

Álgebra Linear e Geometria Analítica EC

Exercícios 1 - Álgebra Vectorial

1. Determine o vector $\overrightarrow{P_1P_2}$ quando:
 - a) $P_1 = (1, 2, 1)$, $P_2 = (-5, 3, 1)$
 - b) $P_1 = (-3, 2, -1)$, $P_2 = (15, 2, 6)$
 - c) $P_1 = (12, 22, 1)$, $P_2 = (5, 23, 11)$
2. Calcule a norma dos seguintes vectores: $\vec{u} = (1, 2, 3)$, $\vec{v} = (-1, 0, 2)$ e $\vec{w} = (1, 0, 1)$.
3. Calcule $\vec{v} \cdot \vec{u}$ e indique se os vectores são ortogonais:
 - a) $\vec{v} = (1, 2, -1)$, $\vec{u} = (-5, 3, 1)$
 - b) $\vec{v} = (-3, 2, 1)$, $\vec{u} = (1, 2, -6)$
 - c) $\vec{v} = (2, -2, 2)$, $\vec{u} = (-2, 2, 1)$
4. Determine k de modo que os vectores $\vec{u} = (1, 2, 3)$ e $\vec{v} = (2, k, 4)$ sejam ortogonais.
5. Calcule $\vec{v} \times \vec{u}$ sabendo que $\vec{v} = (1, 2, -1)$ e $\vec{u} = (-5, 3, 1)$.
6. Determine a área do paralelogramo definido pelos vectores $\vec{v} = (1, 2, -1)$ e $\vec{u} = (-5, 3, 1)$
7. Mostre que se $\vec{u} = \vec{v} + \lambda \vec{w}$, para algum escalar λ , então $\vec{u} \times \vec{w} = \vec{v} \times \vec{w}$.
8. Calcule $(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{w}$ sabendo que $\vec{u} = (1, 2, -1)$, $\vec{v} = (-5, 3, 1)$ e $\vec{w} = (1, 1, 0)$.
9. Calcule o volume do paralelepípedo definido pelos vectores $\vec{u} = (1, 2, -1)$, $\vec{v} = (-5, 3, 1)$ e $\vec{w} = (1, 1, 0)$.
10. Determine os valores de k para os quais os vectores $\vec{u} = (1, 2, -3)$, $\vec{v} = (1, k, 1)$ e $\vec{w} = (3, 2, 1)$ são coplanares.
11. Sejam $P_1 = (5, 0, 7)$ e $P_2 = (2, -3, 6)$. Determine o ponto P , sobre a recta que passa em P_1 a P_2 , tal que $\overrightarrow{P_1P} = 3\overrightarrow{PP_2}$.
12. Mostre que os pontos $A = (1, 0, 1)$, $B = (1, 1, 0)$ e $C = (1, -3, 4)$ são colineares e escreva uma equação vectorial da recta que passa pelos 3 pontos.

13. Verifique se os pontos $A = (3, -2, 1)$ e $B = (-1, 2, 0)$ pertencem à recta definida pelos pontos $C = (2, 1, -1)$ e $D = (4, -5, 3)$.
14. Determine equações paramétricas da recta que passa pelo ponto $A = (3, 1, -1)$ e que tem a direcção do vector $\vec{v} = (1, -1, 2)$.
15. Determine uma equação do plano com vector normal $\vec{u} = (1, 1, 1)$ que contém o ponto $A = (2, 0, 1)$.
16. Determine a equação do plano que passa pelos pontos $A = (1, 1, 0)$, $B = (6, 0, -1)$ e $C = (3, 0, 0)$.

$$r : \begin{cases} y = 3x - 3 \\ z = -2x + 4 \end{cases} \qquad s : \begin{cases} y = x - 1 \\ z = -2x + 5 \end{cases}$$

17. Determine o centro e o raio da esfera de equação:

$$x(x - 2) - 4(7 - z) = -(y^2 + z^2)$$