# Trabalho 5: Leis de Kirchhoff; associação de resistências.

# Introdução à Física Experimental - 2021/22

Cursos: Engenharia Física e Física

Departamento de Física - Universidade do Minho

Este trabalho laboratorial tem por objectivo confirmar experimentalmente a validade das Leis de Kirchhoff num circuito de três resistências com duas malhas. Dá-se ênfase, do ponto de vista da análise de resultados, à comparação de valores numéricos obtidos experimentalmente e calculados algebricamente. Introduz-se o díodo emissor de luz (LED) para observação do comportamento *não ohmico* de uma junção p-n e medida da respectiva tensão de polarização.

#### Leituras

Ao longo deste guia far-se-á referência a alguns textos das seguintes referências:

- §28.2 3 §28.3 do livro Serway [1]
- Leitura 4 do livro Física Experimental [2]
- Capítulo 2 do livro *Taylor* [3]

# Objectivo deste trabalho laboratorial:

- verificar experimentalmente as Leis de Kirchhoff em circuitos com resistências
- verificar experimentalmente as Leis de Kirchhoff num circuito que inclui um díodo polarizado directamente.
- medir a tensão de polarização de um díodo
- verificar a não condução do díodo quando polarizado inversamente.

#### Registo de resultados

No final deste trabalho laboratorial, deverão ser registados os seguintes dados:

- três conjuntos de 4 valores de ddp (na fonte e aos terminais de três resistências) e 3 valores de corrente (em três resistências), para três experiências diferentes.
- V<sub>0</sub>, a tensão de polarização de um díodo emissor de luz (LED)

# I. INTRODUÇÃO

# A. Associação de resistências

Recomenda-se a leitura atenta da Secção §28.2 do Serway. Aqui apenas resumimos os resultados.

# <sup>1</sup> Trata-se de aplicar o princípio de conservação da carga elétrica. Não existe qualquer evidência experimental que mostre que a carga elétrica não é conservada. De facto, é a conservação da carga que garante a estabilidade do mundo físico, que depende do equilíibrio electrostático entre cargas positivas e negativas. Assim, se não se perdem nem se ganham electrões em parte alguma de um circuito de resistências em série, a quantidade de carga que

#### Associação de resistências em série

Se montarmos N resistências tal como se esquematiza na parte superior da Figura 1, onde uma dada resistência  $R_{i-1}$  é ligada, por um dos seus terminais, a apenas uma outra resistência  $R_{i}$  estando esta, por sua vez, ligada a uma outra resistência  $R_{i+1}$  e assim sucessivamente, dizemos ter uma associação em série de resistências.

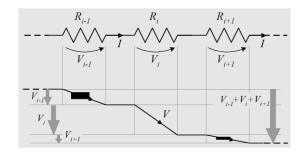


Figura 1 - Associação em série de resistências (em cima): a intensidade da corrente é a mesma em qualquer uma das resistências; no diagrama de potencial (em baixo), põe-se em evidência que a queda de potencial que resulta da associação de resistências em série é igual à soma das quedas de potencial em cada uma delas individualmente.

Numa associação em série de resistências, a corrente que passa em qualquer uma das resistências é a mesma¹:

$$I = \dots = I_{i-1} = I_i = I_{i+1} = \dots$$
 (1)

Contrariamente à intensidade da corrente, a ddp aos terminais das várias resistências é diferente: o potencial elétrico que cai aos terminais de uma resistência depende do seu valor óhmico. A soma de todas as quedas de potencial nas sucessivas resistências é igual à ddp total entre as duas extremidades da associação (tal como se indica no diagrama na parte inferior da Figura 1.). Ou seja, num circuito série de resistências, as quedas de potencial somam-se:

$$V_T = \dots + V_{i-1} + V_i + V_{i+1} + \dots$$
 (2)

Dividindo os termos desta expressão pela intensidade de corrente elétrica e usando a lei de Ohm, chega-se facilmente ao

passa por unidade de tempo, ou seja, a intensidade da corrente elétrica, deve ser sempre a mesma em qualquer ponto desse circuito. Vale a pena chamar a atenção que o efeito da resistência é fazer diminuir a intensidade da corrente em todo o ramo de circuito onde essa resistência está incluída e não apenas na parte depois dela!

resultado, para *N* resistências:

$$R_T = \sum_{i=1}^{N} R_i$$
 (associação em série), (3)

ou seja:

O valor ohmico total de uma associação série de resistências é igual à soma dos valores de cada uma delas

#### Associação de resistências em paralelo

Se montarmos N resistências tal como se indica no lado esquerdo da Figura 2, unindo uma das extremidades das N resistências num nó e a outra num outro nó, temos um circuito de resistências *associadas em paralelo*.

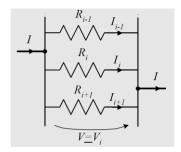


Figura 2 - Numa associação em paralelo de resistências, a ddp aos terminais das resistências é igual em todas as resistências e igual à ddp entre os dois nós da associação. A intensidade de corrente que entra num nó é igual à soma das intensidades de corrente que saem.

Neste caso, como todas as resistências têm as suas extremidades ligadas a um mesmo ponto, a ddp aos terminais de uma qualquer resistência é igual à ddp aos terminais de qualquer outra e igual a  $V_T$ , a ddp entre os dois nós, i.e.,

$$V_T = \dots = V_{i-1} = V_i = V_{i+1} = \dots$$
 (4)

Por outro lado, a soma das correntes que saem (entram) num nó é igual à intensidade total da corrente que chega (parte) desse nó. Ou seja

$$I = \dots + I_{i-1} + I_i + I_{i+1} + \dots$$
 (5)

Se dividirmos esta expressão por  $V_T$  e usarmos a lei de Ohm, vemos que

$$\frac{1}{R_{T}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_{i}}$$
 (associação em paraleo). (6)

Ou seja:

O inverso do valor ohmico de uma associação de resistências em paralelo é igual à soma dos inversos dos valores de cada uma das resistências.

No caso simples (mas muito frequente) em que se tem apenas duas resistências em paralelo, a equação 6 simplifica-se para<sup>2</sup>

$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \tag{7}$$

# Simplificação de circuitos com resistências usando as expressões para a associação em série e em paralelo

Se quisermos saber qual é a intensidade de corrente total que percorre um determinado circuito de resistências ligado a uma fonte de tensão com uma determinada ddp, podemos usar a lei de Ohm; mas, primeiro, é necessário calcular  $R_T$ , a resistência total do circuito. Para se calcular  $R_T$  de um circuito com várias resistências (associadas em várias configurações diferentes) deve-se começar sempre por substituir as associações série ou paralelo elementares do circuito por resistências equivalentes. Tomemos como exemplo o esquema da Figura 3: um circuito com duas resistências em paralelo ( $R_2$  e  $R_3$ ) em série com uma terceira ( $R_1$ ).

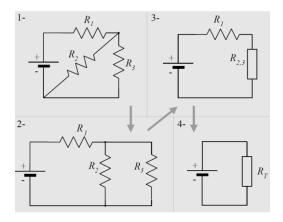


Figura 3 - Exemplo do modo de proceder para simplificar em passos sucessivos um circuito com várias resistências. Num primeiro passo, havendo necessidade disso, deve-se redesenhar o circuito numa forma equivalente que evidencie as associações série e paralelo (no esquema, este é o passo  $1 \rightarrow 2$ ). Neste caso concreto, é fácil ver que se trata de um circuito com duas resistências em paralelo, em série com uma terceira. No segundo passo e demais passos subsequentes, deve-se substituir todos os conjuntos de resistências associadas em série ou em paralelo por uma resistência. equivalente. O processo acaba quando se consegue obter apenas uma resistência equivalente para todo o circuito,  $R_T$ , a resistência total do circuito.

Aqui, o procedimento a seguir para simplificar o circuito é começar por substituir as resistências associadas em paralelo por uma resistência equivalente,  $R_{2,3}$ . O circuito resultante fica reduzido a apenas um circuito série de duas resistências,  $R_1$  e  $R_{2,3}$ . Num passo seguinte, substitui-se esta associação em série de resistências por uma outra resistência equivalente que, neste caso simples, é já a resistência total do circuito,  $R_T$ .

Algebricamente, este procedimento traduz-se da seguinte forma: primeiro calcula-se a resistência equivalente do paralelo de  $R_2$  com  $R_3$ 

$$R_{2,3} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3},$$

e, depois, a resistência equivalente da série  $R_1$  e  $R_{2,3}$ :

$$R_T = R_1 + R_{2,3}$$

Ou seja:

$$R_T = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

 $<sup>^{2}</sup>$  Note que a dimensão física do termo do lado direito desta expressão é,

obviamente,  $[\Omega]$ . Esta verificação pode evitar escrevermos mal esta expressão com o produto em vez da soma em denominador.

#### B. Leis de Kirchhoff

(Para completar a leitura desta secção, recomenda-se a leitura da secção §28.3 do *Serway*.)

As Leis de Kirchhoff sistematizam as regras usadas na secção anterior que, juntamente com a lei de Ohm, permitiram deduzir as expressões para as associações de resistências. Estas regras, que podemos aceitar resultarem de apenas bom senso, foram as seguintes: i) a intensidade da corrente que passa num circuito série de resistências é igual em todas as resistências; ii) a soma das intensidades de corrente que saem dum (entram num) nó é igual à intensidade de corrente que entra nesse (sai desse) nó; iii) a ddp aos terminais de varias resistências em paralelo é a mesma em qualquer uma delas e, finalmente; iv) a queda de potencial total numa associação em série é igual à soma das várias quedas de potencial individuais.

No essencial, estas regras são (estão contidas) no enunciado das Leis de Kirchhoff:

#### · Lei dos nós:

A soma das intensidades das correntes que entram num nó é igual à soma das intensidades das correntes que saem desse nó:

$$\sum I_{entrar} = \sum I_{sair}$$

#### · Lei das malhas:

A soma algébrica das ddp (*Vi*) numa malha (fechada) de um dado circuito é igual a zero:

$$\sum_{malha} V_i = 0$$

Pode-se provar formalmente estes dois enunciados usando leis mais gerais da Electrodinâmica<sup>3</sup>: não resultam, portanto, de apenas bom senso!

# O que é uma malha fechada?

Uma malha fechada é uma parte do circuito, constituída por componentes dispostos num percurso fechado. Um exemplo de uma malha está representado no lado direito da Figura 4.

Para analisar uma malha temos que convencionar um sentido (o dos ponteiros do relógio ou o sentido contrário), ao longo do qual se vão somar as várias quedas de potencial. Com o sentido da malha escolhido, as quedas de potencial podem ser positivas ou negativas dependendo do sentido no qual o potencial cai em relação ao sentido da malha (ver Figura 4).

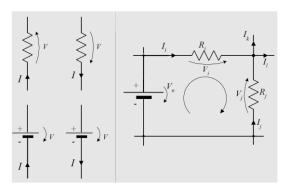


Figura 4 - No lado esquerdo da figura esquematiza-se como indicar as quedas de potencial em resistências e fontes de tensão: nas resistências as quedas de potencial são sempre no sentido da corrente elétrica; nas fontes de tensão, são sempre e independentemente do sentido da corrente, do maior para o menor potencial. Lado direito: exemplo de uma malha onde se escolheram os sentidos das correntes  $I_i$ ,  $I_j$ ,  $I_k$  e  $I_j$ . Para o sentido de análise da malha arbitrou-se o sentido dos ponteiros do relógio (ver texto).

Evidentemente que o sentido de uma queda de potencial é sempre do maior para o menor potencial. Numa resistência o sentido da queda de potencial é no mesmo sentido do da corrente; numa fonte de tensão, o sentido da queda de potencial é independente da corrente e é sempre do terminal positivo para o negativo<sup>4</sup>.

#### Escolher o sentido das correntes na malha

No caso geral, o sentido da corrente em cada um dos componentes de uma malha é, inicialmente, desconhecido. Por outro lado, é esse sentido que determina como cai o potencial nas resistências, sendo esta uma informação necessáaria para se poder usar a lei das malhas. Este aparente problema é resolvido, escolhendo arbitrariamente um sentido para a corrente em cada um dos ramos da malha.

Se se escolher o sentido no qual a corrente realmente flui, depois de feitas as contas, obteremos um valor positivo para o valor calculado para a intensidade dessa corrente; escolhendo o outro sentido para a corrente resultaria num valor calculado negativo: nesta altura, sabemos que escolhemos mal o sentido da corrente e então, teremos que trocar o sentido da seta da corrente correspondente no esquema e tomar para a sua intensidade o módulo do valor calculado.

No exemplo da malha que se mostra na Figura 4 convencionouse o sentido da malha no sentido dos ponteiros de um relógio. Escolheram-se também os sentidos das correntes nas resistências tal como se mostra na Figura. Para este caso, a lei das malhas escreve-se como

$$-\Delta V_n + R_i I_i - R_i I_i = 0$$

Há dois componentes, a fonte de tensão e a resistência  $R_i$ , que têm uma queda de potencial ao contrário do sentido convencionado para a malha. Isto faz com que na Equação 8, os respectivos termos venham afectados de um sinal negativo. No terceiro componente, a resistência  $R_i$ , a queda de potencial é no sentido da malha e, logo, é um termo aditivo na Equação 8.

Note que, se se considerasse esta malha separadamente (com

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Essencialmente, a lei dos nós resulta da conservação da carga discutida na nota de rodapé 1 e, a lei das malhas reflecte a conservação da energia, i.e., que o trabalho realizado pelo conjunto das fontes de tensão deve ser igual à energia dissipada nas várias resistências

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> De facto, numa fonte real, existe sempre uma resistência interna na qual o potencial cai, também, no sentido da corrente. Para sermos mais exactos, deveríamos falar sempre de fonte de força eletromotriz em vez de fonte de tensão.

 $I_k = I_l = 0$ ), o valor calculado para a corrente  $I_l$  seria negativo (e igual, em módulo, a  $I_l$ ). No entanto, se esta malha é apenas uma parte de um circuito maior com outras malhas, tanto  $I_l$  como  $I_l$  podem ser valores calculados positivos ou negativos. O que se pode dizer, apenas, é que, para os sentidos das correntes escolhidos,

$$I_i + I_j = I_k + I_J$$

Esta expressão não é mais do que a lei dos nós aplicada ao nó no canto superior direito do circuito.

Quantas malhas e quantos nós independentes existem num circuito?

Num circuito qualquer com N nós e M malhas, nem todas as N+M equações que resultam das Leis de Kirchhoff são linearmente independentes, i.e., algumas equações resultam de uma combinação das outras. Por outro lado, num circuito que inclua apenas fontes de tensão $^5$ , o número de incógnitas pode ser contado como o número de intensidades de corrente desconhecidas. Claro que, sabendo a intensidade de corrente numa determinada resistência, pode-se também calcular a respectiva queda de potencial. Assim, se n for o número de correntes desconhecidas, n deve ser o número de equações a considerar!

Outra forma de contar o número de equações linearmente independentes, válida para qualquer tipo de circuito, é usando a regra seguinte:

- escrever *N*-1 equaçõees para a lei dos nós, sendo *N* o número total de nós;
- escrever tantas equações para a lei das malhas quantas malhas não sobrepostas houver no circuito.

Nos exemplos dos circuitos mostrados na Figura 5, há 3 correntes desconhecidas, logo teremos que considerar 3 equações. Nestes exemplos os circuitos têm dois nós e duas malhas. Usando a regra enunciada em cima, vemos que precisamos escrever:

- uma equação da lei dos nós para apenas um dos nós do circuito; a expressão para lei dos nós para o outro nó é linearmente dependente desta (aqui, é mesmo igual!)
- duas equações que resultam da lei das malhas para duas das três malhas do circuito; a terceira malha é linearmente dependente das outras duas.

Assim, para o circuito a) da Figura 5, o sistema de três equações que resultam das Leis de Kirchhoff, pode ser escrito, por exemplo, como:

$$\begin{cases} 0 = -V + R_1 I_{1,2} + R_2 I_{1,2} \\ 0 = -V + R_3 I_3 \\ I = I_{1,2} + I_3 \end{cases}$$

Finalmente, para o circuito b) da Figura 5, podia-se escrever, por exemplo, o sistema de equações

$$\begin{cases} 0 = -V + R_1 I_1 + R_2 I_2 \\ 0 = -R_2 I_2 + R_3 I_3 \\ I_1 = I_2 + I_3 \end{cases}$$

Mais à frente, no desenvolvimento do *modelo teórico* para a análise de resultados, será necessário resolver um destes sistemas de equações ou, alternativamente, usar a simplificação de circuitos descrita na Secção I.A, para se calcularem as correntes e as ddp nos circuitos montados.

#### II. TRABALHO LABORATORIAL

#### A. Material necessário

O equipamento necessário para este trabalho laboratorial é o listado a seguir:

- uma fonte de tensão contínua
- dois multímetros
- placa de furos
- fios de ligação com banana (5 unifilares)
- fios unifilares simples
- três resistências de 330  $\Omega$ , 470  $\Omega$  e 1.2 k $\Omega$ .
- um díodo emissor de luz (LED: acrónimo inglês de Light Emitting Diode )

O díodo emissor de luz é descrito de forma breve no Apêndice A. Informação mais detalhada sobre este dispositivo pode ser encontrada na Secção Díodo na Leitura 4 do livro *Física Experimental* (ref. 2) ou na *Wikipedia* (ref. 4).

# **B.** Procedimento Experimental

Consulte o professor após efectuadas cada uma das etapas propostas para este trabalho. Desligue sempre o circuito da fonte de tensão (por exemplo retirando um dos fios que ligam o circuito à fonte de tensão) antes de desmontar um circuito. Sempre que tiver dúvidas sobre o bom funcionamento do circuito que montou, consulte o professor antes de o ligar à fonte. Se precisar de ligar ou desligar a fonte, reduza primeiro até zero a tensão aos seus terminais. Quando ligar a fonte pela primeira vez, certifique-se que esta tem a regulação de tensão e de controle de corrente no mínimo. Depois, aumente gradualmente a tensão até ao valor máximo que se pretenda (neste trabalho, ≈ 10 V), rectificando sempre o controle de limite de corrente a fim de manter a fonte em controlo de tensão. Note que este procedimento só funciona se a fonte puder debitar alguma corrente, ou seja, deverá ter uma carga aos seus terminais. Evite aumentar em demasia o limite de corrente, mantendo-o sempre no mínimo indispensável ao bom funcionamento do circuito: evitará prejuízos maiores caso aconteça um curto-circuito. Registe convenientemente todas as observações experimentais, valores medidos e cálculos efectuados. Antes de começar o trabalho, verifique com o ohmímetro ou o *buzzer* se todos os fios a utilizar se encontram em bom estado e fazem bom contacto.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Note-se que isto não é verdade se existirem no circuito fontes de corrente.

#### **1. PARTE 1**

Na primeira parte do trabalho pretende-se verificar experimentalmente as leis de Kirchhoff num circuito constituído por três resistências de carbono, montadas em duas malhas independentes. Para isso será necessário medir as ddp e as intensidades das correntes em todos os componentes. A questão à qual queremos responder em cada um dos casos estudados é: são os valores medidos consistentes com os valores calculados tendo em consideração (claro!) as respetivas incertezas?

#### Experiência 1

- 1. Comece por medir o valor ohmico das três resistências que vai usar. Não se esqueca de estimar sempre a incerteza das medidas.
- 2. Confirme se o valor ohmico medido para cada uma das resistências é compatível com o seu código de cores.
- 3. Escolha um dos circuitos da Figura 5 para ser montado.

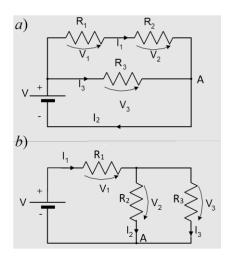


Figura 5 - Os dois circuitos possíveis com três resistências e duas malhas independentes: em cima, *duas resistências em série com uma em paralelo*; em baixo, *duas resistências em paralelo com uma em série.* 

- 4. Faça uma estimativa rápida para a intensidade de corrente máxima que atravessa o circuito, sabendo que a tensão da fonte é V  $\approx 10$  V e que
  - $R_1 = 330 \Omega$
  - $R_2 = 470 \Omega$
  - $R_3 = 1.2 \text{ k}\Omega$

Escolha, de acordo com a sua estimativa, a escala apropriada do amperímetro.

- 5. Monte o circuito, respeitando a escolha do valor das resistências do ponto anterior.
- 6. Ligue a fonte de tensão, certificando-se primeiro que o controle de corrente está no mínimo. Após ligada a fonte, aumente lentamente os controles de tensão e de corrente até ao valor de tensão de V=10 V. Registe o valor desta tensão medida com o multímetro.
- 7. Registe os valores de *I* e *V* em cada uma das resistências e o *V* da fonte. Não se esqueça de estimar a incerteza de cada um dos valores registados.

Nota: Sempre que pretenda inserir o amperímetro no circuito, sem desliguar a fonte de tensão reduza primeiro o controle de corrente até zero e não altere o valor de tensão da fonte; após ter incluído o amperímetro no circuito, volte a aumentar o controle do limite de corrente até a fonte ficar em controle de tensão; nesse momento a fonte deverá ter a mesma ddp aos seus terminais que tinha antes deste procedimento.

#### 2. PARTE 2

Na segunda parte do trabalho substitui-se a resistência  $R_1$  por um LED, um componente semicondutor, que se caracteriza por ter uma dependência não linear da ddp aos seus terminais com a corrente que o atravessa (ver Apêndice A). Questões a dar resposta: a ddp aos terminais do LED varia com a corrente que o atravessa? Quanto vale  $V_P$ , a tensão de polarização do LED?

# Experiência 2

1. Substitua a resistência  $R_1$  por um LED polarizado directamente como se indica na Figura 6. Não se engane na resistência a mudar e tenha atenção ao modo como monta o díodo (consulte a Figura 7 no Apêndice A). Repita todos os procedimentos anteriores com uma ddp na fonte igual  $V=10~\rm V$  e, uma outra vez, para  $V=5~\rm V$ .

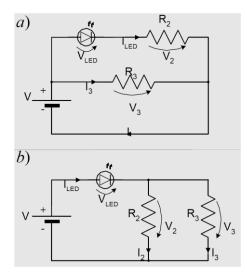


Figura 6 - Circuitos semelhantes aos mostrados na Figura 1, mas com a resistência  $\it R_1$  substituída por um díodo emissor de luz (LED) polarizado directamente.

- 2. Compare a luminosidade do LED no caso em que  $V=10~{\rm V}$  com o caso em que  $V=5~{\rm V}$ . Registe esta observação experimental.
- 3. Volte a montar o amperímetro em série com o LED. Coloque também o voltímetro aos terminais do LED. Desça lentamente a ddp da fonte até que o LED deixe de emitir luz e o valor da intensidade de corrente lida no amperímetro diminua de forma significativa<sup>6</sup>. Meça a tensão de polarização do LED,  $V_p$ , o valor mínimo da ddp aos terminais do LED para a qual o LED ainda conduz.
- 4. Desligue a fonte de tensão após reduzir até zero a ddp aos seus terminais. De seguida, troque a polarizaçãao ao LED (i.e., monte

 $<sup>^{6}</sup>$  Nesta situação, diz-se que o díodo fica  $\it ao\ corte$ . Num LED, a curva

caracteristica *I versus V* não é tão abrupta como num díodo simples e é menos simples perceber onde exactamente o dispositivo fica ao corte.

o componente com as terminais trocados) e volte a ligar a fonte. Aumente lentamente a ddp da fonte e registe o que observa.

# C. Análise e apresentação de resultados (ver também o Apêndice C)

# C.1. Apresentação de resultados

Pretende-se que a apresentação de resultados seja organizada em (preencher a ficha do trabalho):

- um conjunto de entradas simples com os valores ohmicos (com ohmímetro e código de cores) das três resistências usadas;
- uma tabela com os valores medidos na Experiência 1. Esta tabela deverá conter 7 valores (devidamente acompanhados pelas respectivas incertezas): a tensão da fonte,  $V_i$  e as 3 intensidades de corrente  $I_i$  e as 3 ddp  $V_i$  medidos em cada uma das 3 resistências  $R_i$ .
- uma tabela com os valores medidos na Experiência 2. Esta tabela deverá ser idêntica à anterior mas com entradas de valores para as duas tensões de fonte utilizadas ( $\approx 5~V~e \approx 10~V$ ). Neste caso,  $V_1~e~I_1$  devem figurar como  $V_{LED}~e~I_{LED}$ , respectivamente.
- Um parágrafo com a descrição da comparação da luminosidade do LED para V  $\approx 10$  V e V  $\approx 5$  V.
- o valor medido para  $V_P$ , a tensão de polarização do LED.
- Um parágrafo com a descrição do que observou quando trocou a polaridade ao LED.

#### C.2. Análise dos resultados

#### Experiência 1

Comece por confirmar que se verificam experimentalmente as Leis de Kirchhoff. Note que nesta análise terá, obrigatoriamente, que incluir as incertezas das medidas.

Usando os valores medidos de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  e V (a ddp da fonte de tensão), calcule, com base nas leis de Kirchhoff e/ou com as expressões para associação de resistências, as correntes  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$ , e as tensões  $I_2$ ,  $I_3$  e  $I_4$ , e as tensões  $I_5$ ,  $I_5$  e  $I_5$ , em cada uma das resistências.

Faça uma estimativa da propagação das incertezas das medidas de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  e  $V_0$  nos valores calculados.

Represente graficamente os pares de valores medidos e calculados para  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ ,  $I_4$ ,  $I_5$ ,  $I_6$ ,  $I_8$ ,  $I_8$ ,  $I_8$ ,  $I_8$ ,  $I_8$ ,  $I_9$  com as respectivas barras de erro.

#### Experiência 2

Confirme que se verificam experimentalmente as Leis de Kirchhoff para os resultados obtidos com V  $\approx 5$  V e V  $\approx 10$  V. Como no caso da Experiência 1, descrito atrás, deverá incluir as incertezas das medidas nesta análise.

# Apêndice A: O LED

O LED é um díodo (dispositivo semicondutor baseado numa junção PN) que quando percorrido por corrente emite luz. Para conduzir, o LED (e, qualquer outro díodo) necessita estar polarizado directamente, isto é, com o seu ânodo ligado a um potencial elétrico superior ao do cátodo (ver Figura 7).

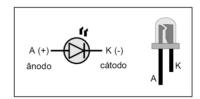


Figura 7 Símbolo elétrico do LED com indicação dos terminais cátodo e ânodo (esquerda). Desenho do encapsulamento típico de um LED (direita): o terminal ânodo distingue-se do cátodo por ser mais comprido

Este dispositivo está para os circuitos elétricos como uma válvula está para um dispositivo hidráulico: só deixa passar corrente num sentido, do ânodo para o cátodo. Ainda que bem polarizado, o díodo só começa a conduzir se a ddp aos seus terminais for superior a um valor limite chamado tensão de polarização,  $V_p$ . A resposta em corrente para uma determinada ddp aplicada ao díodo pode ser representada graficamente (ver Figura 8), sendo este tipo de representação uma curva característica de um LED.

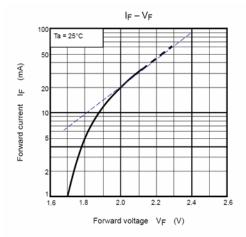


Figura 8 - Exemplo de uma curva característica I vs V de um LED (num gráfico logarítmico) em polarização direta. Neste caso específico, para tensões superiores a  $\approx 2$  V, a corrente cresce exponencialmente e o díodo aproxima-se do comportamento de um condutor perfeito. Note, no entanto, que a escolha da tensão de polarização  $V_P \approx 2$  V é algo arbitrária.

Neste caso a tensão de polarização é cerca de 2 V. Para valores inferiores a este a *resistência efetiva* do díodo é muito grande; para valores superiores à tensão de polarização, o díodo conduz com uma resistência efectiva muito baixa.

# Apêndice B: Placas de montagem

As *placas de montagem* (ou *placas de teste*) foram concebidas para montar e testar circuitos elétricos e eletrónicos de forma expedita. Na Figura 9 apresenta-se uma fotografia de uma placa de montagem típica. Na Figura 10 apresenta-se um esquema dessa placa.



Figura 9 - Placa de montagem de circuitos de eletrónica.

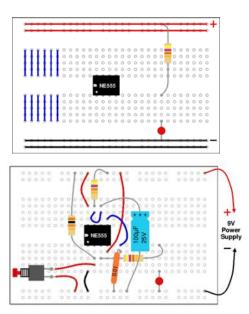


Figura 10 - Esquema de uma placa de montagem (em cima) e exemplo de montagem de um circuito sobre a placa de teste (em baixo).

Cada um dos buracos das placas de teste tem associado um sistema de mola que permite um bom contacto elétrico com o fio de ligação. Certos grupos de buracos estão internamente ligados entre si. Por exemplo, no caso da placa mostrada na parte superior da Figura 10 os cinco buracos das linhas verticais estão ligados internamente como se indica no esquema com traços contínuos. Os buracos que formam linhas horizontais (em cima e em baixo na placa) estão também interligados (linhas contínuas horizontais). A ligação entre buracos pode ser sempre confirmada recorrendo a um ohmímetro ou ao buzzer. Note-se ainda que a zona central tem um espaçamento entre buracos que permite montar directamente circuitos integrados. Na parte de baixo da Figura 10 apresenta-se um exemplo de montagem de um circuito numa placa de montagem. Constitui um bom hábito de trabalho a ligação dos terminais da fonte de tensão às linhas horizontais, que atravessam toda a placa tal como se indica nas duas imagens da Figura 10.

Parte	1
1 al u	_

Tabela 1

$R_{1} = $ ; $R_{2} = $ ; $R_{3} = $
--------------------------------------

 $(I_{max})_{estimado} = \underline{\hspace{1cm}}$ 

Tabela 2

$V_{\cdot 1 \cdot}$	$V_{\cdot 2}$ .	V.3.	$I_{1}$ .	$I_{2}$ .	I <sub>3</sub> .

# Parte 2

Tabela 3 (V = 10 V)

V <sub>·LED</sub> .	$V_{\cdot 2}$ .	V.3.	$I_{LED}$	$I_{2\cdot}$	I <sub>3</sub> .

Tabela 4 (V = 5 V)

V <sub>LED</sub> .	V <sub>-2</sub> .	V.3.	$I_{LED}$	I <sub>2</sub> .	I <sub>3</sub> .

Comentário à luminosidade do LED:\_\_\_\_\_

 $V_p = \underline{\hspace{1cm}}$ 

Polarização inversa:

Resistências internas do amperímetro e do voltímetro:

 $R_{A} =$ 

 $R_{V} =$ 

Na análise dos resultados deve ter em consideração os seguintes pontos.

#### Parte 1

- 1.1 Desenhe o circuito que montou na Parte 1 da aula prática.
- 1.2 Com os valores medidos, verifique a lei dos nós para o nó A.
- 1.2 Verifique a lei das malhas para a malha que inclui as resistências  $R_2$  e  $R_3$ .
- 1.3 Verifique a lei das malhas para uma malha que inclua a fonte de tensão.
- 1.3 Usando os valores medidos de  $R_1$ ,  $R_2$ , e  $R_3$  e de V, a ddp da fonte de tensão na Experiência 1, calcule, com base nas leis de Kirchhoff e/ou com as expressões para associação de resistências, as correntes  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$ , e as quedas de tensão  $I_3$ ,  $I_4$  e  $I_5$ , em cada uma das resistências.
- 1.4 Faça uma estimativa da propagação das incertezas das medidas de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  e Vnos valores calculados.
- 1.5 Compare os valores calculados e medidos. Calcule os desvios percentuais.
- 1.6 Calcule a resistência equivalente total do circuito.

#### Parte 2

Para a tensão da fonte regulada para V = 10 V e V = 5 V.

- 2.1 Com os valores medidos, verifique a lei dos nós para o nó A.
- 2.2 Verifique a lei das malhas para a malha que inclui as resistências  $R_1$  e  $R_3$ .
- 2.3 Verifique a lei das malhas para uma malha que inclua a fonte de tensão.
- 2.4 Usando os valores medidos de  $R_{\rm LED}$ ,  $R_2$ , e  $R_3$  e de V, a ddp da fonte de tensão na Experiência 2, calcule, com base nas leis de Kirchhoff e/ou com as expressões para associação de resistências, as correntes  $L_{\rm ED}$ ,  $L_2$  e  $L_3$ , e as quedas de tensão  $L_2$   $V_2$  e  $V_3$ , em cada uma das resistências.
- 2.5 Faça uma estimativa da propagação das incertezas das medidas de *R*<sub>LED</sub>, *R*<sub>2</sub>, e *R*<sub>3</sub> e *V* nos valores calculados.
- 2.6 Compare os valores calculados e medidos. Calcule os desvios percentuais.

# Referências

- [1] Physics for scientists and engineers with modern physics (4th Edition), Raymond A. Serway, Saunders College Publishing (1996)
- [2] Física Experimental Uma introdução, M. C. Abreu, L. Matias, L. F. Peralta, Presença (1994)
- [3] An introduction to error analysis (2nd Edition), John R. Taylor, University Science Books (1997)
- [4] Ver página web http://en.wikipedia.org/wiki/LED e sítios lá referidos.

# Apêndice D: Multímetro digital. Incerteza nas medidas com o multímetro digital

Os multímetros usados no laboratório de Introdução à Física Experimental são multímetros digitais. O princípio de funcionamento de um multímetro digital baseia-se num Conversor Analógico-Digital (ADC): este dispositivo mede tensões (analógicas) e *devolve* um sinal digital. Este sinal digital é depois reconvertido adequadamente (digitalmente) para ser mostrado num ecrã, usualmente de cristais líquidos.

O número de dígitos que os multímetro digitais disponíveis no laboratório de Física apresentam é  $\sim$ 4. Assim, medidas possíveis de ddp são, por exemplo, 0.123 V, 12.34 V ou ainda 123.4 V.

A **resolução** da medida para cada um destes casos é, respectivamente, 1 mV, 10 mV e 0.1 V e corresponde à casa decimal do último dígito. É preciso ter em atenção que na maior parte dos multímetros a resolução da medida é diferente (menor) do que a **precisão** da medida. Esta última é fornecida pelo fabricante do multímetro, descrita normalmente por uma expressão que envolve dois termos, um proporcional ao valor medido e outro constante:

$$\pm (0.5\% + 3 \, dgt)$$
 (B.1)

Se o valor indicado pelo multímetro é X e resolução R, a respetiva incerteza será  $0.005 \, \text{X} + 3 \, \text{R}$ . Por exemplo, se  $X = 5.22 \, \text{V}$ , então a incerteza será 0.005\*5.22+3\*0.01 = 0.026+0.03 = 0.06. O valor final poderá ser apresentado como  $(5.22 \pm 0.06) \, \text{V}$ . Notem que o valor percentual e o número de dígitos variam com o aparelho e a escala utilizados e será necessário recorrer ao manual do multímetro para os conhecer. Notem ainda que os intervalos de incerteza dados pelo fabricante correspondem a uma confiança próxima de  $100\% \, (99\% \, \text{é} \, \text{um} \, \text{valor} \, \text{típico})$ . Para além disso, o multímetro deverá ser calibrado regularmente.

Tabela I Tabela para o cálculo da precisão do multímetro para várias escalas das funções *voltímetro* e *amperímetro* (em corrente contínua) e ohmímetro. A precisão é referida como  $\pm (a\% + b)$ , onde a é o erro relativo em percentagem do valor medido e ba precisão mínima (absoluta) da medida em número de *algarismos de resolução* do aparelho.

	Voltímetro	
escala	resolução	precisão
40.00 mV	0.01 mV	$\pm(0.3\% + 5)$
400.0 mV	0.1 mV	$\pm (0.3\% + 1)$
4.000 V	0.001 V	$\pm (0.3\% + 1)$
40.00 V	0.01 V	$\pm(0.3\% + 1)$

Amperímetro			
escala	resolução	precisão	
4.000 mA	0.001 mA	$\pm (0.5\% + 5)$	
40.00 mA	0.01 mA	$\pm (0.5\% + 2)$	
4.000 A	0.001 A	$\pm (0.3\% + 5)$	

	Ohmímetro	
escala	resolução	precisão
$40.00~\mathrm{k}\Omega$	$0.01~\mathrm{k}\Omega$	$\pm (0.4\% + 1)$
$4.000~\mathrm{k}\Omega$	$0.001~\mathrm{k}\Omega$	$\pm (0.4\% + 1)$
$400.0~\Omega$	$0.1~\Omega$	$\pm (0.4\% + 2)$
$400.0~\mathrm{k}\Omega$	$0.1~\mathrm{k}\Omega$	$\pm (0.4\% + 1)$