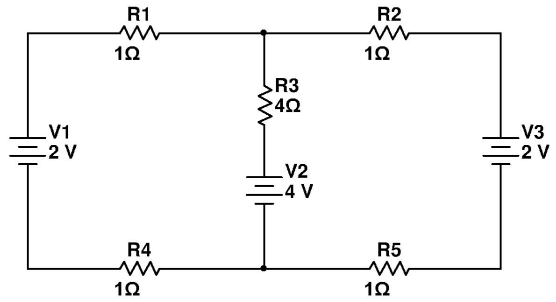
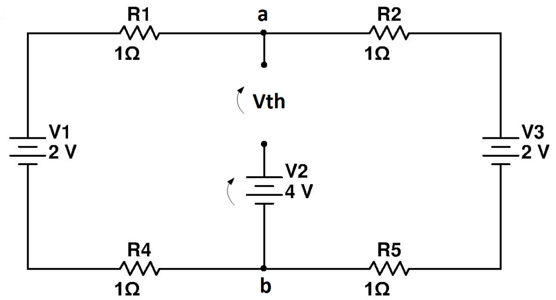
Resolução de circuitos usando Teorema de Thévenin – Exercícios Resolvidos

1º) Para o circuito abaixo, calcular a tensão sobre R3.



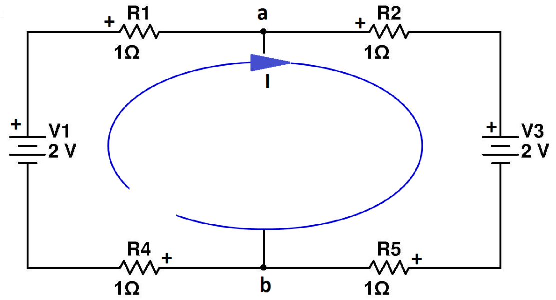
a) O Teorema de Thévenin estabelece que qualquer circuito linear visto de um elemento (ponto) pode ser representado por uma fonte de tensão V_{th} igual à tensão do ponto a analisar em circuito aberto) em série com uma resistência R_{th} (igual à resistência equivalente do circuito vista deste ponto, com todas as fontes de tensão substituídas por um curto-circuito). O ponto a ser analisado, neste caso, é o resistor R3. Para calcularmos então a tensão V_{th} redesenhamos o circuito sem o resistor R3.



Analisando o circuito ao lado, temos:

$V_{ab} = V_{th} + V2$ (1)

Para calcular Vab, analisamos a malha formada por V1, R1, R2, V3, R5 e R4, já que entre a e b não circula corrente.



V1 – R1*I – R2*I – V3 – R5*I – R4*I = 0

Substituindo valores:

2 – I – I – 2 – I – I = 0 ==>
-4I = 0 ==>
I = 0 A

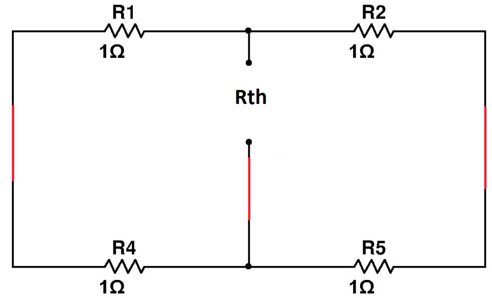
Mas Vab = V1 – R1*I – R4*I

Como I = 0 A, Vab = V1 = 2V

Voltando à equação (1):

$V_{ab} = V_{th} + V2$ ==> $V_{th} = V_{ab} - V2$ ==> $V_{th} = 2 - 4$ ==> $V_{th} = -2$ V

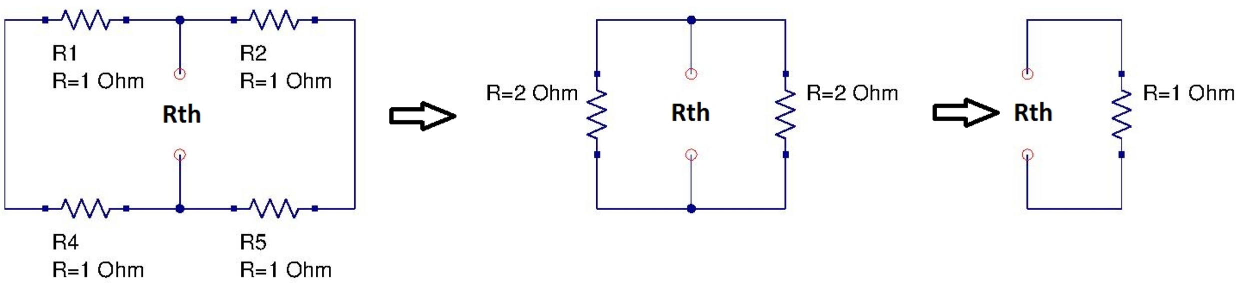
Vamos agora calcular o Resistor de Thévenin. Para isso, redesenhamos o circuito sem o resistor R3 e substituímos as fontes de tensão por um curto circuito:



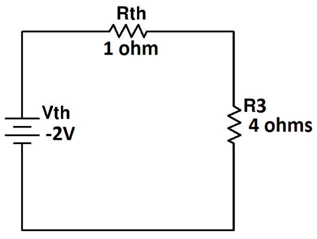
O resistor de Thévenin é dado por:

R_{th} = (1 + 1) // (1 + 1) = 2 // 2 = 1 Ω

Passo a passo:



Podemos agora montar nosso circuito equivalente de Thévenin e calcular VR3:



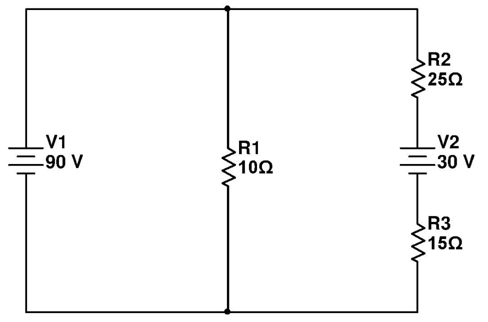
Req = 1 + 4 = 5 Ω

I = Vth / Req = -2 / 5 = -0,4 A

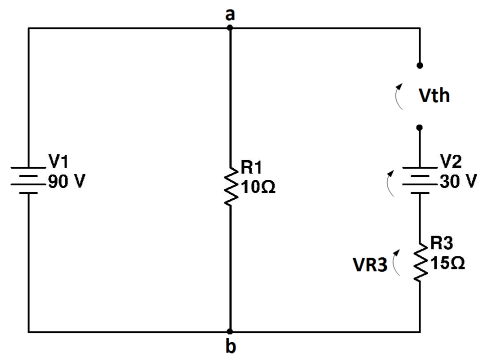
VR3 = R3*I = 4*-0,4 = - 1,6 V (o sinal negativo indica que a polaridade real de VR3 é com o positivo do lado de baixo do resistor).

Portanto VR3 = 1,6 V – positivo em baixo.
(Comparando o resultado com o exercício 1 da lista de Kirchhoff, vemos que o resultado está correto).

2º) Determinar, por Thévenin, qual a tensão sobre R2 no circuito abaixo.



a) Determinar a tensão de Thévenin, retirando o componente que queremos analisar, ou seja, R2, e determinar a tensão no ponto.



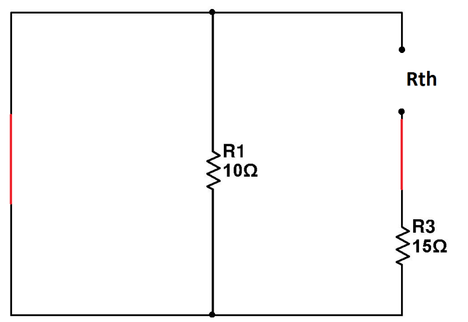
b) Examinando o circuito ao lado, podemos escrever:

Vab = Vth + V2 + VR3

Mas Vab = 90V (= V1), e VR3 = 0 V, pois não circula corrente por R3 (circuito aberto).

Portanto:

90 = Vth + 30 ==> Vth = 60 V

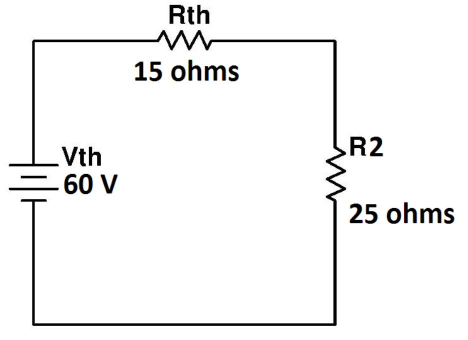


c) Para calcular Rth, substituímos as baterias por curto-circuitos e calculamos a resistência equivalente, conforme o circuito ao lado. Podemos deduzir que:

Rth = R3 + (R1//0) = R3 + 0 = R3

Portanto Rth = 15 Ω

Montando o equivalente de Thévenin, temos:



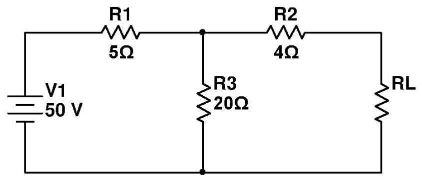
I = Vth / Req = 60 / (15 + 25) = 60 / 40 = 1,5 A

VR2 = R2 * I = 25 * 1,5 = 37,5 V

VR2 = 37,5 V, positivo para cima.

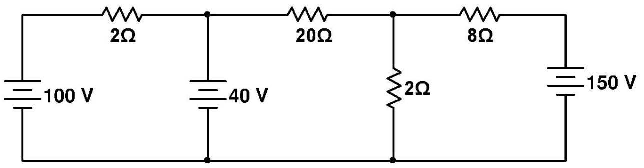
Exercícios propostos – Teorema de Thévenin

1º) Para o circuito abaixo, calcule o circuito equivalente de Thévenin responsável pela alimentação de RL.
Calcule VRL para RL = 2Ω.



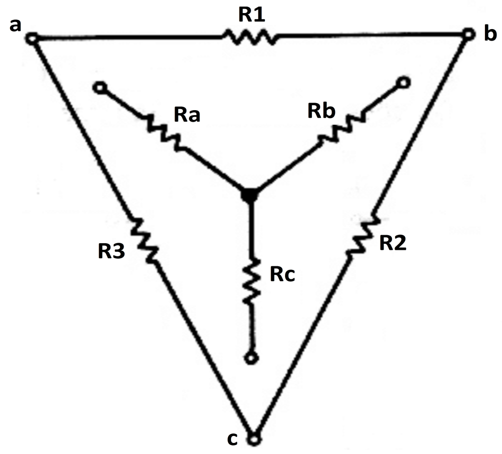
Resposta: Vth = 40V, Rth = 8Ω, VRL = 8 V.

2º) Para o circuito abaixo, calcular a tensão e a potência dissipada pelo resistor de 20 Ω, usando o teorema de Thévenin. Apresentar os resultados com 3 casas decimais.



Resposta: V = 9,259 V e P = 4,286 W.

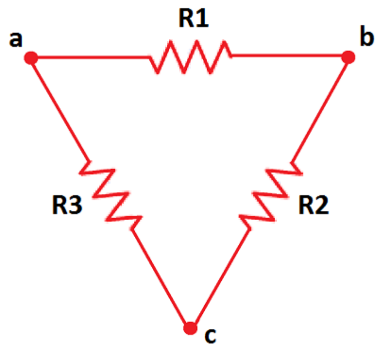
Redes Δ e Y

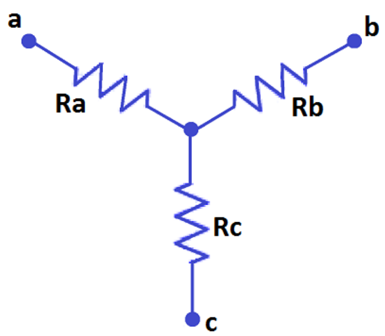


Δ em Y:
Produto dos adjacentes pela soma

Y em Δ:
Soma do produto dois a dois pelo oposto

1º) Para o circuito abaixo, calcular:
a) a rede equivalente Y para R1 = 60 Ω, R2 = 120 Ω e R3 = 180 Ω.
b) a rede equivalente Δ para Ra = 60 Ω, Rb = 120 Ω e Rc = 180 Ω.





a) Do formulário:

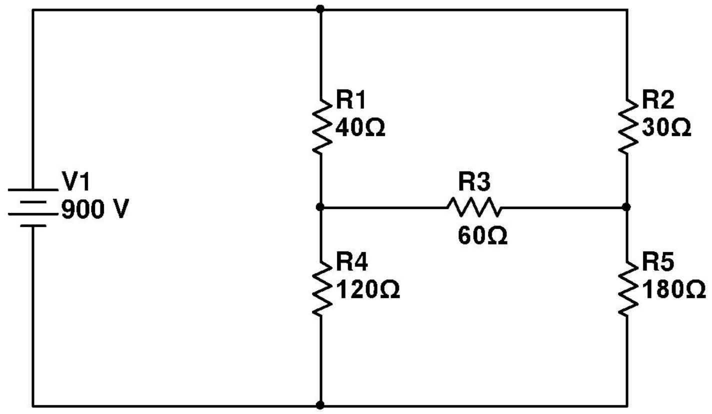
Ra = R1*R3 /(R1 + R2 + R3) = 60*180/(60 + 120 + 180) = 10800/360 = 30 Ω
Rb = R1*R2 /(R1 + R2 + R3) = 60*120/(60 + 120 + 180) = 7200/360 = 20 Ω
Rc = R2*R3 /(R1 + R2 + R3) = 120*180/(60 + 120 + 180) = 21600/360 = 60 Ω

b) Do formulário:

R1 = (Ra*Rb + Rb*Rc + Ra*Rc)/Rc = (60*120 + 120*180 + 60*180)/180 = 39600/180 = 220 Ω
R2 = (Ra*Rb + Rb*Rc + Ra*Rc)/Ra = (60*120 + 120*180 + 60*180)/60 = 39600/60 = 660 Ω
R1 = (Ra*Rb + Rb*Rc + Ra*Rc)/Rb = (60*120 + 120*180 + 60*180)/120 = 39600/120 = 330 Ω

Exercícios propostos – Redes Δ e Y

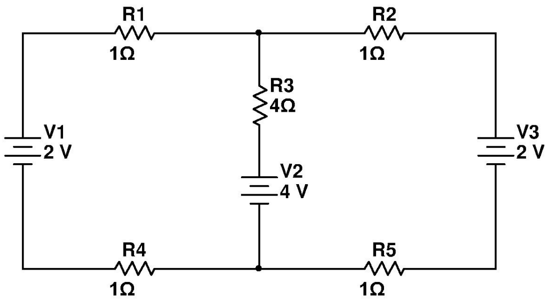
1º) Calcular a corrente fornecida pela bateria no circuito abaixo. (Dica: converter a rede Δ formada por R3, R4 e R5 em rede Y)



Resposta: I = 10A.

Resolução de circuitos usando Teorema da Superposição – Exercício Resolvido

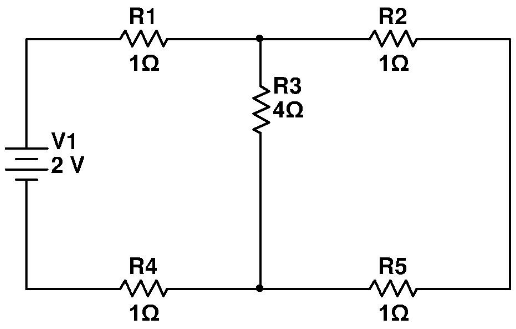
1º) Calcular a tensão sobre o resistor R3 pelo teorema da Superposição.



O teorema da superposição define que num circuito com duas ou mais fontes, a corrente ou tensão para qualquer componente é a soma algébrica dos efeitos produzidos por cada fonte atuando independentemente.
Para se utilizar uma fonte de cada vez, todas as outras fontes são substituídas por um curto-circuito.

Então vamos redesenhar o circuito acima 3 vezes, o primeiro com V1, substituindo V2 e V3 por um curto-circuito, o segundo com V2, substituindo V1 e V3 por um curto-circuito e o terceiro com V3, substituindo V1 e V2 por um curto-circuito. Vamos calcular VR3 nos 3 circuitos e somar. Vamos chamar os circuitos de A, B e C.

Circuito A:



Para calcularmos VR3, vamos calcular a corrente circulante pelo circuito. Para tanto, temos que calcular Req vista pela bateria. Req é igual a R2 em série com R5, paralelo com R3, série com R1 e R4.

Logo Req = ((R2 + R5) // R3) + R1 + R4

Req = ((1 + 1) // 4) + 1 + 1 = (2 // 4) + 2 = 2 + 8/6

Req = 20/6 = 10/3 Ω

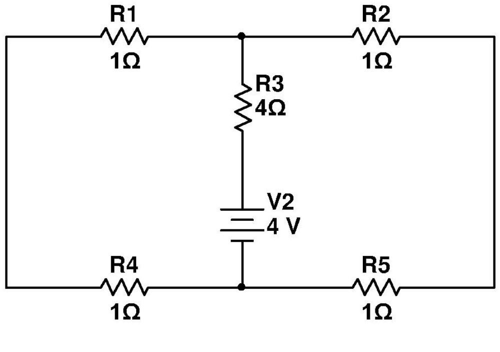
Temos então I = V1 / Req = 2/10/3 = 6/10 = 0,6 A

Analisando a malha da esquerda do circuito acima, podemos escrever:

V1 – VR1 – VR3 – VR4 = 0 ==> VR3 = V1 – VR1 – VR4 = 2 – 1*0,6 – 1*0,6 = 2 – 1,2 = 0,8 V

Portanto VR3a = 0,8V (positivo para cima)

Circuito B:



Fazendo o mesmo procedimento acima, vamos calcular Req vista pela bateria. Para determinar Req, primeiro determinamos R2 série com R5 e R1 série com R4. Calculamos o paralelo das duas associações série e associamos em série com R3.

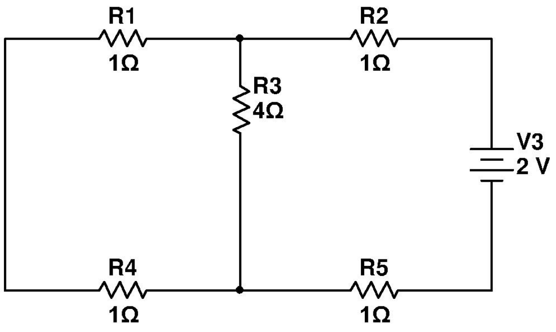
Req = ((R2 + R5) // (R1 + R4)) + R3

Req = ((1 + 1) // (1 + 1)) + 4 = (2 // 2) + 4 = 1 + 4 = 5 Ω

Temos então I = V2 / Req = 4 / 5 = 0,8 A

Examinando o circuito B, vemos que a corrente I sai da bateria e circula totalmente por R3. Portanto VR3b = R3*I = 4*0,8 = 3,2 V (positivo para baixo).

Circuito C:



Idem acima. Req é igual a R1 série com R4, paralelo com R3, série com R2 e R5.

Req = (R1 + R4) // R3 + R2 + R5

Req = ((1 + 1) // 4) + 1 + 1 = (2 // 4) + 2 = 2 + 8/6

Req = 20/6 = 10/3 Ω

Temos então I = V3 / Req = 2/10/3 = 6/10 = 0,6 A

Analisando a malha da direita do circuito acima, podemos escrever:

– V3 + VR5 + VR3 + VR2 = 0 ==> VR3 = V3 – VR5 – VR2 = 2 – 1*0,6 – 1*0,6 = 2 – 1,2 = 0,8 V

Portanto VR3c = 0,8V (positivo para cima)

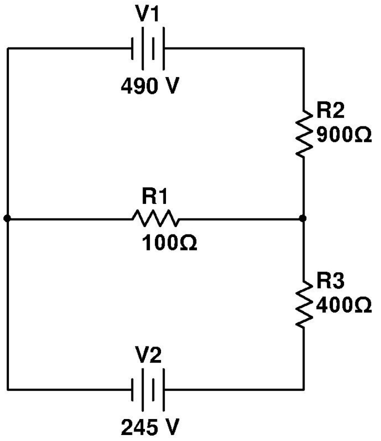
Vamos agora somar algebricamente as tensões VR3a, VR3b e VR3c para obtermos VR3.

VR3a = 0,8 V (positivo para cima) = – 0,8 V (positivo para baixo)
VR3b = 3,2 V (positivo para baixo) = + 3,2 V (positivo para baixo)
VR3c = 0,8 V (positivo para cima) = – 0,8 V (positivo para baixo)

VR3 = 3,2 – 0,8 – 0,8 = 1,6 V (positivo para baixo)

Exercícios propostos – Teorema da Sobreposição

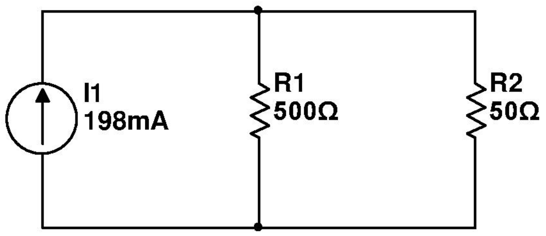
1º) Calcular a tensão sobre R1 por sobreposição para o circuito abaixo.



Resposta: VR1 = 85V, positivo para a direita.

Resolução de circuitos usando Teorema de Norton – Exercício Resolvido

1º) Qual a tensão sobre o resistor de 50 Ω no circuito abaixo?



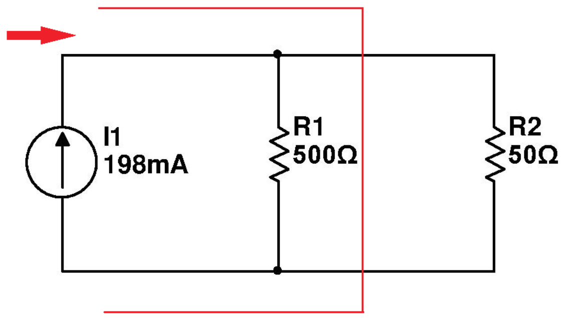
Para resolvermos este circuito, temos que calcular Req visto pela fonte de corrente e multiplicar Req por I1.

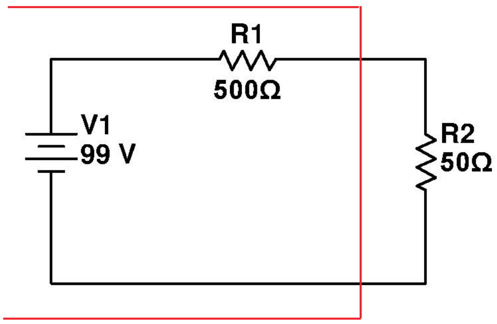
Req = R1 // R2 = 500 // 50 = (500*50)/(500+50)

Req = 25000/550 = 45,454 Ω

VR2 = Req * I1 = 45,454 * 198 * 10^{-3} = 8,999892 V

Mas podemos usar o teorema de Norton para resolver o circuito acima. O teorema de Norton estabelece que uma fonte de tensão em série com uma resistência é equivalente a uma fonte de corrente em paralelo com uma resistência se a fonte de corrente fornecer uma corrente igual a tensão da fonte de tensão dividida pela resistência série e as resistências forem iguais.
De modo reverso, uma fonte de corrente em paralelo com um resistor é equivalente a uma fonte de tensão em série com um resistor se os resistores forem iguais e a tensão da fonte de tensão for igual a corrente da fonte de corrente vezes a resistência paralela. Aplicando o teorema ao nosso circuito, podemos substituir a fonte de corrente de 198 mA e R1 pelo mostrado abaixo:





Conforme exposto Vn = I1 * R1 = 198 * 10^{-3} * 500 = 99 V
As resistências são iguais.

Vamos agora analisar o circuito depois de aplicado o teorema de Norton. Para calcularmos VR2, determinamos primeiro Req. Req é igual a associação série de R1 e R2.

Req = R1 + R2 = 500 + 50 = 550 Ω

Vamos agora calcular a corrente que passa pelo circuito:

I = V1 / Req = 99 / 550 = 0,18 A = 180 mA

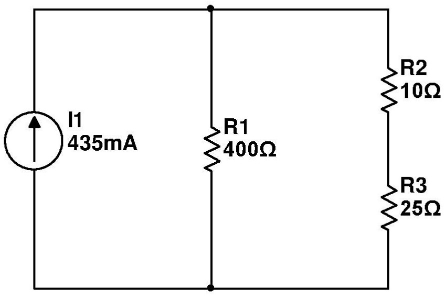
VR2 é igual a corrente que passa por ele multiplicado pelo valor de R2.

VR2 = 0,18 * 50 = 9 V

Os resultados não são diferentes, apenas pelo segundo método não temos dízimas, o que não provoca erro de aproximação.

Exercício proposto – Teorema de Norton

1º) Para o circuito abaixo, calcular a tensão sobre R3, diretamente e usando o teorema de Norton.



Resposta: VR3 = 10 V