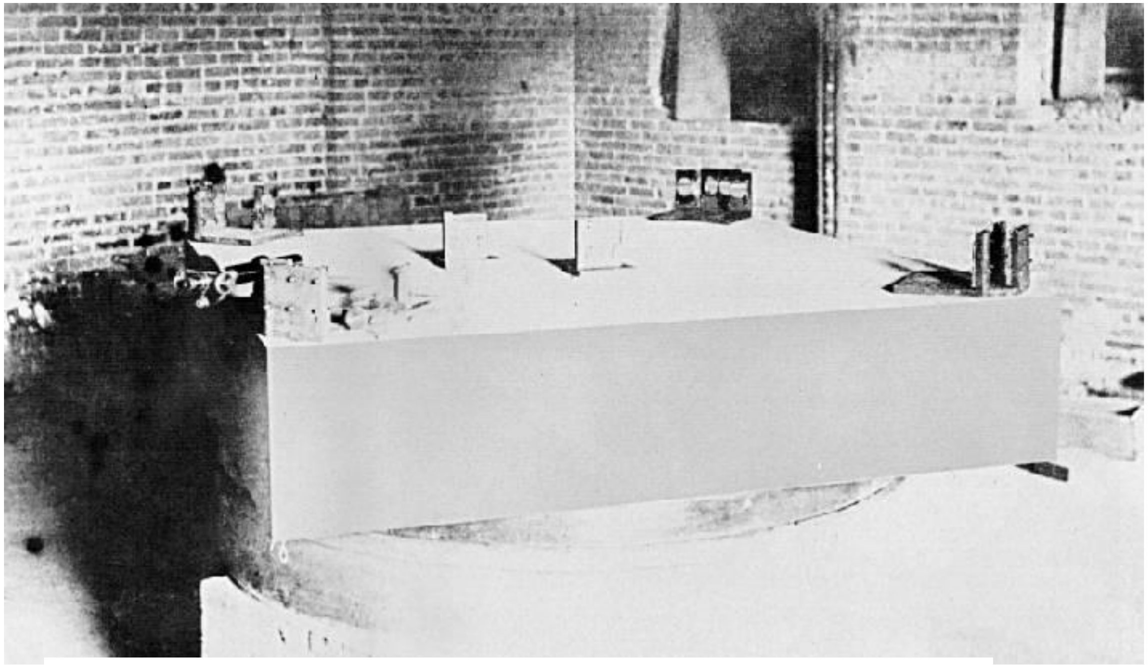


O período de oscilação da luz visível é muito pequeno

$$cT_{Luz} = \lambda \quad T_{Luz} = \frac{\lambda}{c}$$

$$\Delta t \approx \frac{d}{c} x10^{-8}$$

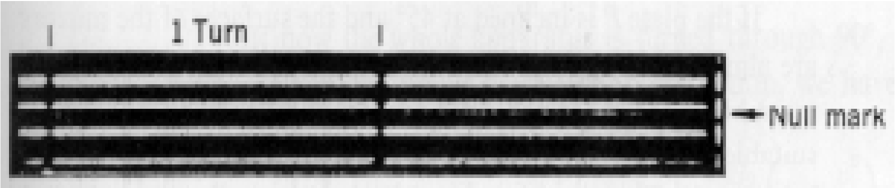
$$\frac{\Delta t}{T_{Luz}} \approx \frac{d}{\lambda} 10^{-8} \approx \frac{11m}{546.1x10^{-9}\,m} 10^{-8} \approx 0.2$$

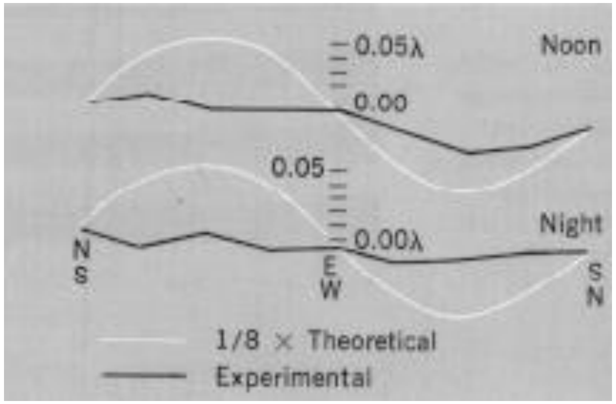


Ao rodar o interferometro 90º os braços trocam posições.

O Michelson e Morley esperava observar as franjas deslocarem 0.4 dum ciclo.

Testarem dia e noite, verão e inverno e o resultado eram sempre ≈ 0.



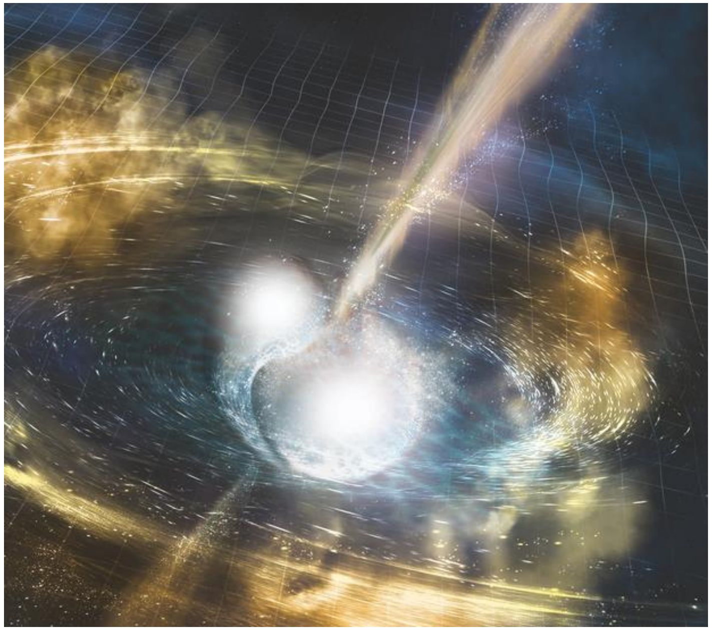


Deslocamento de franjas esperado 0.4λ

Resolução das medidas 0.02λ

A. A. Michelson, *Studies in Optics*

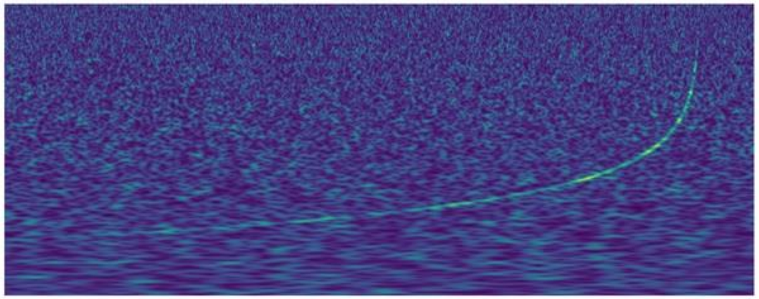
LIGO



Braços ~4 km

resolução
$\Delta d \approx 10^{-21} m$

~10^{-6} tamanho dum protão

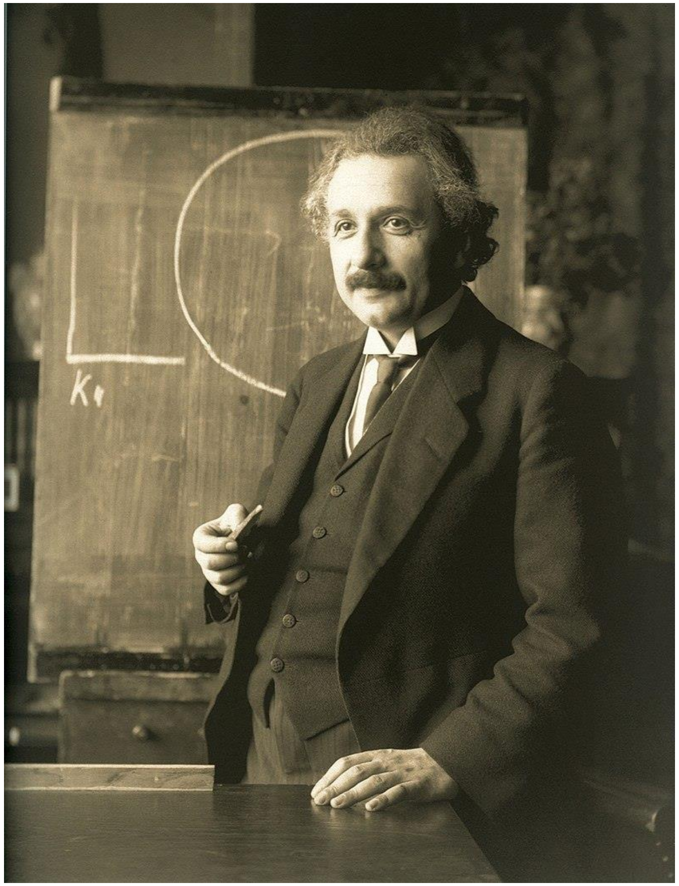


Deteção de ondas gravíticas 2015

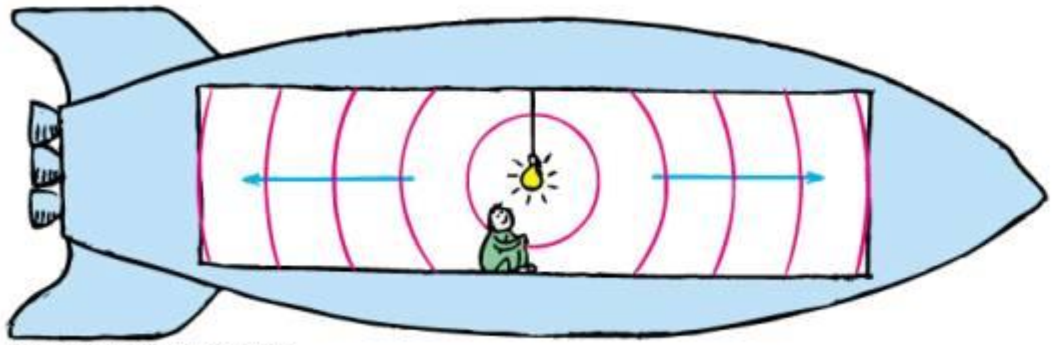
Postulados de Einstein

As leis de Física são as mesmas em todos os referências de inércia (sem aceleração).

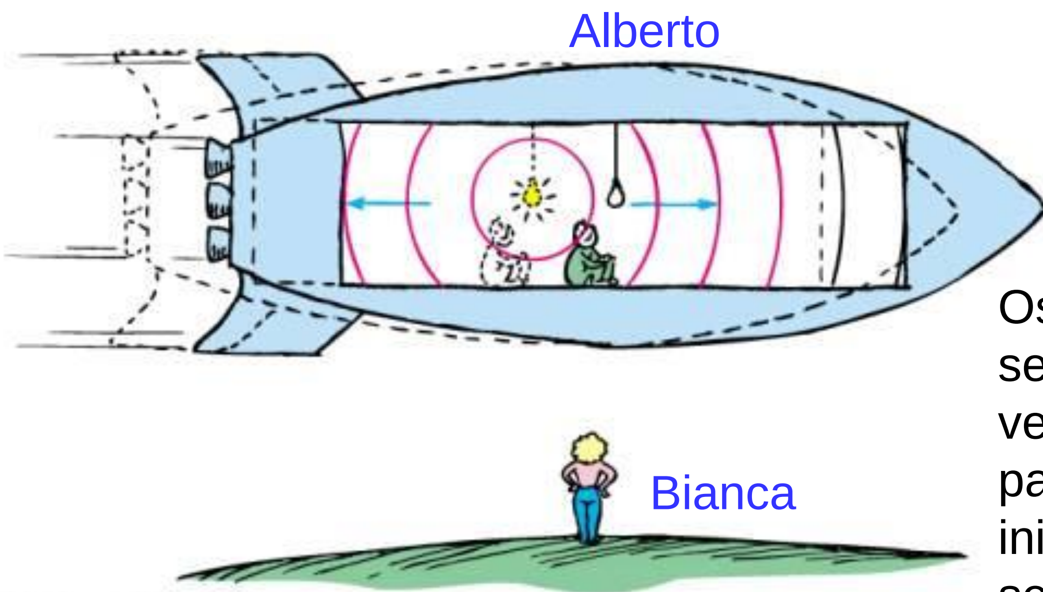
A velocidade da luz no vácuo é constante independente da velocidade do observador ou da fonte.



Perda da Simultaneidade



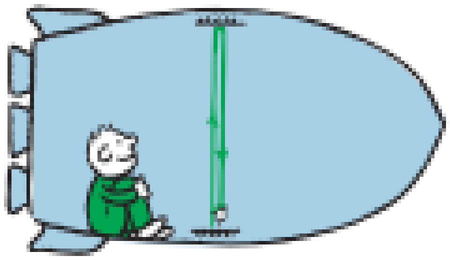
Dois eventos que são simultâneos para Alberto (no foguetão) não são simultâneas para Bianca na Terra.



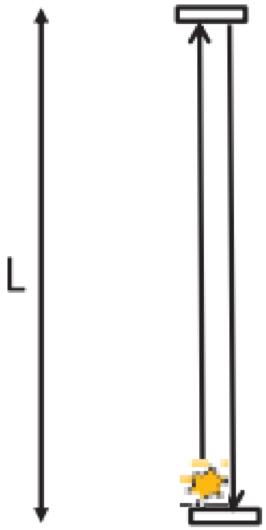
Os 2 observadores vêm que a luz se propaga com a mesma velocidade. Segundo a Bianca a parede atrás está aproximar o flash inicial, enquanto a parede de frente se afasta.

Dilatação do tempo

Como todos concordam na velocidade da luz, faz sentido usar a luz para medir outras coisas (i.e. tempo e distância)



Um relógio da luz



Espelho

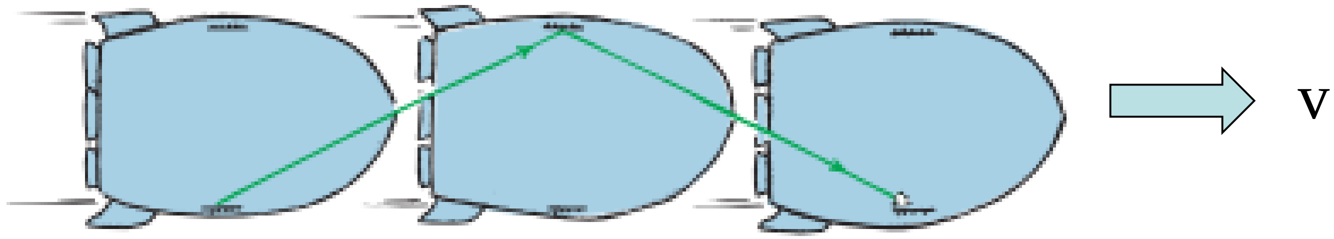
Flash da luz
Medir o tempo que demora de ir e voltar.

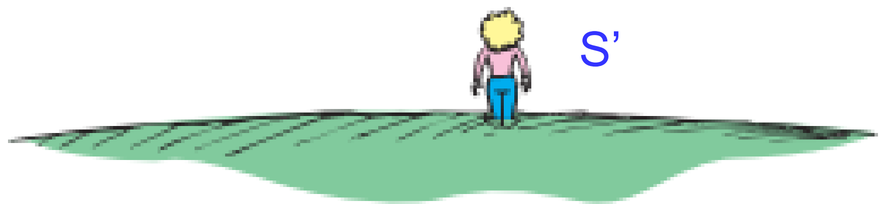
$$\Delta t = \frac{2L}{c}$$

Espelho

Dilatação do tempo

Se este relógio se desloca com uma velocidade v relativo um observador na referência S'



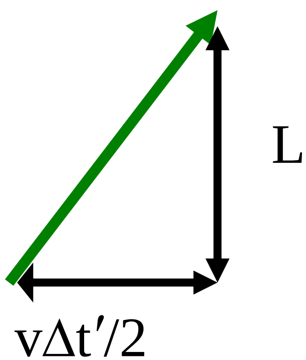


O tempo observado entre os 2 eventos na referência S' é

$$\Delta t' = \frac{D}{c} = \frac{2\sqrt{L^2 + (\mathrm{v}\Delta t'/2)^2}}{c}$$

$$(c\Delta t')^2 = 4L^2 + (\mathrm{v}\Delta t')^2$$

$$\Delta t' = \frac{2L}{c}\frac{1}{\sqrt{1-(\mathrm{v}/c)^2}}$$

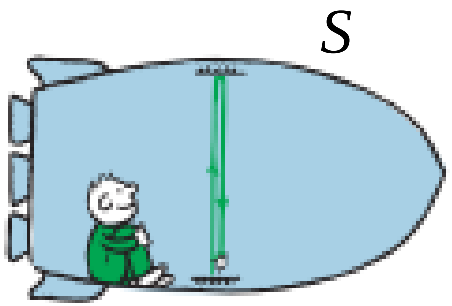


A distância percorrida é

$$D = 2\sqrt{L^2 + (\mathrm{v}\Delta t'/2)^2}$$

A luz se propaga com uma velocidade c

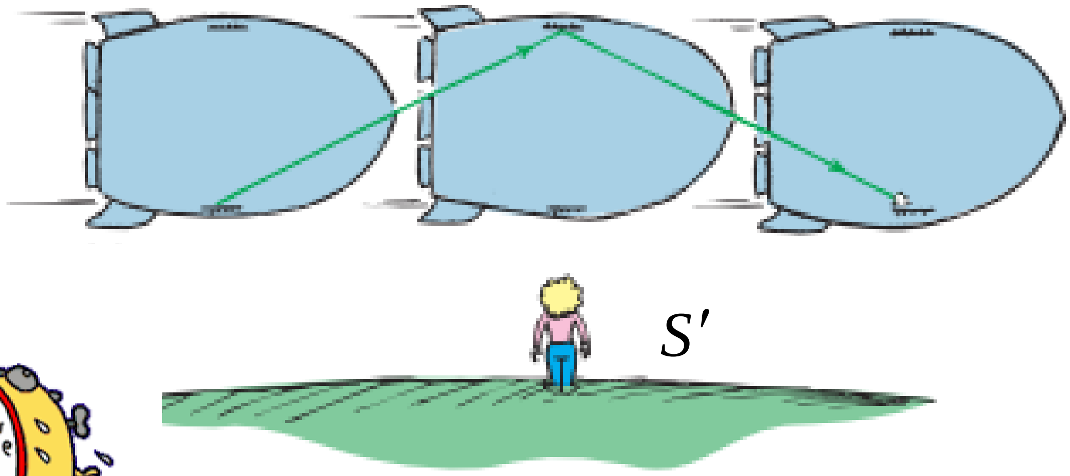
Dilatação do tempo



Δt_0

Tempo próprio
Intervalo entre 2 eventos que acontecem no mesmo ponto

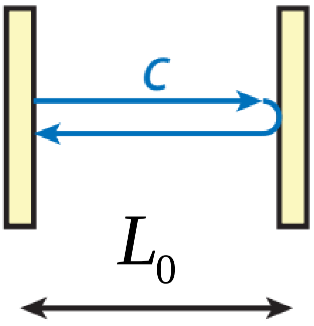
$$\boxed{\Delta t' = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\left(\mathrm{v}/c\right)^2}}}$$



Relógios em movimento andam devagar

Contração do comprimento

Tal como o tempo haverá uma desconcordância sobre distâncias
(ao longo a direção do movimentos relativo)



Enviar um pulso da luz e medir o tempo da ida e volta.

No referencial onde o objeto é estacionário

$$\Delta t_0 = \frac{2L_0}{c}$$

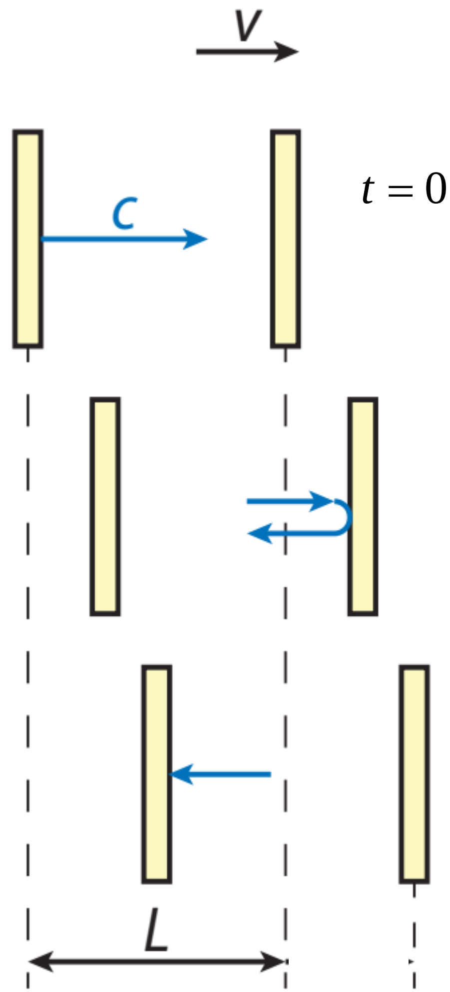
Referencial S

$$L_0 = \frac{c\Delta t_0}{2}$$

o comprimento próprio

Contração do comprimento

Se um observador no sistema S' observa o objeto se deslocar com uma velocidade v



$$t = 0$$

$$ct'_{ida} = L' + vt'_{ida}$$

$$t'_{ida} = \frac{L'}{c - v}$$

$$ct'_{volta} = L' - vt'_{volta}$$

$$t'_{volta} = \frac{L'}{c + v}$$

Tempo observado de ida e volta em S'

$$\Delta t' = L'\left[\frac{1}{c - v} + \frac{1}{c + v}\right]$$

$$= L'\left[\frac{2c}{c^2 - v^2}\right]$$

$$= \frac{2L'}{c}\left(\frac{1}{1 - (v/c)^2}\right)$$

Logo

$$\Delta t_0 = \Delta t'\sqrt{1 - (v/c)^2}$$

$$\frac{2L_0}{c} = \frac{2L'}{c}\left(\frac{1}{1 - (v/c)^2}\right)\sqrt{1 - (v/c)^2}$$

$$\boxed{L' = L_0\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

Objetos em movimento sofrem uma contração

O factor gama

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

$$\Delta t' = \gamma \Delta t_0$$

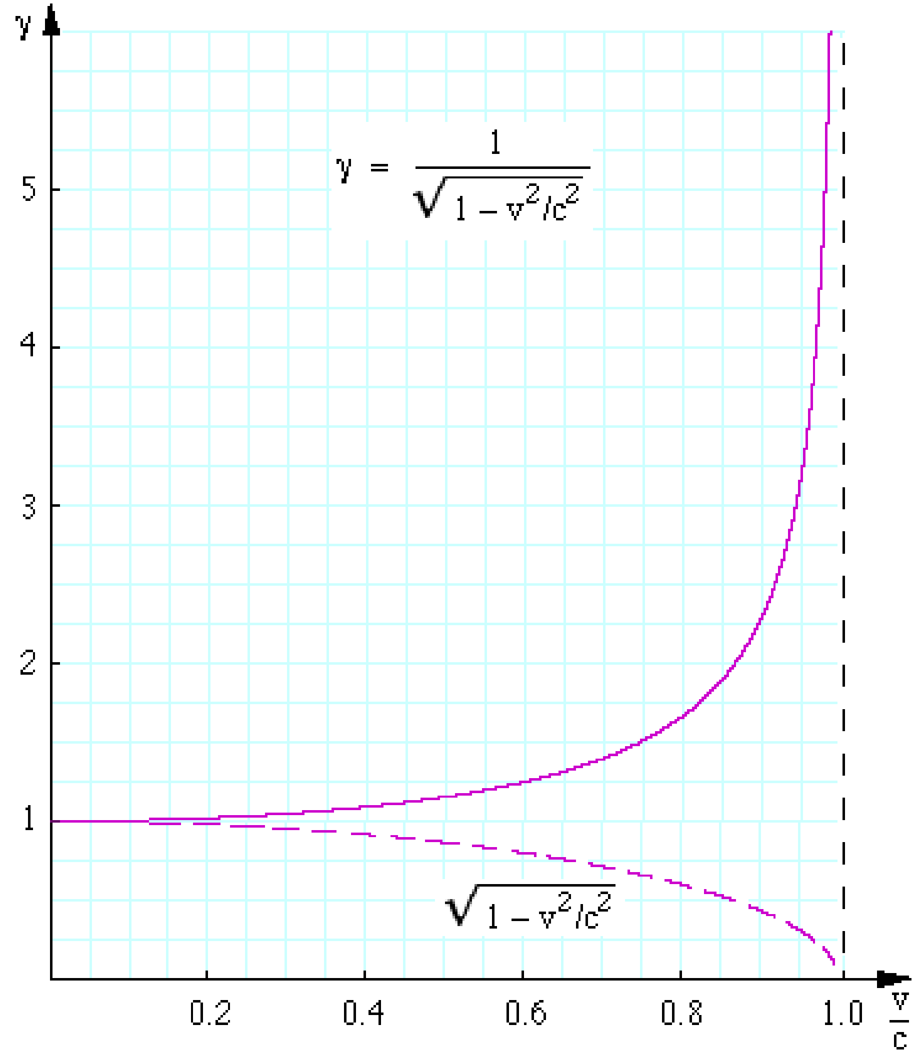
$$L' = L_0 / \gamma$$

$$\text{v} = 0.1c \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{0.99}} \approx 1.005$$

$$\text{v} = 0.6c \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{0.64}} = 1.25$$

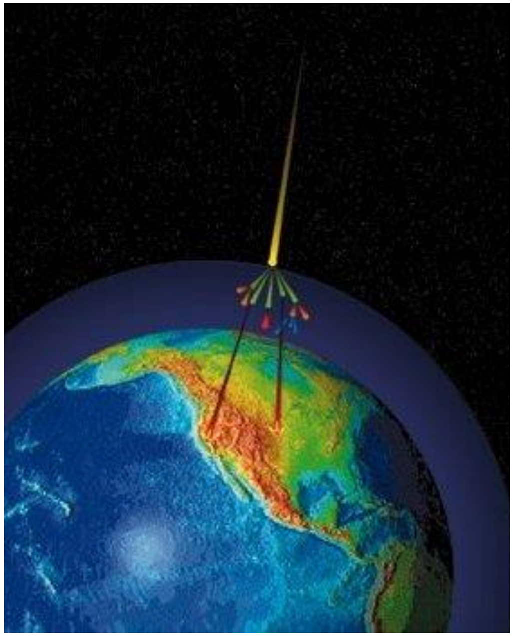
$$\text{v} = 0.9c \quad \gamma \approx 2.29$$

$$\text{v} = 0.995c \quad \gamma \approx 10$$



Muões (electrões pesados)

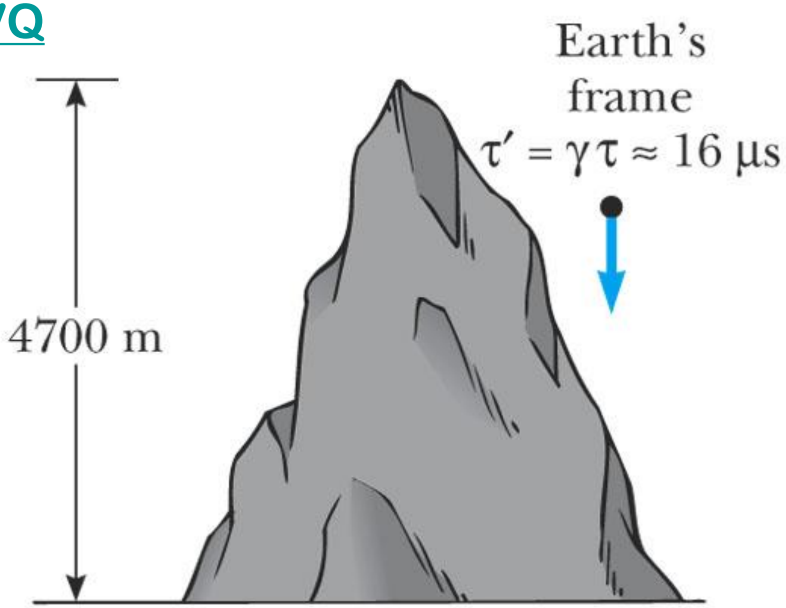
https://www.youtube.com/watch?v=tbsdrHILfVQ



V = 0.99c

Tempo de voo

$$\frac{4700m}{0.99c} \approx 16\mu s$$



Decaimento exponencial

$$N(t) = N_0 \exp(-t/\tau)$$

$$\tau \approx 2.2\mu s$$

Sem efeitos da relatividade
esperava que apenas uma fração

$$\frac{N}{N_0} = \exp\left(\frac{-16\mu s}{2.2\mu s}\right) \approx 7x10^{-4}$$ sobrevivem

Mas como $\gamma(0.99c) \approx 7{,}1$ no referencial da Terra

$$\tau' = \gamma\tau_0 \approx 16\mu s \qquad \frac{N}{N_0} = \exp\left(\frac{-16\mu s}{16\mu s}\right) \approx 0.37$$

Muões (electrões pesados)

No referencial dos muões o tempo de vida é o tempo próprio, 2.2μs, mas a distância entre o topo e fundo de montanha e contraída

$$L' = \frac{L_0}{\gamma} \approx 660m$$

O tempo de voo é apenas

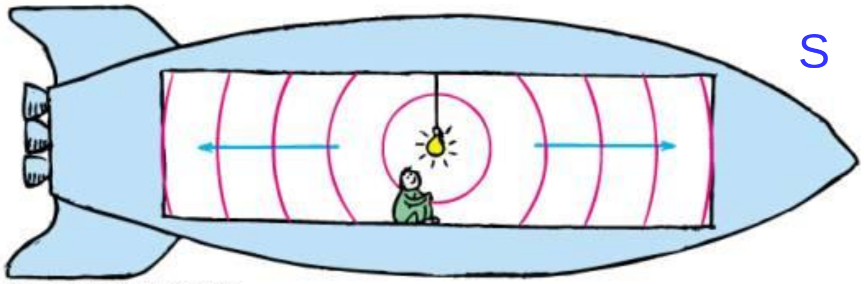
$$t = \frac{660m}{0.99c} \approx 2,2\mu s$$

e a fração dos muões que sobrevivem é

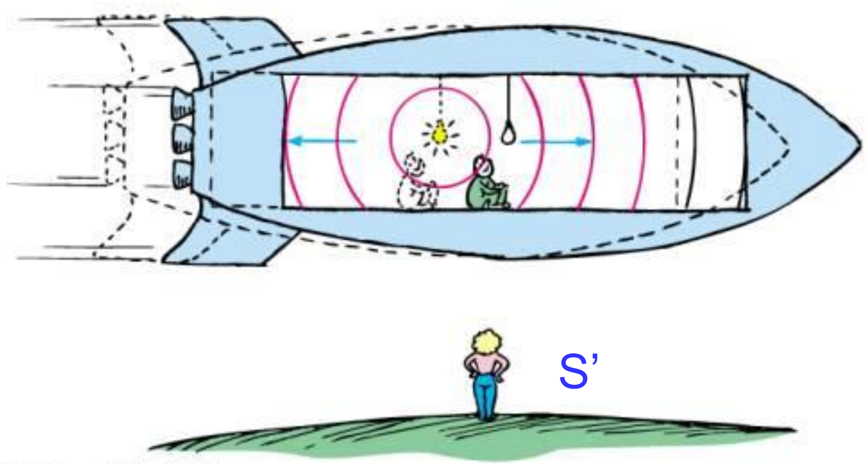
$$\frac{N}{N_0} = \exp\left(\frac{-2,2\mu s}{2,2\mu s}\right) \approx 0.37$$

Efeito do relógio atrás ser adiantada

Os relógios num sistema referencial em movimento parecem ser dessincronizados

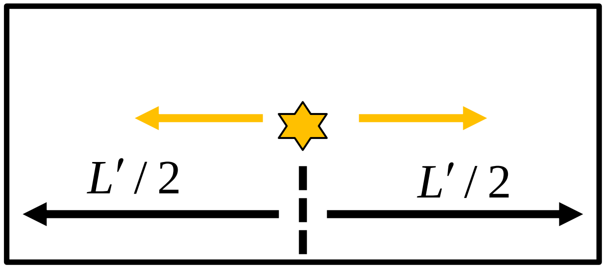


No referencial de S é possível sincronizar 2 relógios com um flash da luz lançado na posição intermédia



Um observador no referencial S’ acha que a luz chega a posição de atrás antes da posição da frente. Qual é a diferença?

No referencial do S’



$$t' = 0$$

$$\Delta t' = t'_{frente} - t'_{trás}$$

$$\Delta t' = \tfrac{1}{2} L' \left[\frac{1}{c - \mathrm{v}} - \frac{1}{c + \mathrm{v}} \right]$$

$$\Delta t' = \frac{\mathrm{v}L'}{c^2} \left[\frac{1}{1 - \left(\mathrm{v/c}\right)^2} \right] = \frac{\mathrm{v}L'}{c^2} \gamma^2$$

$$ct'_{trás} = \tfrac{1}{2} L' - \mathrm{v}t'_{trás}$$

$$t'_{trás} = \frac{\tfrac{1}{2} L'}{c + \mathrm{v}}$$

$$\Delta t' = \gamma \Delta t \qquad L' = L_0 / \gamma$$

Diferença entre o relógio na afrente e atrás segundo um observador em S’

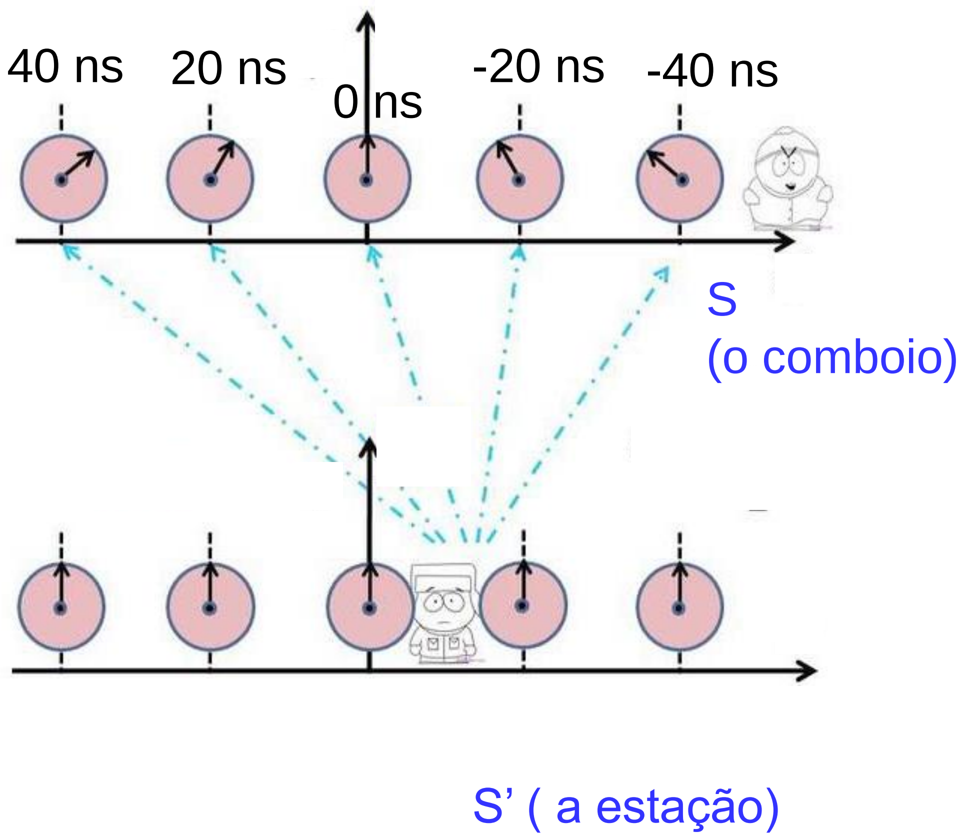
$$\boxed{\Delta t = \frac{\mathrm{v}L_0}{c^2}}$$

$$ct'_{frente} = \tfrac{1}{2} L' + \mathrm{v}t'_{frente}$$

$$t'_{frente} = \frac{\tfrac{1}{2} L'}{c - \mathrm{v}}$$

Exemplo

Uma carruagem de um comboio relativistica tem um comprimento de 30m e desloca com uma velocidade de 0.8c relativo da estação.



Segundo o observador na estação (S') o relógio na parte trás da carruagem marca mais 80ns do que o relógio na frente da carruagem.

$$\Delta t = \frac{\mathrm{v}L_0}{c^2} = \frac{0.8c(30m)}{c^2} = 80\ ns$$