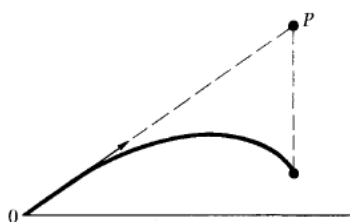


Mecânica Newtoniana

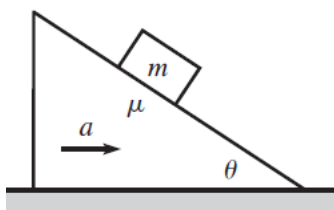
Exame de recurso, 8 de Julho de 2020

Duração máxima: 3h

1. Um jovem estudante de Mecânica Newtoniana dispara uma bala com uma velocidade inicial paralela a OP (direcção que faz um ângulo θ com a horizontal), no preciso instante em que um objecto é largado de P. Admita que a aceleração da gravidade é constante, e que P está a uma altura h e a uma distância horizontal d de O. Mostre que a bala acerta sempre no objecto em pleno voo, desde que a magnitude da sua velocidade seja superior a $\sqrt{\frac{g}{2h} \frac{d}{\cos\theta}}$



2. Ao bloco representado na figura é comunicada uma velocidade inicial v_0 de forma a ele deslizar pelo plano inclinado acima. Os coeficientes de atrito estático e dinâmico têm o mesmo valor μ . O bloco atinge uma altura máxima e depois escorrega novamente para a base do plano inclinado.
- Mostre que para isto acontecer (o bloco subir, parar num ponto de altura máxima e escorregar novamente para a base do plano inclinado) é necessário que $\mu < \tan\theta$.
 - O tempo que o bloco demora a subir é maior, menor ou igual ao tempo que demora a descer? Obtenha estes tempos em função de v_0 , μ e θ . Explique o seu raciocínio.



3. Um veículo espacial com uma massa de 200 kg, uma velocidade inicial de 7.6×10^5 cm/s e uma secção eficaz de 200 cm^2 entra numa região sem gravidade mas com detritos uniformemente distribuídos com uma densidade $2 \times 10^{-15} \text{ g/cm}^3$. Admita que todas as partículas que colidem com o veículo ficam a ele agarradas.
- Explique por que razão a taxa de aumento da massa do veículo é proporcional à velocidade v ($\frac{dm}{dt} = cv$) e obtenha o valor da constante de proporcionalidade c .
 - Obtenha a equação diferencial de movimento que determina $v(t)$. Quanto tempo demora o veículo a ver a sua velocidade reduzida a 90% do seu valor inicial?

4. Admita que um electrão execute uma órbita circular clássica em torno de um protão (fixo). E que o raio dessa órbita é $5 \times 10^{-11} \text{ m}$.

- a) Obtenha a velocidade linear que o electrão deve ter e o correspondente momento angular.
b) Qual é a energia total do sistema?

Nota: $\vec{F} = k \frac{qq'}{r^3} \vec{r}$, com $k = 8,9 \times 10^9 \text{ NmC}^{-2}$; $|e| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

5. Uma massa de 1 kg está ligada a uma mola de constante elástica $k=5 \text{ N/m}$ e sujeita a uma força de atrito proporcional à velocidade ($f = -bv$), com $b = 1 \text{ kg/s}$.

Se a $t = 0$, $x(0) = 2 \text{ m}$ e $v(0) = 0$,

- a) Obtenha $x(t)$, se a $t = 0$, $x(0) = 2 \text{ m}$ e $v(0) = 0$.
b) Podemos definir o tempo de relaxação de uma grandeza como o tempo necessário a que o valor dessa grandeza se reduza a $1/e$ do seu valor inicial (e corresponde ao número de Neper). Obtenha os tempos de relaxação para $x(t)$ e para a energia cinética do oscilador em apreço.

6. Um cilindro homogéneo de raio R e momento de inércia I (relativamente ao seu eixo de simetria: $I = \frac{1}{2}MR^2$) está pousado num tapete rugoso. O tapete é puxado com uma aceleração constante a , orientada perpendicularmente ao eixo do cilindro (ver figura). Admita que o cilindro não desliza no tapete.

Obtenha a aceleração do CM do cilindro e o valor da força de atrito. Justifique convenientemente os seus cálculos.

