Universidade do Minho
Escola de Engenharia
Departamento de Electrónica Industrial

Mestrado Integrado em Engenharia Física

UC de Análise de Circuitos

Departamento de Eletrónica Industrial e Computadores

Paulo Carvalhal

pcarvalhal@dei.uminho.pt

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Métodos Sistemáticos de Análise de Circuitos Lineares de CC

Quando desenhamos circuitos eletrónicos é importante saber a corrente que circula num dado ramo ou a tensão presente num determinado nó do circuito.

Quando o circuito não é convertível em simples associações de resistências em série e/ou paralelo, deixa e ser possível aplicar a lei de Ohm porque passamos a ter mais do que uma incógnita.

Nestes casos, estes parâmetros (tensão ou corrente), podem ser encontrados utilizando as leis de Kirchoff, através de dois métodos sistemáticos:

- Tensões Nodais (para encontrar a tensão num ponto, aplicando KCL)
- Correntes de Circulação (para calcular as correntes nos ramos, aplicando KVL)

Métodos Sistemáticos de Análise de Circuitos Lineares de CC

O **método das tensões nodais** permite

- obter a tensão em cada um dos (*N-1*) nós de um circuito
- o *N*-ésimo nó é definido pela referência cuja tensão se conhece à partida ou se admite ser 0 V.
- As (*N*-1) variáveis (ie, as tensões nos nós) são obtidas por resolução de um sistema de (*N*-1) equações algébricas linearmente independentes, cuja obtenção se resume à aplicação da KCL aos nós do circuito

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Métodos Sistemáticos de Análise de Circuitos Lineares de CC

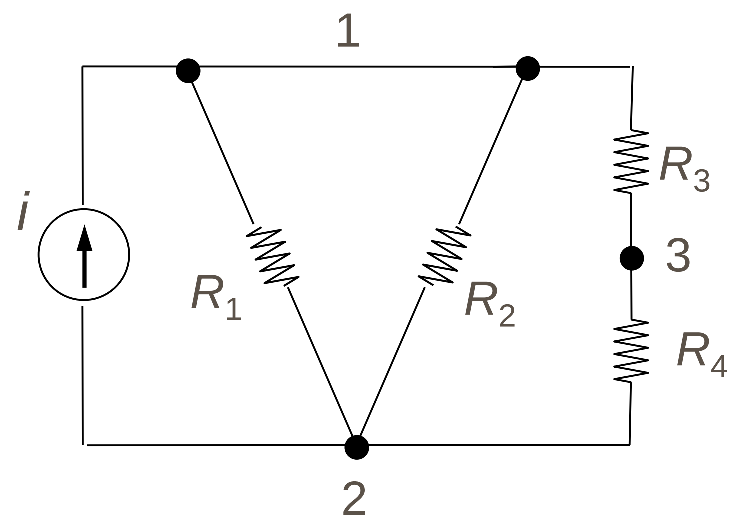
O **método das correntes de circulação** permite

- Obter a corrente em cada uma das malhas de um circuito.
- Note-se que correntes nas malhas são fictícias, não coincidindo necessariamente com as correntes nos componentes do circuito (estas podem, no entanto, ser obtidas por adição ou subtração das correntes nas malhas).
- Idêntico ao método anterior, aplica a KVL para obter as correntes de circulação.
- OBS: notar que neste método, as incógnitas são as correntes nas malhas

Métodos Sistemáticos de Análise de Circuitos Lineares de CC

Introdução – Definições

- Diferentes componentes ligados entre si por forma a cumprirem um determinado objectivo constituem um **circuito eléctrico**
- Um **nó** é um ponto ao qual ligam 2 ou mais elementos
- **Ramo** é um troço de um circuito entre 2 nós que contenha um qualquer elemento

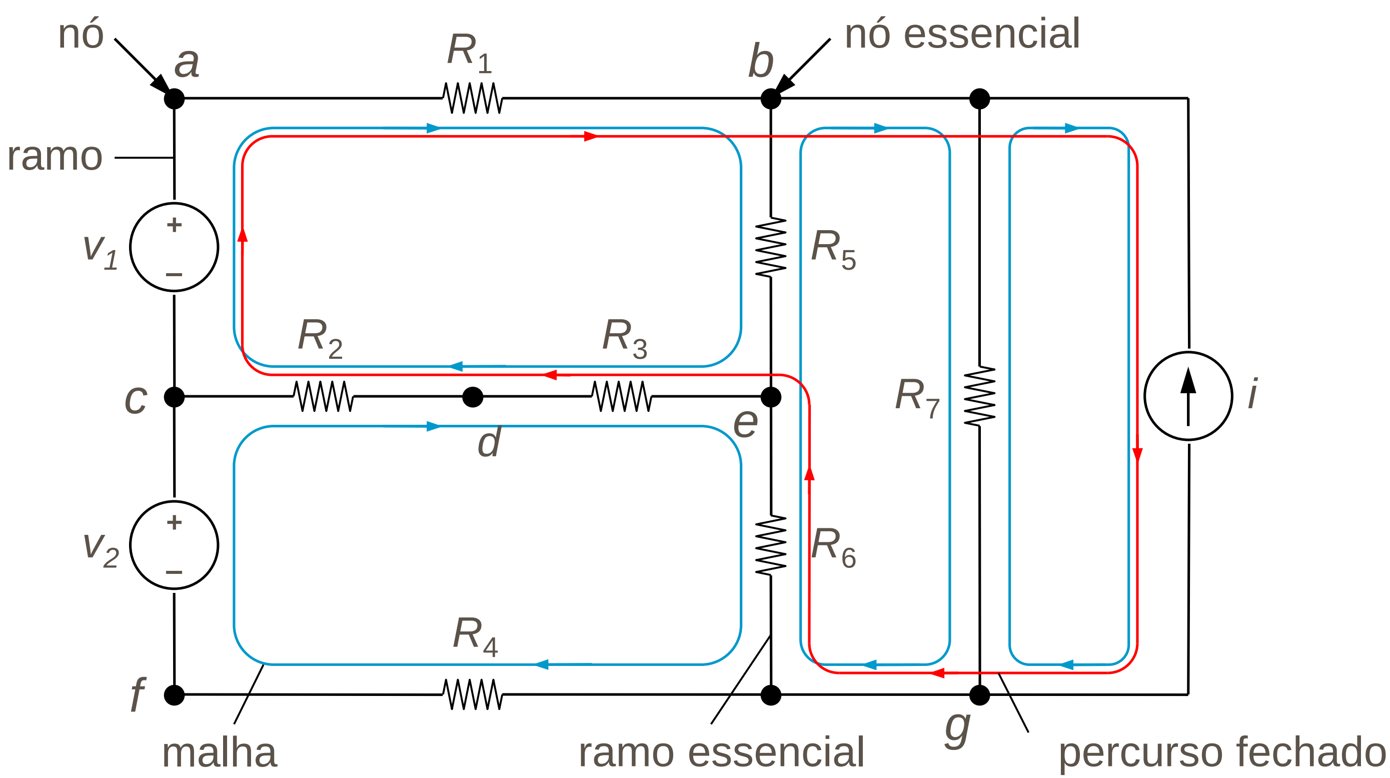


Métodos Sistemáticos de Análise de Circuitos Lineares de CC

- Introdução – Definições
  - **Percurso** (ou *path*) é qualquer trajecto ao longo de um circuito eléctrico que não passe mais do que uma vez pelo mesmo nó
  - Se o nó de onde partimos é o mesmo a que chegamos então o trajecto constitui um **percurso fechado** (ou *loop*)
  - **Malha** (ou *mesh*) é um percurso fechado que não inclui outros percursos fechados no seu interior
  - **Nós essenciais** são nós aos quais ligam 3 ou mais elementos
  - **Ramos essenciais** são percursos que ligam 2 nós essenciais

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

- **Métodos Sistemáticos de Análise de Circuitos Lineares de CC**
  - Introdução – Definições



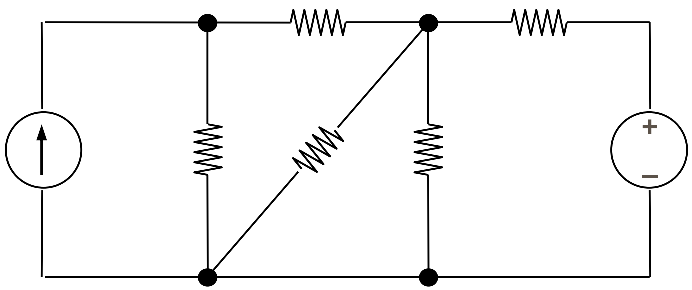
Circuitos de Corrente Contínua (CC)

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

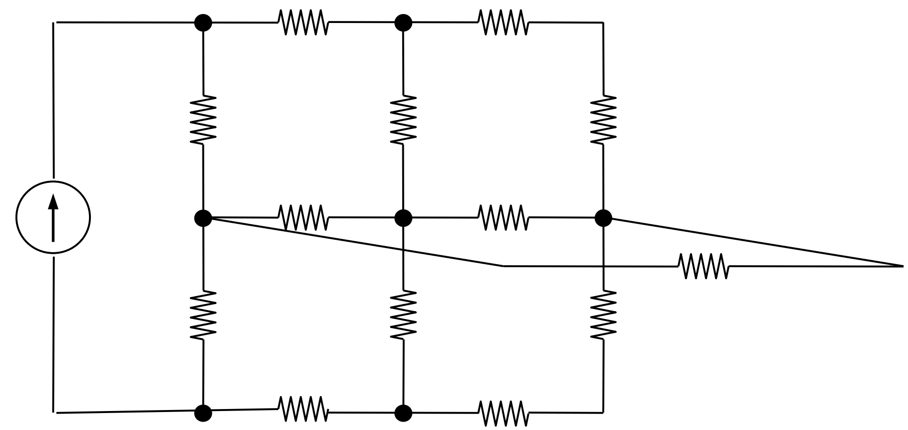
Métodos Sistemáticos de Análise de Circuitos Lineares de CC

- Método das Tensões nos Nós
- Método das Correntes nas Malhas } Só para redes planares

} Para circuitos lineares e bilaterais



circuito planar



circuito não-planar

São bilaterais os circuitos cuja solução é independente do sentido positivo arbitrado para as correntes e para as tensões nos componentes, como sucede com as redes compostas por fontes, resistências, condensadores e bobinas.

São planares os circuitos cujo esquema elétrico é passível de representação num plano, sem que os seus ramos se intersectem mutuamente.

Circuitos de Corrente Contínua (CC)

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

- **Método das Tensões nos Nós**

O método dos nós consiste na aplicação consecutiva dos seguintes passos:

- Determinação do número total de nós essenciais do circuito (N)
- Escolha de um nó de referência (a escolha é arbitrária mas uma boa opção é seleccionar o nó onde ligam o maior número de ramos)
- Numerar todos os outros nós
- Atribuição de um sentido positivo para a corrente em cada um dos ramos (o sentido arbitrado não tem de ser necessariamente ser coincidente com o sentido real da corrente no circuito)

Método das Tensões nos Nós

O método dos nós consiste na aplicação consecutiva dos seguintes passos: (continuação)

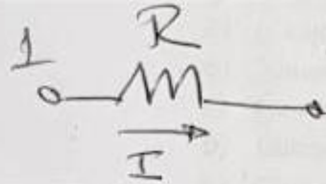
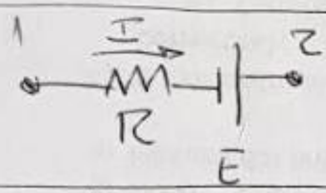
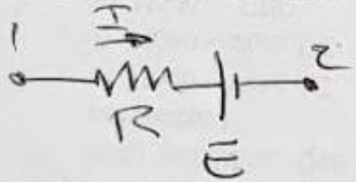
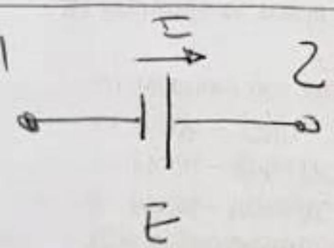
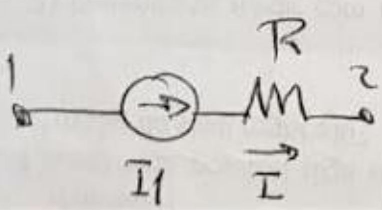
- Aplicação da Lei de Kirchhoff das correntes (KCL) a cada um dos (N-1) nós do circuito (a não ser que o potencial do nó seja conhecido, caso em que não é necessário!)

- OBS: não se escrevem equações para o nó de referência e nem para nós com potencial conhecido
- Substituição da característica tensão-corrente dos componentes ligados aos nós

- Resolução do sistema de equações para obtenção das tensões nos (N-1) nós do circuito

Circuitos de Corrente Contínua (CC)

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

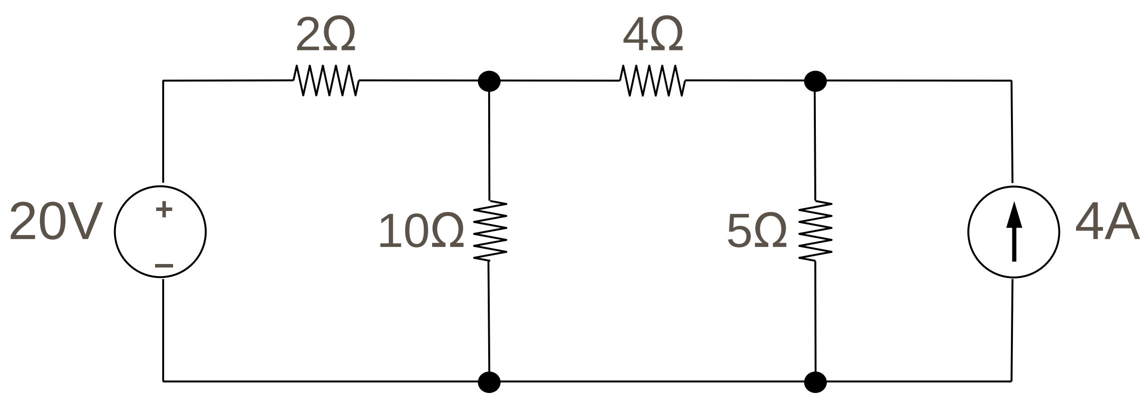
	$I = \dfrac{V_1 - V_2}{R}$
	$I = \dfrac{V_1 - V_2 + E}{R}$
	$I = \dfrac{V_1 - V_2 - E}{R}$
	$I = ?\ ;\ V_2 - V_1 = E$ E - dependente ou independente
	$I = I_1$

Método das Tensões nos Nós

Exemplo

1ºpasso: Determinação do número total de nós essenciais do circuito (N)

Quantos nós tem este circuito?



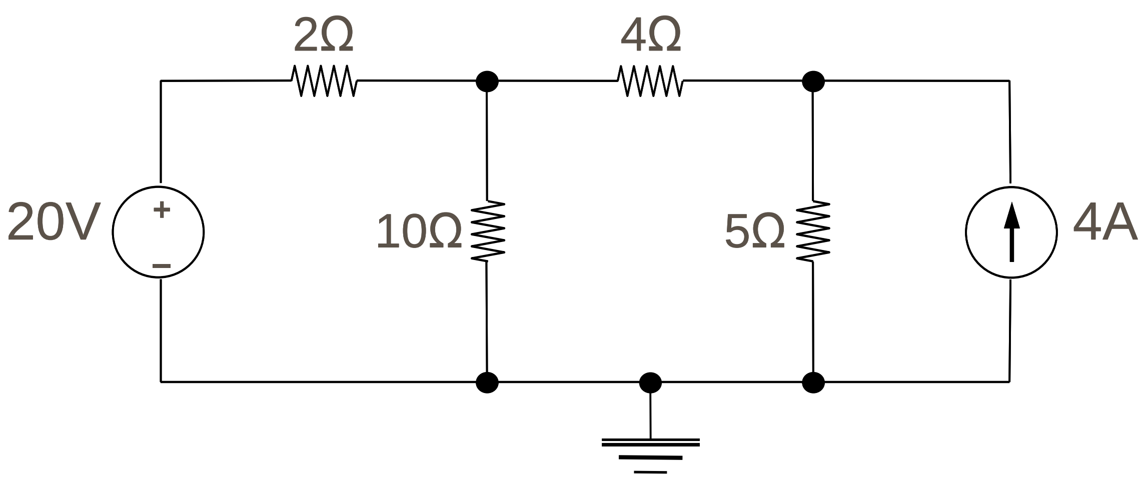
Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Método das Tensões nos Nós

Exemplo

2ºpasso: escolha do nó de referência

Qual o melhor nó para referência?



Circuitos de Corrente Contínua (CC)

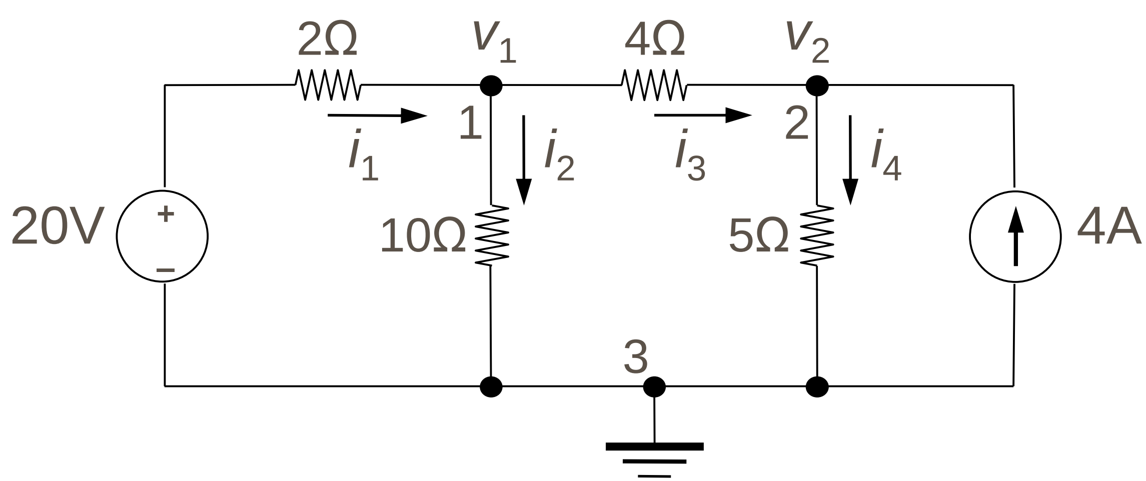
Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Método das Tensões nos Nós

Exemplo

- 3º passo: numerar todos os nós
- 4º passo: atribuição de um sentido para a corrente em cada ramo

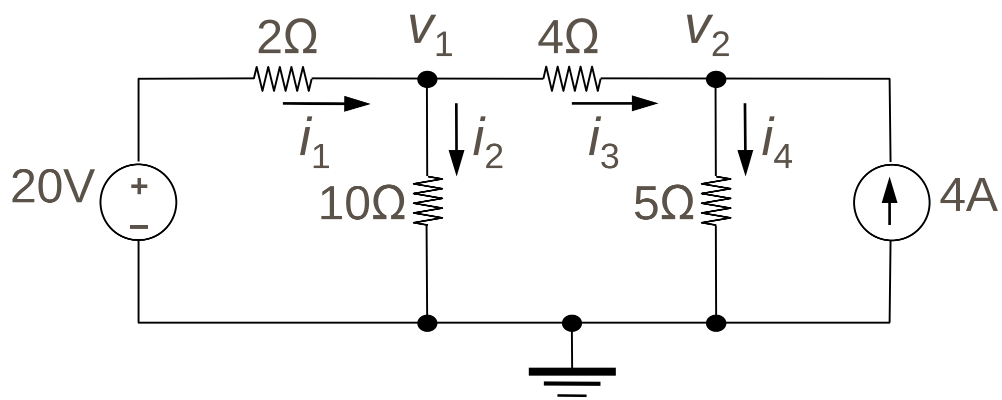
- Uma vez que o circuito possui três nós (N=3), conclui-se que são necessárias (N-1)=2 equações para a sua resolução



Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Método das Tensões nos Nós

Exemplo



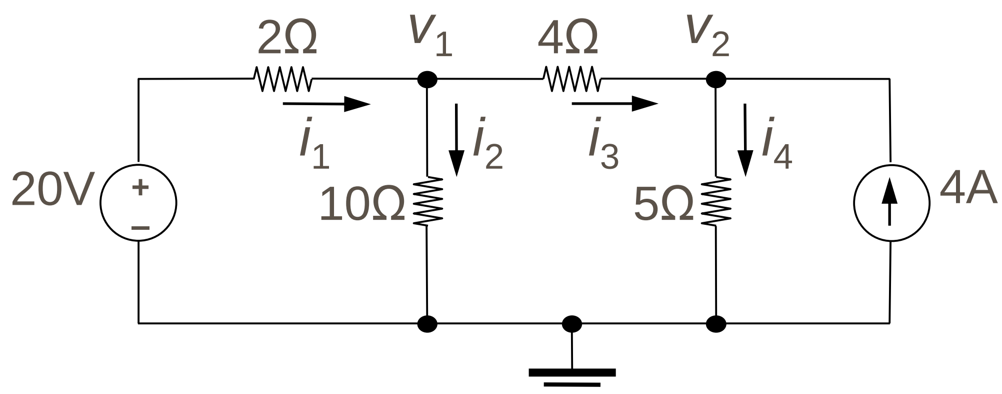
- 5º passo: A aplicação da Lei de *Kirchhoff* das correntes aos nós 1 e 2 do circuito permite escrever as seguintes equações:

Nó 1: $i_1 = i_2 + i_3$

Nó 2: $4A = -i_3 + i_4$

Método das Tensões nos Nós

Exemplo



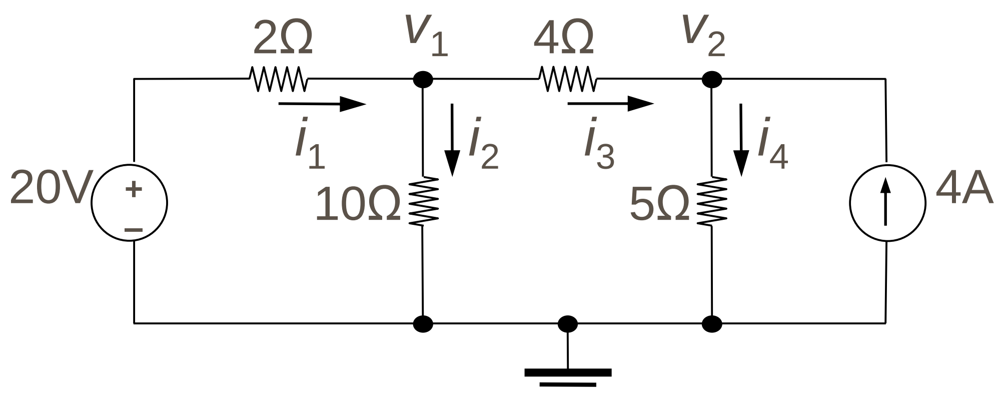
- 6º passo: A substituição da Lei de *Ohm* nos termos relativos às correntes nas resistências, permite escrever as equações:

$$\text{Nó 1:} \quad \frac{20\text{V} - v_1}{2\Omega} = \frac{v_1}{10\Omega} + \frac{v_1 - v_2}{4\Omega}$$

$$\text{Nó 2:} \quad 4A = \frac{v_2 - v_1}{4\Omega} + \frac{v_2}{5\Omega}$$

Método das Tensões nos Nós

Exemplo



- 7º passo: A resolução do sistema de equações permite obter:

$$v_1 = 17.2\ \text{V}$$
$$v_2 = 18.4\ \text{V}$$

$$\longrightarrow$$

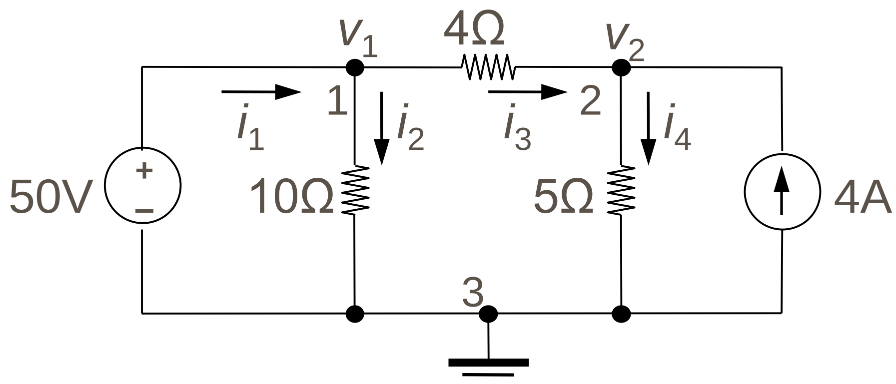
$$i_1 = \frac{20\text{V} - v_1}{2\Omega} = 1.4\ \text{A}, \qquad i_2 = \frac{v_1}{10\Omega} = 1.72\ \text{A}$$

$$i_3 = \frac{v_1 - v_2}{4\Omega} = -0.3\ \text{A}, \qquad i_4 = \frac{v_2}{5\Omega} = 3.58\ \text{A}$$

Método das Tensões nos Nós – Casos Especiais

Caso 1 – Fontes de Tensão Independentes Ligadas ao Nó de Referência

- Neste caso, para cada um dos dois nós do circuito podem obter-se as equações :



Para o nó 1, não precisamos utilizar a KCL! Já sabemos que V1 = 50V.
Para o nó 2, já sabemos a corrente do ramo da direita!
Então:

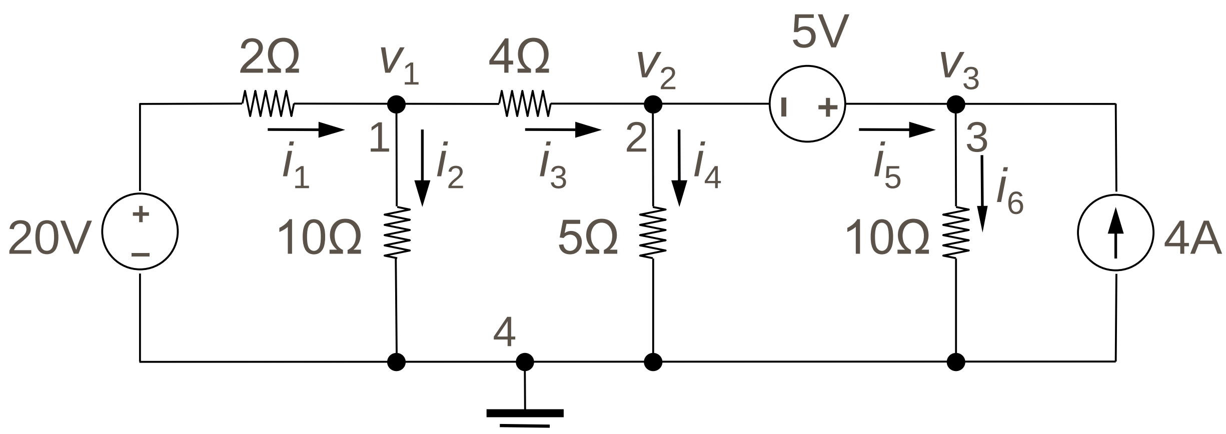
$$\text{Nó 1:}\quad v_1 = 50\ \text{V}$$

$$\text{Nó 2:}\quad 4A = \frac{v_2 - v_1}{4\Omega} + \frac{v_2}{5\Omega} \rightarrow v_2 = 36.7\ \text{V}$$

Método das Tensões nos Nós – Casos Especiais

Caso 2 – Fontes de Tensão Independentes Ligadas entre dois Nós Distintos da Referência

- Apesar de haver mais um nó, a relação entre v_2 e v_3 é conhecida. Neste caso,

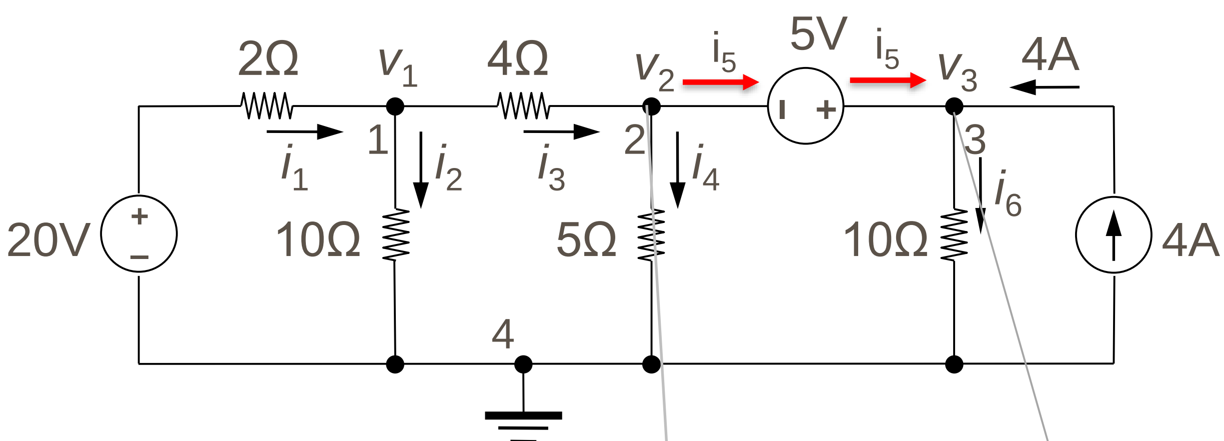


$$v_3 = v_2 + 5\text{V}$$

$$(i_5 = i_3 - i_4)$$

■ Método das Tensões nos Nós – Casos Especiais

Caso 2 – Fontes de Tensão Independentes Ligadas entre dois Nós Distintos da Referência

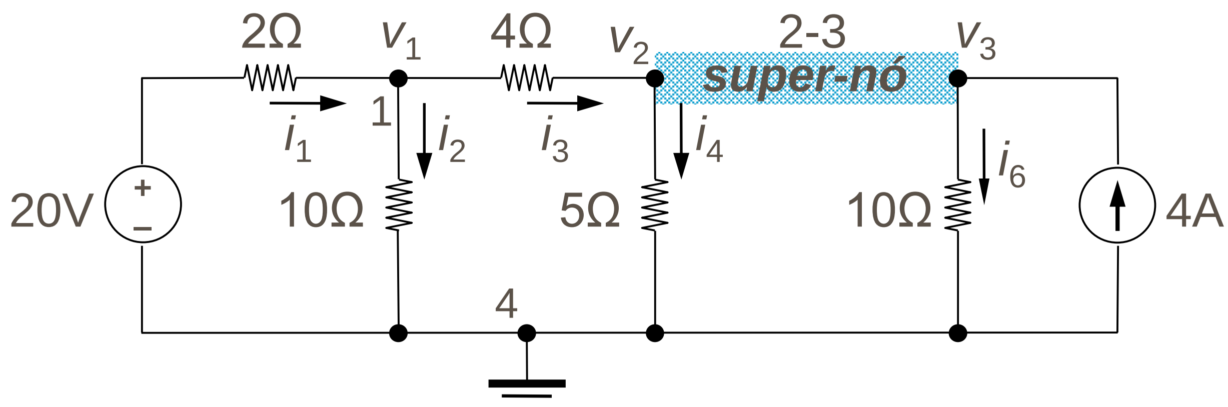


$$
\begin{aligned}
i_3 &= \cancel{i_5} + i_4 \\
4 &= \cancel{-i_5} + i_6 \\
\hline
4 + i_3 &= i_4 + i_6
\end{aligned}
$$

Método das Tensões nos Nós – Casos Especiais

Caso 2 – Fontes de Tensão Independentes Ligadas entre dois Nós Distintos da Referência

- Assim, é possível escrever as seguintes equações para os nós:



$$\text{Nó 1:} \qquad i_1 = i_2 + i_3 \rightarrow \frac{20\text{V} - v_1}{2\Omega} = \frac{v_1}{10\Omega} + \frac{v_1 - v_2}{4\Omega}$$

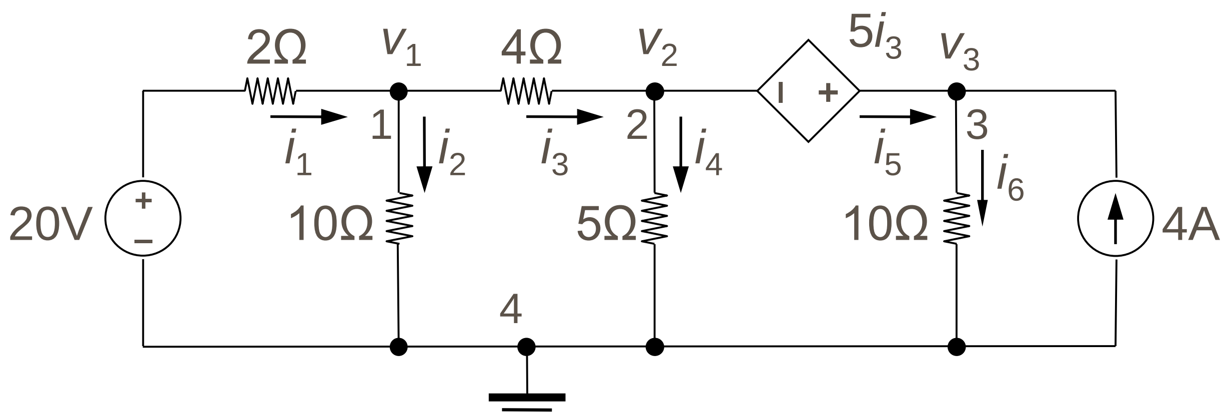
$$\text{Super-nó 2-3:} \qquad 4\text{A} = -i_3 + i_4 + i_6 \rightarrow \frac{v_2 - v_1}{4\Omega} + \frac{v_2}{5\Omega} + \frac{v_2 + 5\text{V}}{10\Omega}$$

v_3

Método das Tensões nos Nós – Casos Especiais

Caso 3 – Fontes de Tensão dependentes Ligadas entre dois Nós Distintos da Referência

- A fonte dependente estabelece uma relação entre as tensões nos nós 2 e 3 que é possível exprimir (neste caso) em função de v_1 e v_2:

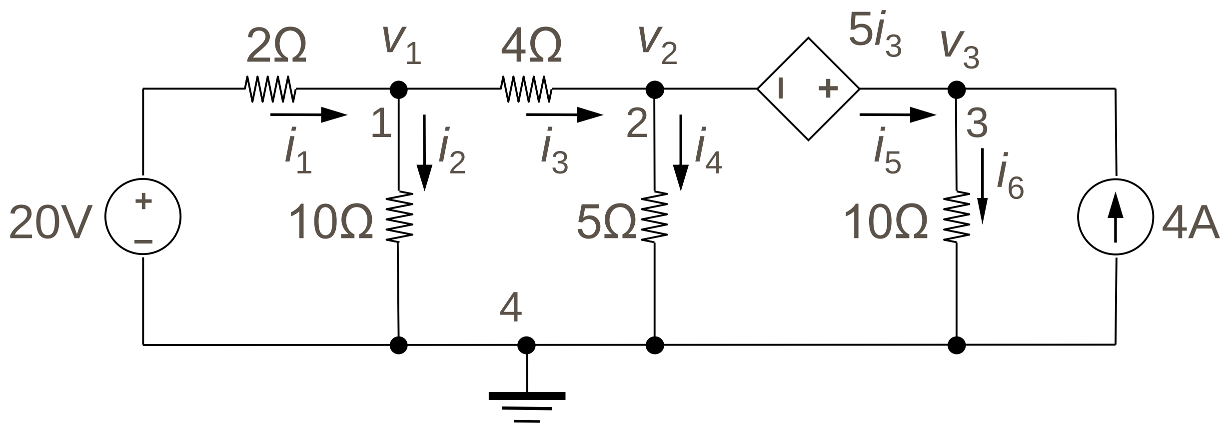


$$v_3 = v_2 + 5i_3 = v_2 + 5\frac{v_1 - v_2}{4\Omega}$$

Método das Tensões nos Nós – Casos Especiais

Caso 3 – Fontes de Tensão dependentes Ligadas entre dois Nós Distintos da Referência

- A análise do circuito resume-se, então, à aplicação da LKC ao nó 1 e ao super-nó 2-3:



Nó 1: $$i_1 = i_2 + i_3 \rightarrow \frac{20\text{V} - v_1}{2\Omega} = \frac{v_1}{10\Omega} + \frac{v_1 - v_2}{4\Omega}$$

Super-nó 2-3: $$4\text{A} = -i_3 + i_4 + i_6 \rightarrow \frac{v_2 - v_1}{4\Omega} + \frac{v_2}{5\Omega} + \frac{v_2 + v_2 + \dfrac{v_1 - v_2}{4\Omega}}{10\Omega}$$