Introdução a Física Moderna Conjunto 3

1. Um observador em S deteta um clarão da luz vermelha na posição x = 1210m. 4,96 μs mais tarde observa um clarão da luz azul no local x = 480m. Uma pessoa no referencial S' observe os dois eventos á ocorrer no mesmo sitio.

(a) Qual é a velocidade relativa entre S e S'?

Vamos chamar o primeiro evento V com coordenados ct_V = 0m e x_V = 1210m; batizámos o segundo evento A com coordenados ct_A = 1487m e x_A = 480m. Assim Entre os dois eventos, os intervalos são Δct = 1487m e Δx = (1210-480) = -730m.

Queremos que no S' $\Delta x'$ = 0. A transformação de Lorentz é

$$\Delta x' = 0 = \gamma\left(\Delta x - \beta \Delta t\right) \quad \beta = \Delta x / \Delta t = -730m / 1487m = -0.49$$

i.e. com uma velocidade -0.49c (para a esquerda)

(b) Segundo o observado em S' qual evento ocorre primeiro e qual é o intervalo do tempo entre os eventos?

A outra equação das transformações de Lorentz é

$$ct' = \gamma\left(ct - \beta x\right)$$

Com u = -0.49c, $\gamma = 1.15$ e

$$ct'_V = 680m$$

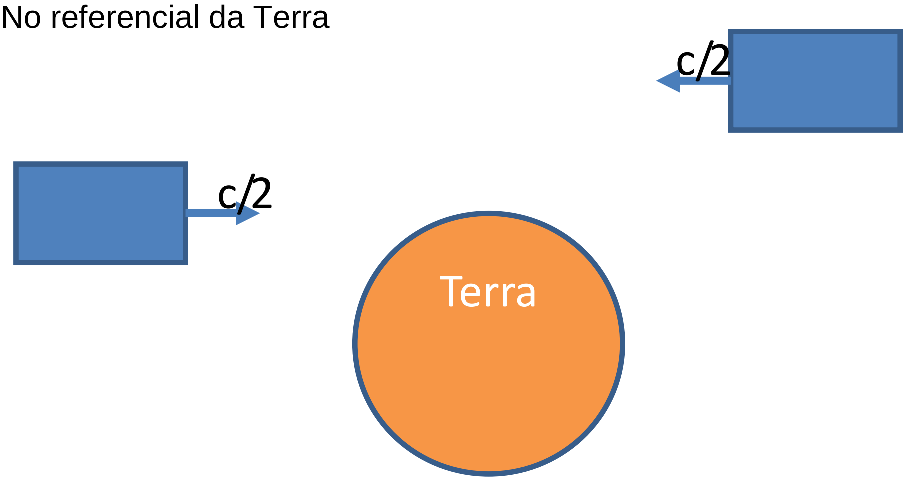
$$ct'_A = 1980m$$

O clarão vermelho acontece primeiro no S' (os eventos tem uma separação temporal) e o intervalo do tempo entre eles é (1980m-680m)/c ≈ 4.34 μs.

2. Dois foguetões do comprimento próprio L_0 se aproximam a Terra de direções opostas com velocidades ±c/2. Qual é o comprimento de um foguetão segundo um tripulante do outro foguetão.

Para determinar a contratação dum foguetão observado pelo outro, é necessário saber com qual velocidade um foguetão se desloca relativo ao outro.

No referencial da Terra



No referencial do foguetão á direito a Terra se aproxima com uma velocidade de c/2 e sabemos que no referencial da Terra o foguetão se aproxima com uma velocidade de c/2. AO usar a expressão para soma das velocidades podemos concluir que o foguetão á direito observa ao foguetão a esquerdo se aproximar com uma velocidade igual á

$$u_{esq-dir} = \frac{c/2 + c/2}{1+(c/2)^2(1/c)^2} = \tfrac{4}{5}c$$

Com esta velocidade o fator gama é $\gamma = 1/\sqrt{1-(4/5)^2} = 5/3$.

Logo um tripulante dum foguetão vai observa o comprimento do outro foguetão ser $L_0/\gamma = 3L_0/5$, i.e. 60% menor do que seu foguetão.

3. **Futebol no comboio**. Numa carruagem do comboio com comprimento próprio L_0, o Ronaldo chuta uma bola com velocidade c/3 do fundo da carruagem. Isso é o evento 1. A bola atravessa a carruagem e vamos chamar evento 2 quando a bola bate na parede de frente. O comboio anda com uma velocidade c/2 relativo a estação de Nine.

(a) Determine quanto tempo demora o voo da bola e a distância percorrida no referencial do comboio (e do Ronaldo).

Aqui a expressão clássica serve. No referencial do comboio **S´**, a distância percorrida é a distância própria da carruagem, $\Delta x' = L_0$ e o tempo de voo é

$$\Delta t' = L_0/(c/3) = 3L_0/c$$

(b) Determine o tempo de voo e a distância percorrida no referencial da estação usando

(i) a expressão para adição de velocidades,

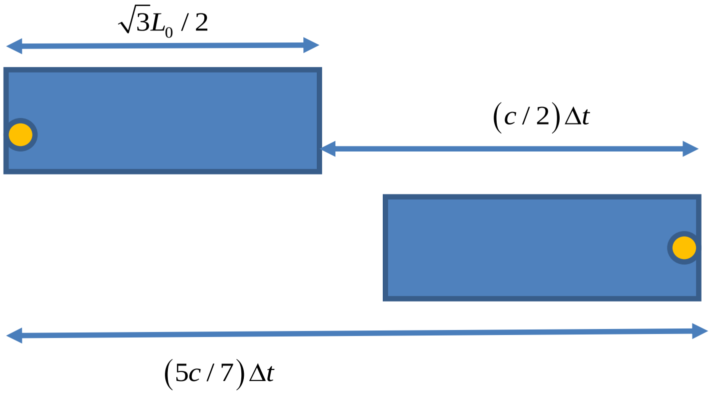
Na referência da estação (**S**) a velocidade da bola é

$$v_S = \frac{u_{comboio} + v'_{bola}}{1+u_{comboio}v'_{bola}/c^2} \Rightarrow v = \frac{c/2+c/3}{1+(c/2)(c/3)/c^2} = \frac{5c}{7} \quad .$$

O fator gama para movimento relativo entre o comboio e a estação é $\gamma = 1/\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 2\sqrt{3}/3$ portanto o comprimento de carruagem é

$$L_S = L_0/\gamma = \sqrt{3}L_0/2 \; .$$

Agora durante o voo da bola a parede de frente está se afastar com uma velocidade de c/2. Temos:



Com recurso ao desenho temos

$$\left(5c/7\right)\Delta t = \sqrt{3}L_0/2 + \left(c/2\right)\Delta t$$

$$\Delta t = 7\sqrt{3}L_0/3c$$

E a distância percorrida pela bola é

$$\Delta x_S = (5c/7)\Delta t_S = 5\sqrt{3}L/3$$

(ii) as transformações de Lorentz

Os coordenados no referencial do comboio são

Ronaldo chuta a bola: $ct'_A = 0, x'_A = 0$

A bola bate no fundo da carruagem: $ct'_B = 3L_0, x'_A = L_0$

O que da: $c\Delta t' = 3L_0, \Delta x' = L_0$

No referencial da estação estes intervalos se transformam para

$$\Delta x = \gamma\left(\Delta x' + \beta c\Delta t'\right) = (2/\sqrt{3})(L_0 + \tfrac{1}{2}3L_0) = 5\sqrt{3}L_0/3$$

$$c\Delta t = \gamma\left(c\Delta t' + \beta\Delta x'\right) = (2/\sqrt{3})(3L_0 + \tfrac{1}{2}L_0) = 7\sqrt{3}L_0/3$$

Notar que estes valores implique que a velocidade da bola no referencial da estação é (5/7)c.

.

(c) Determinar o tempo de voo e a distância percorrida entre os dois eventos no referencial da bola.

No referencial da bola (S´´) a bola é parada e a carruagem do comboio se desloca com uma velocidade c/3. O fator gamam correspondente é $\gamma = 1/\sqrt{1-(\tfrac{1}{3})^2} = 3\sqrt{2}/4$. $\Delta x'' = 0$ e a carruagem do comboio, com um comprimento contratado de $L_0/\gamma = 2\sqrt{2}L_0/3$ se desloca com uma velocidade c/3 para esquerdo, logo

$$\Delta t'' = \left(L_0/\gamma\right)/(c/3) = 2\sqrt{2}L_0/c$$

(d) Verificar que o intervalo invariante é igual em todos os referenciais.

No referencial da bola, $c\Delta t'' = 2\sqrt{2}L_0, \Delta x'' = 0 \quad \Rightarrow \Delta s^2 = \left(c\Delta t''\right)^2 - \left(\Delta x''\right)^2 = 8L_0^2$

No referencial do comboio, $c\Delta t' = 3L_0, \Delta x' = L_0 \quad \Rightarrow \Delta s^2 = \left(c\Delta t'\right)^2 - \left(\Delta x'\right)^2 = 9L_0^2 - L_0^2 = 8L_0^2$

No referencial da estação

$$c\Delta t = 7\sqrt{3}L_0/3,\ \Delta x = 5\sqrt{3}L_0/3 \quad \Rightarrow \Delta s^2 = \left(c\Delta t\right)^2 - \left(\Delta x\right)^2 = 49L_0^2/3 - 25L_0^2/3 = 8L_0^2$$