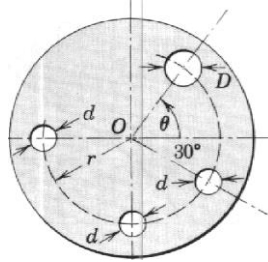
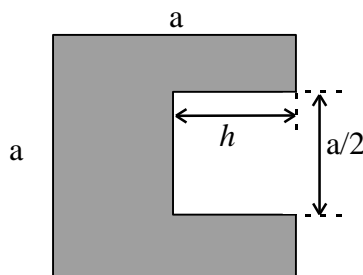


## Sistemas de partículas e Corpo Rígido

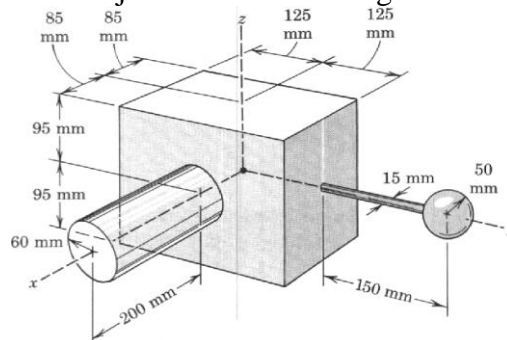
1. Sabendo que o disco tem 7cm de raio, que  $r=5\text{cm}$ ,  $d=1\text{cm}$ ,  $D=2\times d$  e que  $\theta=45^\circ$ , determine o centro de massa do conjunto mostrado na figura. (R:  $x_{\text{CM}} = -0.071\text{ cm}$ ,  $y_{\text{CM}} = -0.035\text{ cm}$ )



2. Sabendo que  $a=2\text{cm}$ , determine o valor de  $h$  de tal modo que o centro de massa da figura se encontre o mais possível para a esquerda. (R:  $h = 1.172\text{ cm}$ )

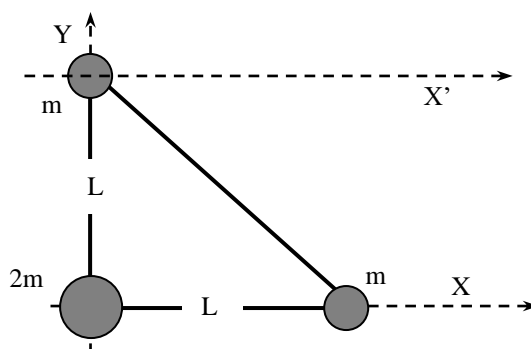


3. Determine o centro de massa do conjunto mostrado na figura.



(R:  $x_{\text{CM}} = +38.4\text{mm}$ ,  $y_{\text{CM}} = +13.5\text{mm}$ ,  $z_{\text{CM}} = 0\text{mm}$ )

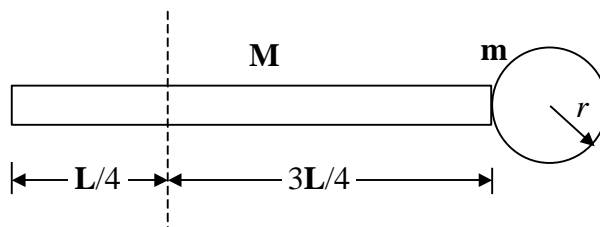
4. Calcule o momento de inércia da estrutura da figura em relação aos eixos  $X$ ,  $Y$  e  $X'$ . Admita que a massa das hastes é muito pequena em comparação com a massa das esferas e que o raio das esferas é muito pequeno em comparação com  $L$ .



5. Calcule o momento de inércia de uma barra rígida uniforme de comprimento  $L$  e massa  $M$  em relação a um eixo perpendicular á barra que:

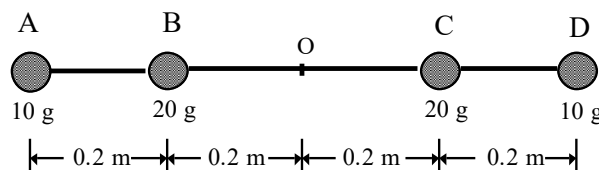
- passee pelo centro da barra.
- passee por uma das extremidades da barra.

6. Um corpo rígido constituído por uma haste fina e uma esfera, homogêneas e com distribuição uniforme de massa, roda em torno de um eixo perpendicular à haste como é mostrado na figura. Se  $M=3\text{kg}$ ,  $L=0.4\text{m}$ ,  $m=0.5\text{kg}$  e  $r=0.1\text{m}$ , calcule o momento de inércia do corpo rígido em relação ao eixo considerado.



7. Um cilindro de massa  $\underline{M}$ , altura  $\underline{L}$  e raio  $\underline{R}$  tem uma densidade dada por  $\rho = \alpha \times r$  ( $\alpha$  é uma constante e  $0 < r < R$ ). Determine o momento de inércia do cilindro em relação ao seu eixo de simetria.

8. As partículas A, B, C e D estão ligadas a um eixo que passa em O, por um tubo muito leve com as dimensões indicadas. Uma força de  $0.02\text{ N}$  é aplicada no ponto D, perpendicularmente ao plano da figura. Calcule, após  $4\text{ s}$  do início do movimento:



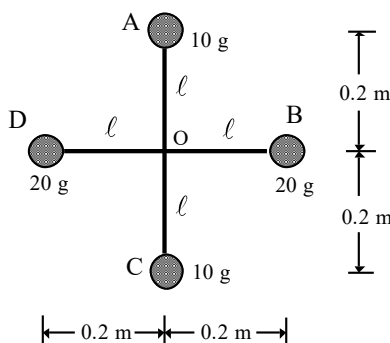
a) o valor da velocidade angular de cada partícula. (R:  $6.67\text{ rad/s}$ )

b) o valor da velocidade linear de cada partícula. (R:  $v_A = v_D = 2.67\text{ m/s}$ ,  $v_B = v_C = 1.33\text{ m/s}$ )

9. Uma barra de massa desprezável está fixa numa das extremidades podendo mover-se livremente como um pêndulo. Dois corpos de massas  $m$  e  $2m$  são ligados à barra às distâncias  $b$  e  $3b$  do ponto fixo, respectivamente. A barra é levada à posição horizontal e depois libertada. Calcule a aceleração angular da barra no instante em que é solta. (R:  $(7/19) \cdot (g/b)$ )

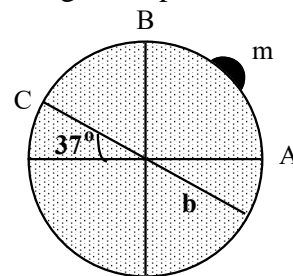
10. A figura seguinte representa quatro esferas ligadas por tubos muito leves, podendo a estrutura rodar em torno do ponto O. Considere  $l = 20\text{ cm}$ ,  $m_A = m_C = 10\text{ g}$  e  $m_B = m_D = 20\text{ g}$ . Calcule o valor da velocidade angular do sistema,  $2\text{ s}$  após o início do movimento provocado por uma força de  $0.4\vec{k}\text{ (N)}$  aplicada:

- no ponto B. (R:  $100\text{ rad/s}$ )
- no ponto C. (R:  $200\text{ rad/s}$ )



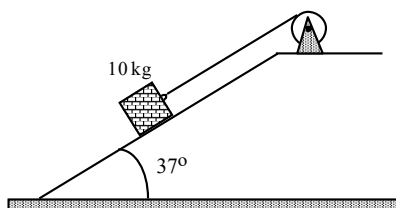
11. O disco homogêneo de raio  $b$  na posição vertical, representado na figura seguinte, pode rodar em torno de um eixo que passa através do seu centro, perpendicularmente ao plano da figura. Fixa-se um pequeno corpo de massa  $m$  à borda do disco. Designando por  $I$  o momento de inércia do conjunto, calcule a aceleração do disco quando o corpo se encontra:

- a) no ponto A. (R:  $mgb/I$ )  
 b) no ponto B. (R: 0)  
 c) no ponto C. (R:  $0.8mgb/I$ )

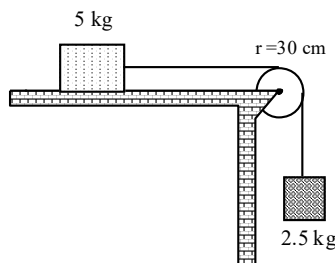


12. Se pretendermos acelerar um disco do repouso até atingir uma velocidade angular de valor 10 rad/s em 4 s, é necessário aplicar-lhe um momento de valor 4 Nm. Calcule o momento de inércia do disco. (R:  $1.6 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ )

13. O momento de inércia da roldana da figura é  $8 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$  e o seu raio é de 40 cm. Calcule o valor da aceleração angular da roldana causada pelo bloco de 10 kg, se a força de atrito entre a superfície e o bloco for de 30 N. (R:  $1.2 \text{ rad/s}^2$ )

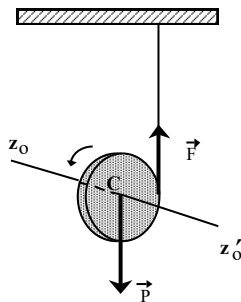


14. Na figura ao lado, a força de atrito entre o bloco e a mesa é de 20 N. Sabendo que o momento de inércia da roldana é de  $4 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ , calcule o tempo que demora o bloco de 5 kg a percorrer 60 cm, desde que é libertado. (R: 3.72 s)



15. O disco representado na figura tem 0.5 m de raio e 20 kg de massa. Determine:

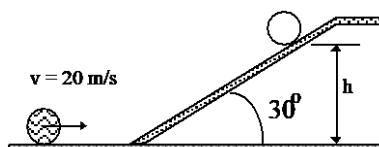
- a) a aceleração angular do disco. (R:  $13.1 \text{ rad/s}^2$ )  
 b) a aceleração tangencial. (R:  $6.5 \text{ m/s}^2$ )



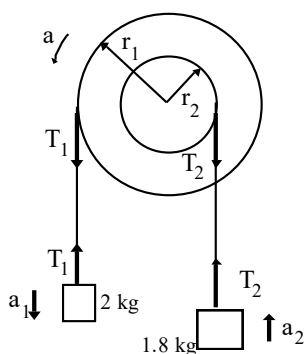
**16.** Um camião de massa 9072 kg desloca-se à velocidade de 6.6 m/s. O raio de cada roda é de 0.45m, a massa é de 100 kg e o raio de giração é de 0.3 m. Calcule a energia cinética total do camião.  
(R: 201kJ)

**17.** Uma molécula de azoto pode ser imaginada como duas partículas pontuais de massa  $m = 23.38 \times 10^{-27}$  kg separadas por uma distância de  $1.3 \times 10^{-10}$  m. Sabendo que no ar à temperatura ambiente a sua energia cinética rotacional é aproximadamente  $4 \times 10^{-21}$  J, calcule o momento de inércia de cada molécula em relação ao centro de massa e a sua velocidade em rev/s.  
(R:  $1.98 \times 10^{-46}$  kg.m<sup>2</sup>;  $6.3 \times 10^{12}$  rev/s)

**18.** Uma esfera maciça e uniforme rola sobre uma superfície horizontal a 20 m/s subindo então um plano inclinado. Calcule a altura máxima alcançada pela esfera no caso de o atrito ser desprezável.  
(R:  $h = 28.6$  m)



**19.** O momento de inércia do sistema de roldanas da figura é  $I = 1.70$  kg.m<sup>2</sup>, sendo  $r_1 = 50$ cm e  $r_2 = 20$ cm. Calcule a aceleração angular do sistema e as tensões  $T_1$  e  $T_2$ .  
(R:  $\alpha = 2.76$  rad/s;  $T_1 = 16.8$  N;  $T_2 = 18.6$  N)



**20.** Uma esfera, um cilindro e um anel todos com a mesma massa e com raios iguais descem rolando um plano inclinado, partindo de uma altura  $h$  com velocidade nula. Determine a velocidade com que cada um deles chega à base do plano.  
(R:  $v_{\text{esfera}} = \sqrt{10gh/7}$ ;  $v_{\text{cilindro}} = \sqrt{4gh/3}$ ;  $v_{\text{anel}} = \sqrt{gh}$ )

**21.** Um menino está em pé sobre uma plataforma giratória. Quando os seus braços estão estendidos tem uma velocidade angular de 0.25 rot/s. Mas, quando dobra os braços a velocidade passa para 0.80 rot/s.. Calcule a razão entre os seus momentos de inércia na primeira e na segunda situações.  
(R:  $I_1/I_2 = 3.2$ )

**22.** Um carrossel consiste essencialmente num disco uniforme de massa 200 kg, rodando em torno do seu eixo vertical. O raio do disco é 6 m. Um homem ( $m = 100$  kg) está de pé sobre a borda exterior quando o carrossel gira com velocidade de 0.20 rot/s.

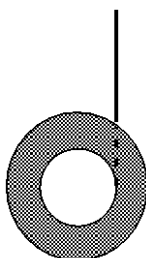
a) Qual seria a velocidade do carrossel se o homem se deslocasse para uma nova posição a 3 m do centro do disco ?  
(R:  $\omega = 0.32$  rot/s)

b) O que aconteceria à velocidade do carrossel se o homem caísse para fora do carrossel ?

**23.** Considere um carrossel de massa  $M = 180 \text{ kg}$ , a girar em torno de um eixo vertical que passa pelo seu centro. O momento de inércia deste carrossel em relação ao referido eixo de rotação é  $I = 100 \text{ kg.m}^2$ . Verifica-se que, se um número  $n$  de crianças, cada uma com massa  $m = 32 \text{ kg}$ , se sentarem em cima do carrossel, a uma distância de  $1.25 \text{ m}$  do seu eixo de rotação e rodarem solidárias com ele, o momento de inércia do sistema passa a ser o triplo do momento de inércia do carrossel vazio. Nestas condições, determine:

- o número  $n$  de crianças que estão a rodar em cima do carrossel. (R: 4)
- a energia cinética do sistema no momento em que a velocidade é  $2.5 \text{ rad/s}$ . (R:  $937.5 \text{ kJ}$ )
- o momento das forças de atrito, sabendo que, se as crianças não aplicarem nenhuma força ao carrossel e este estiver a rodar com uma velocidade de  $2.5 \text{ rad/s}$ , vai parar ao fim de  $5 \text{ s}$  (admita que a força de atrito é constante no tempo). (R:  $150 \text{ Nm}$ )

**24.** No "yo-yo" representado na figura o fio está preso num disco interior de raio  $b$  e desenrola-se quando o "yo-yo" cai. Sabendo que o momento de inércia do "yo-yo" é  $0.7 mb^2$ , calcule qual será a velocidade de rotação do "yo-yo" depois de cair uma altura  $h$  a partir do repouso. (R:  $1.08\sqrt{gh/b^2}$ )



**25.** Considere o sistema representado na figura. Os corpos A e B de massas, respectivamente,  $3 \text{ kg}$  e  $5 \text{ kg}$ , estão presos nas duas extremidades de um fio enrolado em torno de uma roldana de raio  $r = 20 \text{ cm}$ . Sabendo que o sistema é libertado a partir do repouso e que o bloco B atinge o solo  $10 \text{ segundos}$  depois, com a velocidade de  $5 \text{ m/s}$ , determine:

- o momento de inércia da roldana. (R:  $1.25 \text{ kg.m}^2$ )
- as acelerações lineares dos corpos A e B. (R:  $0.5 \text{ m/s}^2$ )
- as tensões no fio. (R:  $T_A = 30.9 \text{ N}$ ,  $T_B = 46.5 \text{ N}$ )

