

Trabalho 4: Análise estatística de um grande número de medições com distribuição normal: aplicação na medição do período de um pêndulo simples

Introdução à Física Experimental - 2020/21

Cursos: Lic. Física e M. I. Eng. Física

Departamento de Física - Universidade do Minho

Objectivo deste trabalho laboratorial

- Verificar que as medições do período de um pêndulo simples seguem uma distribuição normal.
- Aplicar as seguintes noções:
 - valor médio como a melhor estimativa do verdadeiro valor;
 - desvio padrão e sua relação com o intervalo de confiança de uma medida com probabilidade de 68%;
 - desvio padrão da média como estimativa da incerteza na medida.
- Determinar a aceleração da gravidade utilizando um pêndulo simples

Procedimento

Medidas do período do pêndulo e sua distribuição

- Meça o período (T) do pêndulo simples $N=100$ vezes (medir 100 vezes o tempo que o pêndulo demora a efetuar uma oscilação de pequena amplitude ($< 5^\circ$)).
- Agrupe os valores de T em conjuntos, escolhendo os intervalos apropriados, de modo a construir um histograma com a distribuição da frequência dos valores da medida em função de T .
- Ajuste uma função gaussiana à distribuição anterior.
- Compare o valor médio (\bar{T}) e desvio padrão (σ) resultantes do ajuste com aqueles que são obtidos com recurso às expressões (2.1) e (2.6) da referência [1], respetivamente:

$$\bar{T} = \sum_{i=1}^N T_i / N \quad (1)$$

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (T_i - \bar{T})^2} \quad (2)$$

- verifique que aproximadamente 68% das medidas caem no intervalo $\bar{T} \pm \sigma_T$

Desvio padrão da média como a incerteza da medição

Desde que a amostra seja suficientemente grande, a incerteza da medida pode ser estimada calculando o desvio padrão da média (expressão (2.7) da referência [1])

$$\sigma_{\bar{T}} = \sigma_T / \sqrt{N} \quad (3)$$

Utilizando esta expressão, calcule o desvio padrão da média para o caso das medições realizadas anteriormente (amostra com $N=100$) e para o caso de uma amostra com apenas $N=10$ (selecione aleatoriamente apenas um conjunto de 10 medidas dentre o total de 100); compare os dois valores e verifique que a incerteza na medição é menor para a amostra maior.

O desvio padrão da média tem o significado de ser igual ao desvio padrão de um conjunto de muitos valores médios. Para melhor compreender esta interpretação pode-se proceder à estimativa da incerteza na medição do período para uma amostra de $N=10$:

- divida as 100 medidas em 10 conjuntos de 10 medidas aleatórias;
- calcule o valor médio de cada um desses conjuntos;
- calcule o desvio padrão dos 10 valores médios (desvio padrão da média).

O resultado deve ser semelhante àquele que foi calculado diretamente com a expressão (3) para o conjunto de $N=10$.

Diminuição da incerteza atuando sobre o método de medição

Verifique se é possível diminuir a incerteza na medição do período considerando o tempo correspondente a várias oscilações. Sugere-se a medida do tempo de 10 oscilações (t), calculando o

período através de $t/10$; repita este procedimento 10 vezes. Determine o período e a respetiva incerteza. Compare com o período e a incerteza obtidos anteriormente através das 100 medidas diretas do período.

Determinação da aceleração da gravidade

-Meça o mais rigorosamente possível o comprimento do pêndulo (L). Pretende-se que $\delta L/L$ seja menor que 0.1 % (ou seja, se o pêndulo tiver um comprimento da ordem de 1 m, então deve ser $\delta L < 1$ mm).

- Utilizando as medidas de T e L , determine a aceleração da gravidade (g). Note que para oscilações de pequena amplitude o período de oscilação do pêndulo é dado por $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ (ver referências [2] e [3]).

Referências

- [1] *Measurements and their Uncertainties: A practical guide to modern error analysis*, I. Hughes, T. Hase, Oxford University Press (2010)
- [2] *Física Experimental - Uma introdução*, M. C. Abreu, L. Matias, L. F. Peralta, Presença (1994)
- [3] *Fundamentals of Physics*, D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, John Wiley & Sons, Inc., New York