

Teste de Análise Matemática I B

Duração: 2 horas

30.01.07

Exercício 1. Considere a função $f :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{\operatorname{sen}(x^3)}{x^2}$.

- Calcule, caso existam, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.
- Usando o teorema de Rolle, mostre que a equação $f'(x) = 0$ tem uma infinidade de soluções.
- Existe $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$? Justifique.

Exercício 2.

- Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \operatorname{sen} x - x}{4x^2}$.
- Dada a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{1}{1 + |x + 1|}$, determine $f^{-1}(] \frac{1}{4}, +\infty[)$.
- Mostre que $\forall x \in \mathbb{R} \quad \operatorname{th}^2 x + \operatorname{sech}^2 x = 1$.

Exercício 3. Calcule os seguintes integrais:

- $\int \operatorname{sen} x \cos^2(\cos x) dx$;
- $\int x \operatorname{ch} x dx$;
- $\int \frac{x}{\sqrt[4]{1+x^2}} dx$, fazendo a mudança de variável $1 + x^2 = u^4$.

Exercício 4. Diga se são verdadeiras ou falsas as seguintes afirmações, justificando:

- a soma de duas funções de \mathbb{R} em \mathbb{R} monótonas é monótona;
- se $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua tal que o mínimo absoluto de f é zero e $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, então $f(\mathbb{R}) = [0, +\infty[$.

Exercício 5. Seja $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, em que $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ e $a > 0$.

- Indique $\lim_{x \rightarrow +\infty} P(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} P(x)$.
- Mostre que $P(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$.
- Mostre que se $d > 0$ e $a + b + c + d < 0$ então P tem três zeros.

FIM BOA SORTE

1-a)	1-b)	1-c)	2-a)	2-b)	2-c)	3-a)	3-b)	3-c)	4-a)	4-b)	5-a)	5-b)	5-c)
1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	2,0	2,0	2,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0