

Universidade do Minho
Escola de Engenharia
Departamento de Electrónica Industrial

Mestrado Integrado em Engenharia Física

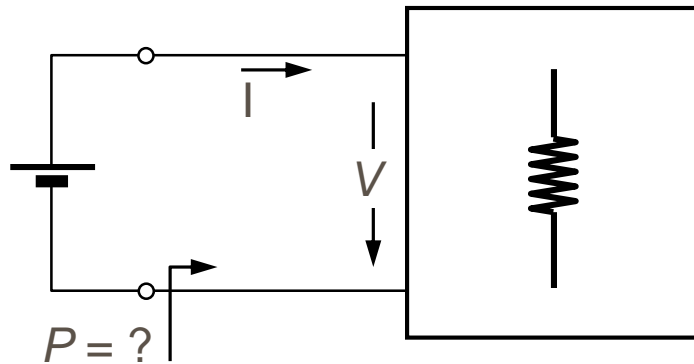
UC de Análise de Circuitos

Departamento de Electrónica Industrial e Computadores

Paulo Carvalho
pcarvalho@dei.uminho.pt

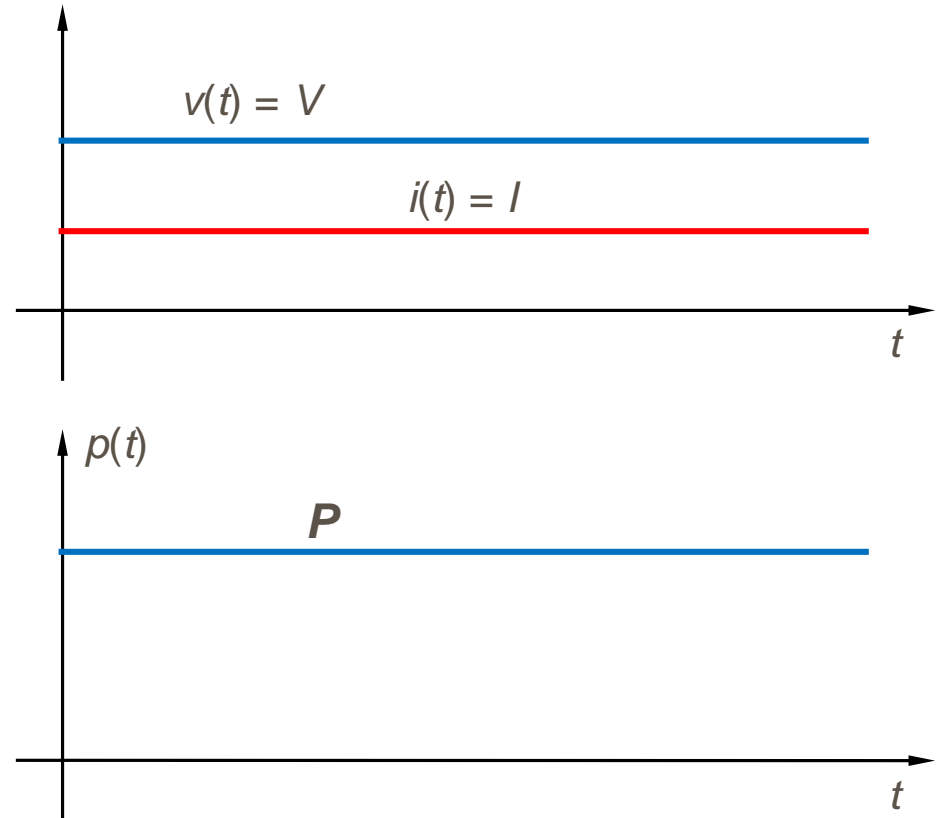
Circuitos de Corrente Alternada (CA)

■ Potência em Corrente Contínua



$$p(t) = v(t)i(t)$$

$$\rightarrow P = VI \quad (= \text{cte})$$



■ Potência em Corrente Alternada

- Valor instantâneo da potência dissipada numa resistência

$$p(t) = v(t)i(t) = R(i(t))^2 = \frac{(v(t))^2}{R}$$

- **Valor médio da potência** dissipada numa resistência (para qualquer forma de onda de período T)

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} p(t) dt = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} R(i(t))^2 dt = R \left(\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} i(t)^2 dt \right)$$

$$\rightarrow P = RI_{ef}^2 = \frac{V_{ef}^2}{R}$$

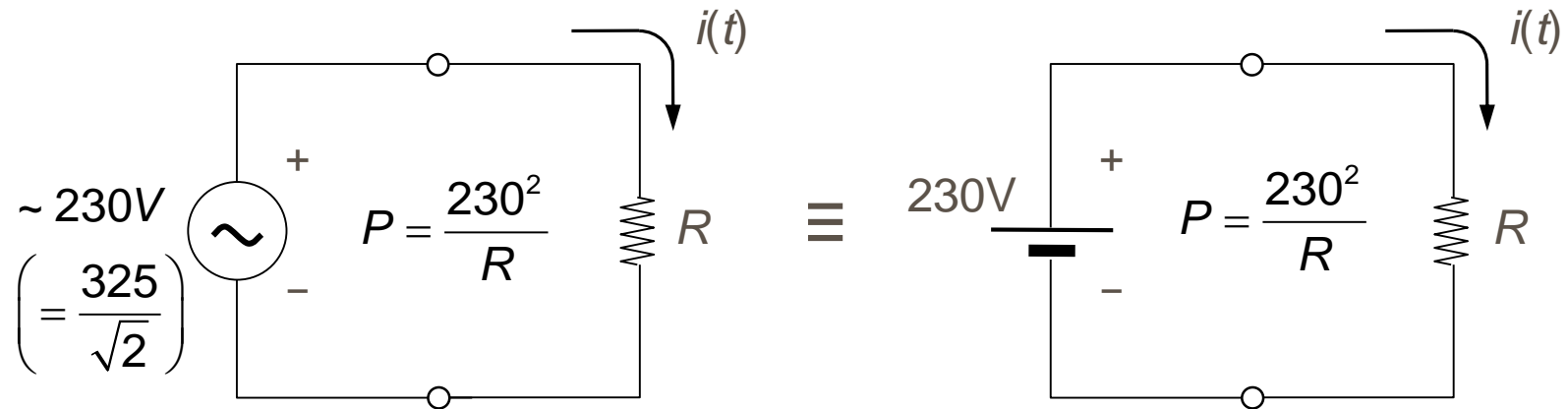
o valor médio da potência dissipada numa resistência por uma corrente de qualquer forma de onda, é o mesmo que seria dissipado se a resistência fosse percorrida por uma corrente de intensidade constante igual ao valor eficaz da corrente variável

Circuitos de Corrente Alternada (CA)

■ Potência em Corrente Alternada

- Para uma corrente sinusoidal da forma $i(t) = I \sin(\omega t)$,

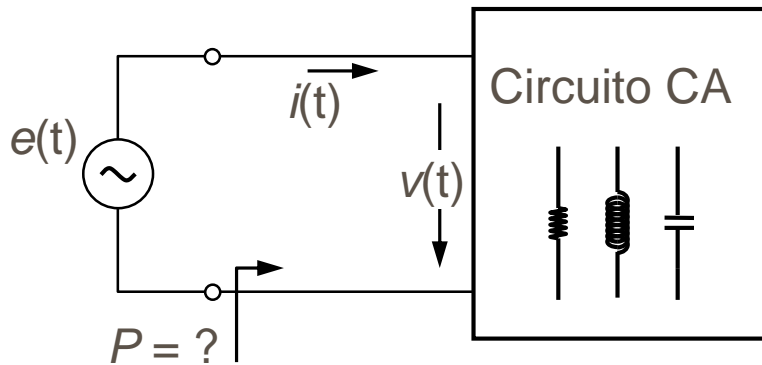
$$P = RI_{ef}^2 = R \left(\frac{I}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{RI^2}{2} \quad \text{ou} \quad P = \frac{V_{ef}^2}{R} = \frac{\left(\frac{V_m}{\sqrt{2}} \right)^2}{R} = \frac{V_m^2}{2R}$$



Circuitos de Corrente Alternada (CA)

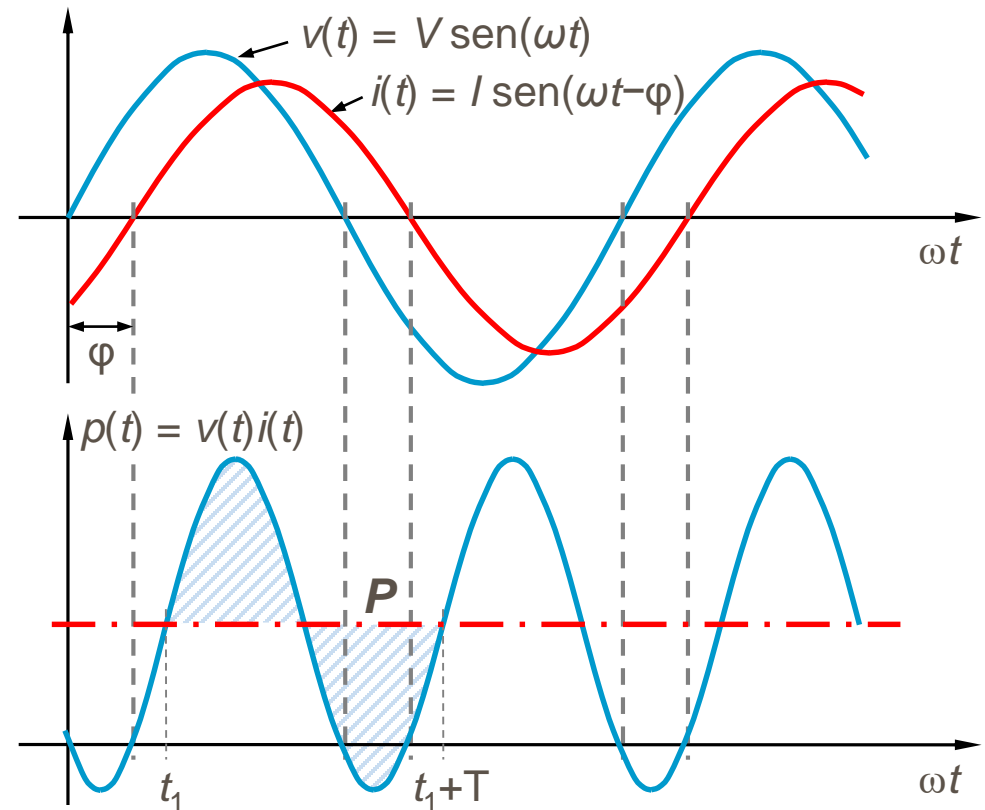
■ Potência em Corrente Alternada (sinusoidal)

■ Caso Geral



$$P = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} p(t) dt = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} v(t) i(t) dt =$$
$$= \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} V \sin(\omega t) I \sin(\omega t - \varphi) dt$$

$$\rightarrow P = V_{ef} I_{ef} \cos(\varphi) \quad (\text{W})$$



■ Potência em Corrente Alternada

■ Potência activa – P [W]

(aka True Power)

Potência que efetivamente dá lugar à produção de Trabalho.

Dissipada sob a forma de calor nos componentes resistivos do circuito ou convertida noutra forma de potência.

$$P \geq 0$$

■ Potência em Corrente Alternada

■ Potência reactiva – Q [Var]

Medida da energia armazenada no circuito que é trocada com a rede a cada ciclo.

Quando se introduz potência reactiva num circuito, A corrente total aumenta, mas o trabalho realizado mantém-se constante.

Para recetores indutivos $Q > 0$

Para recetores resistivos $Q = 0$

Para recetores capacitivos $Q < 0$

■ Potência em Corrente Alternada

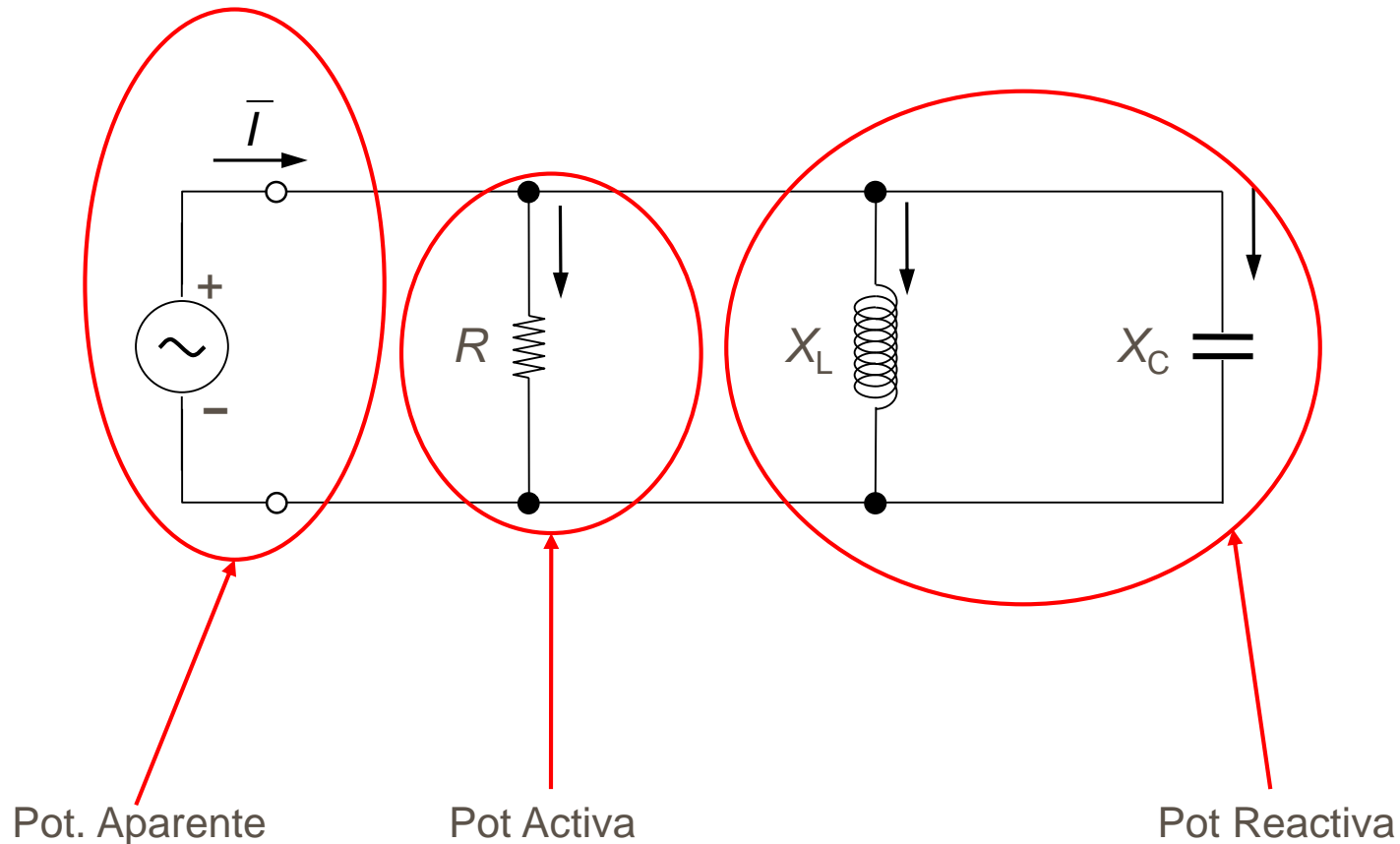
■ Potência aparente S [VA]

Dá-nos uma medida da potência do receptor, independentemente do facto de a energia em jogo ser dissipada nos componentes resistivos ou armazenada nos componentes reactivos.

$$S \geq 0$$

Circuitos de Corrente Alternada (CA)

■ Potência em Corrente Alternada



Circuitos de Corrente Alternada (CA)

■ Potência em Corrente Alternada

■ Potência activa

$$P = V_{ef} \times I_{ef} \times \cos(\varphi) \quad (\text{W})$$

■ Potência reactiva

$$Q = V_{ef} I_{ef} \sin(\varphi) \quad (\text{VAR})$$

■ Potência aparente

$$S = V_{ef} I_{ef} \quad (\text{VA})$$

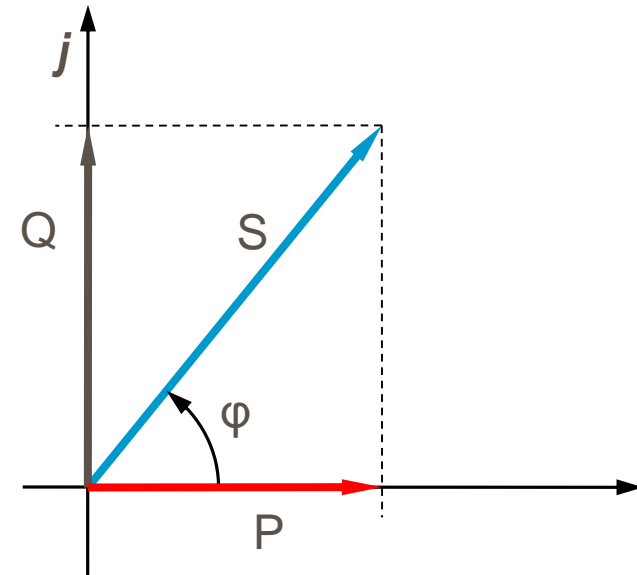


Diagrama de potências

$$(P = S \cos(\varphi), \quad Q = S \sin(\varphi), \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2})$$

Circuitos de Corrente Alternada (CA)

■ Potência em Corrente Alternada

■ Fator de Potência

$$P = V_{ef} \times I_{ef} \times \cos(\varphi) \text{ (W)}$$

$\cos(\varphi) \rightarrow$ factor de potência
(aka Power Factor)

$$\cos(\varphi) = \frac{\text{Potência Activa}}{\text{Potência Aparente}} = \frac{UI \cos(\varphi)}{UI}$$

- É uma medida da percentagem de potência convertida em calor.
- Em circuitos puramente resistivos, $\cos(\varphi) = 1$
- Quando se introduz potência reactiva, I_{total} aumenta e o $\cos(\varphi)$ diminui

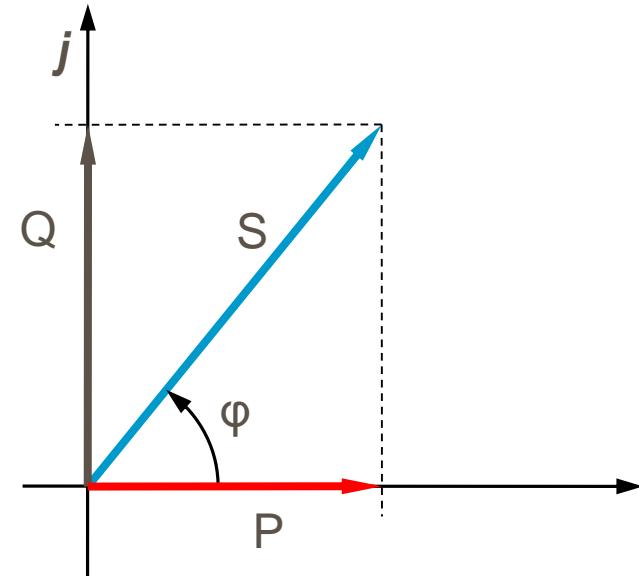


Diagrama de potências

Circuitos de Corrente Alternada (CA)

■ Potência em Corrente Alternada

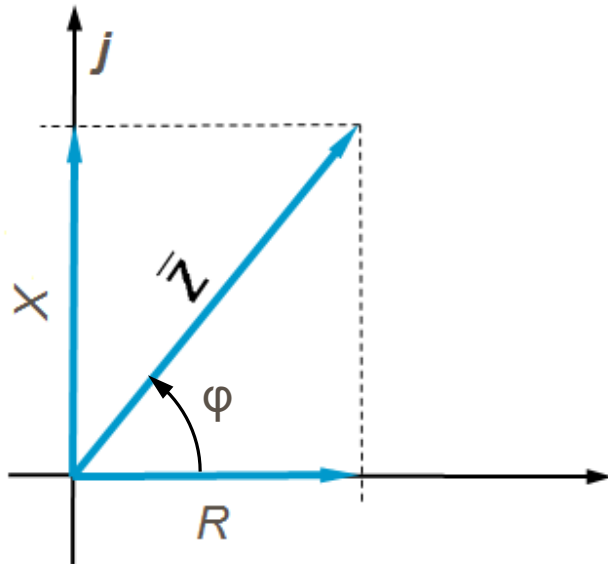


Diagrama de impedância

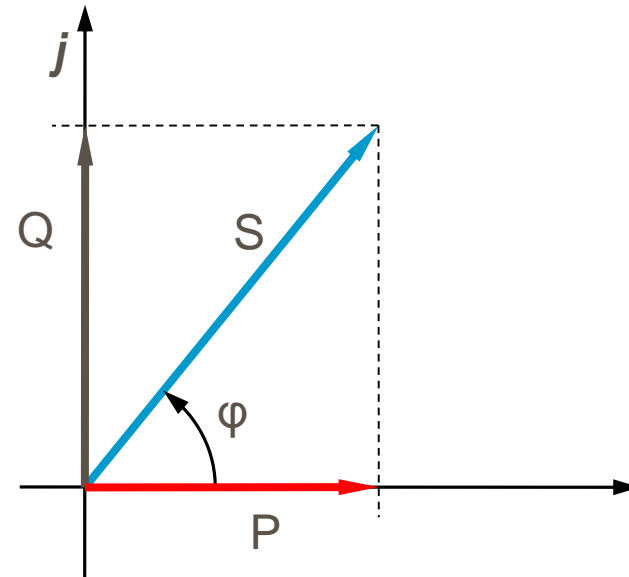


Diagrama de potências

Circuitos de Corrente Alternada (CA)

■ Potência em Corrente Alternada



Figura de João Sena Esteves, (DEI)

Circuitos de Corrente Alternada (CA)

■ Potência em Corrente Alternada

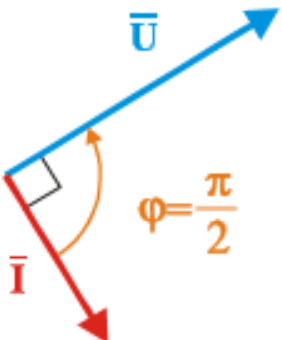

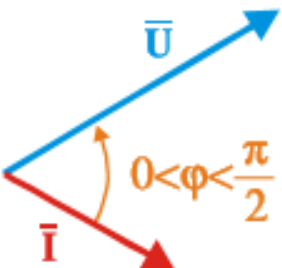
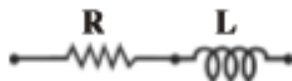


| | | | |
|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  | <p>Z ωL</p> <p>$R=0$</p> $Z = \sqrt{(\omega L)^2} = \omega L$ | <p>S Q</p> <p>$P=0$</p> $S = \sqrt{Q^2} = Q$ |
|  |  |  $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ |  $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ |

Figura de João Sena Esteves, (DEI)

Circuitos de Corrente Alternada (CA)

■ Potência em Corrente Alternada

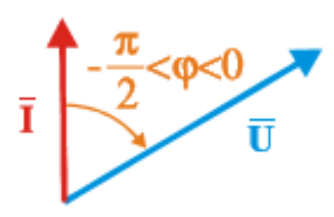
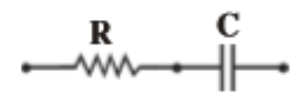
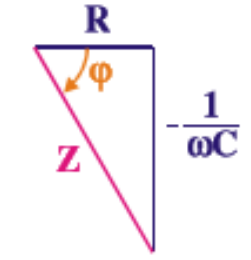
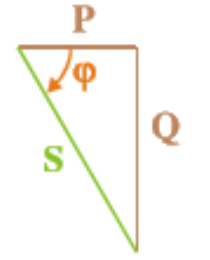
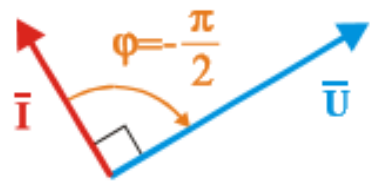
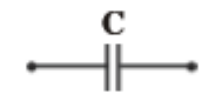


| | | | |
|------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |  $Z = \sqrt{R^2 + \left(-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$ |  $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ |
|  |  | <p>$R=0$</p>  $Z = \sqrt{\left(-\frac{1}{\omega C}\right)^2} = \frac{1}{\omega C}$ | <p>$P=0$</p>  $S = \sqrt{Q^2} = Q $ |

Figura de João Sena Esteves, (DEI)

■ Potência em Corrente Alternada

Energia absorvida por um receptor num determinado intervalo de tempo

$$W_a = P \cdot \Delta t$$

kWh – energia activa

$$W_r = Q \cdot \Delta t$$

kVArh – energia reactiva

$W_r > 0$ se receptor indutivo

$W_r = 0$ se receptor resistivo

$W_r < 0$ se receptor capacitivo

P [kWh]

Q [kVArh]

Δt [horas]

Circuitos de Corrente Alternada (CA)

■ Potência em Corrente Alternada

Potência em jogo num conjunto de receptores a funcionar em simultâneo

$$P_{\text{conj}} = \sum_{i=1}^n P_i$$

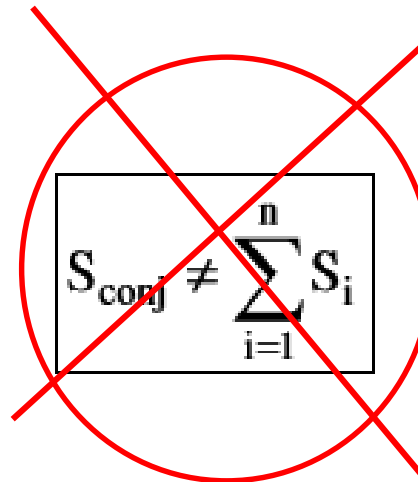
$$P_{\text{conj}} \geq 0 \text{ [W]}$$

$$Q_{\text{conj}} = \sum_{i=1}^n Q_i$$

$$Q_{\text{conj}} \text{ [VAr]}$$

> 0 se indutivo
< 0 se capacitivo
= 0 se resistivo

$$S_{\text{conj}} = \sqrt{P_{\text{conj}}^2 + Q_{\text{conj}}^2}$$


$$S_{\text{conj}} \neq \sum_{i=1}^n S_i$$

$$S_{\text{conj}} \text{ [VA]}$$

Circuitos de Corrente Alternada (CA)

■ Potência em Corrente Alternada

Energia absorvida por um conjunto de receptores a funcionar em simultâneo

$$W_{a \text{ conj}} = P_{\text{conj}} \cdot \Delta t$$

$$W_{r \text{ conj}} = Q_{\text{conj}} \cdot \Delta t$$

$W_{r \text{ conj}}$ [kVArh]

> 0 se indutivo
< 0 se capacitivo
= 0 se resistivo

■ Potência em Corrente Alternada

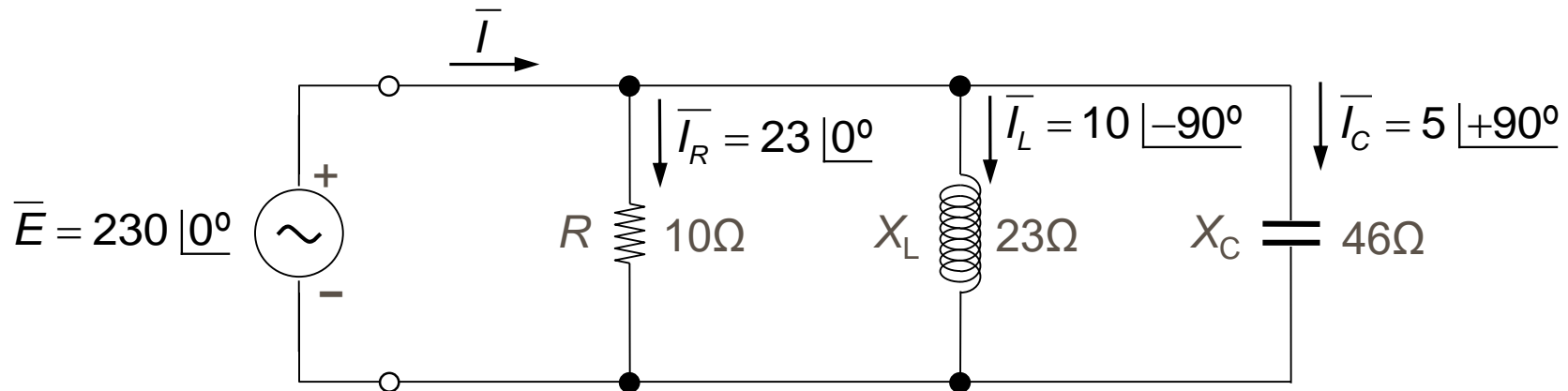
Fator de Potência de um conjunto de receptores a funcionar em simultâneo

$$f_{p_{conj}} = \frac{P_{conj}}{S_{conj}}$$

Circuitos de Corrente Alternada (CA)

■ Potência em Corrente Alternada

- Exemplo – No seguinte circuito pretende-se determinar:
a) a potência activa total; b) a potência reactiva total; c) a potência aparente total; d) o factor de potência do conjunto



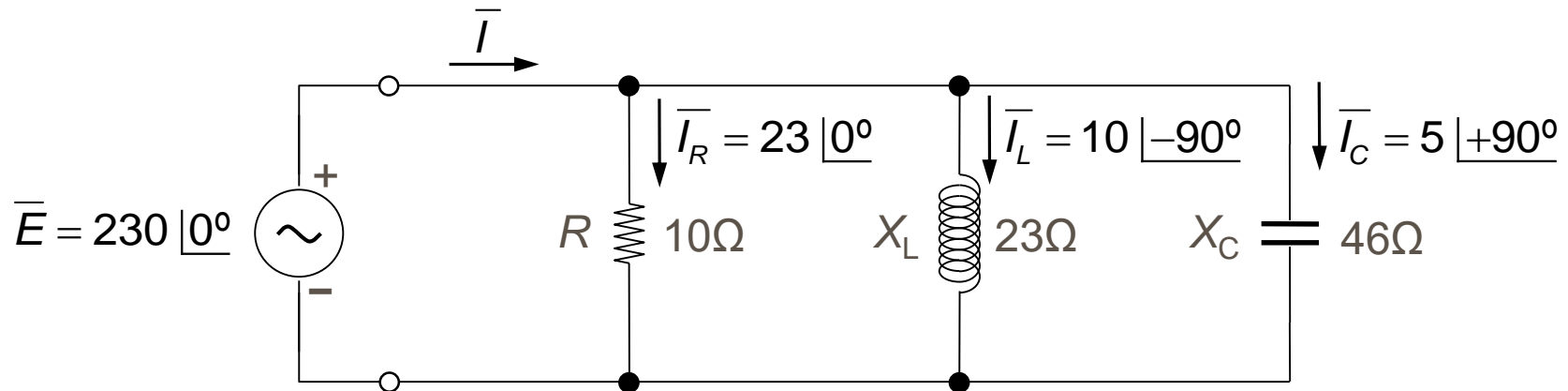
- A potência activa total é igual à potência dissipada no componente resistivo:

$$P_T = P_R = R I_R^2 = (23 \text{ A})^2 (10 \Omega) = 5290 \text{ W}$$

Circuitos de Corrente Alternada (CA)

■ Potência em Corrente Alternada

■ Exemplo



- A potência reactiva pode ser calculada do seguinte modo:

$$Q_C = X_C I_C^2 = (5 \text{ A})^2 (46 \Omega) = 1150 \text{ VAR (cap.)}$$

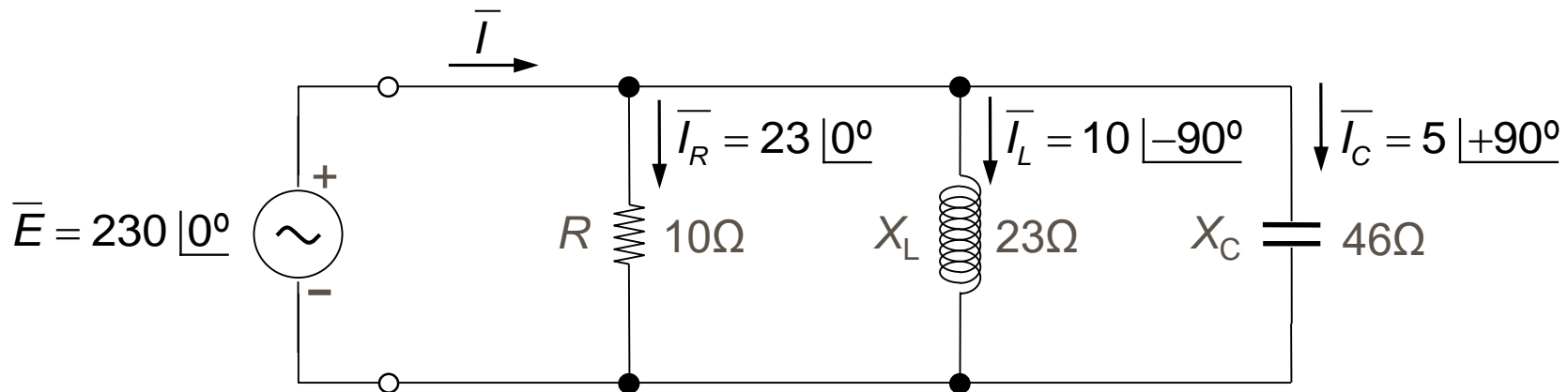
$$Q_L = X_L I_L^2 = (10 \text{ A})^2 (23 \Omega) = 2300 \text{ VAR (ind.)}$$

$$Q_T = Q_L - Q_C = 1150 \text{ VAR (ind.)}$$

Circuitos de Corrente Alternada (CA)

■ Potência em Corrente Alternada

■ Exemplo



- A potência aparente é dada por:

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{5290^2 + 1150^2} = 5414 \text{ VA}$$

- O factor de potência pode ser obtido do seguinte modo:

$$\cos(\theta) = \frac{P_T}{S_T} = \frac{5290 \text{ W}}{5414 \text{ VA}} = 0.98 \text{ (ind.)}$$