Mecânica Newtoniana – FIW361-Curso de Licenciatura em Física

Prof. Antônio Carlos

Requisitos:
FIW 231 (Mecânica do Sistema)
MAC 248 (Cálculo IV)

Objetivos:
Desenvolver no aluno uma base sólida dos conceitos e métodos da mecânica clássica da partícula e de sistema de partículas. Capacitá-los a utilizar métodos matemáticos, principalmente análise vetorial e equações diferenciais, para analisar os fenômenos mecânicos da natureza.

Ementa:
Formalismo Newtoniano; Movimento de uma partícula em uma, duas e três dimensões;Movimento de um sistema de partículas; Oscilações lineares; Rotação em torno de um eixo. Estática. Gravitação. Forças centrais.

Bibliografia:
[1] SYMON, K.R., Mecânica. Rio de Janeiro: Ed. Campus, 1982.
[2] KITTEL, C., KNIGHT, W.D. e RUDERMAN, M.A. Mecânica. Curso de Física de Berkeley, vol. 1, São Paulo: Ed. Edgard Blucher, 1973.
[3] J. R. TAYLOR, Mecânica Clássica, Bookman, 2005

Cronograma
P1 – aula 1 até a aula 6 (capítulos 1 e 2 do Symon e seção 3.7)
P2- aula 7 até aula 13 (capítulo 3 até seção 3.12)
P3 – aula 14 até aula 21 (capitulo 3 -3.13 até 3.15, capítulo 4 – até 4.7)

Apresentação

Um dos escopos de um curso de nível superior em física (licenciatura ou bacharelado) é preparar o aluno a resolver problemas (no sentido amplo). Resolver problemas (agora *stricto sensu*), ou aplicar o conteúdo, possui um papel fundamental de controle do processo ensino-aprendizagem, permitindo avaliar se o conteúdo foi realmente entendido, pois o não saber aplicar uma teoria é uma clara indicação de que ela não foi compreendida ou foi compreendida de forma distorcida, uma vez que não saber aplicar o que não se compreendeu ou compreendeu incorretamente. Uma forma eficaz de ajudar os alunos é desenvolver uma série de problemas que possam elucidar as ideias apresentadas durante as aulas, tornando-as mais realistas, mais completas e mais estruturadas na mente as ideias que foram apresentadas.

"*A primeira regra do ensino é saber aquilo que se vai ensinar. A segunda regra é saber um pouco mais do que o que se vai ensinar*".
George Pólya, , How to Solve It

Critério de Avaliação
Haverá três provas P1, P2 e P3 e listas feitas em sala L1,L2 e L3. A partir das provas e das listas haverá três notas N1,N2 e N3, onde $N_i = 0{,}7P_i + 0{,}3L_i$, ou seja, as listas possuem peso de 30 % .
Para aqueles que fizeram as provas parciais P1, P2 e P3, calcula-se a média aritmética:

M = (N1+N2+ N3)/3

Se M ≥ 7,0 o aluno está **APROVADO**
Se M < 3,0 o aluno está **REPROVADO**
Se 3,0 ≤ M < 7,0 o aluno vai para a **PROVA FINAL**
Observação: não há arredondamento automático de 6,9 para 7,0 e de 2,9 para 3,0

Tendo feito as duas provas parciais (com 3,0 ≤ M < 7,0) e a prova final, a nota final é:

NF = (M+PF)/2

Se NF ≥ 5,0 o aluno está **APROVADO**
Se NF < 5,0 o aluno está **REPROVADO**
Observação: não há arredondamento automático de 4,9 para 5,0

Para aqueles que perderam uma das provas parciais, a PROVA FINAL substitui a prova perdida.
Novamente, o critério de aprovação nesse caso é:

M = (P(1,2,3)+PF)/3

Se M ≥ 7,0 o aluno está **APROVADO**
Se M < 3,0 o aluno está **REPROVADO**
Observação: não há arredondamento automático de 6,9 para 7,0 e de 2,9 para 3,0

A SEGUNDA CHAMADA pode ser feita somente por aqueles que, não tendo sido aprovados após a PF, possuam apenas três notas disponíveis até o momento. Em outras palavras, a nota da segunda chamada só pode ser utilizada para substituir a nota ausente da PROVA FINAL, seja porque o aluno não a fez ou porque essa nota foi usada para substituir uma das provas parciais. Ao calcular-se a nota final incluindo-se a segunda chamada, a média novamente deve ser maior ou igual a 5,0 para aprovação.

Aulas interativas

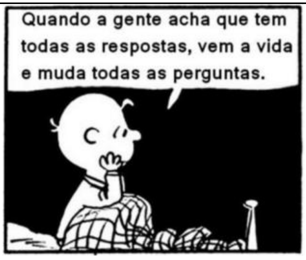
Vários estudos sugerem que o aprendizado em cursos de física universitários pode aumentar através da utilização de métodos de aprendizagem ativa. Uma aprendizagem efetiva requer que os estudantes sejam participantes ativos e não meramente ouvintes passivos. Estes métodos produzem um grande engajamento mental e uma interação aluno-aluno e aluno-professor mais efetiva em comparação com uma aula tradicional.Conceitos científicos complexos em geral não são efetivamente comunicados aos alunos em aulas puramente expositivas, mesmo que os conceitos sejam apresentados de forma clara e lógica. Alunos que evitam um esforço mental intenso, esforço esse que acompanha o crescimento na compreensão pessoal talvez nunca terão sucesso no domínio de um conceito. Em outras palavras, os estudantes não absorvem conceitos físicos ao serem ensinados (pela fala ou pela demonstração). Eles devem ser guiados a resolverem as confusões mentais através de um processo que maximize o engajamento ativo de suas faculdades mentais. Aprendizes ativos são relativamente aprendizes eficientes de conceitos físicos. Eles podem ser caracterizados como estudantes que continuamente e ativamente testam seu aprendizado, sua compreensão no processo de aprendizagem. Por outro lado, a maioria dos estudantes nos cursos introdutórios não são capazes de realizarem um aprendizado ativo sozinhos. Geralmente não são capazes de reconhecer quando sua compreensão é inadequada. De modo a tornar o processo de aprendizagem efetivo, os alunos necessitam de guiamento substancial pelos instrutores e ajuda com o material didático.

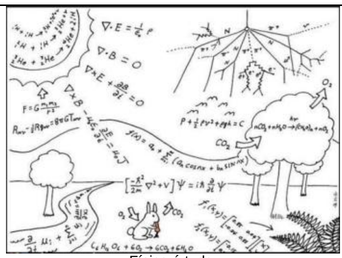
Adotaremos ao longo deste curso métodos de aprendizagem ativa. Basicamente, a aula será dividida em várias mini-aulas, através da interrupção periódica da aula em intervalos mais ou menos regulares com questões conceituais ou quantitativas de múltipla escolha ou discussões conceituais propostas para a turma. Estas questões são disponibilizadas na página da disciplina . Cabe ao aluno imprimir as páginas correspondentes à aula daquele dia.

O sucesso do método está baseado em duas estratégicas chaves: a) os estudantes precisam ser guiados deliberadamente num processo passo-a-passo de pensar sobre o conceito, discutir e então responder a uma sequência de questões e exercícios cuidadosamente escolhidos.; b) O instrutor deve obter respostas imediatas de idealmente todos os alunos na aula. O objetivo básico é aumentar drasticamente a quantidade e a qualidade da interação que ocorre em sala de aula entre os alunos e o professor. Assim, o professor propõe várias questões objetivas. Os alunos decidem sobre qual a resposta correta, discutindo entre si.

Idealmente, num ambiente de aprendizagem ativa, o tempo de aula é utilizado para discutir ideias, ao invés de apresentá-las. É utilizado também para responder questões, clarificar pontos confusos. No entanto, o estudante deveria ler o livro texto antes das aulas. Como na realidade isso não acontece, porque os alunos estão acostumados ao instrutor dizer tudo. Então, no nosso caso, as ideias serão sim apresentadas em sala em várias microaulas de cerca de 10 min, seguidas por discussões e problemas de questões de múltipla escolha.

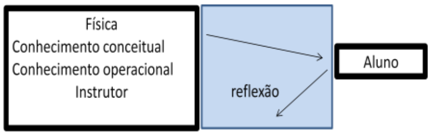
Referência: D. E. Meltzer, K. Manivannan, Transforming the lecture-hall environment: The fully interactive physics lecture.



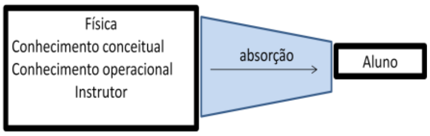

Física é tudo

Alan Van Heuleven (Learning to think like a physicist: A review of research-based instructional strategies, Am. J. Phys**.** **59**, 891 (1991)) caracterou o processo de aprendizagem como um "transformador educacional" (vide figura abaixo). Como estudantes de física, sabemos que dada uma fonte, a maior potência que pode ser fornecida ao sistema é quando as impedâncias estão casadas. O professor de física constitui uma fonte de conhecimentos conceituais, fenomenológicos e operacionais, mas, na maioria das vezes, essa fonte não está "casada" com o sistema (o aluno). Se as fontes não estão casadas, o conhecimento não pode ser absorvido de forma otimizada pelo sistema. Nesse caso, o aluno reflete (regurgita de volta) o conhecimento. De modo a atingir os objetivos do processo de ensino –aprendizagem, o instrutor deve usar corretamente uma linha de transmissão casada , ou seja , utilizar materiais e métodos que estão devidamente casados como o estado de conhecimento do aluno. Devemos ter em mente que o conhecimento máximo posssível a ser transmitido depende da atitude e do nível cognitivo do aluno.

Linha de transmissão não casada



Linha de transmissão casada



Cinco lições para os instrutores:

As pesquisas em Ensino de Física não fornecem uma fórmula para a otimização do ensino. No entanto, ela fornece guias gerais de como os métodos de instrução podem ser mais efetivos. R. D. Knight destilou os principais resultados em cinco lições:

Lição 1: Mantenha os alunos ativamente engajados e forneça um retorno rápido
Lição 2: Foque no fenômeno ao invés de abstrações (quando possível)
Lição 3: Lide explicitamente com os conceitos alternativos dos alunos
Lição 4: Ensine e utilize explicitamente habilidades e estratégias para resolução de problemas
Lição 5: Passe problemas nas provas e nos deveres de casa que vão além da manipulação de símbolos de modo a engajar os alunos nas análises conceitual e qualitativa dos fenômenos físicos.

Sítios de interesse para o ensino de Física

http://www.compadre.org/per/
http://perusersguide.org/
http://eric.ed.gov/

Pré-teste

Nome:____

Tempo para a realização do teste: 15 minutos

1- Uma bola de 5 kg e uma bola de 50 kg são largadas do topo de um prédio. Elas têm o mesmo diâmetro. A bola de 50 kg irá chegar ao solo:

a) Antes da bola de 5 kg
b) Depois da bola de 5 kg
c) Ao mesmo tempo da bola de 5kg

Justifique em poucas palavras:

____

2- Um trem viajando em linha reta ao longo de trilhos a uma velocidade de 60 km/h. Um dos vagões possui um pequeno buraco no chão. Diretamente acima do buraco há um parafuso no teto. De repente, o parafuso se solta e cai. O parafuso irá:

a) Cair no chão à frente do buraco
b) Cair no buraco
c) Cair no chão atrás do buraco.

Justifique em poucas palavras:

____

3- Um rifle, situado num campo aberto e plano, está montado de forma que seu cano está na horizontal. Uma bola pesada é colocada exatamente no mesmo nível do cano do rifle. O rifle é disparado e no mesmo instante que a bala deixa o cano, a bola começa a cair. A bola irá colidir no chão:

a) Antes da bala
b) No mesmo instante da bala
c) Depois da bala

Justifique em poucas palavras:

____

4- Um rifle é montado de modo na horizontal e apontando para um macaco numa árvore. O rifle é disparado e no mesmo instante que a bala deixa o cano do rifle, o macaco cai da árvore. A bala irá:

a) Passar acima da cabeça do macaco
b) Acertar o macaco
c) Passar abaixo do macaco

Justifique em poucas palavras:

____

5- Um barco está navegando rapidamente ao longo da superfície de um lago de águas calmas. Um bola pesada cai do topo de um mastro alto. A bola irá cair e bater no deck

a) ao pé do mastro
b) atrás do mastro, dependendo da velocidade do barco
c) em frente ao mastro, dependendo da velocidade do barco

Justifique em poucas palavras:

____

Aula 1 – As Leis de Newton

Nome:____

"Você é um sádico", disse o Sr. Cummings, "você tenta fazer as pessoas pensarem"
Ezra Pound, Canto 89

1- (Primeira Lei) "Todo corpo continua em seu estado de repouso, ou movimento retilíneo uniforme, a menos que seja compelido a mudar seu estado por forças impressas sobre ele". A razão disto se deve à inércia?

a) Sim

b) Não. Não sabemos realmente porque corpos em repouso permanecem em repouso, ou porque corpos em movimento tendem a se movem em linha reta. Embora não saibamos a razão para corpos se comportarem desta maneira, chamamos esta propriedade de inércia. Temos rótulos e nomes para coisas que conhecemos e coisas que não conhecemos. Ser educado em física é saber quais de nossos rótulos e nomes que compreendemos de fato e quais não compreendemos.

2- (segunda Lei) Momento é inércia em movimento. Um projétil (bala) de alumínio e outro de borracha possuem o mesmo tamanho e massa. Eles são disparados contra um bloco de madeira. Qual é o mais provável de derrubar o bloco?

a) O de borracha

b) O de alumínio

c) Ambos

3- (terceira Lei) Se um Caminhão e uma motocicleta colidirem frontalmente, qual veículo experimentará uma maior força de impacto?

a) O caminhão

b) A motocicleta

c) Ambos experimentarão a mesma força

4- (aplicações das leis de Newton) Para o sistema que consiste de dois blocos mostrados na figura abaixo, a força horizontal mínima F é aplicada de modo que o bloco B não cai sobre a influência da gravidade. As massas de A e B são 16,0 kg e 4,0 kg, respectivamente. A superfície horizontal é livre de atrito e o coeficiente de atrito entre os dois blocos é 0,50. A magnitude da força é aproximadamente em N

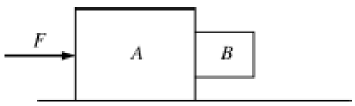
a) 50

b) 100

c) 200

d) 400

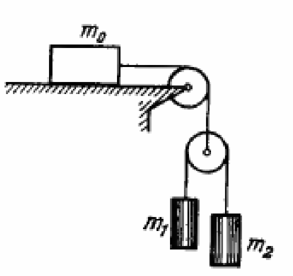
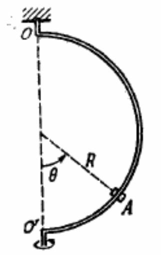
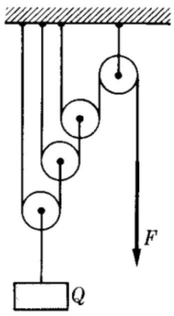
e) 1600

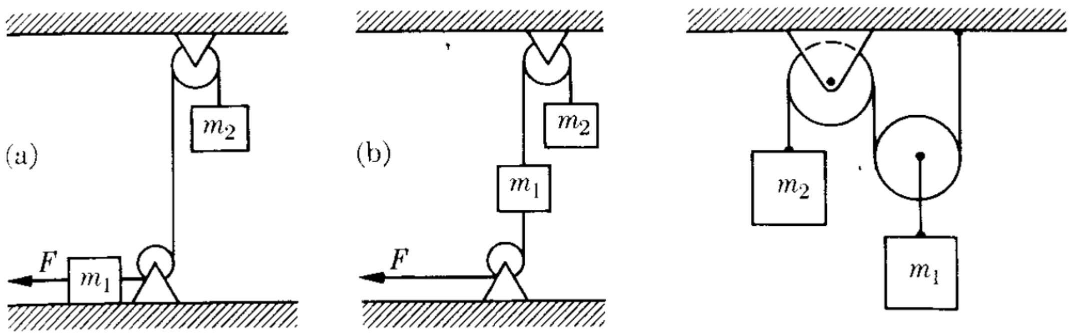


Para casa, Symon: Cap. 1 –do 5 até 15

"*O dever de casa cria um senso de responsabilidade, além de reforçar o que foi vista na escola. Mas é preciso ser prazeroso, nunca massacrante*" Marieta Severo

Problemas resolvidos (tente você mesmo resolver antes de olhar a minha solução)

<table>
<tr><td>No arranjo mostrado ao lado, os corpos possuem massas m_o, m_1 e m_2. Não há atrito e as massas das roldanas e das cordas são desprezíveis. Encontre a aceleração do corpo 1. Verifique os casos possíveis.</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">Solução:
Corpo 1 : $m_1g-T_1 =m_1a_1$ (1)
Corpo 2: $m_2g-T_2 = m_2a_2$ (2)
Corpo 0: $T =m_oa_o$ (3)
Roldana 2: $T_o = T_1+T_2$ (4)
x_o = distância vertical entre o centro da roldana superior e a inferior
x_1 = distância vertical entre o centro da roldana superior e o CM do corpo 1
x_2 = distância vertical entre o centro da roldana superior e o CM do corpo 2
como os fios são inextensíveis: $(x_1 - x_o) + (x_2 - x_o) = L$ = constante
derivando: $a_1 + a_2 = 2a_o$ (5)
fio ideal: $T_1 = T_2$ (6)
temos seis incógnitas (T_1, T_2, T_3, a_1, a_2, a_3) e seis equações. Basta resolver o sistema</td></tr>
<tr><td>Uma conta A pode deslizar livremente ao longo de uma haste dobrada na forma de um semicírculo de raio R. O sistema é posto em rotação com velocidade angular constante de módulo ω ao redor de um eixo vertical OO'. Encontre o ângulo θ que o raio vetor da conta faz com a vertical</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">Solução: As forças que atuam na conta são o seu peso (vertical) e força normal de contato (fazendo um ângulo θ com a vertical). Então,
$N\cos\theta=mg$
$N\text{sen}\theta=m\omega^2R\text{sen}\theta$
Eliminando N: $\cos\theta=g/\omega^2R$</td></tr>
<tr><td>Encontre a força F necessária para manter o sistema em equilíbrio em termos de Q. As roldanas são ideais (sem massa)</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">Encontre a aceleração de cada um dos corpos abaixo</td></tr>
</table>

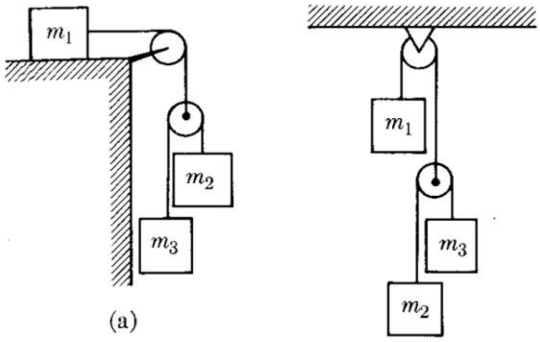


Mostre que as acelerações dos corpos nos sistemas abaixo são:

$$
\begin{aligned}
\text{(a)}\quad a_1 &= 4m_2m_3P,\\
a_2 &= (m_1m_3 - m_1m_2 - 4m_2m_3)P,\\
a_3 &= (m_1m_3 - m_1m_2 + 4m_2m_3)P;\\
\text{(b)}\quad a_1 &= (4m_2m_3 - m_1m_2 - m_1m_3)P,\\
a_2 &= (3m_1m_3 - m_1m_2 - 4m_2m_3)P,\\
a_3 &= (m_1m_3 - 3m_1m_2 + 4m_2m_3)P.
\end{aligned}
$$

Onde

$$P = g/(m_1m_2 + m_1m_3 + 4m_2m_3)$$

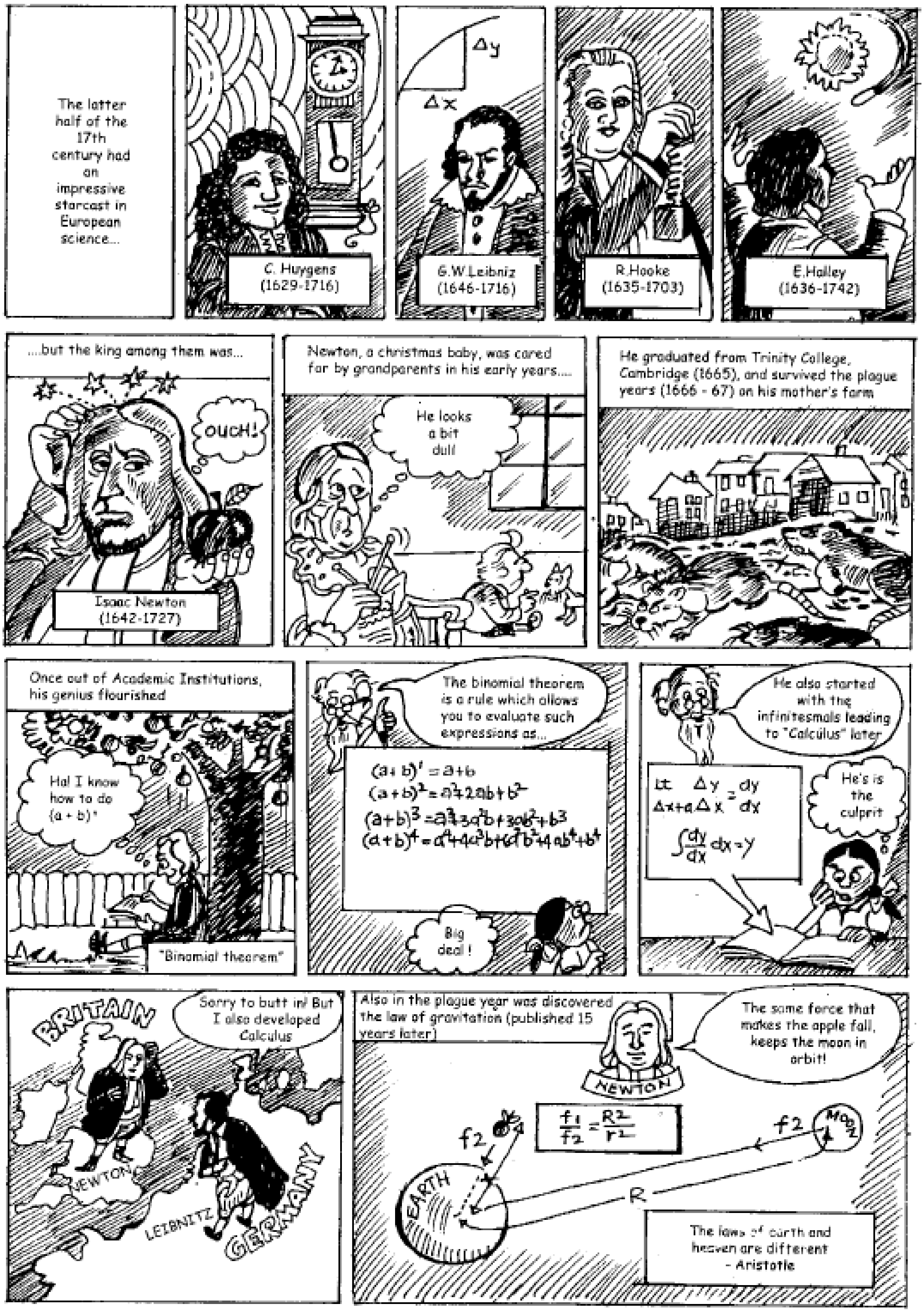


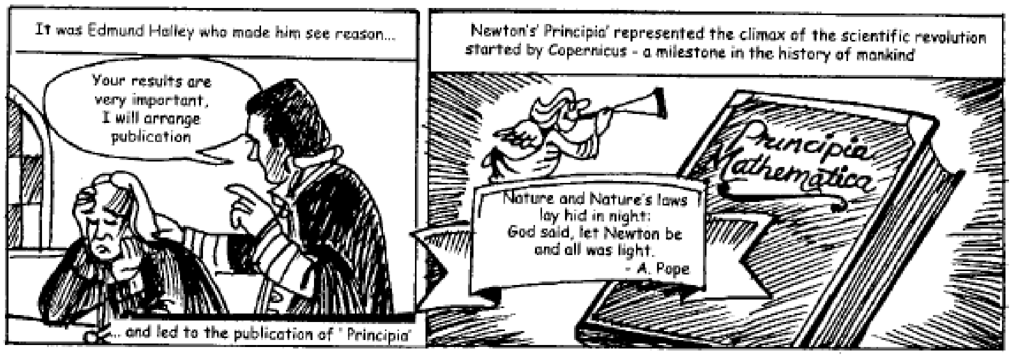
Algumas definições modernas:

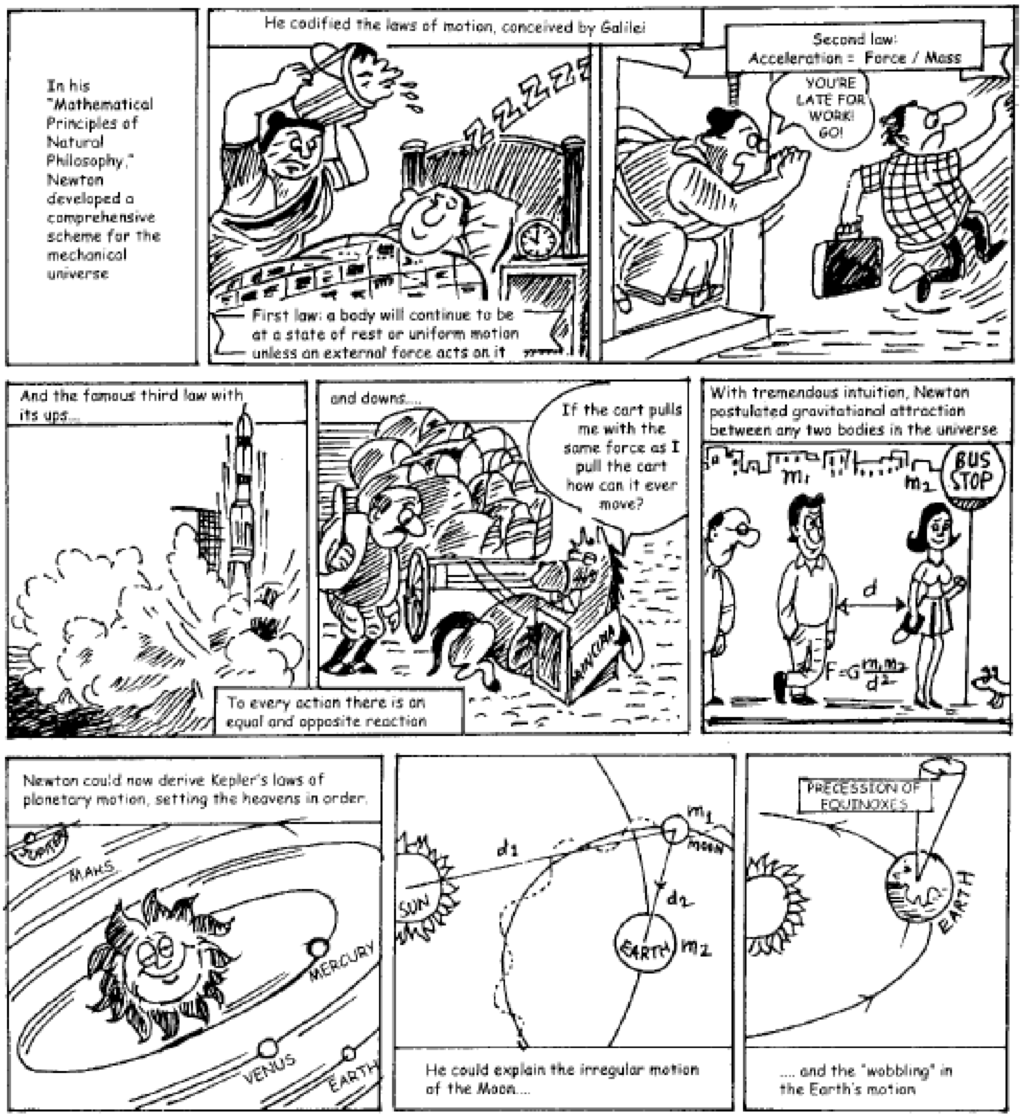
<u>Matéria:</u> matéria é tudo que interage. Vários grandes físicos argumentaram que luz é matéria; "*Luz é, em suma, a forma mais refinada de matéria*" (de Boglie); "*mesmo a luz tornou-se matéria agora, graças às descobertas de Einstein*" (Pauli); "*Matéria numa concepção mais abrangente da palavra inclui luz e outras formas de energia*" (Born); "Mesmo nos mais remotos recônditos do universo, há sempre luz – ou seja, matéria" (Schrodinger). Massa e matéria são entidades distintas. Massa é uma propriedade da matéria, assim como a energia ($E=mc^2$). Entidades que não possuem massa (fótons) no entanto, possuem energia e não podem existir em repouso. A energia cinética de um fóton é a sua habilidade de produzir mudança.

<u>Força</u> : é o agente de toda a mudança. Mudanças físicas ocorrem como resultado de interações. Nada acontece sem mudança. Quando ocorre alguma mudança (seja uma aceleração, um decaimento nuclear, etc...) podemos traçar a sua origem a ação de uma força específica.

Um pouco de história




It was Edmund Halley who made him see reason...
Your results are very important, I will arrange publication
... and led to the publication of 'Principia'
Newton's' Principia' represented the climax of the scientific revolution started by Copernicus - a milestone in the history of mankind
Principia Mathematica
Nature and Nature's laws lay hid in night:
God said, let Newton be
and all was light.
- A. Pope


In his "Mathematical Principles of Natural Philosophy," Newton developed a comprehensive scheme for the mechanical universe
He codified the laws of motion, conceived by Galilei
ZZZZZ
First law: a body will continue to be at a state of rest or uniform motion unless an external force acts on it
Second law:
Acceleration = Force / Mass
YOU'RE LATE FOR WORK! GO!
And the famous third law with its ups...
and downs....
If the cart pulls me with the same force as I pull the cart how can it ever move?
PRINCIPIA
To every action there is an equal and opposite reaction
With tremendous intuition, Newton postulated gravitational attraction between any two bodies in the universe
BUS STOP
m_1
m_2
d
$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2}$
Newton could now derive Kepler's laws of planetary motion, setting the heavens in order.
JUPITER
MARS
MERCURY
VENUS
EARTH
SUN
d_1
m_1
MOON
d_2
EARTH
m_2
He could explain the irregular motion of the Moon....
PRECESSION OF EQUINOXES
EARTH
.... and the "wobbling" in the Earth's motion

Aula 2 – Teorema do Trabalho e Energia

Nome:____

"Penso que uma força eficaz de ajudar os alunos seria esforçar-nos mais arduamente no sentido de desenvolver uma série de problemas que pudessem elucidar algumas das ideias apresentadas nas aulas. Os problemas oferecem uma boa oportunidade para complementar o conteúdo das aulas e tornar mais realistas, mais completas e mais estruturadas na mente as ideias que foram apresentadas" . R. P. Feynman

1- Indique a opção correta: O trabalho de uma força é uma quantidade :

a) Absoluta (independe do observador)

b) Relativa (depende do observador)

2- Suponha que a Terra gira em torno do Sol em uma órbita circular perfeita. O Sol realiza algum trabalho sobre a Terra? Justifique.

3- Qual o trabalho da força exercida pelo chão sobre uma pessoa de massa M quando pula verticamente, com velocidade de módulo v?

a) $Mv^2/2$

b) Zero

c) $-Mv^2/2$

4- Qual o trabalho da força de atrito externa exercida pelo chão ao acelerar um carro do repouso até uma velocidade v sem deslizamento?

a) $Mv^2/2$

b) Zero

c) $-Mv^2/2$

5- (trabalho para parar um automóvel) Um problema tradicional em Física da Partícula é calcular a distância mínima necessária para parar um carro de massa m se movendo com velocidade v se o coeficiente de atrito cinético entre os pneus e o chão é μ_c. Determine esta distância.

a) $v^2/\mu_c g$

b) $v^2/2\mu_c g$

c) $2v^2/\mu_c g$

6- (trabalho para parar um automóvel) Mas se o automóvel não desliza, a força de atrito é estática ($\mu_e N$). Qual o trabalho desta força se o carro para numa distância d?

a) $\mu_e mgd$

b) Zero

c) $-\mu_e mgd$

7- (sistema deformáveis com forças de trabalho nulo) Considere dois blocos rígidos de massa m cada em repouso sobre uma superfície livre de atrito. Eles estão conectados por uma mola ideal sem massa de constante elástica k que está inicialmente relaxada com seu comprimento natural L. Uma força constante de módulo F é aplicada ao bloco 1, deslocando-o de uma distância x_1 na direção do segundo bloco. Durante este intervalo de tempo, a mola que acopla ambos os blocos provoca um deslocamento x_2 no bloco 2 na mesma direção e sentido de x_1. Qual o deslocamento do C.M?

a) x_1

b) x_2

c) $(x_1+x_2)/2$

d) $(x_1-x_2)/2$
e) $(x_1 - x_2)$

8- Qual o trabalho realizado pela força F do item anterior
a) Fx_1
b) Fx_2
c) $F(x_1+x_2)/2$
d) $F(x_1-x_2)/2$
e) $F(x_1 - x_2)$

9- Encontre a velocidade do centro de massa do sistema do item anterior.
a) $2Fx_1/M$
b) $2Fx_2/M$
c) $F(x_1+x_2)/M$
d) $F(x_1-x_2)/M$
e) $2F(x_1 - x_2)/M$

10- (força conservativa dependente da posição) Uma partícula de massa m está sujeita à ação de uma força $F=-kx+kx^3/a^2$, onde k e a são constantes. Considerando V (x_o=0) = 0, determine V(x)
a) kx^2-kx^4/a^2
b) $kx^2/2+kx^4/4a^2$
c) kx^2+kx^4/a^2
d) $kx^2/2-kx^4/4a^2$

11- (ITA-SP) Uma partícula está submetida a uma força com as seguintes características: seu módulo é proporcional ao módulo da velocidade da partícula e atua numa direção perpendicular àquela do vetor velocidade. Nestas condições, a energia cinética da partícula deve:
a) ( ) crescer linearmente com o tempo;
b) ( ) crescer quadraticamente com o tempo;
c) ( ) diminuir linearmente com o tempo;
d) ( ) diminuir quadraticamente com o tempo;
e) ( ) permanecer inalterada;

12- (equilíbrio) Dê exemplos físicos de equilíbrio instável, equilíbrio neutro (indiferente) e equilíbrio estável.

13- (força conservativa dependente da posição) Se V(x) = 0 , a integral $\sqrt{\frac{m}{2}}\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{E-V(x)}} = \int_0^t dt$, resulta em:

a) $x = \sqrt{\frac{E}{m}}t$

b) $x = \sqrt{\frac{2E}{m}}t$

c) $x = \sqrt{\frac{E}{2m}}t$

14- (força gravitacional) Seja M for a massa da Terra e m, a massa de um corpo em queda livre sujeito a força $F = -\frac{GMm}{r^2}$, G é constante gravitacional e r a distância do corpo ao centro da Terra. Se para distâncias muito grandes a velocidade do corpo é nula, determine a velocidade do corpo quando atingir a superfície da Terra r=R (velocidade de escape da Terra)

a) $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$

b) $v = \sqrt{\frac{GM}{2R}}$

c) $v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

Resumo:

O teorema W_{cm}=ΔK é perfeitamente válido e geral para o caso do movimento de partículas. Sérias dificuldades aparecem, no entanto, quando estas relações são utilizadas sem o devido cuidado em sistemas de partículas que interagem entre si ou a objetos deformáveis ou que possuam graus de liberdade internos (nosso corpo ao andar, correr , pular; propulsão de um automóvel; discriminação entre colisões elásticas e inelásticas, ou mesmo ao empurrar uma caixa aparentemente rígida na presença de atrito). A relação W_{cm} = ΔK é sempre válida, desde que as velocidades e deslocamentos sejam referentes ao centro de massa do sistema sob consideração. Sérios problemas conceituais e verbais aparecem quando estendemos o teorema para sistemas além de partículas. Em geral, o teorema W_{cm} =ΔK não é compatível com a primeira Lei da Termodinâmica (ΔE=Q+W). Isto porque trabalho e calor são processos, ou seja, formas de transferência de energia através dos limites de uma superfície e não diretamente ao C. M., e o sistema em questão pode ser um objeto deformável, ou um sistema com fontes de energia interna.

A equação $W_{cm} = \int \vec{F}.d\vec{r}_{cm}$ para um corpo em particular, sempre fornece corretamente relações numéricas entre as quantidades dinâmicas, mas não necessariamente descreve as transformações de energia corretamente. Alguns dos termos na equação são quantidades de trabalho real realizado sobre ou pelo o sistema, mas outros não são e devem ser descritos como pseudotrabalho, quantidade que *parece* com trabalho real que aparece na primeira lei da Termodinâmica (ΔE=W+Q). A interpretação correta para as transformações de energia vem da conservação da energia, a ser estudada mais adiante.

Trabalho é sempre definido com a integral da força aplicada sobre o deslocamento. No entanto, devemos ter consciência de quais forças e quais deslocamentos estão envolvidos. Devemos explicitar que somente para partículas W_{cm} = W. Para objetos que podem girar, deformar ou sofrer mudanças irreversíveis que $W_{cm} \neq$ W. W e W_{cm} fornecem informações distintas e complementares sobre o comportamento do sistema. W_{cm} relaciona as energias cinética e potencial do sistema, sendo de interesse primário em problemas de mecânica. Por outro lado, W é útil quando estamos procurando por fontes ou sorvedouros de energia. Por exemplo, é a energia interna da gasolina que faz com que o carro se mova. Juntos, W e W_{cm} fornecem uma visão complementar do universo mecânico.

Para Casa - Symon: Cap. 2: 14-27, cap. 3 : 11-13

1- Um corpo inicialmente em repouso em x_o move-se em linha reta sob a ação de uma força $F = -kx^{-2}$. Mostre que sua velocidade em x é $v^2 = 2(k/m)(1/x - 1/x_o)$. Este método pode ser utilizado para determinar a velocidade de um corpo em queda em direção à terra de uma grande altura.

Referências:

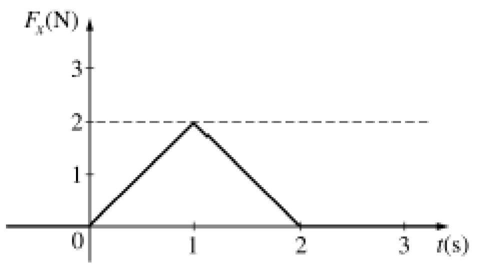
J. W. Jewett Jr, Energy and the Confused Student I: Work, The Phys. Teach. **46**,38 (2008)
J. W. Jewett Jr, Energy and the Confused Student II: Systems, The Phys. Teach. **46**,81 (2008)
J. W. Jewett Jr, Energy and the Confused Student III: Language, The Phys. Teach. **46**,149 (2008)
J. W. Jewett Jr, Energy and the Confused Student IV: A Global Approach to Energy, The Phys. Teach. **46**,210 (2008)
H. Erlichson, Work and kinetic energy for an automobile coming to stop, Am. J. Phys. **45**, 769 (1977).
A. B. Arons, Developing the Energy Concepts in Introdutory Physics, The Phys. Teach. pág. 506, outubro (1989)
C. E. Mungan, A Primer on Work-Energy Relationships for Introductory Physics, Phys. Teach. **43**, 10 (2005)

Aula 3 – Teorema do Impulso

Nome:____

1- Uma partícula com massa nula (um neutrino ou um fóton) tem uma quantidade de movimento. Como isto pode ser, em vista de $\vec{p} = m\vec{v}$ que mostra que a quantidade de movimento é diretamente proporcional à massa?

2- A figura mostra o gráfico de uma força $F_x(t)$ atuando sobre uma partícula num movimento ao longo do eixo x. Qual o impulso total transferido à partícula em kg.m/s?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4	

3- (impulso) Explique como um “airbag” de um automóvel pode ajudar a proteger um passageiro de se machucar seriamente no caso de uma colisão?

4- (impulso) Uma partícula de massa m = 1 kg inicialmente em repouso na origem do eixo dos x, está sujeita, começando em t=0 , a uma força $F_x(t)=t^2 - t$, onde t é dado em segundos e F em newtons. Determine o impulso da força sobre a partícula.

a) $-\dfrac{t^3}{3}+\dfrac{t^2}{2}$

b) $\dfrac{t^3}{3}+\dfrac{t^2}{2}$

c) $\dfrac{t^3}{3}-\dfrac{t^2}{2}$

5- (impulso) É possível um impulso de uma força ser nulo, mesmo que a força não seja nula? Explique por que sim ou por que não.

6- (força aplicada dependente do tempo). Determine a equação horária do movimento x(t) para a partícula do item anterior

a) $-\dfrac{t^4}{12}+\dfrac{t^3}{6}$

b) $\dfrac{t^4}{12}-\dfrac{t^3}{6}$

c) $\dfrac{t^4}{12}+\dfrac{t^3}{6}$

7- (força de amortecimento dependente da velocidade) Um objeto de massa *m* cai nas proximidades na superfície da Terra sob a ação de seu peso e de uma força de atrito com o ar $R(v) = -Av - Bv^2$, onde *A* e *B* são constantes positivas. A segunda lei de Newton resulta em $m\dfrac{dv}{dt} = mg - Av - Bv^2$. Determine a velocidade limite do objeto

a) $\dfrac{-A + \sqrt{A^2 + 4Bmg}}{2B}$

b) $\dfrac{-B + \sqrt{A^2 - 4Bmg}}{2B}$

c) $\dfrac{-A + \sqrt{A^2 - 4Bmg}}{2B}$

8- (queda livre com resistência do ar) Uma partícula de massa m é abandona nas proximidades da superfície da Terra e sujeita a uma força de resistência do ar F=-bv, onde b é uma constante positiva e v a sua velocidade. O módulo de sua velocidade em função do tempo é dada pela equação $v(t) = \dfrac{mg}{b}\left(1 - e^{\frac{-bt}{m}}\right)$. Determine a velocidade limite

a) mg/2b
b) mg/b
c) 2mg/b

<u>Referências</u>

J Roche, What is momentum?, Eur. J. Phys. 27 (2006) 1019–1036

Para Casa, Symon: Cap. 2: 1-13,

Resumo: Há duas medidas, relacionadas entre si, de mudança dinâmica: *momento*, uma quantidade direcional (vetor) relacionada ao espaço e *energia*, uma quantidade escalar relacionada ao tempo.

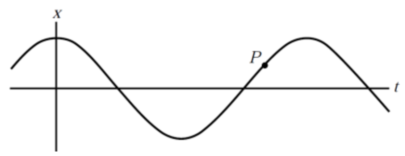
Aula 4 – O Oscilador Harmônico Simples

Nome:____

1- (introdução) Dê exemplos de movimentos que sejam aproximadamente harmônicos simples. Por quê os movimentos rigorosamente harmônicos simples são raros?

2- A posição de equilíbrio de um objeto em um sistema oscilante é sempre o ponto onde
a) x =0 (posição)
b) v = 0 (velocidade)
c) a = 0 (aceleração)
d) p =0 (momento)

3- Uma massa ligada a uma mola oscila conforme indicado no gráfico posição versus tempo mostrado abaixo. No ponto P, a velocidade e a aceleração da massa são, respectivamente:

A) Positiva e positiva B) Positiva e negativa C) Positiva e nula D) Negativa e positiva E) Negativa e negativa F) Negativa e nula G) Nula e diferente de zero H) Ambas nulas	

4- Considere ainda a massa do item anterior. Considere ainda duas possibilidades: (i) em algum ponto durante a oscilação a massa possui velocidade nula porém uma aceleração não nula: (ii) em algum ponto durante a oscilação, a massa possui velocidade e aceleração nulas. Indique a resposta correta:
a) Ambas situações acima podem ocorrem durante a oscilação
b) Nenhuma das situações ocorre durante a oscilação
c) Somente a primeira ocorre
d) Somente a segunda ocorre

5- (números complexos) Qual o complexo conjugado do número complexo z = 1 + i?
a) 1 + i
b) -1-i
c) 1-i
d) -1+i

6- (números complexos) Quais são as partes real e imaginária do número complexo z = -2 +3i, respectivamente?
a) 2 e 3i
b) -2 e 3
c) 2 e -3
d) -2 e -3i

7- (números complexos) qual é o módulo do número complexo z = 3 +4i?
a) 5
b) 3
c) 25

d) 4

8- Sejam z_1 = 2-3i e z_2 = 3+2i. Quanto vale $z_1 + z_2$?

a) 5+ 5i

b) 5-i

c) 5+i

d) 1+i

9- Qual é o produto de $z_1.z_2$, onde z_1 = 2-3i e z_2 = 3+2i ?

a) 12

b) 0

c) 6+6i

10- Calcule z_1/z_2 onde z_1 = 1-i e z_2 = 1+i

a) 2-2i

b) 2+2i

c) 1+i

d) 1-i

11- (fórmula de Euler) o número 3+3i na notação de Euler fica

a) $3e^{3i}$

b) $3e^{i\pi/4}$

c) $3\sqrt{2}e^{\frac{i\pi}{4}}$

12- Determine o produto de $z_1 = 2e^{3i}$ e $z_2 = 3e^{-i}$

a) $6e^{3i}$

b) $6e^{-3i}$

c) $6e^{2i}$

d) $6e^{-2i}$

13- Determine o módulo de $z = -2e^{i}$

a) 2

b) -2

c) 1

14- Uma partícula sobre uma mola executa um movimento harmônico simples. Se a massa da partícula e a amplitude de seu movimento são dobradas, então o período de oscilação variará de um fator igual a

a) 4

b) $\sqrt{8}$

c) 2

d) $\sqrt{2}$

15- A velocidade máxima da partícula variará de um fator igual a

a) 4

b) $\sqrt{8}$

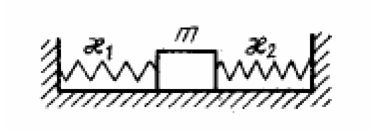
c) 2

d) $\sqrt{2}$

16- A intensidade da aceleração máxima da partícula variará de um fator igual a
a) 4
b) $\sqrt{8}$
c) 2
d) $\sqrt{2}$

Para casa (não é preciso entregar, mas é imprescindível fazer)

1- Determine o período de pequenas oscilações longitudinais de um corpo com massa m no sistema mostrado abaixo. As constantes elásticas das molas são k_1 e k_2. Não há atrito.



2- Duas molas idênticas com constantes elásticas k são conectadas com blocos de massas idênticas iguais a M, conforme mostrado abaixo. A razão entre o período correspondente ao caso no qual as molas são conectadas em paralelo (figura 1) e o período correspondente ao caso no qual as molas são conectadas em série (figura 2) é

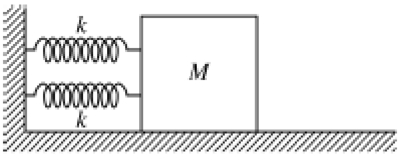


Figure 1

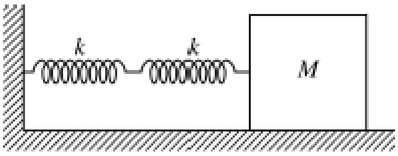


Figure 2

a) ½
b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
c) 1
d) $\sqrt{2}$
e) 2

Symon (Cap. 2) 34,35

Aula 5 – O Oscilador Harmônico Amortecido

Nome:____

1- As vibrações de um instrumento musical (tambor, por exemplo) produzem um som audível porque são comunicadas ao ar, gerando ondas sonoras. Indique a afirmação correta

a) A energia mecânica do oscilador (instrumento musical) se conserva

b) O tambor é um bom exemplo de oscilador harmônico

c) A energia utilizada para a produção do som provém do oscilador, dando origem a amortecimento por emissão de radiação sonora

2- Considere o oscilador harmônico amortecido $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$. Considere que ω seja a frequência angular de um oscilador amortecido e ω_o seja a frequência angular de um oscilador idêntico, porém não-amortecido. A frequência amortecida ω será igual a $\omega_o/2$ se:

a) $b = m\omega_o$

b) $b=\sqrt{2}m\omega_o$

c) $b=\sqrt{3}m\omega_o$

d) $b=2m\omega_o$

3- Um oscilador harmônico amortecido ($x(t) = A_o e^{-\frac{\gamma t}{2}} \cos(\omega t + \varphi)$). Calcule o intervalo de tempo necessário para a amplitude $A(t) = A_o e^{-\frac{\gamma t}{2}}$ cair à 1/e de seu valor inicial

a) $2/\gamma$

b) γ^{-1}

c) $1/2\gamma$

d) $1/4\gamma$

4- (amortecimento subcrítico) indique a alternativa correta

a) No caso de oscilador harmônico simples *dE/dt < 0*

b) A frequência de um oscilador harmônico amortecido é igual a sua frequência natural de oscilação

c) A taxa instantânea de dissipação de energia mecânica do oscilador é igual ao produto da força de resistência *–bv* pela velocidade do oscilador, sendo portanto proporcional ao quadrado da velocidade instantânea.

5- (amortecimento fraco) Considere um oscilador harmônico com amortecimento fraco ($\gamma \ll \omega_o$ e $\tau_d = \gamma^{-1}$). Qual é o tempo necessário para que o valor médio da energia caia `a metade do seu valor inicial

a) τ_d

b) $2\tau_d$

c) $\tau_d/2$

d) $\tau_d \ln 2$

6- (amortecimento supercrítico) Um oscilador harmônico em condições supercríticas ($\gamma/2 > \omega_o$) possui a seguinte solução : $x(t) = e^{-\gamma t/2}(Ae^{\beta t} + Be^{-\beta t})$. Se $x(0) = 0$, indique a opção correta

a) A=-B

b) A=B

c) A = 2B

7- (amortecimento crítico) Um oscilador harmônico amortecido em condições críticas ($\gamma/2 = \omega_o$) é descrito pela equação $x(t) = e^{-\gamma t/2}(A+Bt)$. As condições iniciais são $x(0) = x_o$ e $v(0) = v_o$. Determine A e B

a) $A = x_o$ e $B = v_o$
b) $A = v_o$ e $B = x_o$
c) $A = B = v_o$
d) $A = x_o$ e $B = v_o + \gamma x_o/2$

8- Indique as condições nas quais o oscilador harmônico amortecido retorna ao equilíbrio mais rapidamente
a) Subcrítico
b) Critico
c) Supercrítico

Para casa, Symon (Cap. 2) 36-43

Aula 6 – O Oscilador Harmônico Forçado

Nome:____

1- Após o regime transiente, um oscilador amortecido forçado oscilará com:
a) A frequência de excitação
b) A frequência do oscilador amortecido livre
c) A frequência do oscilador harmônico livre
d) Qualquer das frequências anteriores, pois são todas idênticas

2- (solução do oscilador forçado) A solução para o oscilador forçado é $x(t)=\hat{x}_o e^{i\omega t}$, então a velocidade do oscilador é dada por:
a) $-i\omega\hat{x}_o e^{i\omega t}$
b) $-i\hat{x}_o e^{i\omega t}$
c) $i\omega\hat{x}_o e^{i\omega t}$
d) $\omega\hat{x}_o e^{i\omega t}$

3- (amplitude das oscilações) Considere as oscilações forçadas de um sistema bloco-mola amortecido. Qual a amplitude das oscilações na ressonância?
a) $2F_o/b\omega_o$
b) $F_o/2b\omega_o$
c) $F_o/b\omega_o$
d) $F_o/4b\omega_o$

4- Dê alguns exemplos de fenômenos comuns em que a ressonância desempenha papel importante.

5- Qual a diferença de fase do oscilador forçado amortecido quando a frequência da força externa tende à zero
a) 0
b) $-\pi/2$
c) $\pi/2$
d) $\pi/4$

6- (potência) A variação instantânea da energia mecânica armazenada no oscilador é dada por $\frac{dE}{dt}=\dot{x}\left(m\ddot{x}+kx\right)$, para a solução estacionária ($\ddot{x}=-\omega^2 x$ e $k=m\omega_o^2$), dE/dt fica:
a) $m\left(\omega_o^2+\omega^2\right)x\dot{x}$
b) $m\left(\omega_o^2-\omega^2\right)x\dot{x}$
c) $m\left(-\omega_o^2+\omega^2\right)x\dot{x}$

7- (potência) A partir do resultado anterior e usando que $x(t)=A\cos\left(\omega t+\phi\right)$, dE/dt foca:
a) $m\left(\omega^2-\omega_o^2\right)\frac{sen\left[2\left(\omega t+\phi\right)\right]}{2}$
b) $m\left(-\omega^2+\omega_o^2\right)\frac{sen\left[2\left(\omega t+\phi\right)\right]}{2}$

c) $m\left(\omega^2-\omega_o^2\right)\,sen\left[2\left(\omega t+\phi\right)\right]$

8- (potência) A energia instantânea oscila com qual frequência?

a) ω_o

b) ω

c) 2ω

d) $\omega/2$

9- Qual o valor médio $\left\langle \dfrac{dE}{dt} \right\rangle$ (dica: vide a solução do item 6)?

a) 0

b) $m\left(\omega^2+\omega_o^2\right)$

c) $\dfrac{m\left(\omega^2+\omega_o^2\right)}{2}$

10- (potência) Se $\dfrac{dE}{dt}=-b\dot{x}^2+F(t)\dot{x}$, pelo resultado do item anterior, quanto vale $\langle P \rangle$?

a) 0

b) $m\gamma\left\langle \dot{x}^2 \right\rangle$

c) $\dfrac{m\gamma\left\langle \dot{x}^2 \right\rangle}{2}$

11- (ressonância) Indique a opção correta

a) Quanto mais larga a ressonância (γ grande) maior a amplitude

b) A amplitude do oscilador em condições de ressonância não depende de sua largura (não depende de γ)

c) Quanto mais estreita a ressonância (γ pequeno) maior a amplitude

12- Edifícios de alturas diferentes sofrem danos diferentes em um terremoto. Explique por quê

13- Um cantor, emitindo uma nota de alta frequência, pode quebrar um copo feito com vido de alta qualidade. Isto pode não ocorrer, se a qualidade do vidro for baixa. Explique por quê.

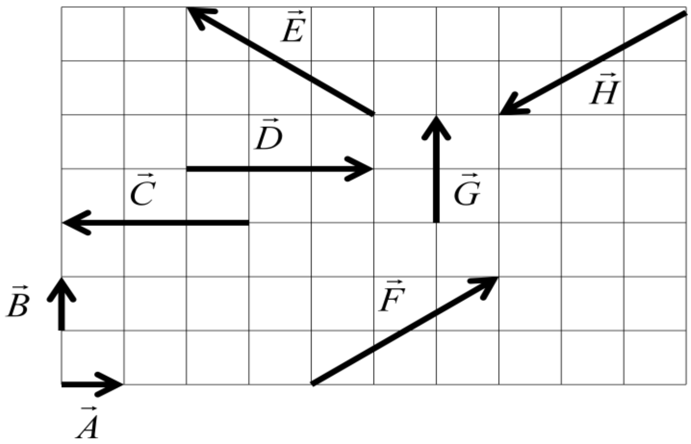
Para casa, Symon (Cap. 2) 44-59

1- Enche-se uma esfera oca com água através de um pequeno orifício. A esfera é suspensa por um fio longo e, enquanto a água escorre pelo orifício no fundo, observa-se que, inicialmente, o período aumenta e, em seguida diminui. Explique este fenômeno.

Aula 7 – Álgebra vetorial I

Nome:____

Objetivos: compreender as propriedades básicas dos vetores, somar ou subtrair vetores graficamente e usando componentes, reconhecer o uso de vetores unitários, decompor os vetores em suas componentes e rearrumar em termos de seu módulo, direção e sentido. Com base na figura abaixo, responda às questões a seguir.



1- Indique o vetor $\vec{G}+\vec{D}$

a) $\vec{E}$

b) $\vec{F}$

c) $\vec{H}$

2- Indique o vetor $\vec{G}-\vec{D}$

a) $\vec{E}$

b) $\vec{F}$

c) $\vec{H}$

3- (multiplicação por escalar) Indique se verdadeiro ou falso

a) $\vec{G}=2\vec{A}$

b) $\vec{C}=3\vec{A}$

c) $\vec{F}=-\vec{H}$

d) $\vec{D}=3\vec{A}$

4- (componentes) Na figura acima, o eixo horizontal representa o eixo x, enquanto a vertical representa o eixo y. Nesse sistema, quais a representação do vetor $\vec{E}$ em componentes?

a) $\vec{E}=3\hat{\imath}+2\hat{\jmath}$

b) $\vec{E}=-3\hat{\imath}+2\hat{\jmath}$

c) $\vec{E}=-3\hat{\imath}-2\hat{\jmath}$

d) $\vec{E}=3\hat{\imath}-2\hat{\jmath}$

5- Qual o módulo de $\vec{E}$?

a) $\sqrt{5}$

b) $\sqrt{12}$

c) $\sqrt{13}$

6- (vetor unitário) qual o vetor unitário na direção do vetor $\vec{A} = \hat{3}i - 4\hat{j}$

a) $\dfrac{3\hat{i} - 4\hat{j}}{5}$

b) $\dfrac{3\hat{i} + 4\hat{j}}{5}$

c) $\dfrac{-3\hat{i} + 4\hat{j}}{5}$

7- (lei dos cossenos) Qual o módulo do vetor $\vec{A} + \vec{B}$?

a) 2

b) $\sqrt{2}$

c) $\sqrt{3}$

8- Dados os vetores $\vec{a} = -2\hat{i} - 3\hat{j}$ e $\vec{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$, quanto vale o vetor $\vec{a} - 2\vec{b}$?

a) $-3\hat{i} - 9\hat{j}$

b) $3\hat{i} + 9\hat{j}$

c) $-3\hat{i} + 9\hat{j}$

Para Casa

1- Dados os vetores $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j}4 - 5\hat{k}$, $\vec{B} = 3\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$ e $\vec{C} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$. Determine:

a) $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$

b) $\vec{A} - \vec{B} + \vec{C}$

c) Os módulos dos três vetores

d) Os ângulos formados por com os x,y,z

e) O unitário paralelo à resultante entre $\vec{A}$ e $\vec{B}$

Comentários para o futuro professor

Pesquisas indicam que somente um terço dos estudantes num curso introdutório de física possuem conhecimentos de vetores suficientes para iniciar o estudo da Mecânica Newtoniana. Outro um terço possui conhecimentos parciais sobre vetores, enquanto que o terço restante não possui nenhum conhecimento útil sobre vetores. Alunos que repetiram o curso geralmente mostravam maiores dificuldades nos seus conhecimentos, sendo muito provavelmente um dos fatores de sua reprovação.

A maioria dos livros texto representam vetores em negrito, por exemplo, **F**. No entanto, os estudantes neófitos prestam pouca atenção à notação em negrito. Os alunos lidam melhor com vetores quando utilizam-se a notação explícita $\vec{F}$. Alunos que não rotulam corretamente vetores, são muito mais propensos a tratá-los como escalares.

Referências:

R. Knight, The Vector Knowledge of Beginning Physics Students, The Phys. Teac. **33**, 74, (1995)

R. D. Knight, Five Easy Lessons, Strategies for Successful Physics Teaching

Aula 8 – Álgebra vetorial II

Nome:____

1- Seja $\vec{A} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ e $\vec{B} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, calcule o produto escalar entre ambos

a) -3
b) 3
c) 2
d) -2

2- Qual o ângulo entre $\vec{A}$ e $\vec{B}$?

a) $\cos^{-1}\left(\frac{-3}{\sqrt{84}}\right)$

b) $\cos^{-1}\left(\frac{-3}{84}\right)$

c) $\cos^{-1}\left(\frac{-3}{\sqrt{64}}\right)$

3- Calcule $\vec{A} \times \vec{B}$, onde $\vec{A}$ e $\vec{B}$ são os vetores do item 1

a) $-5\hat{i} - 5\hat{j}$

b) $-5\hat{i} - 5\hat{j} - 5\hat{j}$

c) $-5\hat{i} + 5\hat{j} - 5\hat{j}$

4- Calcule o volume do paralelepípedo formado pelos vetores $\vec{A} = 2\hat{i}$, $\vec{B} = -3\hat{j}$ e $\vec{C} = 3\hat{k}$

a) 18
b) -18
c) 9
d) -9

5- Se $\vec{A} = t\hat{i} + t\hat{j}$ e $\vec{B} = -2t\hat{j} + \hat{k}$, calcule $\frac{d}{dt}\left(\vec{A} + \vec{B}\right)$

a) $\hat{i} - \hat{j}$

b) $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$

c) $\hat{i} + \hat{j}$

Para Casa

1- Achar um vetor que tenha módulo 5 e que seja perpendicular aos vetores $\vec{A} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ e $\vec{B} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$

2- Determine o valor de a tal que $\vec{A} = 2\hat{i} + a\hat{j} + \hat{k}$ e $\vec{B} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$ sejam perpendiculares.

3- Dados $\vec{A} = 3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ e $\vec{B} = \hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$, a) calcule $\vec{A} \times \vec{B}$. b) Confirme que realmente $\vec{A} \times \vec{B}$ é perpendicular a $\vec{A}$ e $\vec{B}$, mostrando que $(\vec{A} \times \vec{B}).\vec{A} = (\vec{A} \times \vec{B}).\vec{B} = 0$

4- Com o uso do produto vetorial, deduza a chamada lei dos senos, isto é, para um triângulo qualquer formado pelos lados A, B e C tem-se

$\frac{A}{sen\,\alpha} = \frac{B}{sen\,\beta} = \frac{C}{sen\,\gamma}$, onde α, β e γ são os ângulos opostos aos lados A, B e C, respectivamente.

5- Usando os conceitos de produtos escalar e produto vetorial, obtenha as conhecidas relações trigonométricas:
sen(a+b)=sena.cosb + senb.cosa
cos(a+b)=cosa.cosb -sena.senb

Formulário:

$$(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) = \vec{u}.(\vec{v} \times \vec{w}) = (\vec{u} \times \vec{v}).\vec{w}$$

$$\vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w}) = -(\vec{v} \times \vec{w}) \times \vec{u} = \begin{vmatrix} \vec{v} & \vec{w} \\ \vec{u}.\vec{v} & \vec{u}.\vec{w} \end{vmatrix} = (\vec{u}.\vec{w})\vec{v} - (\vec{u}.\vec{v})\vec{w}$$

$$(\vec{u} \times \vec{v}).(\vec{w} \times \vec{t}) = \begin{vmatrix} \vec{u}.\vec{w} & \vec{v}.\vec{w} \\ \vec{u}.\vec{t} & \vec{v}.\vec{t} \end{vmatrix} = (\vec{u}.\vec{w})(\vec{v}.\vec{t}) - (\vec{v}.\vec{w})(\vec{u}.\vec{t})$$

$$(\vec{u} \times \vec{v}) \times (\vec{w} \times \vec{t}) = \begin{vmatrix} (\vec{u}, \vec{w}, \vec{t}) & (\vec{v}, \vec{w}, \vec{t}) \\ \vec{u} & \vec{v} \end{vmatrix} = (\vec{u}, \vec{w}, \vec{t})\vec{v} - (\vec{v}, \vec{w}, \vec{t})\vec{u}$$

Aula 9 – Cinemática no Plano

Nome:____

1- Uma partícula se move num círculo de 10 m de raio. Em um instante, o módulo da velocidade da partícula é 10 m/s e aumentando a uma taxa de 10 m/s^2. O ângulo entre o vetor velocidade e o vetor aceleração da partícula é

a) 0^o
b) 30^o
c) 45^o
d) 60^o
e) 90^o

2- (coordenadas polares) Um astronauta no espaço livre de gravidade está girando circularmente uma massa presa ao final de um cordão de raio R, com velocidade angular constante ω. Qual a tensão no fio em coordenadas polares?

a) $m\omega^2 R\hat{\theta}$
b) $m\omega^2 R\hat{r}$
c) $-m\omega^2 R\hat{\theta}$
d) $-m\omega^2 R\hat{r}$

3- (coordenadas polares) O vetor posição de uma partícula em coordenadas polares é dado pela expressão $\vec{r}(t) = a\left[\cos(\omega t)\,\hat{i} + sen(\omega t)\,\hat{j}\right]$, onde a é uma constante. Qual é o vetor posição da partícula em coordenadas polares?

a) $a\hat{r}$
b) $-a\hat{r}$
c) $-a\hat{\theta}$
d) $a\hat{\theta}$

4- (coordenadas polares) Qual é o vetor velocidade da partícula em coordenadas polares?

a) $-\omega a\hat{\theta}$
b) $\omega a\hat{r}$
c) $\omega a\hat{\theta}$

5- Qual é a aceleração da partícula em coordenadas polares?

a) $-\omega^2 a\hat{r}$
b) $+\omega^2 a\hat{r}$
c) $-\omega^2 a\hat{\theta}$

6- (componentes tangencial e normal da aceleração) uma partícula descreve um M.C.U de raio R = 1 m com equação horária $\theta(t)=2+2t+5t^2$, onde t é dado em segundos e θ em radianos. Qual o seu vetor aceleração em t= 1 s ?

a) $10\hat{t} + 144\hat{n}$
b) $10\hat{t} - 144\hat{n}$
c) $-10\hat{t} + 144\hat{n}$

d) $-10\hat{t} - 144\hat{n}$

7- (componentes tangencial e normal da aceleração) Um objeto está se deslocando sobre uma curva $y=-x^2$ da esquerda para a direita. Em termos dos unitários $\hat{i}$ e $\hat{j}$,quais as direções dos vetores tangencial $\hat{t}$ e normal $\hat{n}$ à trajetória em x = 0?

a) $\hat{t} = \hat{i}$ e $\hat{n} = \hat{j}$

b) $\hat{t} = -\hat{i}$ e $\hat{n} = -\hat{j}$

c) $\hat{t} = \hat{i}$ e $\hat{n} = -\hat{j}$

d) $\hat{t} = -\hat{i}$ e $\hat{n} = \hat{j}$

Para casa

1- O vetor posição de uma partícula A em relação a um ponto estacionário O varia com o tempo de acordo com a seguinte lei: $\vec{r}(t) = \vec{c}\,sen\,\omega t + \vec{b}\cos\omega t$, onde $\vec{c}$ e $\vec{b}$ são vetores constante, com $\vec{c} \perp \vec{b}$; ω é uma constante positiva. Encontre a aceleração da partícula e a equação y(x) de sua trajetória, assumindo que os eixos x e y coincidem com as direções de $\vec{c}$ e de $\vec{b}$, respectivamente e que possuem origem no ponto O. Esboce a curva y(x).

Resp: $\vec{a} = -\omega^2\vec{r}$ e $\dfrac{x^2}{c^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$

2- Um carro, partindo do repouso, se move em linha reta do ponto A até o ponto B com aceleração variando de acordo com a lei : a = c-bx, onde c e b são constantes positivas e x é a distância do ponto A. No ponto B a velocidade do carro é nula. Encontre a distância entre os pontos A e B e a velocidade deste carro.

Resp: $x_m=c/b$ e $v_m=cb^{-1/2}$

Aula 10 – Cinemática no Espaço

Nome:____

1- (coordenadas esféricas) Qual o ângulo entre o vetor $\vec{a} = 2\hat{i} - 1\hat{j} + 1\hat{k}$ com o eixo x ? (preste atenção!)

a) $\cos^{-1}\left(\dfrac{2}{\sqrt{6}}\right)$

b) $tg^{-1}\left(-\dfrac{1}{2}\right)$

2- (coordenadas esféricas) determine a componente radial, r, do vetor $\vec{a} = 2\hat{i} - 1\hat{j} + 1\hat{k}$

a) $\sqrt{3}$

b) $\sqrt{4}$

c) $\sqrt{6}$

3- (coordenadas esféricas) o mesmo para a componente azimutal ϕ

a) $tg^{-1}\left(-\dfrac{1}{2}\right)$

b) $tg^{-1}(2)$

c) $tg^{-1}(1)$

4- (coordenadas esféricas) o vetor $\dfrac{\partial \hat{r}}{\partial \theta}$ é igual a

a) $\hat{r}$

b) $\hat{\phi}$

c) $\hat{\theta}$

5- (coordenadas esféricas) o vetor $\dot{\hat{r}} = \dfrac{d\hat{r}}{dt}$, onde $\hat{r} = \hat{r}(\theta,\phi)$ é igual a

a) $\dfrac{\partial \hat{r}}{\partial \theta}\dot{\theta} + \dfrac{\partial \hat{r}}{\partial \phi}\dot{\phi}$

b) $\dfrac{\partial \hat{r}}{\partial \theta} sen\,\theta\dot{\theta} + \dfrac{\partial \hat{r}}{\partial \phi}\dot{\phi}$

c) $\dfrac{\partial \hat{r}}{\partial \theta}\dot{\theta} + \dfrac{\partial \hat{r}}{\partial \phi}\cos\theta\dot{\phi}$

6- (coordenadas esféricas) A componente radial da aceleração de uma partícula em coordenadas esféricas é

a) $r\ddot{\phi} sen\,\theta + 2\dot{r}\dot{\phi} sen\,\theta + 2r\dot{\theta}\dot{\phi}\cos\theta$

b) $r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\dot{\phi}^2 sen\,\theta\cos\theta$

c) $\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\phi}^2 sen^2\theta$

7- (velocidade como vetor tangente à curva) Dada um curva no espaço com vetor posição $\vec{r}(t) = 3\cos 2t\hat{i} + 3\sin 2t\hat{j} + (8t - 4)\hat{k}$. Encontre o vetor unitário tangente à curva

a) $\hat{v} = \frac{-3}{5} sen 2t\hat{i} + \frac{3}{5}\cos 2t\hat{j} + \frac{4}{5}\hat{k}$

b) $\hat{v} = \frac{3}{5} sen 2t\hat{i} - \frac{3}{5}\cos 2t\hat{j} + \frac{4}{5}\hat{k}$

c) $\hat{v} = \frac{-3}{5}\cos 2t\hat{i} + \frac{3}{5} sen 2t\hat{j} + \frac{4}{5}\hat{k}$

8- (coordenadas cilíndricas) Interprete com suas palavras cada um dos termos do vetor aceleração em coordenadas cilíndricas:

a) $\ddot{\rho}\hat{\rho} \rightarrow$

b) $-\rho\dot{\phi}^2\hat{\rho} \rightarrow$

c) $\rho\ddot{\phi}\hat{\phi} \rightarrow$

d) $2\dot{\rho}\dot{\phi}\hat{\phi} \rightarrow$

e) $\ddot{z}\hat{z} \rightarrow$

Aula 11 – O operador Nabla

Nome:____

1- (gradiente) O gradiente da função f(x,y,z) = axy^2z^3 é

a) $ay^2z^3\hat{i} + ayz^3\hat{j} + axy^2z^2\hat{k}$

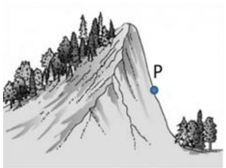
b) $ay^2z^3\hat{i} + 2axyz^3\hat{j} + 3axy^2z\hat{k}$

c) $y^2z^3\hat{i} + xyz^3\hat{j} + xy^2z^2\hat{k}$

d) $ay^2z^3\hat{i} + 2axyz^3\hat{j} + 3axy^2z^2\hat{k}$

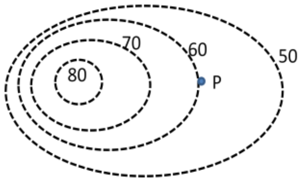
2- Qual o vetor que melhor representa o gradiente da energia potencial gravitacional no ponto P?

A) (   ) →
B) (   ) ←
C) (   ) ↑
D) (   ) ↑+ ←
E) (   ) ↓+ →



3- A figura abaixo representa superfícies equipotenciais. Qual é o vetor que melhor representa o gradiente no ponto P?

A)(   ) →
B) (   ) ←
C) (   ) ↑
D) (   ) ↑+ ←
E) (   ) ↓+ →



4- (divergência) A divergência do vetor $y^2z^3\hat{i} + yz^3\hat{j} + xy^2z^2\hat{k}$ é

a) $z^3 + 2xy^2z^2$

b) $2yz^3 + 2xy^2z^2$

c) $2xy^2z^2$

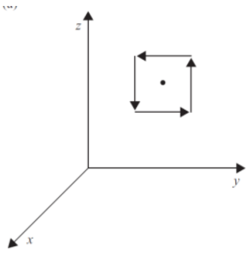
d) $z^3 + xy^2z^2$

5- O rotacional de $\vec{v} = -y\hat{i} + x\hat{j}$ é:

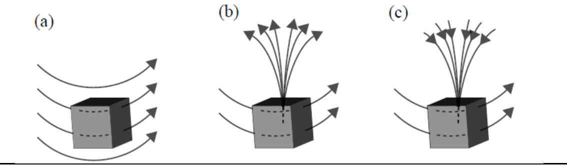
a) (   ) 2**i**
b) (   ) 2**j**
c) (   )2**k**
d) (   )-2**k**

6- A alternativa que corretamente indica a direção do rotacional da função abaixo é:

A) (   ) +z
B) (   ) –z
C) (   ) +x
D) (   )-x
E) (   )+y



7- (o teorema da divergência/Gauss) A alternativa que indica o sinal do fluxo nas três situações abaixo é, respectivamente:

A) ( ) +. +, + B) ( ) 0,+,- C) ( ) +,+, - D) ( ) 0, +, 0	

8- (o teorema da divergência/Gauss) Explique com as suas palavras o significado de cada termo no teorema da divergência:

9- (o teorema de Stokes) Explique com as suas palavras o significado de cada termo no teorema de Stokes

Formulário

Rotacional em coordenadas cilíndricas $\vec{\nabla}\times\vec{a}=\dfrac{1}{\rho}\begin{vmatrix}\hat{\rho} & \rho\hat{\phi} & \hat{z}\\ \dfrac{\partial}{\partial\rho} & \dfrac{\partial}{\partial\phi} & \dfrac{\partial}{\partial z}\\ a_\rho & \rho a_\phi & a_z\end{vmatrix}$

Rotacional em coordenadas esféricas: $\vec{\nabla}\times\vec{a}=\dfrac{\csc\theta}{r^2}\begin{vmatrix}\hat{r} & r\hat{\theta} & rsen\,\theta\hat{\phi}\\ \dfrac{\partial}{\partial r} & \dfrac{\partial}{\partial\theta} & \dfrac{\partial}{\partial\phi}\\ a_r & ra_\theta & rsen\,\theta a_\phi\end{vmatrix}$

Aula 12 – Projéteis

Nome:____

1- Analise as informações a seguir e indique a alternativa correta:

I- No lançamento horizontal, a componente horizontal da velocidade é constante em módulo, direção e sentido

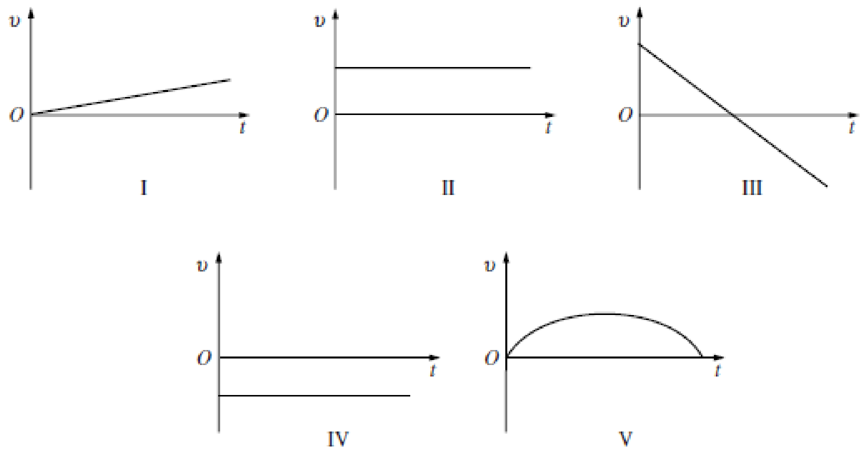
II- A componente vertical da velocidade tem módulo crescente, mas direção e sentido invariáveis no lançamento horizontal

III- No lançamento vertical para cima, a componente vertical da velocidade inicialmente diminui em módulo e depois aumenta

a) Somente a I é correta
b) Somente a II é correta
c) I e II são corretas
d) Todas estão corretas

2- Uma pedra é arremessada a 45° acima do eixo-x na direção positiva de x. Se a resistência do ar pode ser ignorada, qual dos gráficos velocidade versus tempo mostrados abaixo melhor representam v_x versus t e v_y versus t, respectivamente?

a) I e IV
b) II e I
c) II e III
d) II e V
e) IV e V



3- (resistência do ar) Qual a velocidade limite numa queda com resistência do ar de um objeto de massa m e sujeito a uma força de resistência $F_R = -bv$?

a) mg/b
b) b/mg
c) $(mg/b)^{1/2}$
d) $(b/mg)^{1/2}$

4- (lançamento de projetéis com resistência do ar) A componente horizontal da velocidade é dada por $v_x = v_{ox}e^{-\frac{bt}{m}}$. Determine o tempo necessário para a velocidade inicial caia a um fator 1/e de seu valor inicial.

a) m/b

b) b/m
c) $(m/b)^{1/2}$
d) $(b/m)^{1/2}$

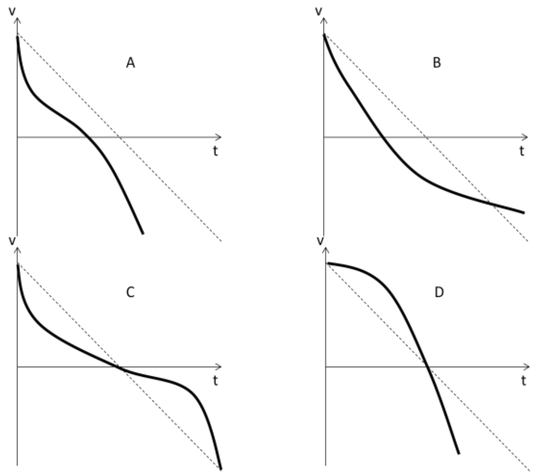
5- (alcance) Determine $\lim_{t\to\infty} x(t)$ onde $x(t) = \left(\frac{mv_{ox}}{b}\right)\left(1 - e^{-\frac{bt}{m}}\right)$

a) $\left(\frac{mv_{ox}}{b}\right)$
b) $\left(\frac{mv_{ox}}{2b}\right)$
c) $\left(\frac{mv_{ox}}{eb}\right)$

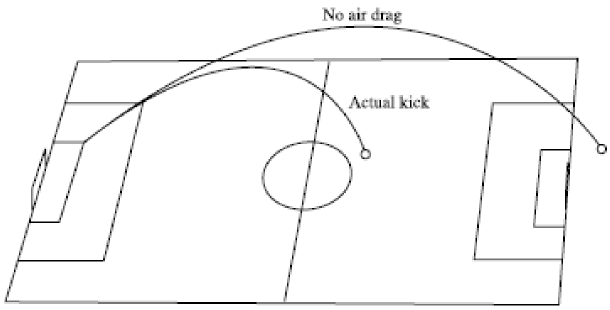
6- Na ausência de resistência do ar, o alcance de um projétil:
   a) Depende linearmente do módulo da velocidade inicial
   b) Depende do quadrado do módulo da velocidade inicial
   c) Independe do módulo da velocidade inicial

7- Na presença da resistência do ar, quanto maior a velocidade do projétil
   a) Maior a força de resistência do ar
   b) Menor a força de resistência do ar
   c) A força de resistência do ar não depende da velocidade do projétil

8- Qual dos gráficos abaixo melhor representa a história da velocidade no tempo para um objeto lançado verticalmente no ar quando a resistência do ar é descrita por $F_R = kv^2$? A linha tracejada mostra o gráfico da velocidade quando não existe resistência do ar:



9- Um pára-quedista salta de um avião. Ele cai em queda livre por alguns instantes e, então, abre o seu pára-quedas. Um instante após o seu pára-quedas ter aberto, o pára-quedista:
   a) Continua caindo, mas rapidamente reduz a velocidade.
   b) Pára momentaneamente e começa a cair de novo, porém mais devagar
   c) Subitamente é lançado para cima e começa a cair novamente, porém mais devagar.
   d) Subitamente é lançado para cima e começa a cair novamente, adquirindo, eventualmente, o mesmo módulo da velocidade de antes de o pára-quedas ter sido aberto.



Para casa

1- Calcule as componentes normal e tangencial da força atuante sobre um projétil lançado horizontalmente do alto de um prédio com velocidade de módulo v_o.

$$F_T = ma_T = m\frac{dv}{dt} = \frac{mg^2t}{\sqrt{v_o^2 + g^2t^2}}$$

Resp. $F_N = \dfrac{mgv_o}{\sqrt{v_o^2 + g^2t^2}}$

$$\sqrt{F_N^2 + F_T^2} = mg$$

2- Prove que a velocidade de um corpo se movendo sob a influencia de uma força resistiva proporcional ao quadrado de sua velocidade ($F \propto v^2$) é dada por:

$$v = v_L \frac{(v_0 + v_L)e^{(kv_L/m)t} + (v_0 - v_L)e^{-(kv_L/m)t}}{(v_0 + v_L)e^{(kv_L/m)t} - (v_0 - v_L)e^{-(kv_L/m)t}}.$$

Onde m é a massa do corpo, v_L é a velocidade limite e v_o é a sua velocidade inicial

Aula 13 – Energia potencial

Nome:____

1- Dada uma força $\vec{F} = F_o\hat{j}$, o trabalho desta força entre os pontos (x=0,y=0) e (x=d, y=0) ao longo do eixo x é (dica: $d\vec{r} = dx\hat{i}$)

a) F_od

b) $-F_od$

c) Nulo

2- O trabalho da força acima entre os pontos (x=d, y=d) é (dica: $d\vec{r} = dy\hat{j}$)

a) F_od

b) $-F_od$

c) Nulo

3- O trabalho da força acima entre os pontos (0,0) e (d,d) ao longo do caminho acima é

a) F_od

b) $-F_od$

c) Nulo

4- O trabalho da força acima entre os pontos (0,0) e (d,d) ao longo da reta y = x é (dica : $d\vec{r} = dx\hat{i} + dy\hat{j}$)

a) F_od

b) $-F_od$

c) Nulo

5- O trabalho da força acima, ao longo de um caminho fechado (0,0) → (d,0) →(d,d)→(0,0) é

a) F_od

b) $-F_od$

c) Nulo

6- Pelos resultados dos itens anteriores, a força $\vec{F} = F_o\hat{j}$ é conservativa?

a) Sim

b) Não

7- (energia potencial) Nas discussões de energia potencial, uma prática errada comum é usar, por exemplo, a frase " a energia potencial de uma bola" na qual a energia potencial está associada a um objeto e não ao sistema de dois ou mais objetos que interagem entre si. A energia potencial é uma propriedade de um sistema. Um único objeto não pode ter energia potencial. Indique qual(is) das afirmações abaixo está correta:

a) A energia potencial elástica de um bloco de massa m que comprime uma mola é $kx^2/2$

b) A energia potencial gravitacional de uma maçã de massa m e altura h é mgh.

c) A energia potencial do sistema Terra-Lua é GmM/R^2

8- (força como o gradiente) Determine as componentes da força para o potencial $V(x,y,z) = k_xx^2/2 + k_yy^2/2 + k_zz^2/2$

a) $\vec{F} = (k_x\hat{i} + k_y\hat{j} + k_z\hat{k})$

b) $\vec{F} = (k_x\hat{i} - k_y\hat{j} - k_z\hat{k})$

c) $\vec{F} = -2(k_x\hat{i} + k_y\hat{j} + k_z\hat{k})$

d) $\vec{F} = -(k_x\hat{i} + k_y\hat{j} + k_z\hat{k})$

9- (força conservativa) Indique se verdadeiro (V) ou falso (F)

a) A divergência de um campo conservativo é sempre nulo

b) O rotacional de um campo conservativo é sempre nulo

c) O rotacional de um gradiente é sempre nulo

d) Se $\vec{F}$ é conservativa, então $\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$, sempre!

e) O trabalho de uma força conservativa entre dois pontos no espaço depende do caminho

f) Toda força constante é conservativa

10- (rotacional de uma força conservativa) A Força $\vec{F} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ é conservativa?

a) Sim

b) Não

11- (rotacional de uma força conservativa) A força $\vec{F} = y\hat{i} + x\hat{j} + z\hat{k}$ é conservativa ?

a) Sim

b) Não

12- (força conservativa) Considere uma força unidimensional $\vec{F} = f(x)\hat{i}$, onde f(x) é uma função apenas de x. É possível determinar se essa força é conservativa sem nenhuma informação adicional? Nesse caso, ela é conservativa?

13- O que define uma força conservativa?

a) $\oint \vec{F}.d\vec{S} = 0$ ou $\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = 0$

b) A força deve ser de fricção

c) A força deve ser nuclear

d) A força deve ser eletromagnética

e) $\oint \vec{F}.d\vec{r} = 0$ ou $\vec{\nabla} \times \vec{F} = \vec{0}$

Para casa: Problemas do Symon (capítulo 3): 34-42

Resumo:

Energia potencial, ou mais precisamente a mudança na energia potencial, é uma medida da mudança configuracional em um sistema de partes interagentes. A mudança associada com a compressão de uma mola é caracterizada pela energia potencial elástica.

Considere dois objetos separados com massas m_1 e m_2, atraindo uma à outra mas em repouso. O sistema possui energia de repouso (invariante de Lorentz e independente da velocidade) $E_o = Mc^2$. Devido à interação, a energia potencial é negativa ($U<0$) e $M=(m_1+m_2)+U/c^2$. Ao serem liberados, os objetos se aproximam e a energia cinética do sistema aumenta, diminuindo U e, consequentemente, diminuindo M.

Aula 14 – Forças Centrais

Nome:____

1- (Força central) Indique qual das forças abaixo é uma força central atrativa

a) $\vec{F}(r) = \dfrac{\hat{\theta}}{r^2}$

b) $\vec{F}(r) = -r\hat{r} + \dfrac{\hat{\theta}}{r}$

c) $\vec{F}(r) = r^3\hat{r}$

d) $\vec{F}(r) = -r^{-2}\hat{r}$

2- (Força central) A força gravitacional resultante sobre a Terra devido ao Sol e aos demais planetas do sistema solar é exatamente central? Justifique.

3- (Forças não centrais: torque) Consideremos um satélite da Terra em órbita quase circular nas camadas extremamente tênues da alta atmosfera (~3×10^2 km de altura). O satélite é submetido à interação gravitacional central caracterizada pela força $\vec{F}(r) = -\dfrac{GMm}{r^2}\hat{r}$, e a uma força de atrito (pequena) $\vec{F}_{at} = -k\vec{v}$,onde $\vec{v}$ é o vetor velocidade do satélite, tangente à trajetória. O momento angular do satélite em relação à origem ao centro da força central é constante? Justifique

4- (Forças não centrais: torque) Considere um automóvel que percorre uma pista circular com velocidade $\vec{v} \propto \hat{\theta}$ (coordenadas polares). A força de atrito exercida pela pista pode ser decomposta nas componentes centrípeta (central) $\vec{F} \propto -\hat{\rho}$ e tangencial $\vec{f} \propto -\hat{\theta}$ (a qual inclui também a resistência do ar). Indique se verdadeiro (V) ou falso (F):

a) O torque resultante em relação ao centro é nulo

b) O torque de $\vec{F}$ é nulo

c) O torque de $\vec{f}$ é nulo

d) O momento angular total se conserva

e) O momento angular aponta na direção $\hat{z}$

f) Se R é o raio da circunferência, o módulo do torque de $\vec{f}$ é Rf

g) O torque resultante aponta na direção $\hat{z}$

h) O módulo do momento angular do automóvel diminui com o tempo

5- (momento angular) qual a direção do vetor $\hat{r} \times \hat{\theta}$?

a) $-\hat{z}$

b) $\hat{z}$

c) $\hat{i}$

6- (A segunda Lei de Kepler) Seja L o momento angular de um planeta de massa m em uma órbita elíptica (área = πab, onde a é o semi-eixo maior e b o semi-eixo menor). O período do movimento é dado por

a) $\dfrac{m\pi ab}{2L}$

b) $\dfrac{m\pi ab}{L}$

c) $\dfrac{2m\pi ab}{L}$

7- (potencial efetivo) Sobre o potencial efetivo $V_{ef} = \dfrac{K}{r} + \dfrac{L^2}{2mr^2}$, indique se verdadeiro V ou falso F:

a) O termo centrífugo $\dfrac{L^2}{2mr^2}$ pode ser positivo, negativo ou nulo.

b) O termo $\dfrac{K}{r}$ será atrativo se K < 0

c) Se K > 0, então não haverá movimento periódico em r, só sendo possível energias totais E, e a partícula vem de r = ∞ até um ponto de retorno, voltando para o infinito.

d) Se a energia total for negativa (E < 0) e L = 0 , o problema se reduz ao movimento numa dimensão de um corpo em queda livre.

Para Casa
Symon Cap 3: 24-27,

Aula 15 – Órbitas

Nome:____

Johannes Kepler (Weil der Stadt, 27 de dezembro de 1571 — Ratisbona, 15 de novembro de 1630) foi um astrônomo, matemático e astrólogo alemão e figura-chave da revolução científica do século XVII. É mais conhecido por ter formulado as três leis fundamentais da mecânica celeste, conhecidas como Leis de Kepler, codificadas por astrônomos posteriores com base em suas obras *Astronomia Nova*, *Harmonices Mundi*, e *Epítome da Astronomia de Copérnico*. Essas obras também forneceram uma das bases para a teoria da gravitação universal de Isaac Newton. Durante sua carreira, Kepler foi professor de matemática em uma escola seminarista em Graz, Áustria, um assistente do astrônomo Tycho Brahe, o matemático imperial do imperador Rodolfo II e de seus dois sucessores, Matias I e Fernando II. Também foi professor de matemática em Linz, Áustria, e conselheiro do general Wallenstein. Adicionalmente, fez um trabalho fundamental no campo da óptica, inventou uma versão melhorada do telescópio refrator (o telescópio de Kepler) e ajudou a legitimar as descobertas telescópicas de seu contemporâneo Galileu Galilei. Kepler viveu numa época em que não havia nenhuma distinção clara entre astronomia e astrologia, mas havia uma forte divisão entre a astronomia (um ramo da matemática dentro das artes liberais) e a física (um ramo da filosofia natural). Kepler também incorporou raciocínios e argumentos religiosos em seu trabalho, motivado pela convicção religiosa de que Deus havia criado o mundo de acordo com um plano inteligível, acessível através da luz natural da razão. Kepler descreveu sua nova astronomia como "física celeste", como "uma excursão à *Metafísica* de Aristóteles" e como "um suplemento de *Sobre o Céu* de Aristóteles", transformando a antiga tradição da cosmologia física ao tratar a astronomia como parte de uma física matemática universal. (Wikipédia)

1- (órbita) A Terra gira em torno do Sol em uma órbita elíptica. O Sol realiza algum trabalho sobre a Terra?

2- (Leis de Kepler) Um cometa se movendo em uma órbita de excentricidade ε tem uma velocidade v quando ele está o mais distante possível do Sol. Encontre a sua velocidade quando ele está o mais próximo possível do Sol.

a) $\frac{(1-\varepsilon)}{(1+\varepsilon)}v$

b) $\frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon)}v$

c) $\frac{(1+\varepsilon)}{(1-\varepsilon)}v$

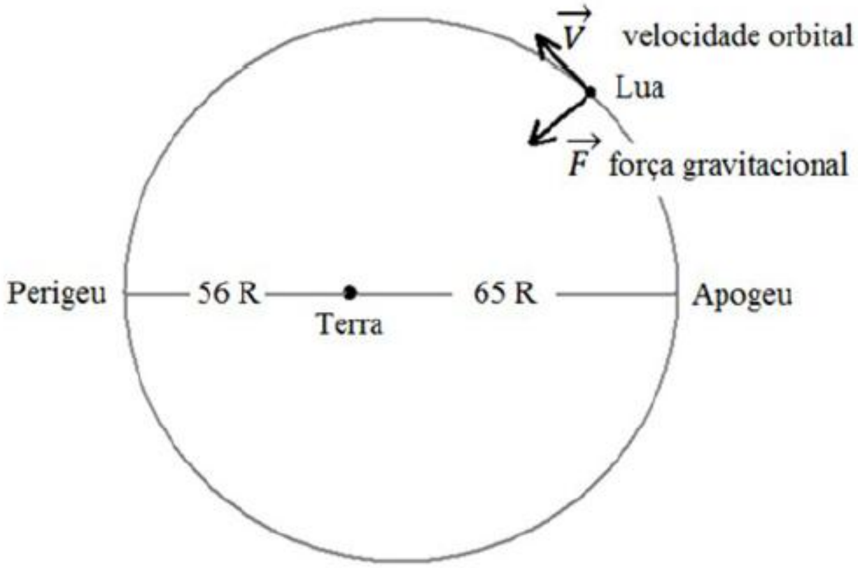
3- (terceira lei de Kepler) Um satélite de massa *m* orbita um planeta de massa *M* numa órbita circular de raio *R*. O tempo necessário para uma revolução é

a) independente de *M*
b) proporcional a $\sqrt{m}$
c) linear em *R*
d) proporcional a $R^{3/2}$
e) proporcional a R^2

4- (Leis de Kepler) Um astrônomo observa uma lua muito pequena orbitando um planeta e mede as distâncias mínima e máxima da lua até o centro do planeta e a velocidade orbital máxima da lua. Qual das seguintes grandezas não pode ser calculada a partir destas medidas?

a) A massa da lua
b) A massa do planeta
c) A velocidade mínima da lua
d) O período da órbita
e) O semieixo maior da órbita

5- (MNPEF/2014) A órbita da Lua no sistema de referência da Terra é uma elipse, sendo a distância de máxima aproximação (perigeu) da Lua à Terra cerca de 56 R e a distância de máxima afastamento (apogeu) da Lua à Terra cerca 65R, onde R é o raio da Terra. Na figura abaixo está representada a órbita bem como os vetores força gravitacional exercida na Lua pela Terra e velocidade da Lua em um ponto da órbita.



Sendo os módulos das velocidades V_A e V_P e das forças gravitacionais F_A e F_P respectivamente no apogeu (A) e no perigeu (P) afirma-se que

I) $56.V_P = 65.V_A$.
II) $F_P > F_A$.
III) Os vetores força gravitacional exercida na Lua e velocidade orbital da Lua são ortogonais entre si em qualquer ponto da órbita.

Quais das afirmações são corretas?

A) I e III.
B) I, II, e III.
C) II e III.
D) I e II.

6- (fórmula de Binet) É interessante notar que, seja qual for a forma da função F(r) que caracteriza o campo central sob cuja ação a partícula está se movendo, a equação de Binet admite uma solução da forma r = R = constante (círculo). A condição para que isto aconteça é

a) $mRF(R) + L^2 = 0$
b) $mR^3F(R) + L^2 = 0$
c) $mR^2F(R) + L^2 = 0$

E como sempre existirá ao menos um R que satisfará a resposta acima, pode-se dizer que sempre existirá uma órbita circular possível para uma partícula que se mova sob a ação apenas das forças de um campo central tal que a norma da força associada a um ponto P dependa explicitamente apenas da distância ao ponto P ao centro do campo.

7- (equação da cônica) Resolvendo a equação da cônica $\frac{1}{r} = A\cos(\theta - \theta_o) - \frac{m^2 K}{L^2}$ para r, encontramos:

a) $r = \frac{L^2}{-L^2 A\cos(\theta - \theta_o) + m^2 K}$

b) $r = \dfrac{L^2}{L^2 A\cos(\theta-\theta_o) + m^2K}$

c) $r = \dfrac{L^2}{L^2 A\cos(\theta-\theta_o) - m^2K}$

8- (partícula livre, $F(r) = Kr^{-2} = 0$) Qual a solução da fórmula de Binet (equação de uma cônica) para uma partícula livre ?

a) $r(\theta) = \dfrac{1}{A\cos(\theta-\theta_o)}$

b) $r(\theta) = \dfrac{1}{A\cos(\theta-\theta_o) - \dfrac{m^2K}{L^2}}$

c) $r(\theta) = \dfrac{1}{A\cos(\theta-\theta_o) + \dfrac{m^2K}{L^2}}$

Comentário: A equação radial para uma partícula livre é de fato a equação de uma reta em coordenadas polares.

9- (pontos de retorno para uma força $F = Kr^{-2}$) Os pontos de retorno correspondem aos valores máximo ($\dfrac{1}{r_{\max}} = \dfrac{-mK}{L^2} - A$) e mínimo ($\dfrac{1}{r_{\min}} = \dfrac{-mK}{L^2} + A$) de r. Para uma partícula livre, indique a opção correta

a) $\dfrac{1}{r_{\max}} = A$ e não há r_{min}

b) $\dfrac{1}{r_{\min}} = A$ e não há $r_{máx}$

c) $\dfrac{1}{r_{\max}} = \dfrac{1}{r_{\min}} = A$

10- (cônicas) A excentricidade ε de uma cônica é uma razão entre duas distâncias, o seu valor é obrigatoriamente não negativo, isto é : $\varepsilon \geq 0$. As possíveis cônicas – a circuferência, a elipse, a parábola e a hipérbole – se diferenciam umas das outras pelo valor da excentricidade ($\varepsilon = 0 \rightarrow$ circunferência; $0 < \varepsilon < 1 \rightarrow$ elipse; $\varepsilon = 1 \rightarrow$ parábola; $\varepsilon > 1 \rightarrow$ hipérbole) .

11- No problema de Kepler do movimento planetário, vários valores de excentricidade e da energia classificam as órbitas de acordo com as seções cônicas. Qual o valor da excentricidade ε e energia E pertence à órbita parabólica?

a) $\varepsilon > 1$ e $E > 0$

b) $0 < \varepsilon < 1$ e $V_{min} < E < 0$

c) $\varepsilon = 0$ e $E = V_{min}$

d) $\varepsilon < 0$ e $E < V_{min}$

e) $\varepsilon = 1$ e $E = 0$

12- No Projeto Starshine, um satélite de baixo custo foi lançado para envolver crianças nas escolas com observações orbitais. Como o satélite deparou-se com atrito na atmosfera da Terra, o raio da órbita aproximadamente circular decresceu lentamente em um período de vários meses. Como o raio da órbita diminuiu, a energia total do satélite

a) Aumentou
b) Diminuiu
c) Permaneceu inalterada

13- Como o raio da órbita diminuiu, a energia cinética do satélite

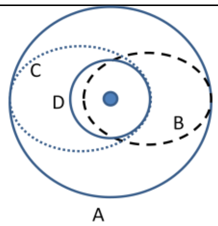
a) Aumentou
b) Diminuiu
c) Permaneceu inalterada

14- Como o raio da órbita diminuiu, a velocidade média do satélite

a) Aumentou
b) Diminuiu
c) Permaneceu inalterada

15- Várias órbitas elípticas possíveis de um satélite são mostradas na figura abaixo. Qual órbita tem o maior momento angular?

a) A
b) B
c) C
d) D



16- Qual órbita tem a maior energia total?

a) A
b) B
c) C
d) D

17- Em qual órbita a maior velocidade é alcançada?

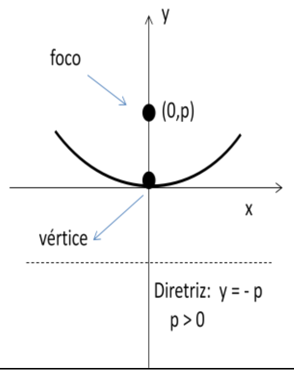
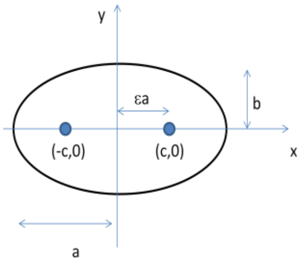
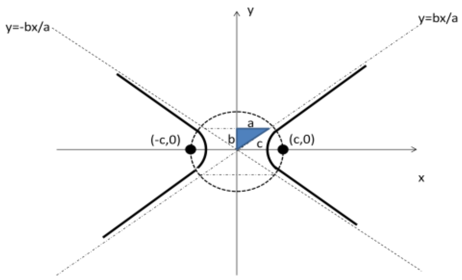
a) A
b) B
c) C
d) D

Para Casa: Symon Cap.3 : 46-64

<u>Revisão sobre as cônicas (referência: Al Shenk, Cálculo e Geometria Analítica, VOl. 2)</u>

Introdução:

Os círculos, as elipses, as hipérboles e as parábolas são chamados seções cônicas, porque cada um deles pode ser obtido como a interseção de um plano e o cone formado por todas as retas que passam por um ponto e pelos pontos de uma circunferência de círculo. O ponto é o vértice do cone e está no eixo, que é a reta que passa pelo centro do círculo, perpendicular a ele. As retas que formam o cone são suas geratrizes.

Cônica	Figura	equação
Parábola: é o lugar dos pontos P de um plano que são equidistantes de uma reta (diretriz) e do foco		$y = \dfrac{x^2}{4p}$ Diretriz : a reta y = -p Foco: (0,p) Excentricidade: $\varepsilon = 1$
Elipse: é o lugar dos pontos P num plano, de modo que a soma das distâncias de P a dois pontos F_1 e F_2 no plano seja uma constante		$\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ Focos: (c,0) e (-c,0) $b = \sqrt{a^2 - c^2}$ Excentricidade: $\varepsilon = c/a$ $0 < \varepsilon < 1$
Círculo: é o caso particular da elipse quando $F_1 = F_2$		$x^2 + y^2 = R^2$ (a=b=R, c=0) Foco: (0,0) Excentricidade: $\varepsilon = 0$
Hipérbole: é o lugar dos pontos P num plano, de modo que a diferença entre as distâncias de P a dois pontos F_1 e F_2 no plano seja constante		$\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ Focos: (c,0) e (-c,0) $b = \sqrt{a^2 - c^2}$ Excentricidade: $\varepsilon = c/a$ $\varepsilon > 1$

Toda a seção cônica tem uma equação da forma no plano xy: $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$. O discriminante da cônica é o invariante $\Delta \equiv B^2 - 4AC$. Onde: $\Delta > 0 \rightarrow$ hipérbole, $\Delta = 0 \rightarrow$ parábola, $\Delta < 0 \rightarrow$ elipse.

Rotação dos eixos: $\delta = \dfrac{1}{2} arctg\left(\dfrac{B}{A-C}\right)$

Em coordenadas polares, a equação de uma seção cônica geral pode ser escrita como $r = \dfrac{c}{1+\varepsilon\cos\theta}$, onde a constante c determina a escala da figura.

Resumo das órbitas de Kepler:

$F(r) = \dfrac{K}{r^2}$, no caso gravitacional $K = -GMm < 0$

Todas as órbitas possíveis são obtidas da equação: $r(\theta) = \dfrac{c}{1+\varepsilon\cos(\theta - \theta_o)}$

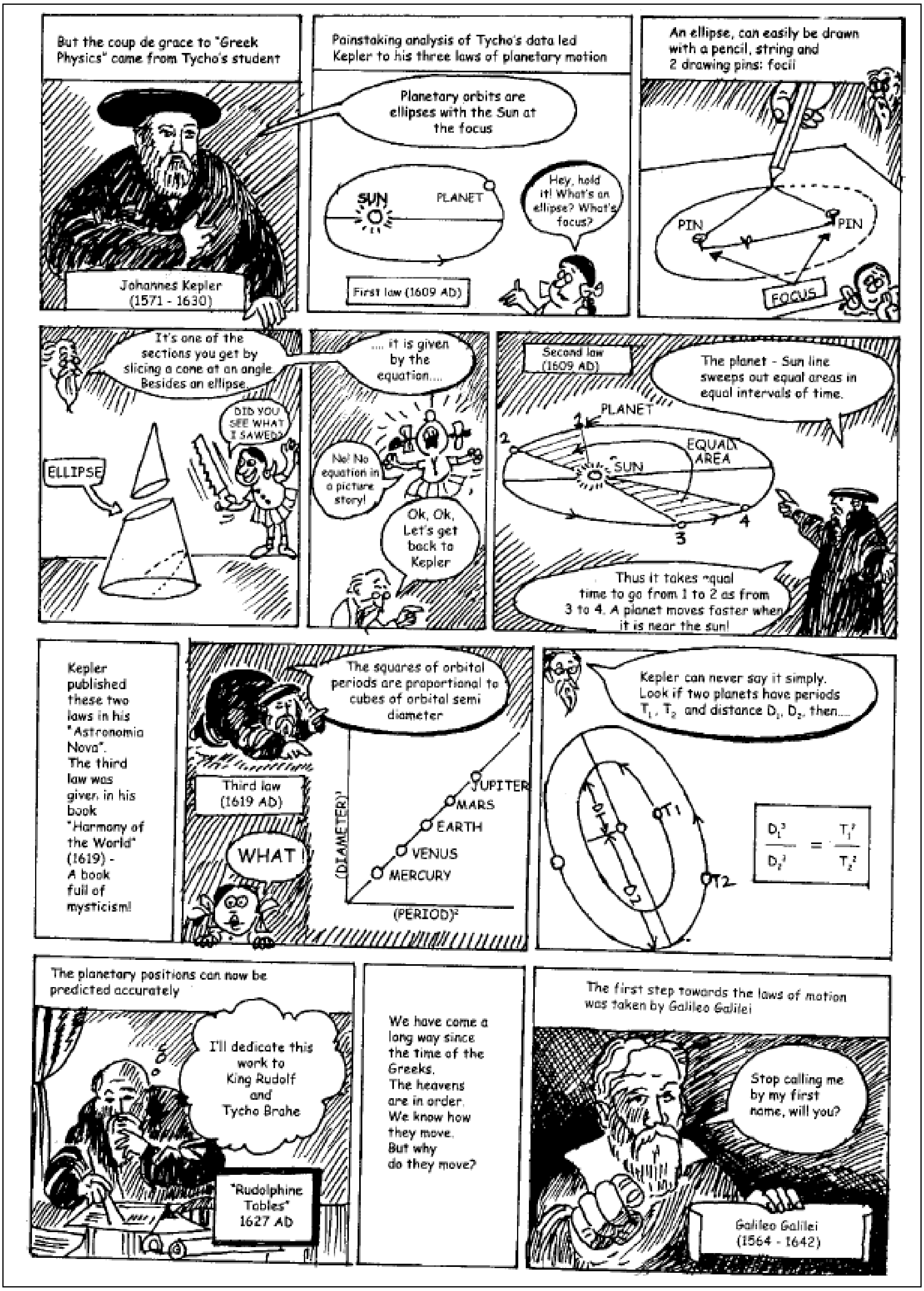
Relação entre energia e excentricidade $E = \frac{K^2 m}{2L^2}\left(\varepsilon^2 - 1\right)$

Fator de escala: $c = -\frac{L^2}{Km}$

Excentricidade :

Excentricidade	**Energia**	**órbita**
ε = 0	E < 0	círculo
0 < ε < 1	E < 0	elipse
ε = 1	E = 0	parábola
ε > 1	E > 0	hipérbole

Um pouco de história:


But the coup de grace to "Greek Physics" came from Tycho's student
Johannes Kepler (1571 - 1630)
Painstaking analysis of Tycho's data led Kepler to his three laws of planetary motion
Planetary orbits are ellipses with the Sun at the focus
SUN
PLANET
Hey, hold it! What's an ellipse? What's focus?
First law (1609 AD)
An ellipse, can easily be drawn with a pencil, string and 2 drawing pins: focii
PIN
PIN
FOCUS
It's one of the sections you get by slicing a cone at an angle. Besides an ellipse...
DID YOU SEE WHAT I SAWED?
ELLIPSE
.... it is given by the equation....
No! No equation in a picture story!
Ok, Ok, Let's get back to Kepler
Second law (1609 AD)
The planet - Sun line sweeps out equal areas in equal intervals of time.
PLANET
1
2
EQUAL AREA
SUN
3
4
Thus it takes equal time to go from 1 to 2 as from 3 to 4. A planet moves faster when it is near the sun!
Kepler published these two laws in his "Astronomia Nova". The third law was given in his book "Harmony of the World" (1619) - A book full of mysticism!
The squares of orbital periods are proportional to cubes of orbital semi diameter
Third law (1619 AD)
WHAT !
JUPITER
MARS
EARTH
VENUS
MERCURY
(DIAMETER)³
(PERIOD)²
Kepler can never say it simply. Look if two planets have periods T_1, T_2 and distance D_1, D_2, then...
T1
T2
D1
D2
$\frac{D_1^3}{D_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$
The planetary positions can now be predicted accurately
I'll dedicate this work to King Rudolf and Tycho Brahe
"Rudolphine Tables" 1627 AD
We have come a long way since the time of the Greeks. The heavens are in order. We know how they move. But why do they move?
The first step towards the laws of motion was taken by Galileo Galilei
Stop calling me by my first name, will you?
Galileo Galilei (1564 - 1642)

Aula 16 – Conservação do momento linear e centro de massa

Nome:____

1- Considere um sistema composto por três partículas. A primeira possui massa $m_1 = m$ e está a ação das forças internas ao sistema $\vec{F}_{12} = F_o\hat{i}$, $\vec{F}_{13} = F_o\hat{j}$ e forças externas cuja resultante é $\vec{F}_{1ext} = -F_o\hat{k}$. A segunda partícula possui uma massa $m_2 = 2m$ e está sujeita às forças internas ao sistema, entre elas $\vec{F}_{23} = F_o\hat{i}$ devido à terceira partícula de massa $m_3 = m$, e à força externa $\vec{F}_{2ext} = 2F_o\hat{i}$. A partícula de massa m_3 não está sujeita a nenhuma força externa ao sistema. Qual a aceleração da partícula de massa m_3?

a) $\dfrac{-F_o(\hat{i}+\hat{j})}{m}$

b) $\dfrac{F_o(\hat{i}+\hat{j})}{m}$

c) $\dfrac{F_o(\hat{i}-\hat{j})}{m}$

2- Qual a aceleração do C.M do sistema?

a) $\dfrac{F_o(\hat{i}+\hat{k})}{4m}$

b) $\dfrac{F_o(\hat{i}-\hat{k})}{4m}$

c) $\dfrac{F_o(\hat{i}-\hat{k})}{m}$

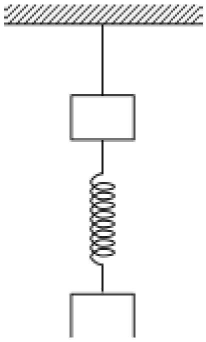
3- (Para discussão em sala) O quê é um sistema isolado (ref. R. D. Knight, Five Easy Lessons, Strategies for Successful Physics Teaching)?

4- (ref. R. D. Knight, Five Easy Lessons, Strategies for Successful Physics Teaching) O momento total de um sistema é conservado....

a) Sempre
b) Se o sistema é isolado
c) Se as forças são conservativas
d) Nunca! É apenas uma aproximação

5- Dois blocos idênticos estão conectados por uma mola. O sistema está suspenso, em repouso, por uma corda amarrada ao teto, conforme ilustrado na figura abaixo. A corda se rompe repentinamente. Imediatamente após a corda se romper, qual é a aceleração do bloco superior?

a) 0
b) g/2
c) g
d) $\sqrt{2}g$
e) 2g



Para casa

1) Em um sistema de referência S duas partículas se movem ao longo do eixo x, uma de massa m_1 com velocidade v_1, e outra com massa m_2 com velocidade v_2. Encontre: a) a velocidade V do sistema de referência S' no qual a energia cinética total das partículas é mínima; b) a energia cinética total destas partículas no sistema S'.

Aula 17 – Conservação do momento angular

Nome:____

1- (momento angular de uma partícula) o vetor posição de uma partícula de massa m é dado por $\vec{r}(t) = 2t\hat{i} - t\hat{j}$. Qual é o momento angular desta partícula em relação à origem?

a) $+4mt\hat{k}$

b) $-4mt\hat{k}$

c) $\vec{0}$

2- Uma partícula se move com velocidade constante. O momento angular dessa partícula em relação à origem é nula

a) Sempre

b) Em um determinado tempo apenas

c) Apenas se a trajetória da partícula passar pela origem

d) Nunca

3- É possível que um corpo possua energia cinética sem ter momento? É possível que um corpo tenha momento ser ter energia cinética?

4- Se a população de toda a Terra se deslocasse para a Antártida, haveria algum efeito na duração do dia? Se houvesse, qual seria esse efeito?

5- (conservação do momento angular) Uma criança está em pé na borda de um disco, conforme mostrado na figura abaixo. A massa da criança é 40 kg. O disco possui uma massa de 200 kg e um raio de 2,5 m e está girando com uma velocidade angular ω = 2,0 rad/s. A criança então anda lentamente em direção ao centro do disco. Qual será a velocidade angular do disco quando a criança alcança o centro em rad/s? (o tamanho da criança pode ser desprezado)

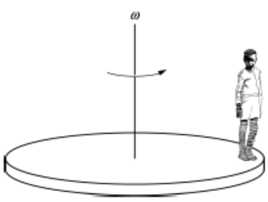
a) 2,0

b) 2,2

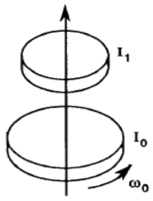
c) 2,4

d) 2,6

e) 2,8



6- (conservação do momento angular) Um cilindro com momento de inércia I_o gira com velocidade angular ω_o. Um segundo cilindro com momento de inércia I_1 inicialmente não girando cai sobre o primeiro cilindro e o os dois alcançar a mesma velocidade final ω_f. Encontre ω_f

A) ( ) ω_o B) ( ) $\omega_o(I_o/I_1)$ C) ( ) $I_o\omega_o(I_o+I_1)^{-1}$ D) ( ) $\omega_o(I_1/I_o)$ E) ( )$I_o^{-1}\omega_o(I_o+I_1)$	

7- Por que uma barra longa ajuda o circense que anda sobre uma corda tensa a manter seu equilíbrio?

8- Um helicóptero alça voo com as hélices girando. Por quê o corpo do helicóptero não gira na direção oposta?

9- A figura abaixo mostra um sistema de duas partículas de massa m cada uma, girando em M.C.U de raio r, no sentido horário em torno de seu centro de massa com velocidade angular de módulo ω. O centro de massa do sistema descreve um M.C.U. de raio R no sentido anti-horário com velocidade angular também de módulo ω. Qual o momento angular do C.M. ($\vec{R}_{cm} \times \vec{P}_{cm}$)?

a) $2mR^2\omega\hat{k}$

b) $mR^2\omega\hat{k}$

c) $\dfrac{mR^2\omega\hat{k}}{2}$

d) $-mR^2\omega\hat{k}$

10- Qual o momento angular interno (em relação ao C.M.)

a) $2mr^2\omega\hat{k}$

b) $mr^2\omega\hat{k}$

c) $\dfrac{mr^2\omega\hat{k}}{2}$

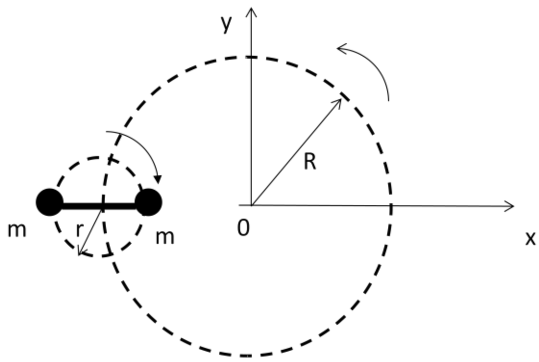
d) $-2mr^2\omega\hat{k}$

11- Qual o valor de r para que o momento angular total do sistema seja nulo?

a) R

b) 2R

c) R/2



Para casa:

1- Uma bola de bilhar, inicialmente em repouso, dá-se uma tacada. O taco é segurado na direção horizontal a uma distância h acima da linha do centro. Devido a essa estratégia de posicionamento do taco, a bola inicia seu movimento com velocidade v_o e , eventualmente, adquire a velocidade final $9v_o/7$. Mostre que h=4R/5, sendo R o raio da bola.
2- Para fazer uma bola de bilhar rolar sem escorregar desde o início de seu movimento, a ponta do taco não deve tocá-la em seu centro (isto é, a uma altura acima da mesa igual ao raio R da bola), mas sim a uma altura de exatamente 2R/5 acima do centro. Prove este resultado. [Para aprender mais a respeito da mecânica do bilhar, ver Arnold Sommerfeld. Mechancs, volume 2 of Lectures on Theorethical Physics, Academic Press, Orlando, p. 158-161.

Aula 18 – Conservação da energia

Nome:____

1- Se você realiza trabalho sobre um sistema, o sistema necessariamente adquire energia cinética de translação?

2- Se um sistema adquire energia cinética de translação, significa necessariamente que algum agente externo realizou trabalho sobre ele? Forneça exemplos.

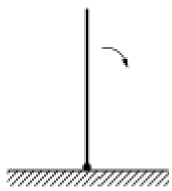
3- O trabalho realizado pelas forças internas pode diminuir a energia cinética de um corpo? E pode aumentá-la?

4- Um pêndulo simples oscilando em M. H. S. conserva momento linear? Conserva energia? Conserva momento angular?

5- Um corpo desce um plano inclinado com velocidade constante. Quanto às forças que atuam sobre ele, podemos afirmar que:

A) São todas forças conservativas porque a energia cinética do corpo não varia;
B) São todas forças conservativas porque a energia potencial do corpo diminui;
C) Não são todas forças conservativas porque a energia mecânica do corpo diminui;
D) São todas forças não-conservativas porque parte da energia mecânica do corpo é transformada em calor;
E) São todas forças não-conservativas porque a energia cinética do corpo aumenta;

6- Uma vara fina e uniforme de massa M e comprimento L está posicionada verticalmente acima e ancorada num pivô sem atrito , conforme mostrado abaixo. Com qual velocidade a extremidade livre da vara colide com o solo?

A) $\sqrt{\frac{gL}{3}}$ B) $\sqrt{gL}$ C) $\sqrt{3gL}$ D) $\sqrt{12gL}$ E) $12\sqrt{gL}$	

Para Casa: Symon Cap. 4 :3

Referências

R. L. Lehrman, Energy is Not the Ability to do work, The Phys. Teach., pág. 15 , janeiro (1973)

H.S. Leff, A. J. Mallinckrodt, Stopping objects with zero external work: Mechanics meets thermodynamics, Am. J. Phys. **61**, 121 (1993).

E. Hecht, Energy and change, The Phys. Tech. **45**, 88 (2007)

Resumo

A primeira Lei da Termodinâmica pode ser vista como uma definição, no sentido que é uma lei da natureza que: (1) existe uma grandeza, energia interna, que é função de estado do sistema (ou seja, dE independe do caminho); (2) podemos calcular dE em termos de quantidades que dependem do caminho (os processos dW e dQ) e que não são funções de estado.

Por quê existe energia? Não vemos ou sentimentos energia. Você pode detectar diretamente e sensorialmente certos parâmetros que são relacionados com a quantidade chamada energia: massa, temperatura, etc.. Mas nenhuma delas é energia (embora massa é definida como uma medida da energia de repouso). Determinamos a energia pela formação de combinações desses parâmetros de acordo com um conjunto rígido e específico de expressões algébricas: mgh, $mv^2/2$, $mc\Delta T$, kqq'/r, etc..

As fórmulas são invenções humanas. Ninguém levou pranchas de pedra ao topo de uma montanha para que as fórmulas fossem escritas por um raio. Mas, porquê as pessoas inventaram estas fórmulas?

Cada uma dessas fórmulas resultou dos esforços de físicos de modo a sintetizar, para formar uma ampla generalização que poderia unificar uma variedade de fenômenos sob a mesma rubrica. Energia é uma medida de uma mudança escalar do sistema. Como há várias formas de mudanças, reconhecemos várias formas de energia (elástica, térmica, etc..) Cada uma dessas mudanças é realizada por uma força fundamental.

<u>Energia **não** é a habilidade de realizar trabalho</u>

O movimento aleatório e desorganizado característico do calor não pode ser utilizado integralmente para realizar trabalho, embora parte desse calor possa quando houver uma diferença de temperatura. Definir energia como "a habilidade de realizar trabalho" em situações nas quais a energia está igualmente distribuída no espaço está incorreto.

<u>Conservação da energia</u>

A energia é conservada. Ela pode ser visualizada como um fluido passando de um sistema a outro. A habilidade de produz mudança pode ser passada de uma entidade para outra através da interação. Essa mudança pode ser organizada (na forma de energia cinética), ou desorganizada (na forma de calor). A energia organizada na forma de energia cinética pode ser transformada inteiramente ou em parte, em energia térmica desorganizada. A habilidade da energia desorganizada ser transformada em energia organizada é o assunto da segunda lei da termodinâmica. Como a capacidade de produzir mudanças pode ser transferida, utilizamos o termo "fluir de energia" mesmo que nenhuma "coisa" seja realmente transportada.

O aumento ou diminuição da energia de um sistema é uma medida da mudança que ocorreu no sistema. Como resultado de sua conservação, a energia é também uma medida da habilidade do sistema efetuar uma mudança futura em si mesmo ou em alguma entidade com a qual interage.

<u>Energia é relativa</u>

A energia cinética é uma quantidade relativa que depende do observador. Mas como a conservação da energia deve ser covariante (válida par todos os observadores inerciais), as outras formas de energia que se transformam em energia cinética devem ser quantidades relativas. Assim, energia não é uma coisa em si. Do mesmo modo, o trabalho é relativo porque o deslocamento é relativo. No entanto, diferenças de energia possuem um significado físico fundamental; elas são quantidades escalares conservadas e representam uma medida da mudança física.

Algumas definições:

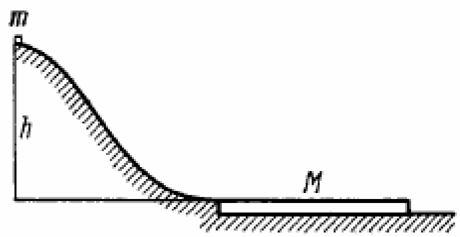
Sistema isolado: é aquele no qual não há transferência de energia através de seus limites. Nesse caso, $\Delta E_{sistema} = 0$.

Sistema não-isolado: é aquele no qual ocorre transferência de energia através de seus limites.

Sistema não-isolado em estado estacionário: ocorre trasferência de energia através de seus limites, mas a taxa na qual a energia entra no sistema é igual a taxa na qual a energia sai do sistema.

Problemas resolvidos (tente você mesmo resolver antes de verificar a minha solução)

Uma partícula de massa m desliza morro abaixo a partir de uma altura h, partindo do repouso e cai sobre uma prancha de massa M situada sobre um plano horizontal na base do morro. Devido ao atrito entre a partícula e a prancha, a partícula desacelera e a partir de um dado instante permanece em repouso em relação à prancha. A) Calcule o trabalho total realizado pelas forças de atrito neste processo. B) Podemos afirmar que o resultado obtido não depende da escolha do referencial?



Solução:
mgh =$mv^2/2$
v^2 =2gh (velocidade na qual a partícula colide com a prancha)
O choque é totalmente inelástico mv=(m+M)v’

$$v' = \frac{mv}{m+M}$$

$$W = \Delta K = \frac{(m+M)}{2}\left(\frac{mv}{m+M}\right)^2 - \frac{mv^2}{2} = \frac{-mMv^2}{2(m+M)} = \frac{-mMgh}{(m+M)}$$

Aula 19 – Massa variável

Nome:____

1- (prólogo) Indique se verdadeiro V ou falso F

a) O deslocamento de um corpo só é possível se existem forças externas capazes de impulsioná-lo

b) O deslocamento do centro de massa de um sistema só é possível se existem forças capazes de impulsioná-lo

c) Se a massa de um corpo é variável ele pode ser impulsionado sob a ação puramente de forças internas.

2- ($d\vec{v} = \vec{v}_r \dfrac{\Delta m}{m}$). Uma metralhadora está montada sobre um carro, situado sobre uma superfície horizontal sem atrito. A massa do sistema (carro + metralhadora) em certo instante é <u>*M*</u>. Neste mesmo instante a metralhadora atira projéteis massa <u>*m*</u> cada uma, com velocidade relativa em módulo igual a <u>*u*</u>. O número de projéteis disparados por unidade de tempo é <u>*n*</u>. Qual o módulo da aceleração do carro?

a) *um/nM*

b) *umn²/M*

c) *umn/M*

d) *uMn/m*

3- ($d\vec{v} = -\vec{v}_r \dfrac{dm}{m}$) indique a opção correta:

a) O vetor aceleração de um sistema que ejeta massa é normal velocidade relativa da massa emitida.

b) O vetor aceleração de um sistema que ejeta massa possui a mesma direção e mesmo sentido ao vetor velocidade relativa da massa emitida

c) O vetor aceleração de um sistema que ejeta massa possui a mesma direção e sentido oposto ao vetor velocidade relativa da massa emitida

4- (propulsão de um foguete, $\vec{v} - \vec{v}_o = \vec{v}_r \ln\left(\dfrac{m_o}{m}\right)$) Se a razão entre a massa inicial e final de um foguete for *e* (cerca de 2,7), isto é $m_o/m = e$, qual a relação entre as velocidades inicial (v_o), final do foguete (v) e a velocidade de escape do gás no referencial do foguete (v_r)?

a) $v = v_o + v_r$

b) $v = v_o - v_r$

c) $v = -v_o + v_r$

d) $v = -(v_o + v_r)$

5- (propulsão de um foguete) Um foguete tem massa igual a 15 000 kg quando está completamente cheio de combustível, em uma plataforma de lançamento. Ele é lançado verticalmente (partindo do repouso) e quando o seu combustível for totalmente queimado sua massa passará a ser 5 000 kg. Os gases são ejetados à taxa de 150 kg/s com a velocidade de 2 000 m/s em relação ao foguete (velocidade de escape), valores estes, ambos supostos constantes, enquanto o combustível é queimado. Qual é a velocidade final do foguete em km/s?

a) 3 ln2

b) 2 ln2

c) 3 ln3

d) 2 ln3

6- (propulsão de um foguete) A velocidade do estágio final de um foguete de múltiplos estágios, é muito maior do que a velocidade final de um foguete de um único estágio, de mesma massa total, levando a mesma quantidade de combustível. Explique esse fato.

7- (esteira) Um vagão de trem se move sob uma esteira transportadora de grãos com uma velocidade escalar u. Os grãos caem no vagão a uma taxa $dm/dt = \lambda$. Qual é o módulo da força necessária para manter o vagão em movimento com velocidade constante se o atrito é desprezível?

a) $\lambda^{-1}u$

b) λu^{-1}

c) λu

Um vagão ferroviário isolado de massa M move-se ao longo de um trilho reto e sem atrito, com uma velocidade inicial v_o. O vagão está passando sob uma ponte quando uma caixa cheia com N bolas de boliche, todas de massa m, é derrubada da ponte em direção à estrada de ferro onde passa o vagão ferroviário. A caixa se abre e as bolas de boliche caem dentro do vagão, nenhuma delas cai fora

8- A quantidade de movimento linear do sistema vagão+bolas de boliche é conservada durante a colisão?

a) Sim, a quantidade de movimento é completamente conservada

b) Somente a componente da quantidade de movimento vertical é conservada

c) Somente a componente da quantidade de movimento paralela à trilha é conservada

d) Nenhuma das componentes da quantidade de movimento é conservada

9- Qual é a média da intensidade da velocidade do sistema vagão ferroviário+bolas de boliche para um instante depois da colisão?

a) $(M+Nm)v_o/M$

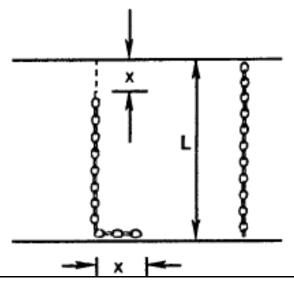
b) $Mv_o/(Nm+M)$

c) Nmv_o/M

d) A intensidade da velocidade não pode ser determinada porque não há informações suficientes.

10- Uma correia metálica de comprimento L e massa M é mantida verticalmente acima da superfície com sua extremidade em contato com a mesma. A correia é liberada e cai livremente. Se x é a distância coberta pela extremidade superior da correia, quanta força (exercida pela superfície inferior) sofrerá a correia em qualquer instante durante o processo?

a) Mg-Mx”
b) 3Mg
c) Mg-2Mx”
d) (3M/L)gx
e) Mg



Para Casa: Symon Cap. 4 :2,4-10

1- Um foguete está subindo verticalmente, sendo a sua massa e a sua velocidade, numa certa dada (escolhida como inicial), respectivamente iguais a m_o e v_o. Sabendo que é constante e igual a Q a vazão de exaustão (razã0 –dm/dt com que o gás queimado é expelido do foguete) e sabendo, mais, que a velocidade, em relação ao foguete, com que o gás é expelido é constante e igual a *u*, prove que a velocidade do foguete, relativa à Terra (suposta, ela mesma um referencial inercial), numa data genérica t, tem um valor *v* tal que: $v = v_o - gt + u\ln[m_o/(m_o-Qt)]$. Supões-se que t seja compatível com a hipótese do campo gravitacional ser uniforme e permite-se considerar irrelevante a resistência oferecida pelo ar ao movimento do foguete.

Aula 20 – Colisões

Nome: ____

1- (prólogo – o quê você se lembra do curso básico?) Indique se verdadeiro ou falso

a) A energia total do sistema apenas se conserva num choque elástico
b) A energia total do sistema sempre se conserva numa colisão
c) Numa colisão elástica, a energia cinética final é igual a energia cinética inicial
d) Numa colisão inelástica, a energia cinética final é sempre menor do que a energia cinética inicial do sistema.
e) Numa colisão totalmente inelástica, a energia cinética final é nula.
f) Numa colisão totalmente inelástica, a energia cinética final assume o seu menor valor possível

2- (colisões elásticas bidimensionais) Considerando o alvo (partícula m_2) em repouso, a lei dos cossenos dá: $p_{1i}^2 = p_{1f}^2 + p_{2f}^2 + 2\vec{p}_{1i} \cdot \vec{p}_{2f}$, enquanto a conservação da energia cinética resulta em : $\frac{p_{1i}^2}{2m_1} = \frac{p_{1f}^2}{2m_1} + \frac{p_{2f}^2}{2m_1}$. O que podemos concluir se as massas são iguais?

a) As direções de movimento de duas partículas de massas iguais, após uma colisão elástica com uma inicialmente em repouso, são antiparalelas (fazem entre si um ângulo de π).
b) As direções de movimento de duas partículas de massas iguais, após uma colisão elástica com uma inicialmente em repouso, são perpendiculares.
c) Nada podemos concluir

3- (ref. R. D. Knight, Five Easy Lessons, Strategies for Successful Physics Teaching) Numa colisão inelástica…

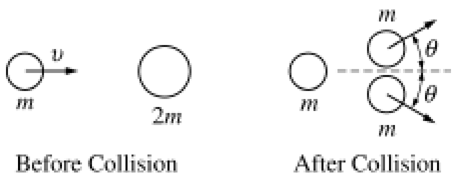
a) O impulse é conservado
b) O momento é conservado
c) A força é conservada
d) A energia é conservada
e) A elasticidade é conservada

4- (colisão totalmente inelástica) Numa colisão unidimensional não relativística, uma partícula de massa 2m colide com uma partícula de massa m em repouso. Se as partículas se unem após a colisão, qual a fração de energia cinética inicial é perdida na colisão ?

a) 0
b) ¼
c) 1/3
d) ½
e) 2/3

5- Uma partícula de massa m está se movendo ao longo do eixo-x com velocidade v quando colide com uma partícula de massa 2m inicialmente em repouso. Após a colisão, a primeira partícula permanece parada e a segunda partícula se divide em duas massas iguais que se movem com ângulos iguais $\theta > 0$ com o eixo x, conforme mostrado na figura abaixo. Qual das seguintes afirmações descreve corretamente as velocidades das duas partes?

a) Cada parte se move com velocidade v
b) Uma das partes se move com velocidade v e a outra se move com velocidade menor do que v
c) Cada parte se move com velocidade v/2
d) Uma das partes se move com velocidade v/2, a outra parte se move com velocidade maior do que v/2
e) Cada pedaço se move com velocidade maior do v/2



6- Em uma colisão entre dois corpos, no sistema de referência do centro de massa, as quantidades de movimento das partículas possuem intensidades iguais e sentidos opostos, tanto antes como após a colisão. A linha do movimento relativo é necessariamente igual antes e depois da colisão? Sob que condições as intensidades das velocidades dos corpos irão aumentar, diminuir? Permanecer as mesmas como resultado da colisão?

Para Casa: Symon Cap. 4 :15-21,23-27

Aula 21 – O problema de dois corpos

Nome:____

1- (referencial inercial) Consideramos nesta aula que cada corpo exerce uma força central conservativa sobre o outro, mas não estão sujeitos a nenhuma força externa. Indique a opção que corresponde a uma boa aproximação de referencial inercial nesse caso

a) Qualquer um dos corpos constitui uma boa aproximação de referencial inercial
b) O centro de massa constitui uma boa aproximação de referencial inercial
c) Tanto o centro de massa como qualquer um dos corpos constituem referenciais inerciais
d) Nem o centro de massa e nenhum dos corpos podem ser considerados referenciais inerciais

2- (velocidade relativa) Uma partícula (1) possui velocidade $\vec{v}_1 = 2\hat{i} - 2\hat{j}$ e uma partícula (2) possui velocidade $\vec{v}_2 = \hat{i} + 2\hat{j}$. Qual é a velocidade relativa da partícula (1) em relação à partícula (2)?

a) $-1\hat{i} - 4\hat{j}$
b) $\hat{i} + 4\hat{j}$
c) $\hat{i} - 4\hat{j}$
d) $3\hat{i} + 4\hat{j}$

3- (massa reduzida) Um positrônio é um átomo exótico formado por um pósitron e um elétron de massas iguais a m. Qual é a massa reduzida do positrônio?

a) m
b) 2m
c) m/2
d) 0

4- (massa reduzida) A massa do prótron m_p é 1836 vezes a massa do elétron m_e. A massa reduzida do átomo de hidrogênio é aproximadamente

a) m_e
b) m_p
c) $(m_p + m_e)$

5- (momento linear) Indique a opção correta

a) O momento linear total do sistema de dois corpos não é constante porque as forças que os corpos exercem um no outro não são nulas
b) O momento linear total do sistema de dois corpos é necessariamente nulo
c) O momento linear total do sistema de dois corpos não será constante somente se houver forças externas ao sistema

6- (momento angular) Indique a opção correta

a) O momento angular total do sistema de dois corpos não é constante porque os torques que os corpos exercem um no outro não são nulos
b) O momento angular total do sistema de dois corpos é necessariamente nulo
c) O momento angular total do sistema de dois corpos não será constante somente se houver torques externos ao sistema

7- Duas massas iguais $m_1 = m_2 = m$ estão conectadas por uma mola com constante elástica k. Se a separação de equilíbrio é l_o e a mola repousa sobre uma superfície horizontal sem atrito, a frequência angular ω_o é dada por:

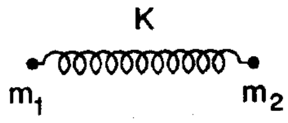
(A) $\sqrt{k/m}$

(B) $\sqrt{2k/m}$

(C) $\sqrt{3k/m}$

(D) $2\sqrt{k/m}$

(E) $\sqrt{g/l_0}$



8- (referencial do C.M.) Uma partícula de massa $m_1 = m$ possui uma posição em relação à origem de um sistema de coordenadas cartesianas dada por $\vec{r}_1 = 2t\hat{i} - 2\hat{j} + t\hat{k}$ enquanto uma segunda partícula, de massa $m_2 = 2m$ possui um vetor posição dado por $\vec{r}_2 = 2\hat{i} - 2t\hat{j}$. Qual a posição do centro de massa do sistema?

a) $\dfrac{(t+4)\hat{i} + (+4t)\hat{j} + t\hat{k}}{3}$

b) $\dfrac{(t+4)\hat{i} - (+4t)\hat{j} + t\hat{k}}{3}$

c) $\dfrac{(t-4)\hat{i} - (+4t)\hat{j} + t\hat{k}}{3}$

9- Qual é a posição relativa $\vec{r}_{12}$ da partícula 1 em relação à partícula 2?

a) $(t-2)\hat{i} + t\hat{k}$

b) $(t-2)\hat{i} - 4\hat{j} + t\hat{k}$

c) $(t-2)\hat{i} + 4\hat{j} + t\hat{k}$

10- Qual o momento linear total do sistema?

a) $m(\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k})$

b) $m(\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k})$

c) $m(2\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k})$

11- Qual o momento angular total do sistema?

12- Qual a posição da partícula 1 em relação ao C. M?

Resumo

Podemos interpretar a massa reduzida como oriunda de efeito não-inercial. A natureza não-inercial do observador ligado à partícula 1 que leva à força inercial $m_2\vec{a}_{21} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{in}$, onde $\vec{F}_{in} = -m_2\vec{a}_1$. Por outro lado, $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$, permitindo escrever $\vec{F}_{in} = \frac{m_2}{m_1}\vec{F}_{21}$

Referencias

W. C. Barbosa, The noninertial origin of the reduced mass, Revista Brasileira de Ensino de Física,v. 28, n. 1, p. 123 -124, (2006)