

Folha 3

④ g) $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{xyz}{x^2+y^2+z^2} = 0$ $f(x,y,z) = \frac{xyz}{x^2+y^2+z^2}$

- Calcule $f(x, mx, nx)$, $m, n \in \mathbb{R}$

Verifique que $\lim_{x \rightarrow 0} f(x, mx, nx) = 0$

Verifique que $\lim_{y \rightarrow 0} f(0, y, 0) = 0 = \lim_{z \rightarrow 0} f(0, 0, z)$

[Note que esgotamos as rectas que passam em $(0,0,0)$]

- Recorde-se que

$$|x| \leq \sqrt{x^2+y^2+z^2}, \quad |y| \leq \sqrt{x^2+y^2+z^2}, \quad |z| \leq \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

Verifique que, usando as desigualdades acima,

$$0 \leq \frac{|xyz|}{x^2+y^2+z^2} \leq \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

Conclua que $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} f(x,y,z) = 0$

- h) Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} f(x, 0, 0)$ e conclua que $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} f(x,y,z)$ não existe, tendo $f(x,y,z) = \frac{x^3+yz^2}{x^4+y^2+z^4}$