Pergunta 1

4 em 4 pontos

Considere a equação diferencial linear homogénea $\ddot{x} + 4\dot{x} + 13x = 0$. Determine a solução geral e a solução com condições iniciais $x(0) = 1$ e $\dot{x}(0) = -2$.

Resposta Selecionada: *Solução Geral*: $x(t) = e^{-2t}(c1\cos(3t) + c2\sin(3t))$

Sabendo as condições iniciais obtemos que $c1 = 1$ *e* $c2 = 0$.

Então

$$x(t) = e^{-2t}\cos(3t)$$

Resposta Correta: A solução geral é $x(t) = e^{-2t}(a\cos(3t) + b\sin(3t))$. A solução com as condições iniciais dadas é $e^{-2t}\cos(3t)$.

Feedback da resposta: [Sem Resposta]

Pergunta 2

2 em 2 pontos

Determine uma solução da equação diferencial linear não homogénea $\ddot{x} + \dot{x} + x = e^{-t}$.

Resposta Selecionada: *Solução geral* : $x(t) = Ae^{-t}$

$\dot{x}(t) = -Ae^{-t}$

$\ddot{x}(t) = Ae^{-t}$

Como $A = 1$, *então*

$x(t) = e^{-t}$

Resposta Correta: Uma solução é $x(t) = e^{-t}$.

Feedback da resposta: [Sem Resposta]

Pergunta 3

2 em 2 pontos

As funções 1e e^{-2t} são soluções da equação diferencial linear homogénea

Resposta Selecionada: A. $\ddot{x}+2\dot{x}=0$

Respostas:

A. $\ddot{x}+2\dot{x}=0$

B. $\ddot{x}-2\dot{x}=0$

C. $\ddot{x}+2x=0$

D. $\ddot{x}-2x=0$

Pergunta 4

2 em 2 pontos

Seja $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida, na base canónica, por $T(x,y)=(2x+y,x+y)$. Determine a matriz que define T na base formada pelos vetores $v=(1,1)$ e $w=(0,1)$.

Resposta Selecionada:

$T=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

Fazendo a mudança de base:

$A=C^{-1}T\,C$

(Seja A a matriz T na base formada pelos vetores v e w)

(Seja C a base formada pelos vetores v e w)

$A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

Resposta Correta:

$A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

Feedback da resposta: [Sem Resposta]

Pergunta 5

2 em 2 pontos

Seja $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ a projeção ortogonal sobre a reta $y = -2x$. Determine os seus valores e vetores próprios.

Resposta Selecionada: *valores próprios*: $\lambda = 1$ *ou* $\lambda = 0$

vetores próprios:

$v1 = (1, -2)$

$v2 = (2,1)$

Resposta Correta: Os valores próprios são 1 e 0, e vetores próprios são, por exemplo, $(1, -2)$ e $(2, 1)$, respetivamente.

Feedback da resposta: [Sem Resposta]

Pergunta 6

2 em 2 pontos

Seja $T: \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^2$ o operador anti-hermítico definido, na base canónica, pela matriz

$$A = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

Determine uma base ortogonal (não necessariamente ortonormal) de vetores próprios e a matriz diagonal que representa o operador nesta base.

Resposta Selecionada:

Matriz Diagonal : $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$

Base ortogonal : $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}$

valores próprios: $\lambda = \pm i$

vetores próprios : $v1 = (1,1)$; $v2 = (1, -1)$

$\|v1\| = \|v2\| = \sqrt{2}$

Resposta Correta: Uma base ortonormada de vetores próprios é formada por $(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$ e $(1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2})$. A matriz diagonal que representa o operador nesta base é $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$.

Feedback da resposta: Uma matriz não é uma base.

Pergunta 7

2 em 2 pontos

A matriz $A = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$ representa, na base canónica do plano euclidiano $\mathbb{R}^2$, um operador ...

Resposta Selecionada: ortogonal.

Respostas: ortogonal.

anti-simétrico.

simétrico.

Pergunta 8

2 em 2 pontos

Se A e B são duas matrizes ortogonais $n \times n$, então também AB é ortogonal.

Resposta Selecionada: Verdadeiro

Respostas: Verdadeiro

Falso

Pergunta 9

1 em 2 pontos

Mostre que os valores próprios de um operador hermítico são reais.

Resposta Selecionada:

$$Autoadjunto: L^* = L, \text{ ou seja}, <Lv,v> = <v,Lv>$$

$$Lv = \lambda v$$

$$\lambda||v||^2 = ||\lambda v||^2 = ||Lv||^2 = <Lv,v> = <v,Lv> = <v,\lambda v> = \vec{\lambda}||v||^2$$

Logo,

$$\lambda||v||^2 = \bar{\lambda}||v||^2 \quad => \quad \lambda = \bar{\lambda}$$

Por isso, os vqalores próprios de L, que é um operador hermítico, são reais

Resposta Correta: [Nenhuma]

Feedback da resposta: A primeira e a terceira igualdade da terceira linha são falsas.