Estudo do coeficiente de viscosidade de um líquido

Luis Miguel e João Gabriel

24 de outubro de 2020

SUMARIO

Apresentamos o valor do coeficiente de viscosidade de um líquido η, medindo o tempo ΔT, que uma esfera de raio R demora a percorrer uma distância considerada D. As medições diretas (ΔT, D, R) serão utilizadas, com as devidas considerações físicas, para calcular o valor da viscosidade do líquido η. O valor obtido experimentalmente foi $\eta = 0{,}39 \pm 0{,}01\ Kg/ms$

INTRODUÇÃO

A água sempre foi uma coisa fundamental à vida e como tal, com os primeiros curiosos, vieram as primeiras dúvidas em relação à sua natureza. O que é afinal a água? Porque é que a água tem uma natureza diferente da maioria das outras coisas? Os olhos baixaram dos céus para a terra e o ser-humano tentou arranjar uma maneira eficaz e prática de explicar fenómenos, nasceu a matemática. Arquimedes, já consciente que a matéria existia em pelo menos três estados, investigou a natureza dos fluidos chegando a algumas conclusões:

$$I = \rho V g \qquad (1)$$

$$\rho \equiv densidade\ do\ fluido$$

$$g \equiv aceleração\ gravitica$$

$$V \equiv volume\ de\ fluido\ deslocado$$

Os fluidos exerciam algo que pode ser explicado com uma força, Impulsão, sobre os corpos que estavam em contato com eles, possuíam uma resistência ao movimento. Newton, com o seu conceito de gravidade, descobriu uma força que atuava sobre todos os corpos, força gravítica. Foi-nos então possível explicar a razão de alguns corpos flutuarem, ou de estarem em repouso, … concluímos assim que as forças basilares que atuam sobre um corpo submerso num fluido são:

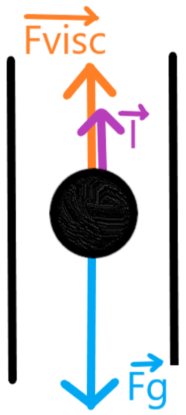


Figura 1 (Representação das forças que atuam na esfera durante a queda imersa no fluido)

Nasceram, depois da observação do comportamento de corpos nos fluidos, a noção de fluido real e fluido ideal. Quando se trabalha com fluidos do primeiro tipo é possível considerar a dissipação de energia desprezável, no entanto, para fluidos do segundo tipo, a dissipação de energia é considerável e daí haver alguns cuidados necessários para não cair em erro, como por exemplo, o atrito.

O atrito num fluido é explicado pela interação entre moléculas (quebra ou estabelecimento de ligações). É bem percetível o atrito presente num fluido quando se tenta escoá-lo para algum recipiente, creio que o leitor responde facilmente à pergunta: Enche mais rapidamente um copo com água ou com óleo de motor? É, portanto, bastante lógica a relação entre velocidade de escoamento e atrito, são inversamente proporcionais.

A este fenómeno da resistência ao escoamento chamamos viscosidade de um fluído, característica esta que é intrínseca de cada fluido e é quantificada por η. A movimentação de um corpo submerso num fluído pode dar-se em um de dois regimes, ou regime turbulento ou regime laminar. Reynolds apresentou uma fórmula que possibilita, com critério, perceber se o deslocamento do corpo através fluído se dá num regime ou noutro:

$$\mathcal{R} = \frac{\rho d \bar{v}}{\eta} \qquad (2)$$

$$\bar{v} \equiv velocidade\ media$$

$$\eta \equiv coeficiente\ de\ viscosidade$$

$$d \equiv diametro\ do\ tubo\ ou\ do\ corpo$$

$$\mathcal{R} \equiv numero\ de\ Reynolds$$

O escoamento é laminar para valores pequenos resultantes da fórmula de Reynolds, e é turbulento quando $\mathcal{R}$ é elevado.

Nesta experiência pretende-se obter o coeficiente de viscosidade do óleo através da observação do movimento de queda livre de esferas de ferro dentro do fluido.

Com alguns cuidados na escolha de esferas pequenas, na utilização de um fluído relativamente viscoso é possível fazer algumas considerações inicias: o número de Reynolds será suficientemente baixo para considerar o escoamento como regime laminar possibilitando o cálculo de F_{visc} através da Lei de Stokes:

$$F_{visc} = 6\eta\pi r v \qquad (3)$$

$$F_{visc} \equiv força\ de\ atrito\ num\ liquido$$

$$r \equiv raio\ da\ esfera$$

$$v \equiv velocidade\ da\ esfera\ no\ liquido$$

Desta forma podemos obter a relação:

$$F_g = mg = \frac{4\pi r^3 g \rho_{esfera}}{3} \qquad (4)$$

$$I = \frac{4\pi r^3 g \rho_{óleo}}{3} \qquad (5)$$

$$F_g \equiv força\ gravitica$$

$$I \equiv Impulsão$$

$$\rho_{esfera} \equiv massa\ volumica\ da\ esfera$$

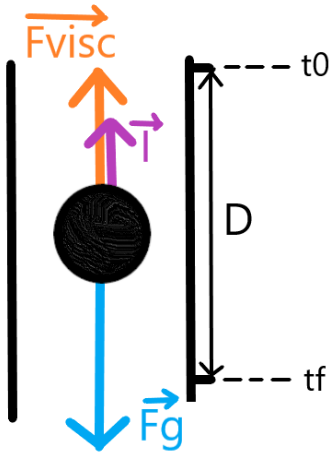
$$\rho_{óleo} \equiv massa\ volumica\ do\ óleo$$

$$m \equiv massa\ da\ esfera$$

No momento que a esfera é largada a aceleração gravítica encarregar-se-á dum aumento da velocidade, mas podemos verificar que, pela Lei de Stokes, que quanto maior for v, maior será F_{visc} pelo que a certo ponto teremos:

$$F_{visc} = F_g + I \qquad (6)$$

Ou seja, a esfera estará em queda a uma velocidade terminal (1.1).



Feitas todas estas considerações é possível retirar o coeficiente de viscosidade do óleo η da seguinte forma:

$$6\pi\eta r V_{lim} = \frac{4\pi g r^3 (\rho_{esfera} - \rho_{óleo})}{3} \qquad (7.1)$$

$$\eta = \frac{2r^2 g (\rho_{esfera} - \rho_{óleo})}{9V_{lim}} \qquad (7.2)$$

$$V_{lim} \equiv velocidade\ terminal$$

O valor da velocidade terminal, pode ser determinado experimentalmente pela relação:

$$V_{lim} = \frac{D}{\Delta t} \tag{8}$$

$$D \equiv Distancia\ entre\ duas\ marcas$$

$$\Delta t \equiv tempo\ que\ demora\ a\ percorrer\ \Delta x$$

(D é medido com uma fita métrica e Δt medido com um cronometro). Por fim será possível calcular o valor da viscosidade do fluído η.

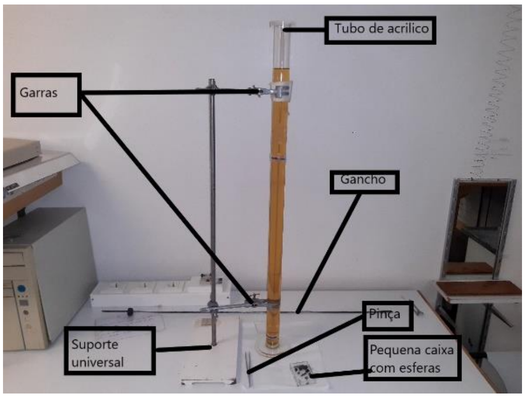
MATERIAL UTILIZADO E PROCEDIMENTO

Material utilizado:

- Esferas de ferro de diferentes raios;
- Craveira;
- Cronometro;
- Fita métrica;
- Tubo de acrílico com um óleo;
- Pequena caixa de acrílico com algum óleo no fundo;
- Suporte universal e garras;
- Pinça;
- Gancho.

Procedimento experimental:

Para iniciar a experiência deve-se montar o equipamento da seguinte forma:



Primeiramente deve-se definir duas marcas no tubo de acrílico tendo o cuidado de a primeira estar num ponto onde a esfera já esteja de certeza com a sua velocidade terminal, essa distância deve ser medida e anotada. De seguida, deve-se pegar numa das esferas com a ajuda de uma pinça e medir o seu diâmetro com a craveira e anotar, é importante besuntar a esfera com óleo antes de a largar. Para finalizar, com a ajuda de uma pinça, largar a esfera no óleo do tubo de acrílico e medir o tempo que demora a percorrer as marcas definidas com a ajuda de um cronometro.

Este procedimento deve ser repetido várias vezes com diferentes esferas.

Chegará um momento em que não haverá mais esferas disponíveis. Contudo, o tubo de acrílico tem uma base no fundo que é acessível a partir de um gancho que ergue a base e sobe as esferas.

Alguns cuidados a ter durante o procedimento:

I. Ter o cuidado de englobar a esfera bem em óleo (caso não seja feito este procedimento, a esfera entrará com uma camada de ar que criará um atrito que invalidará a lei de stokes para calcular a viscosidade do líquido);
II. Não deixar a esfera encostada ao acrílico do tubo (porque iria causar um atrito e aconteceria o mesmo com a validação da lei de stokes da alínea anterior);
III. Certificar se o tubo de acrílico está na vertical (caso isto não aconteça provavelmente chegando a meio da trajetória, a esfera ira embater nas paredes do tubo de acrílico o que causava o problema da alínea anterior)

APRESENTACAO DE DADOS E CALCULOS

Apresentação dados:

No trabalho, fizemos 2 ensaios, com distâncias diferentes (Ensaio 1/ Ensaio 2), primeiramente apresentaremos as medidas diretas e os respetivos erros (Nos casos que fizemos apenas uma única medição, o erro considerado, dependendo se analógico ou digital, será a menor (ou metade da menor) divisão dos aparelhos de medição. Nos casos, que fizemos várias medidas, usaremos o desvio padrão):

Em que:

$$\sigma_{\Delta T} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \qquad (9)$$

Ou seja:

	Raio esfera (m)	ΔTempo (s)	Distancia Percorrida (m)
1	0,00120±0,00005	8,500±0,001	0,5130±0,0005
2	0,00125±0,00005	7,150±0,001	
3	0,00175±0,00005	4,070±0,008	
4	0,00200±0,00005	3,1±0,1	
5	0,00225±0,00005	2,77±0,06	

Tabela 1(Medidas diretas e respetivos erros do ensaio 1)

	Raio esfera (m)	ΔTempo (s)	Distancia percorrida (m)
1	0,00120±0,00005	6,76±0,001	0,4120±0,0005
2	0,00125±0,00005	6,000±0,001	
3	0,00150±0,00005	4,390±0,001	
4	0,00175±0,00005	3,3±0,1	
5	0,00200±0,00005	2,8±0,4	
6	0,00225±0,00005	2,500±0,001	
7	0,0025±0,00005	1,8±0,1	

Tabela 2(Medidas diretas e respetivos erros do ensaio 2)

Como vimos na introdução (7), para obtermos o valor do coeficiente de viscosidade precisamos de um gráfico da velocidade limite (calculada em (8)) em função do raio ao quadrado.

Quadrado do raio (m×m)	Velocidade limite (m/s)
1,44E-06	0,060352941
1,56E-06	0,071748252
3,06E-06	0,126044226
0,000004	0,162857143
5,06E-06	0,185198556

Tabela 3 (Ensaio 1)

Quadrado do raio (m×m)	Velocidade limite (m/s)
0,00000144	0,060946746
1,5625E-06	0,068666667
0,00000225	0,093849658
3,0625E-06	0,124848485
0,000004	0,146099291
5,0625E-06	0,1648
0,00000625	0,222702703

Tabela 4 (Ensaio 2)

A partir destes dados é possível obter o gráfico 1:

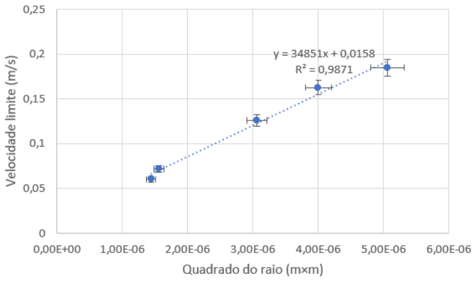


Gráfico 1 (Ensaio 1)

Os parâmetros de ajuste do ensaio 1 são:

Declive: $m = 34851,4 \pm 2296,6$

Ordenada na origem:

$$b = 0,0158 \pm 0,0076$$

Coeficiente de relação ao quadrado:

$$R^2 = 0,9871$$

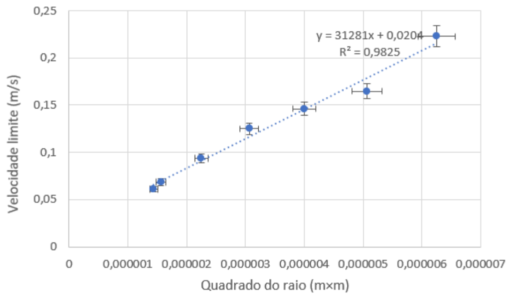


Gráfico 2 (Ensaio 2)

Os parâmetros de ajuste do ensaio 2 são:

Declive: $m = 31280,8 \pm 1865,6$

Ordenada na origem:

$$b = 0,0204 \pm 0,0070$$

Coeficiente de relação ao quadrado:

$$R^2 = 0,9825$$

Cálculos:

Num gráfico da velocidade limite em função do quadrado do raio:

$$m = \frac{2g}{9\eta}(\rho_{Esferas} - \rho_{Óleo})$$

$$m = \frac{135632}{9\eta}$$

$$\eta = \frac{135632}{9m}$$

Para calcular o erro absoluto do coeficiente de viscosidade, propagamos o erro da seguinte forma:

$$\sigma_\eta{}^2 = (\frac{\partial \eta}{\partial m})^2 \times \sigma_m{}^2$$

Para o ensaio 1:

$$\sigma_{\eta_1} = 0,03$$

Para o ensaio 2:

$$\sigma_{\eta_2} = 0,03$$

Ou seja:

Para o ensaio 1:

$$\eta_1 = 0,43 \pm 0,03\ Kg/ms$$

Para o ensaio 2:

$$\eta_2 = 0,48\ \pm 0,03\ Kg/ms$$

Com dois valores para o coeficiente de viscosidade, o mais acertado será considerar um valor médio:

$$\bar{\eta} = \frac{\eta_1 + \eta_2}{2}$$

Para calcular o erro absoluto do coeficiente de viscosidade media, propagamos o erro da seguinte forma:

$$\sigma_{\bar{\eta}}{}^2 = (\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \eta_1})^2 \times \sigma_{\eta_1}{}^2 + (\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \eta_2})^2 \times \sigma_{\eta_2}{}^2$$

$$\sigma_{\bar{\eta}} = 0{,}02$$

Ou seja:

$$\bar{\eta} = 0{,}46 \pm 0{,}02\ Kg/ms$$

DISCUSSAO DE RESULTADOS

Como pudemos verificar as barras de erro dos gráficos eram mais pequenas quanto menor o raio, por esse motivo, calculámos o número de Reynolds para verificar se para as esferas de maior raio a Lei de Stokes se aplicava.

Calculando os números de Reynolds para o ensaio 1 ($\mathcal{R}_n$, onde n é o número da esfera representado na tabela 1 e 2 para os ensaios 1 e 2 respetivamente):

$$\mathcal{R}_1 = 0{,}28$$

$$\mathcal{R}_2 = 0{,}35$$

$$\mathcal{R}_3 = 0{,}86$$

$$\mathcal{R}_4 = 1{,}27$$

$$\mathcal{R}_5 = 1{,}63$$

Já para o ensaio 2:

$$\mathcal{R}_1 = 0{,}28$$

$$\mathcal{R}_2 = 0{,}33$$

$$\mathcal{R}_3 = 0{,}55$$

$$\mathcal{R}_4 = 0{,}85$$

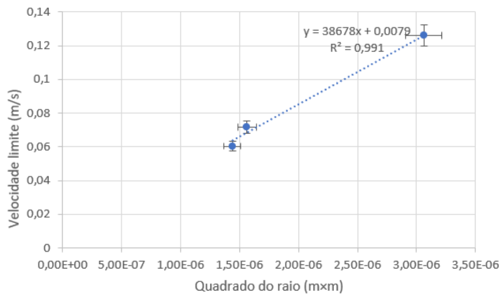
$$\mathcal{R}_5 = 1{,}14$$

$$\mathcal{R}_6 = 1{,}45$$

$$\mathcal{R}_7 = 2{,}17$$

Verificamos que é difícil considerar a Lei de Stokes para as maiores esferas uma vez que os valores de Reynolds são elevados. Por esse motivo decidimos fazer um gráfico para cada um dos ensaios apenas com as esferas de menor raio.

No ensaio 1:



Declive: $m = 38678 \pm 3692$

Ordenada na origem:

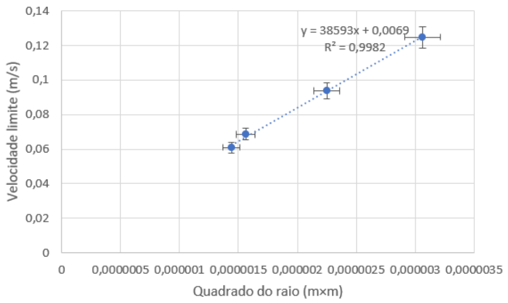
$$b = 0{,}007 \pm 0{,}007$$

Coeficiente de relação ao quadrado:

$$R^2 = 0{,}991$$

$\eta_3 = 0{,}39 \pm 0{,}04 kg/ms$

No ensaio 2:



Declive: $m = 38593 \pm 1165$

Ordenada na origem:

$$b = 0{,}007 \pm 0{,}002$$

Coeficiente de relação ao quadrado:

$$R^2 = 0{,}9982$$

$$\eta_4 = 0{,}39 \pm 0{,}01 kg/ms$$

Como pudemos verificar, do gráfico com as esferas mais pequenas resultam coeficientes de viscosidade iguais, pelo que:

$$\eta_{final} = \eta_4 = 0{,}39 \pm 0{,}01\ Kg/ms$$

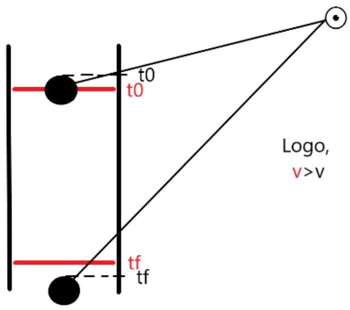
Alguns pontos a considerar durante os cálculos:

Como o declive depende das medidas diretas, no valor do erro do declive estão presentes os erros das medições diretas.

Consideramos os valores das massas volúmicas tabelados e ausentes de erro, no entanto numa experiência ideal estes valores deveriam ter sido medidos experimentalmente e as suas incertezas consideradas.

Durante o procedimento experimental poderemos ter cometido alguns erros:

I. Há necessariamente um erro humano no Δt considerado visto ser necessária uma reação por parte do observador para clicar no botão de paragem do cronómetro;
II. Sendo as esferas de ferro, as maiores serão mais atraídas pelo campo gravítico e consequentemente atingirão maior velocidade limite. Espera-se que, devido ao tempo de reação humano, estas percorram uma maior distância do que as menores aumentando assim o erro;
III. Como a luz viaja com diferente velocidade pela água, objetos submersos, para o observador exterior, dão a ilusão de serem mais "gordos" havendo assim uma diferença entre o valor cronometrado e o real;



IV. Após a esfera ser largada no fluido, irão atuar as forças representadas na figura 1. A dado momento verifica-se que $F_g = F_{visc} + I$. Se a contagem do cronómetro for iniciada antes da esfera atingir a velocidade terminal, o valor de

$\frac{V_{lim}}{r^2}$ não estará relacionado com o valor das outras experiências;

V. Verificamos também que óleo possuía impurezas: https://youtu.be/BbEB_Tl0KX4;

VI. Uma menor distância fará com que os erros provenientes do tempo de reação sejam muito relevantes no intervalo de tempo final. Logo, quanto maior for a distância, menor será a relevância do erro do tempo de reação.

APÊNDICE

Constantes:

$g = 9{,}8 m/s$

$\rho_{Esferas} = 7820\ kg/m^3$

$\rho_{Óleo} = 900\ kg/m^3)$

Propagações dos erros:

$$\sigma_\eta{}^2 = (\frac{\partial \eta}{\partial m})^2 \times \sigma_m{}^2$$

$$\sigma_\eta{}^2 = \left(-\frac{2g(\rho_{esfera} - \rho_{óleo})}{9m^2}\right)^2 \times \sigma_m{}^2$$

$$\sigma_\eta = \sqrt{\left(-\frac{2g(\rho_{esfera} - \rho_{óleo})}{9m^2}\right)^2 \times \sigma_m{}^2}$$

$$\sigma_{\bar{\eta}}{}^2 = (\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \eta_1})^2 \times \sigma_{\eta_1}{}^2 + (\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \eta_2})^2 \times \sigma_{\eta_2}{}^2$$

$$\sigma_{\bar{\eta}}{}^2 = (\frac{1}{2})^2 \times \sigma_{\eta_1}{}^2 + (\frac{1}{2})^2 \times \sigma_{\eta_2}{}^2$$

$$\sigma_{\bar{\eta}} = \sqrt{\frac{\sigma_{\eta_1}{}^2 + \sigma_{\eta_2}{}^2}{4}}$$

BIBLIOGRAFIA

Trabalho 3: Determinação do Coeficiente de Viscosidade de um Líquido, *Introdução á Física Experimental - 2020/21 Cursos: Lic. Física e M. I. Eng. Física Departamento de Física - Universidade do Minho*