

Problemas de momento linear

Ricardo Mendes Ribeiro

22 de Fevereiro de 2018

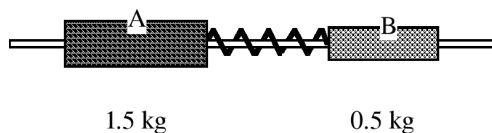
1 Dinâmica de um Sistema de Partículas

Conservação do momento

- Um barco de 136 kg, no qual estão parados um homem e um menino, de 72.6 kg e 27 kg, respectivamente, encontra-se inicialmente em repouso em águas paradas. O menino mergulha na água, da popa do barco, com uma velocidade de componente horizontal igual a 2.44 m/s em relação à água. A seguir mergulha o homem, também da popa do barco, com uma velocidade de componente horizontal igual a 2.12 m/s em relação à água.
 - Calcule a velocidade do barco e do homem depois do mergulho do menino.
 - Calcule a velocidade do barco depois do mergulho do homem.
 - Suponha que, estando o barco inicialmente em repouso, o menino e o homem mergulham simultaneamente da popa do barco com uma velocidade de componente horizontal igual a 2.44 m/s em relação à água. Qual a velocidade final do barco neste caso?

R: ¹

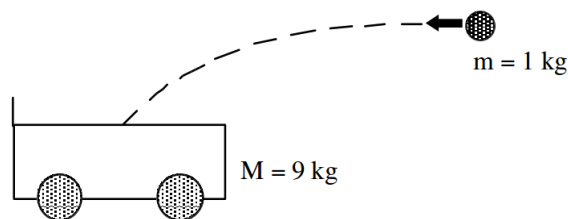
- Os colares *A* e *B* foram deslocados em sentidos opostos comprimindo a mola, sendo então libertados do repouso. A mola não está presa aos colares. Desprezando o efeito do atrito e sabendo que o colar *B* se move para a direita com velocidade de 8 m/s, determine:



- a velocidade correspondente do bloco *A*.
- a energia cinética de cada colar.

R: ²

- Bolas de massa 1 kg são lançadas com velocidade horizontal v_0 para dentro de um carrinho de 9 kg de massa, inicialmente em repouso. A resistência do ar e o atrito do rolamento do carrinho são desprezáveis (Note que tanto faz lançar as bolas, uma de cada vez, ou todas juntas).

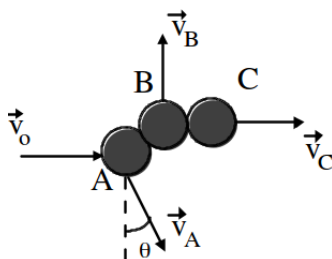


- Quantas bolas conterá o carrinho quando a sua velocidade for $v_0/2$?
- Determine v_0 sabendo que a energia cinética do carrinho e das bolas nele contidas na situação descrita na alínea anterior é 9.0 J.
- Se não se parasse de atirar bolas para dentro do carrinho, qual seria a sua velocidade limite?

R: 3

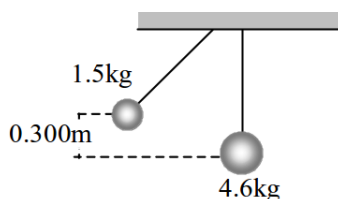
Choques elásticos

- Num jogo de bilhar a bola A move-se com velocidade $\vec{v}_0 = 3\vec{e}_x$ (m/s) quando bate nas bolas B e C que estão em repouso lado a lado. Após a colisão as três bolas movem-se nas direcções mostradas (o ângulo que A faz com y é $\theta = 30^\circ$). Supondo as superfícies sem atrito e as colisões perfeitamente elásticas, determine os módulos das velocidades v_A , v_B e v_C .



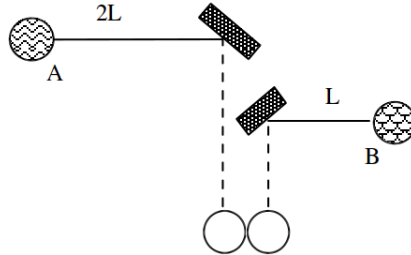
R: 4

- As esferas mostradas na figura estão ligadas a um suporte por fios de massa desprezável. A bola com a massa de 1.50 kg é lançada com a velocidade de 5.0 m/s da posição mostrada na figura e choca elasticamente com a bola de 4.60 kg, que estava em repouso. Desprezando a resistência do ar, calcule a velocidade de cada uma das bolas após a colisão.



R: 5

6. As esferas A e B , que se mostram na figura, têm a mesma massa e estão presas a duas barras finas de comprimentos $2L$ e L , respectivamente. Elas encontram-se paradas na posição mostrada na figura, e são abandonadas em instantes tais que vão chocar no ponto mais baixo da sua trajetória. Supondo que o choque é perfeitamente elástico, determine a altura máxima atingida por cada uma das bolas após o choque.



R: ⁶

Choques plásticos

7. O cilindro A cai de 2 m sobre o cilindro B que repousa sobre uma mola de constante elástica $k = 3 \text{ kN/m}$. Supondo a colisão perfeitamente plástica, determine:
- o máximo deslocamento do cilindro B .
 - a energia perdida durante o impacto.

R: ⁷

8. Um projectil de massa $m_1 = 30 \text{ g}$ atinge, horizontalmente, um corpo M , de massa $m_2 = 30 \text{ kg}$, suspenso por uma corda de 1 m de comprimento. O projectil penetra no corpo M que oscila, elevando-se a uma altura máxima $h = 3 \text{ cm}$.
- Calcule a velocidade do projectil.
 - Verifique se há ou não conservação da energia antes e depois da colisão.

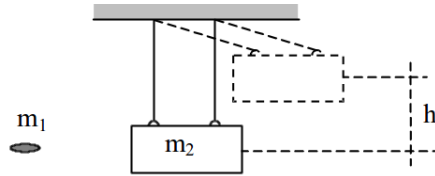
R: ⁸

9. Uma bala de 0.01 kg é disparada horizontalmente sobre um bloco de massa $m = 10 \text{ kg}$ que estava em repouso sobre uma mesa. Após o choque, o conjunto bala-bloco move-se 4 cm antes de parar. O coeficiente de atrito entre o bloco e a mesa é de 0.2.
- Qual a velocidade da bala imediatamente antes do choque?
 - Se a bala demorar 0.002 s a imobilizar-se dentro do bloco, qual é a força média exercida pelo bloco sobre a bala?

R: ⁹

10. Uma bala, disparada na direcção horizontal atinge um bloco de madeira que está suspenso como se mostra na figura. Após o disparo a bala fica incrustada no bloco.
- Determine a velocidade da balas em função da altura máxima atingida pelo bloco, da massa da bala e da massa do bloco.

- (b) Admita agora que o bloco do exercício anterior era substituído e que a bala atravessa o bloco e sai com a velocidade reduzida a metade da velocidade inicial. Qual é a altura máxima atingida pelo bloco?



R: ¹⁰

Outros choques

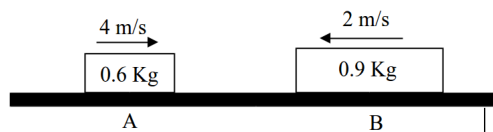
11. Dois discos, A e B , de massas iguais, movem-se sem atrito, numa mesa horizontal, com velocidades $\vec{v}_A = 4.0\vec{e}_x$ e $\vec{v}_B = -2.0\vec{e}_y$.
Num dado instante sofrem uma colisão, após a qual o disco B se move com a velocidade $\vec{v}_B = 2.0\vec{e}_x$.

- (a) Determine a velocidade do disco A após a colisão.
(b) Mostre que não houve conservação de energia cinética de translação do sistema.

R: ¹¹

12. Dois blocos de aço deslizam sem atrito sobre a superfície horizontal. Imediatamente antes da colisão, as suas velocidades são as indicadas na figura. Sabendo que o bloco B sai do choque com uma velocidade de $v_B = 2.2$ m/s, determine:

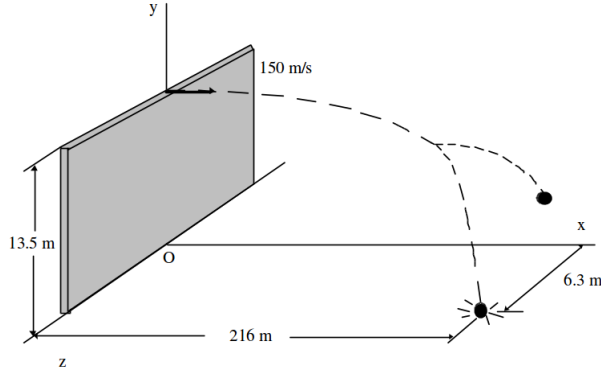
- (a) A velocidade do bloco A após o choque.
(b) A energia perdida durante o choque.



R: ¹²

Centro de massa

13. Duas balas de canhão de 150 N cada são ligadas por uma corrente e disparadas horizontalmente com velocidade de 150 m/s do topo de um muro com 13.5 m de altura. A corrente parte-se durante a trajetória das balas e uma delas bate no solo ao fim de 1.5 s, contados a partir do momento do disparo, a uma distância de 216 m da base do muro, e 6.3 m à direita da linha de disparo. Determine a posição da outra bala nesse instante (despreze a resistência do ar).



R: ¹³

14. Considere um sistema formado por três partículas de massa $m_1 = 4$ kg, $m_2 = 4$ kg e $m_3 = 8$ kg. Num dado instante, \vec{r}_i (em metros) é o vector posição da partícula i e \vec{F}_i a força que actua sobre ela (em newtons):

$$\begin{aligned}\vec{r}_1 &= -2\vec{e}_x + \vec{e}_y & \vec{F}_1 &= -6\vec{e}_x \\ \vec{r}_2 &= \vec{e}_x - 3\vec{e}_y & \vec{F}_2 &= 14\vec{e}_x \\ \vec{r}_3 &= 4\vec{e}_x + \vec{e}_y & \vec{F}_3 &= 16\vec{e}_y\end{aligned}$$

- Determine a posição do centro de massa nesse instante.
- Qual é o movimento do centro de massa do sistema?
- No instante considerado o sistema está em repouso. Determine a posição do centro de massa do sistema 1 s depois.

R: ¹⁴

15. Três corpos de massas $m_1 = 2.0$ kg, $m_2 = 0.5$ kg e $m_3 = 1.0$ kg, sujeitas apenas à interacção mútua, movem-se num dado instante, t , com velocidades $\vec{v}_1 = \vec{e}_x$ m/s, $\vec{v}_2 = 2\vec{e}_y$ m/s e $\vec{v}_3 = -4(\cos 30^\circ \vec{e}_x + \sin 30^\circ \vec{e}_y)$ m/s. Verifica-se que, ao fim de um certo tempo, m_1 tem velocidade $\vec{v}_1 = -3\vec{e}_x$ m/s e m_2 está em repouso.

- Determine a velocidade de m_3 nesse instante.
- Calcule a velocidade do centro de massa do sistema nos dois instantes referidos.
- Sabendo que num dado instante, as posições das partículas são $\vec{r}_1 = -0.8\vec{e}_x - 1.1\vec{e}_y$, $\vec{r}_2 = 0.8\vec{e}_x - 1.1\vec{e}_y$ e $\vec{r}_3 = 1.4\vec{e}_x + 0.8\vec{e}_y$, represente graficamente o percurso do centro de massa do sistema.

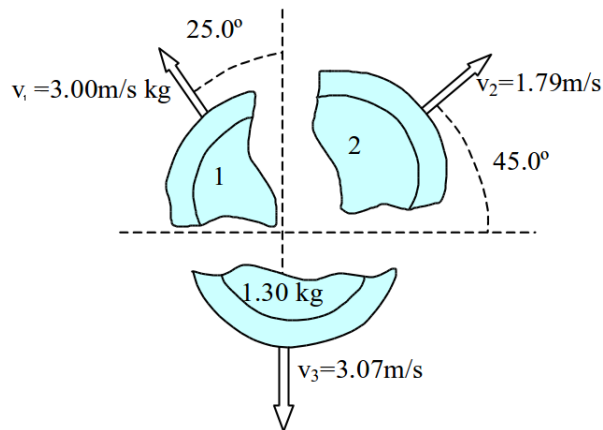
R: ¹⁵

16. Um sistema é constituído por três corpos de 3 kg, 2 kg e 5 kg. A primeira partícula tem uma velocidade $\vec{v}_1 = 6\vec{e}_x$ (m/s). A segunda move-se com velocidade de 8 m/s fazendo um ângulo de -30° com o eixo dos xx . Determine a velocidade da terceira partícula, de modo que o centro de massa permaneça em repouso. **R:** ¹⁶
17. Um projectil de 10 kg passa pela origem O com velocidade $\vec{v}_0 = 60\vec{e}_x$ (m/s) quando explode em dois fragmentos A e B de massas 4 kg e 6 kg, respectivamente. Sabendo que dois segundos mais tarde a posição do primeiro fragmento é $A = (150, 12, -24)$ m, determine a posição do fragmento B no mesmo instante. Despreze a resistência do ar e considere $g = 9.8\vec{e}_y$ m/s². **R:** ¹⁷

18. Dois patinadores, um homem com a massa de 88 kg e uma mulher com a massa de 54 kg, estão em repouso numa superfície de gelo, ligados por um fio com o comprimento de 10.0 m. Despreze o atrito entre os patinadores e a superfície de gelo. Se os patinadores se empurrarem, qual deverá ser a distância percorrida pela mulher antes do fio partir?

R: ¹⁸

19. Um prato cai verticalmente no solo e parte-se em três pedaços. Os pedaços afastam-se, paralelamente ao solo, com as velocidades indicadas na figura. Determine a massa dos pedaços 1 e 2.



R: ¹⁹

Soluções

Notes

¹a) -0.32 m/s ; b) -1.62 m/s ; c) -1.79 m/s

²a) -2.67 m/s ; b) $A \rightarrow 5.33 \text{ J}$; $B \rightarrow 16 \text{ J}$

³a) 9 ; b) 2 m/s ; c)

⁴ $v_A = 1.5 \text{ m/s}$, $v_B = 1.3 \text{ m/s}$, $v_C = 2.25 \text{ m/s}$

⁵ $-2.83\vec{e}_x \text{ m/s}$; $2.73\vec{e}_x \text{ m/s}$

⁶ $h_A = L$; $h_B = 2L$

⁷a) 0.035 m ; b) 8.17 J

⁸a) 767.6 m/s

⁹a) 396.4 m/s ; b) 1980 N

¹⁰a) $v_0 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \sqrt{2gh}$; b) $h = \frac{m_1^2 v_0^2}{8m_2^2 g}$

¹¹ $\vec{v}_a = 2\vec{e}_x - 2\vec{e}_y \text{ m/s}$

¹²a) $v_A = -2.3 \text{ m/s}$; b) 2.83 J

¹³ $x = 234 \text{ m}$, $y = 4.95 \text{ m}$, $z = -6.3 \text{ m}$

¹⁴a) $\vec{r}_{CM} = 7/4\vec{e}_x + 1/4\vec{e}_y \text{ m}$; b) $\vec{a}_{CM} = 0.5\vec{e}_x + \vec{e}_y \text{ m/s}^2$; c) $\vec{r}_{CM} = 2\vec{e}_x + 3/4\vec{e}_y \text{ m}$

¹⁵a) $\vec{v}_3 = 4.54\vec{e}_x - 1\vec{e}_y \text{ m/s}$; b) $\vec{v}_{CM} = -0.42\vec{e}_x - 0.29\vec{e}_y \text{ m/s}$; c) $\vec{r}_{CM} = (0.06 - 0.42t)\vec{e}_x + (-0.56 - 0.29t)\vec{e}_y$

m

¹⁶ $\vec{v}_3 = -6.37\vec{e}_x + 1.6\vec{e}_y \text{ m/s}$

¹⁷ $B = (100, -40.67, 16) \text{ m}$

¹⁸ 6.2 m

¹⁹ $m_1 = m_2 = 1.00 \text{ kg}$