

Corpo Rígido

4.1 Um disco gira com aceleração angular constante de 3.5 rad/s^2 . Sendo a velocidade angular do disco 2.0 rad/s em $t_0=0$, a) qual o ângulo de rotação do disco em 2 s ? b) Qual a velocidade angular em $t=2 \text{ s}$?

4.2 Um toca-discos gira, inicialmente, à taxa de 33 ver/min e leva 20 s para atingir o repouso. a) Qual a aceleração angular do toca-discos, admitindo constante a aceleração angular? b) Quantas voltas o toca-discos dá até entrar em repouso? c) Se o raio de o toca-discos tiver 14 cm , quais são os módulos das componentes radial e tangencial da aceleração linear num ponto na borda do toca-discos, em $t=0$?

4.3 Consideremos uma molécula de oxigénio, diatómica, O_2 , que gira no plano xy , em torno do eixo dos z , que passa pelo centro da molécula e é perpendicular ao seu próprio eixo. Na temperatura ambiente, a separação “média” entre os dois átomos de oxigénio é $1.21 \times 10^{-10} \text{ m}$ (os átomos são tratados como massas puntiformes). a) Calcular o momento de inércia da molécula, em torno do eixo dos z . b) Se a velocidade angular da molécula em torno do eixo dos z for $2.0 \times 10^{12} \text{ rad/s}$, qual a energia cinética de rotação?

4.4 Quatro massas puntiformes se fixam aos vértices de uma armação rígida, de massa desprezível, situado no plano xy (Fig. 1). a) Se a rotação do sistema for feita em torno do eixo dos y , com a velocidade angular ω , achar o momento de inércia em torno do eixo dos y e a energia cinética de rotação, também em torno desse eixo. b) Suponhamos agora que o sistema gire no plano xy em torno do eixo O (o eixo dos z). Calcular o momento de inércia em relação ao eixo dos z e a energia cinética de rotação em torno desse eixo.

4.5 Achar o momento de inércia de um aro uniforme de massa M e raio R , em relação a um eixo perpendicular ao seu plano e que passa pelo seu centro.

4.6 Calcular o momento de inércia de uma barra rígida uniforme de comprimento L e massa M em relação a um eixo perpendicular á barra (o eixo dos y), passando pelo centro da barra (Fig. 2).

4.7 Um cilindro uniforme maciço possui raio R , massa M e comprimento L . Calcular o momento de inércia do cilindro em relação ao seu próprio eixo.

4.8 Consideremos uma barra rígida uniforme, de massa M e comprimento L (Fig. 2). Achar o momento de inércia da barra em relação a um eixo que lhe é perpendicular e passe por uma das suas extremidades (o eixo y' da Fig. 2)

4.9 Um cilindro maciço pode girar, sem atrito, em torno do seu eixo (Fig. 3). Uma corda, enrolada à superfície de raio R_1 , exerce uma força F_1 para a direita. Uma segunda corda, enrolada à superfície de raio R_2 , exerce uma força F_2 para baixo. a) Qual o torque resultante que actua sobre o cilindro, em relação ao eixo dos z que passa por O ? b) Suponhamos $F_1=5 \text{ N}$, $R_1=1.0 \text{ m}$, $F_2=6 \text{ N}$ e $R_2=0.5 \text{ m}$. Qual o torque resultante e de que forma o cilindro irá a girar?

4.10 Uma barra uniforme, de comprimento L e massa M , pode girar livremente em torno de um pivô sem atrito, fixo a uma das suas extremidades (Fig. 4). A barra é solta,

em repouso, da posição horizontal. Qual a aceleração angular inicial da barra e qual a aceleração linear inicial da extremidade livre, à direita, da barra?

4.11 Uma roda, de raio R , massa M e momento de inércia I , está montada num eixo horizontal, sem atrito (Fig. 5). Uma corda leve, enrolada à roda, suporta um corpo de massa m . a) Calcular a aceleração linear do corpo pendurado à corda, a aceleração angular e a tensão na corda. b) A roda é um disco maciço com $M=2.0$ kg, $R=30$ cm e $I=0.09$ kg m². O corpo pendurado na corda tem a massa $m=0.5$ kg. Achar a tensão na corda e a aceleração angular da roda.

4.12 Duas massas m_1 e m_2 estão ligadas uma à outra por um fio leve que passa por duas polias idênticas, cada qual com um momento de inércia I (Fig. 6). Achar a aceleração de cada massa e as tensões T_1 , T_2 e T_3 na corda. (Admita que não ocorra escorregamento entre o fio e as polias).

4.13 Uma barra uniforme, de comprimento L e massa M , tem a liberdade de girar em torno de um pino sem atrito que passa, por uma das suas extremidades (Fig. 7). A barra é solta, em repouso, na posição horizontal. a) Qual a velocidade angular da barra quando estiver na posição mais baixa possível? b) Determinar a velocidade linear do centro de massa e a velocidade linear do ponto mais baixo da barra, na posição vertical.

4.14 Consideremos duas massas penduradas num fio que passa por uma roldana cujo momento de inércia, em relação ao seu eixo de rotação, é I (Fig. 8). O fio não desliza sobre a roldana, e o sistema parte do repouso. Achar as velocidades lineares das massas depois de m_2 ter caído a distância h , e também a velocidade angular da roldana nesse instante. Fazer o problema “pela energia” e repetir o cálculo aplicando a equação $\tau_{\text{res}}=I\alpha$ à roldana e a Segunda lei de Newton às massas m_1 e m_2 .

Problemas adicionais

4.15 Um bloco de 6 kg é solto em A, num trilho sem atrito (Fig. 9). Determinar as componentes radial e tangencial do bloco no ponto P.

4.16 O centro de massa de uma bola (raio=3.8 cm), lançada com efeito, desloca-se a 38 m/s. A bola gira em redor do seu eixo, que passa pelo centro de massa, com velocidade angular de 125 rad/s. Calcular a razão entre a energia cinética de rotação e a energia cinética de translação. Tratar a bola como se fosse uma esfera uniforme.

4.17 Usar o teorema dos eixos paralelos, para achar os momentos de inércia a) de um cilindro maciço em relação a um eixo paralelo ao eixo do cilindro passando pela superfície lateral do cilindro e b) de uma esfera maciça em relação a um eixo tangente à sua superfície.

4.18 Achar a massa m necessária para equilibrar o carro de 150 kg no plano inclinado da Fig. 10, com um ângulo de inclinação de 45°. Admitir que todas as roldanas não ofereçam atrito e tenham massas desprezíveis.

4.19 Um volante, com a forma de um cilindro maciço de raio $R=0.6$ m e massa $M=15$ kg, pode atingir a velocidade de 12 rad/s, em 0.6 s, accionando por um motor que exerce um torque constante. Desligado o motor, o volante faz 20 voltas até parar, em virtude de

perdas por atrito (constantes durante a rotação). Que percentagem da potência gerada pelo motor é dissipada para superar as perdas por atrito?.

4.20 Um aeromodelo, de 0.75 kg, é monitorado por um fio de aço, de modo que voe num círculo de 30 m de raio. O motor do aeromodelo provoca uma força de 0.80 N, em direcção perpendicular ao fio de monitoramento. a) Achar o torque que a força do motor provoca no centro do círculo da trajectória. b) Achar a aceleração angular do aeromodelo, quando em voo horizontal. c) Achar a aceleração linear do aeromodelo tangente à trajectória do voo.

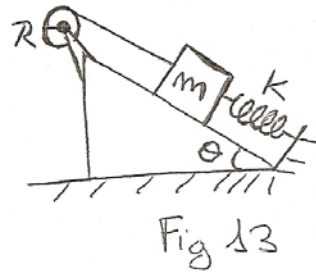
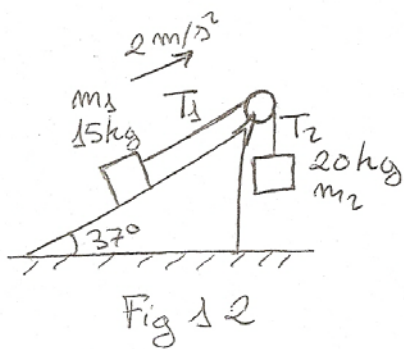
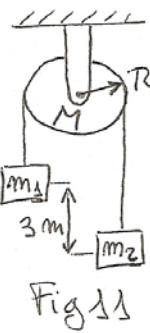
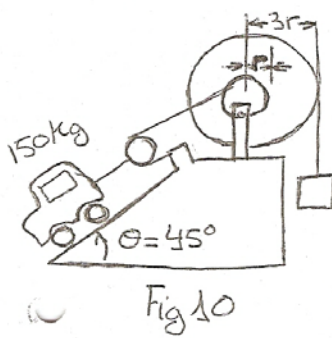
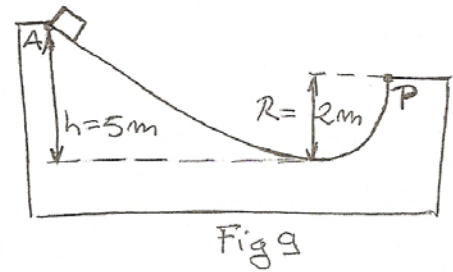
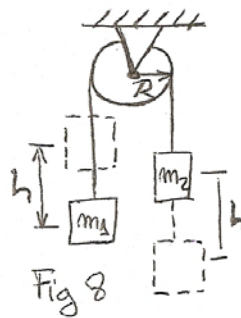
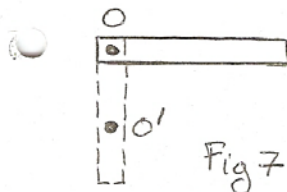
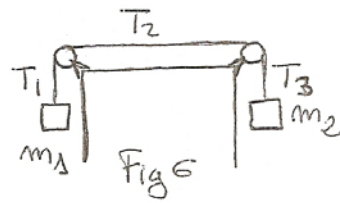
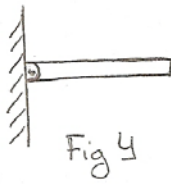
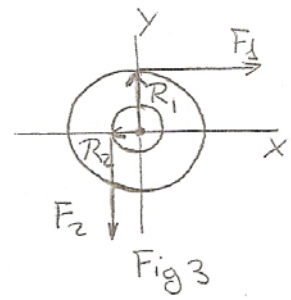
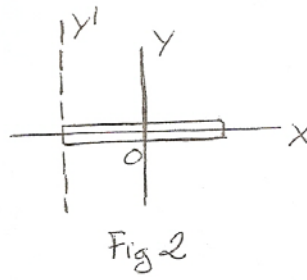
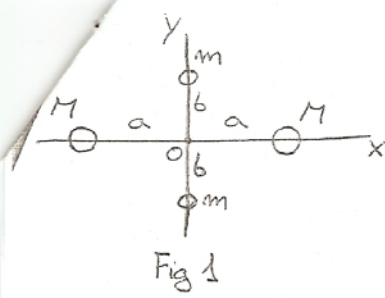
4.21 Um corpo de 15 kg e outro de 10 kg estão pendurados numa roldana que tem raio de 10 cm e massa de 3 kg (Fig. 11). A corda em que estão pendurados tem massa desprezível e provoca a rotação da roldana, sem escorregamento. A roldana gira sem atrito. Os corpos principiam a se mover do repouso, separados por uma altura de 3 m. Considerar a roldana um disco uniforme e determinar as velocidades dos dois corpos quando passam um pelo outro.

4.22 Um torno de oleiro é uma pesada pedra circular, com raio de 0.5 m e massa de 100 kg, que gira livremente a 50 ver/min. O oleiro pode parar o torno em 6 s, mediante a pressão de uma almofada húmida contra a borda da pedra, com a qual exerce uma força radial, para o centro da roda, de 70 N. Achar o coeficiente de atrito cinético efectivo entre a roda e a almofada do freio.

4.23 Um peso de 50 N está pendurado numa extremidade de um fio leve que se enrola em torno de uma polia de 0.25 m de raio e 3 kg de massa. A polia gira livremente num plano vertical, em torno de um eixo horizontal que passa pelo seu centro. O peso se solta 6 m acima do solo. a) Determinar a tensão da corda, a aceleração da massa e a velocidade com que o peso atinge o solo. b) Achar a velocidade calculada na parte a) mediante a lei da conservação da energia.

4.24 Dois blocos, conforme mostra a Fig. 12, estão ligados por uma corda, de massa desprezível, que passa por uma roldana de raio 0.25 m e momento de inércia I . O bloco sobre o plano inclinado se move com aceleração constante de 2 m/s^2 . a) Determinar T_1 e T_2 , as tensões nas duas partes da corda e b) achar o momento de inércia da roldana.

4.25 A polia que aparece na Fig. 13 tem raio R e momento de inércia I . O bloco de massa m está preso, por um lado, a uma mola cuja constante de força é k , e, por outro, a uma corda enrolada na polia. O eixo da polia e o plano inclinado não oferecem atrito. A polia é accionada, no sentido anti-horario, esticando a mola de uma elongação d , medida em relação à posição de equilíbrio. Depois, a polia é solta, em repouso. Achar a) a velocidade angular da polia, quando a mola se encontrar, outra vez, em posição de equilíbrio e b) o valor numérico dessa velocidade angular se $I=1 \text{ kg m}^2$, $R=0.3 \text{ m}$, $k=50 \text{ N/m}$, $m=0.5 \text{ kg}$, $d=0.2 \text{ m}$ e $\theta=37^\circ$.



Soluções

1.1 a) $11 \text{ rad} = 630^\circ = 1.75 \text{ ver}$; b) 9.0 rad/s

- 1.2 a) -0.173 rad/s^2 ; b) 34.6 rad ; c) $-2, 42 \text{ cm/s}^2$; 168 cm/s^2
- 1.3 a) $1.95 \times 10^{-46} \text{ kg m}^2$; b) $3.89 \times 10^{-22} \text{ J}$
- 1.4 a) $2Ma^2$; $Ma^2\omega^2$; b) $2Ma^2+2mb^2$; $(Ma^2+mb^2)\omega^2$
- 1.5 MR^2
- 1.6 $1/12(ML^2)$
- 1.7 $1/2(MR^2)$
- 1.8 $1/3(ML^2)$
- 1.9 a) $R_2F_2-R_1F_1$; b) -2 Nm , horário
- 1.10 $3g/2L$; $3/2(g)$
- 1.11 a) $g/(1+(mR^2/I))$; $g/(R+(I/mR))$; $mg/(1+(mR^2/I))$; b) 3.27 N ; 10.9 rad/s^2
- 1.12 $a = (m_1-m_2)g/(m_1+m_2+2(I/R^2)) \Rightarrow T_1, T_2 \text{ e } T_3$
- 1.13 a) $(3g/L)^{1/2}$; b) $1/2(3gL)^{1/2}$
- 1.14 $v = [2(m_2-m_1)gh/(m_1+m_2+(I/R^2))]^{1/2}$
- 1.15 29.4 m/s^2 ; 9.80 m/s^2
- 1.16 $1/160$
- 1.17 a) $3/2(MR^2)$; b) $7/5(MR^2)$
- 1.18 177 kg
- 1.19 2.79%
- 1.20 a) 24 N m ; b) 0.0356 rad/s^2 ; c) 1.07 m/s^2
- 1.21 2.36 m/s
- 1.22 0.31
- 1.23 11.4 N ; 7.57 m/s^2 ; $9,53 \text{ m/s}$
- 1.24 a) 156 N ; 118 N ; b) 1.19 kg m^2
- 1.25 a) $[(2mgd \sin\theta + kd^2)/(I+mR^2)]^{1/2}$; b) 1.74 rad/s