Mecânica Newtoniana - Resumos / Exemplos Importantes

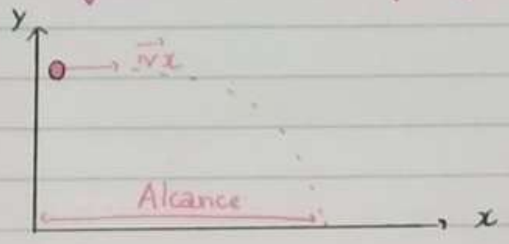
Fórmulas: $P(t) = F.v$ $W = F.d.\cos\theta$ $\Delta W = F_g\,(y - y_0)$

$F = ma$ $a_c = \frac{v^2}{r}$ $v = \omega r$ $\omega = \frac{2\pi}{T}$ $T = \frac{1}{f}$

$\Delta E_m = W_{Fat}$ $W_{F_r} = \Delta E_c$ $-\Delta E_p = W_{F_g}$ $E_m = E_c + E_p$

$E_p = mgh$ $E_c = mv^2/2$ $E_{p\,mola} = K\,\Delta x^2/2$

Projétil num campo gravítico uniforme - Lançamento Horizontal



$x(t) = x_0 + v_x t$ $y(t) = y_0 - gt^2/2$

$v_x(t) = v_x$ $v_y(t) = -gt$

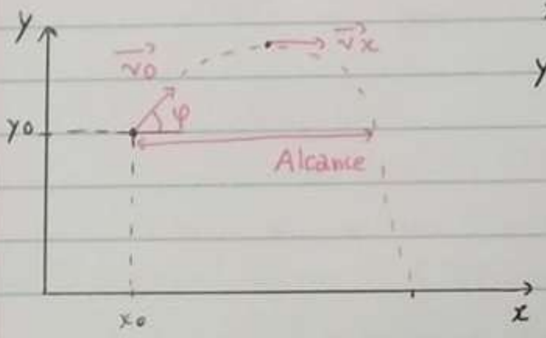
Tempo de Queda

No instante final, $y(t) = 0 \Leftrightarrow y_0 = gt^2/2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Alcance

Se $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow x_f(t) = x_0 + v_x\sqrt{\frac{2h}{g}}$

Lançamento Oblíquo



$x(t) = v_0\cos\theta\, t + x_0$ $v_x(t) = v_0\cos\varphi$

$y(t) = y_0 + v_0 \operatorname{sen}\varphi\, t - gt^2/2$ $v_y(t) = v_0\operatorname{sen}\varphi - gt$

Tempo de Subida

$$\boxed{t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}}$$

Tempo de Voo

$$\boxed{t_{voo} = \frac{2\,v_0\sin\varphi}{g}}$$

Demonstração: $y(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-v_0\operatorname{sen}\varphi \pm \sqrt{v_0^2\operatorname{sen}^2\varphi + 2y_0 g}}{-g}$ Se y_0, $t = \frac{2v_0\sin\varphi}{g}$

Altura máxima

$$\boxed{y_{máx} = y_0 + \frac{v_0^2 \sin^2\varphi}{2g}}$$

Demonstração:

$v_y(t) = 0 \Leftrightarrow v_0 \sin\varphi = gt \Leftrightarrow t = v_0\sin\varphi / g$

$$y_{máx}(t) = y_0 + \frac{2v_0^2\sin^2\varphi}{2g} - \frac{g}{2}\frac{v_0^2\sin^2\varphi}{g^2} \Leftrightarrow y_{máx} = y_0 + \frac{v_0^2\sin^2\varphi}{2g}$$

Alcance

$$\boxed{A = x_0 + \frac{v_0^2 \sin(2\varphi)}{g}}$$

Demonstração

$$y(t) = y_0 \Leftrightarrow \cancel{y_0} = \cancel{y_0} + v_0\sin\varphi t - gt^2/2 \Leftrightarrow v_0\sin\varphi = gt/2 \Leftrightarrow t = \frac{2v_0\sin\varphi}{g}$$

$$x = x_0 + \frac{2v_0\sin\varphi \cdot v_0\cos\varphi}{g} \Leftrightarrow x = x_0 + \frac{v_0^2 \cdot \sin(2\varphi)}{g}$$

Ângulo de Lançamento que maximiza o alcance ⇒ 45°

Se $A = x_0 + \frac{v_0^2\sin(2\varphi)}{g}$, $\frac{dA}{d\varphi} = \frac{2v_0^2\cos(2\varphi)}{g}$

Se $\frac{dA}{d\varphi} = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$

Ângulo de Lançamento que maximiza a altura máxima ⇒ 0° / 90°

Se $y_{máx} = y_0 + \frac{v_0^2\sin^2\varphi}{2g}$, $\frac{dy_{máx}}{d\varphi} = \frac{2v_0^2\sin(2\varphi)}{g}$

$\frac{dy_{máx}}{d\varphi} = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \vee \varphi = \frac{\pi}{2}$

Projétil e Grave lançados ao mesmo tempo. Para que se cruzem:

$$\boxed{\varphi = \arctan\left(\frac{y_{0L}}{x}\right)}$$

$x \equiv$ ponto em que se cruzam

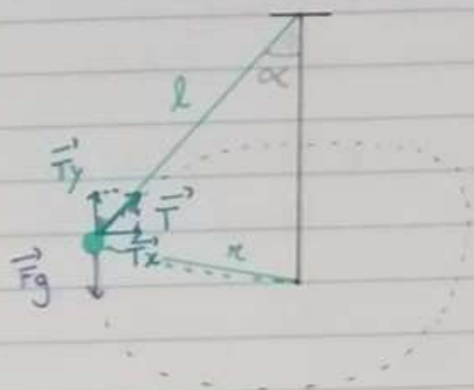
$$\boxed{t_{cruzam} = \frac{y_{0L} - y_0}{v_0\sin\varphi}}$$

Grave $\Rightarrow x(t) = x_{0L}$

$y(t) = y_{0L} - gt^2/2$

$$\boxed{t = \frac{x}{v_0\sin\varphi}}$$

Movimento do Pêndulo Cónico



$F_g = T_y$ $\qquad$ $F_c = T_x$

$T_y = T\cos\alpha$ $\qquad$ $T_x = T\,\text{sen}\,\alpha$

$F_g = mg$ $\qquad$ $F_c = m a_c = \dfrac{mv^2}{r}$

$r = l\sin\varphi$

$$\boxed{T = \frac{mg}{\cos\alpha} = \frac{mv^2}{\sin\alpha \cdot r}}$$

Velocidade do Movimento

$v = \sqrt{\tan\alpha\, r g}$ $\quad$ ou $\quad$ $\boxed{v = \sqrt{\dfrac{Tl}{m} - g^2\dfrac{lm}{T}}}$

$$\frac{T\sin\alpha}{T\cos\alpha} = \frac{mv^2}{rmg} \Leftrightarrow \tan\alpha = \frac{v^2}{rg} \Leftrightarrow v^2 = rg\tan\alpha$$

Período

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l\cos\alpha}{g}}}$$

$$v = \omega r \Leftrightarrow v = \frac{2\pi r}{T} \Leftrightarrow T = \frac{2\pi r}{\sqrt{\tan\alpha\, r g}} \Leftrightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{\tan\alpha\, r g} \Leftrightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r}{g\tan\alpha}$$

$$\Leftrightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 l\sin\varphi}{\frac{g\sin\varphi}{\cos\varphi}} \Leftrightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 l\cos\varphi}{g} \Leftrightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{l\cos\varphi}{g}}$$

Tensão

$T = m\omega^2 l$

$$T\sin\alpha = \frac{mv^2}{r} \Leftrightarrow T\sin\alpha = \frac{m\omega^2 r^2}{r} \Leftrightarrow T = \frac{m\omega^2 r}{\sin\alpha}$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{m\omega^2 l\sin\varphi}{\sin\varphi} \Leftrightarrow T = m\omega^2 l$$

Este movimento é uniforme ($v \equiv$ constante, $a_t = 0$ m/s)

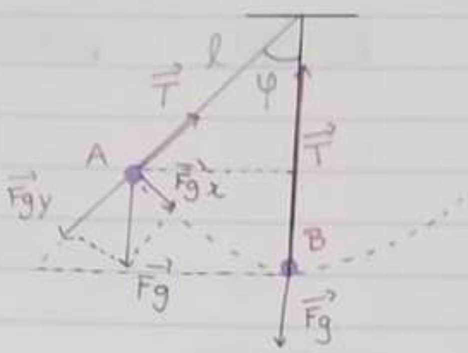
Movimento do Pêndulo

A: $v_A = 0\ m/s$

$\vec{F_c} = 0\ N$

B: $v = v_{máx}$

$F_c = T - F_g$



Ⓐ $T = F_{gy} \Rightarrow F_r = F_{gt}$
Tensão mínima

Ⓑ $F_r = F_c = T - F_g$
Tensão máxima

$\Delta E_m = 0\ J$

Tensão Máxima (B)

$$T = F_c + F_g = mg + \frac{mv^2}{l} \Rightarrow T_{máx} = \frac{m \cdot 2g\,(l - l\cos\alpha)}{l} + mg$$

$$\Leftrightarrow T_{máx} = mg\,(3 - 2\cos\varphi)$$

Tensão Mínima (A)

$$T_{min} = F_{gy} = mg\cos\varphi$$

Velocidade Máxima (B)

$$v_{máx} = \sqrt{2gh_A} \qquad v_{máx}^2 = 2g\,(l - l\cos\varphi)$$

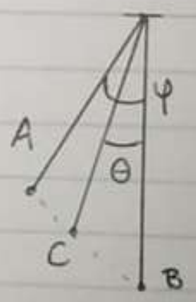
Demonstração:

$$\Delta E_m = 0 \Leftrightarrow E_{mA} = E_{mC} \Leftrightarrow mgh_A = \frac{mv_C^2}{2} \Leftrightarrow 2gh_A = v_C^2 \Leftrightarrow v_{máx} = \sqrt{2gh_A}$$

Altura máxima (A) $h_A = l - l\cos\varphi$

Velocidade em C

$$\boxed{v_C^2 = 2gl\,(\cos\theta - \cos\varphi)}$$



Demonstração:

$h_C = l - l\cos\theta \qquad T_C = mg\cos\theta$

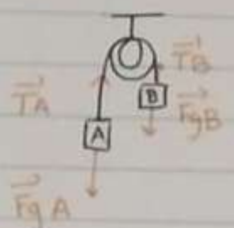
$$E_{mC} = E_{mA} \Leftrightarrow \frac{\cancel{m}v_C^2}{2} + \cancel{m}gh_C = \cancel{m}gh_A \Leftrightarrow v_C^2 = 2gh_C + 2gh_A$$

$$\Leftrightarrow v_C^2 = 2g\,(h_A - h_C) \Leftrightarrow v_C^2 = 2g\,(\cancel{l} - l\cos\varphi - \cancel{l} + l\cos\theta)$$

$$\Leftrightarrow v_C^2 = 2g\,(-l\cos\varphi + l\cos\theta)$$

$$\Leftrightarrow v_C^2 = 2gl\,(\cos\theta - \cos\varphi)$$

Máquina de Atwood



$F_R = F_{gA} - F_{gB}$ $\qquad$ $m = m_A + m_B$

$$ma = m_A g - m_B g \Leftrightarrow \boxed{a = g\,\frac{(m_A - m_B)}{m_A + m_B}}$$

$m_A \to F_r = F_{gA} - T \Leftrightarrow T = m_A g - m_A a \Leftrightarrow T = m_A(g-a)$

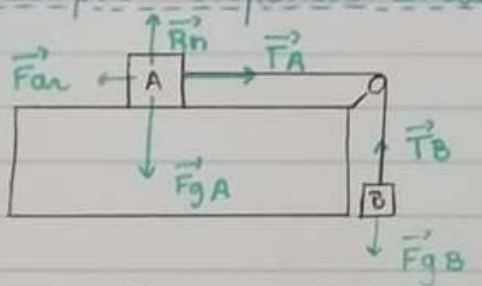
$m_B \to F_r = T - F_{gB} \Leftrightarrow T = F_r + F_{gB} \Leftrightarrow T = m_B a + m_B g \Leftrightarrow T = m_B(g+a)$

$$T = m_A\left(g - g\,\frac{(m_A - m_B)}{m_A + m_B}\right) \Leftrightarrow T = g m_A\left(1 - \frac{m_A + m_B}{m_A + m_B}\right)$$

$$\Leftrightarrow T = g m_A\left(\frac{m_A + m_B - \cancel{m_A} + m_B}{m_A + m_B}\right) \Leftrightarrow T = g m_A\left(\frac{2m_B}{m_A + m_B}\right)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{T = \frac{2 m_A m_B}{m_A + m_B}\cdot g}$$

Corpos Suspensos/Inclinados



$T_A = T_B$ $\qquad$ $T_B = F_{gB}$ $\qquad$ $R_n = F_{gA}$

$F_r = T_A - F_{ar} \Leftrightarrow F_r = m_B g - \mu R_n$

$\Leftrightarrow F_r = m_B g - \mu m_A g$

$\Leftrightarrow F_r = g(m_B - \mu m_A)$

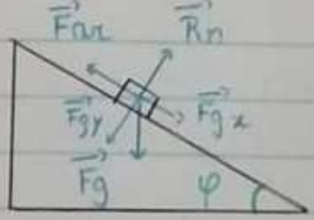
Se $F_{ar} = F_{gB}$

$\mu m_A g = m_B g \Leftrightarrow \mu = m_B / m_A$ → Coeficiente máximo para o qual há deslizamento

Se $F_{ar} = 0N$, $F_r = T_A = F_{gB}$

$$\Leftrightarrow (m_A + m_B)\,a = m_B g \Leftrightarrow a = \frac{m_B}{m_A + m_B}\cdot g$$

Qual o φ para o qual o bloco desliza?



$F_{gx} = F_{ar} \Leftrightarrow mg\sin\alpha = \mu \cdot \cancel{m}g\cos\alpha$

$\Leftrightarrow \mu = \tan\alpha$

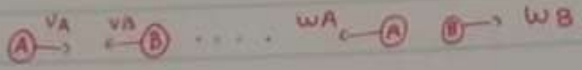
Conservação do Momento Linear

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = \vec{F}$$

Se a resultante das forças exteriores que atuam num corpo for nula, o momento linear mantém-se constante.

$$\Delta\vec{p} = 0 \Rightarrow m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{w}_1 + m_2\vec{w}_2$$

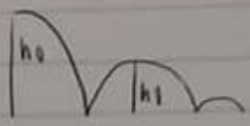


Colisão Elásticas $\rightarrow \Delta E_c = 0\ J\ /\ e = 1$

Colisão Inelásticas $\rightarrow \Delta E_c \neq 0\ J\ /\ e < 1$

Colisão perfeitamente Inelástica $\rightarrow$ corpos juntos após colisão; $e = 0$

$$e = \frac{v_{\text{ressalto}}}{v_{\text{queda}}} \qquad e = \sqrt{\frac{h_1}{h_0}}$$



Teorema do Impulso e Momento Linear

$$I = F.\Delta t \Leftrightarrow I = m.a.\Delta t \Leftrightarrow I = \Delta v m \Leftrightarrow I = \Delta p$$

$$\boxed{F = \frac{\Delta p}{\Delta t}}$$

Momento Angular

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} \qquad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

Se $F_{\text{rexteriores}} = 0\ N$, $\vec{L} \equiv$ const e $\vec{r}$ e $\vec{v}$ definem plano $\perp$ a $\vec{L}$.

Força de Coriolis

$$\vec{F}_{cor} = 2m\dot{r} \times \Omega \qquad \Omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\boxed{x(t) = \frac{\Omega t^3 \sin\phi . g}{3}}$$

Pêndulo de Focault

$r_1 = R\cos\phi - r\sin\phi$

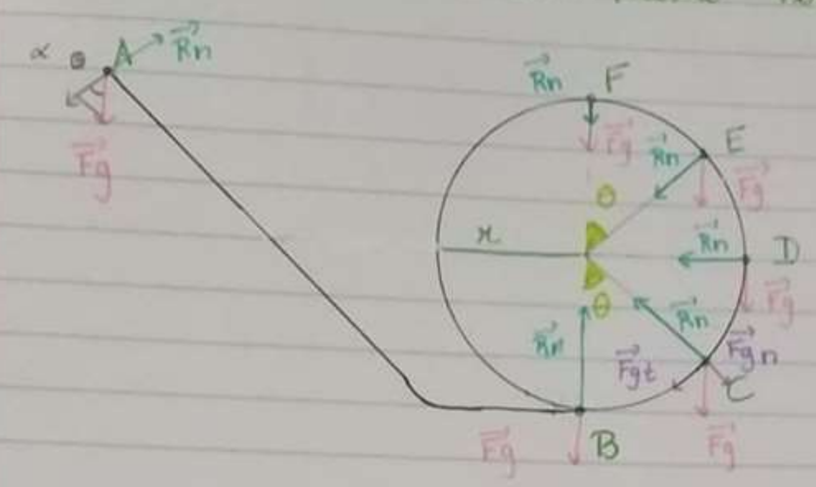
$r_0 = R\cos\phi$

$r_{-1} = R\cos\phi + x\sin\phi$

$x(t) = \cos(\Omega_z t)\cos(w_0 t)$

$y(t) = \sin(\Omega_z t)\cos(w_0 t)$

Movimento Circular num Plano Vertical



A

Altura mínima: $\Delta E_m = 0 \Leftrightarrow E_{mA} = E_{mF} \Leftrightarrow m g h_A = \frac{m v_F^2}{2} + m g h_F$

$\Leftrightarrow 2 g h_A = v_F^2 + 2 g h_F \Leftrightarrow h_A = \frac{v_F^2}{2g} + h_F \Leftrightarrow h_A = \frac{gr}{2g} + \frac{4r}{2} \Leftrightarrow \boxed{h_A = \frac{5r}{2}}$

$v_F = \sqrt{gr}$ $\quad F_r = F_{gx}$ $\quad R_n = mg\cos\alpha$

B

v_B = velocidade máxima $\quad F_{RB} = F_c = R_n - F_g$

Para h_A mínimo,

$R_{nB} = 6mg$

C.A.

$E_{mA} = E_{mB} \Leftrightarrow m g h_A = \frac{m v_B^2}{2} \Leftrightarrow v_B^2 = 2 g h_A \Leftrightarrow v_B^2 = 5gr$

$F_c = R_{nB} - F_g \Leftrightarrow R_{nB} = \frac{m v^2}{r} + mg \Leftrightarrow R_{nB} = \frac{m . 5gr}{r} + mg \Leftrightarrow R_{nB} = 6mg$

C

$F_{rC} \rightarrow F_{cC} = R_{nC} - F_{gn}$ $\quad F_{gn} = mg\cos\theta$

$F_{tC} = F_{gt} = mg\sin\theta$

D

$F_{rD} \begin{cases} F_{cD} = R_n \\ F_{tD} = F_g \end{cases}$

Para h_A mínimo, $R_{nD} = 3mg$

E

$F_{rE} \begin{cases} F_{cE} = R_{nE} + F_{gn} \\ F_{tE} = F_{gt} = mg\sin\theta \end{cases}$

$F_{gn} = mg\cos\theta$

F

$F_{rF} = F_c = F_g + R_{nF}$ A reação normal é mínima. Para que a esfera percorra toda a calha, $R_{nF} = 0$ N

Assim, $F_{cF} = F_{gF} \Leftrightarrow m\frac{v_F^2}{r} = mg$

$\Leftrightarrow \boxed{v_F = \sqrt{gr}}$

Sebenta do Professor - Acompanhamento de Aulas Teóricas

Aula 1 - Vetores

Deslocamento → é associativa a soma de vetores (elemento neutro → $\vec{0}$).
Se estivermos no ponto A, $\vec{e} + \vec{e}^{-1} = A$.
Alterar amplitude do deslocamento - multiplicar por um escalar.
Propriedades:

- $a(\vec{A} + \vec{B}) = a\vec{A} + a\vec{B}$
- $(a+b)\vec{A} = a\vec{A} + b\vec{A}$
- $(ab)\vec{A} = a(b\vec{A})$
- $1\vec{A} = \vec{A}$

Um deslocamento é um vetor.

Vetor linearmente dependente → pode ser obtido através da multiplicação por um escalar.

A dimensão de um espaço vetorial é igual ao nº de vetores linearmente independentes entre si que é possível construir nesse espaço. Este conjunto de vetores constitui uma base (qualquer elemento pode ser obtido como uma combinação linear de elementos da base).
Ex. Em $\mathbb{R}^3$,

$$\vec{a} = a_1\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 + a_3\vec{e}_3$$

Os vetores $\vec{e}_i$ têm norma 1.

$$|\hat{i}| = |\hat{j}| = |\hat{k}| = 1 \qquad |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

Produto entre Vetores

Se $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ e $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$:

Produto Tensorial

$$\vec{a} \otimes \vec{b} = \begin{bmatrix} a_x b_x & a_x b_y & a_x b_z \\ a_y b_x & a_y b_y & a_y b_z \\ a_z b_x & a_z b_y & a_z b_z \end{bmatrix}$$

Produto Vetorial

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = (a_y b_z - a_z b_y)\,i + (a_x b_z - a_z b_x)\,j + (a_x b_y - a_y b_x)\,k$$

$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$

$|\vec{c}| = ab \sin\theta$

Produto Escalar

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos \alpha$$

Propriedades:

- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$
- $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$
- $|\vec{a}| = (\vec{a} \cdot \vec{a})^{1/2}$
- $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_z & c_y & c_z \end{vmatrix}$
- $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$
- $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$

Exercícios:

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} \neq \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = (a_y b_z - a_z b_y)i + (a_x b_z - a_z b_x)j + (a_x b_y - a_y b_x)k$$

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_y b_z - a_z b_y & a_x b_z - a_z b_x & a_x b_y - a_y b_x \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$

$$= [(a_x b_z - a_z b_x) c_z - (a_x b_y - a_y b_x) c_y] i$$
$$+ [(a_y b_z - a_z b_y) c_z - (a_x b_y - a_y b_x) c_x] j$$
$$+ [(a_y b_z - a_z b_y) c_y - (a_x b_z - a_z b_x) c_x] k$$

$$(\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = (b_y c_z - b_z c_y)i + (b_x c_z - b_z c_x)j + (b_x c_y - b_y c_x)k$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ (b_y c_z - b_z c_y) & (b_x c_z - b_z c_x) & (b_x c_y - b_y c_x) \end{vmatrix}$$

$$= [a_y (b_x c_y - b_y c_x) - a_z (b_x c_z - b_z c_x)] i$$
$$+ [a_x (b_x c_y - b_y c_x) - a_z (b_y c_z - b_z c_y)] j$$
$$+ [(b_x c_z - b_z c_x) a_x - a_y (b_y c_z - b_z c_y)] k$$

Derivadas de um Vetor

Seja $\vec{r}$ o vetor deslocamento:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}(t) = \vec{v}(t)$$

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}$$

$$\Rightarrow \vec{v}(t) = \dot{x}(t)\hat{i} + \dot{y}(t)\hat{j} + \dot{z}(t)\hat{k}$$

$$\vec{x}(t) = r(t)\hat{r}(t) \Rightarrow \frac{d\vec{x}}{dt} = \frac{dr}{dt}\hat{r} + r\frac{d\hat{r}}{dt}$$

$$\Delta\hat{r} = \frac{\Delta\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{|\vec{r}|\Delta\theta}{|\vec{r}|}\hat{\theta} = \Delta\theta\hat{\theta} \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta\hat{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}\hat{\theta}} \quad \boxed{\frac{d\hat{\theta}}{dt} = -\frac{d\theta}{dt}\hat{r}}$$

$$\dot{\vec{r}} = \vec{v} = \frac{dr}{dt}\hat{r} + \frac{r\,d\theta}{dt}\hat{\theta}$$

$$\boxed{\vec{a} = \left[\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]\hat{r} + \frac{1}{r}\cdot\frac{d}{dt}\left(r^2\frac{d\theta}{dt}\right)\hat{\theta}}$$

$$\vec{r}(t) = r\cos(\omega t)\hat{x} + r\sin(\omega t)\hat{y}$$

$$\vec{v} = r\omega\hat{\theta} \qquad \vec{a} = -r\omega^2\hat{r} + r\alpha\hat{\theta}$$

Aceleração Angular $\Rightarrow \alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt}$

A que velocidade é distância se move a Lua?

$$\frac{GM_T \cancel{m_L}}{r^2} = r\omega^2\cancel{m_L} \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{GM_T}{r^3} \Leftrightarrow r^3 = \frac{GM_T}{\omega^2} \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{GM_T}{\omega^2}}$$

$$\Leftrightarrow r = 3{,}83 \times 10^8 \text{ m}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} \Leftrightarrow \omega^2 = 7{,}08\times10^{-12}$$

$$v = r\omega \Leftrightarrow v = 1019{,}9 \text{ m/s}$$

$$27{,}322 \times 24 \times 3600 = 2360620{,}8\text{ s}$$

Mecânica Newtoniana - Aula 2-3 - As Leis de Newton

As Leis de Newton

1. $\vec{p} = m\vec{v}$

O momento linear permanece constante se na partícula não atuarem quaisquer forças. Lei da Inércia

2. A taxa de variação temporal de $\vec{p}$ é proporcional à força que atua no corpo:

$$\vec{F} = k \frac{d\vec{p}}{dt}$$ lei Fundamental da Dinâmica

(Se $m \equiv$ const., $\vec{F} = k m \vec{a}$)

3. Quando dois corpos interagem,

$$\vec{F_{12}} = -\vec{F_{21}}$$ → Lei Par Ação - Reação

Referencial Inercial → referencial em que é verificada a 1ª lei. Uma partícula livre pode mover-se a velocidade constante.

Lei Par-Ação Reação - 3ª Lei

Uma das consequências da 3ª lei é a conservação do momento linear num sistema isolado das forças exteriores.

O momento linear do sistema é a soma dos momentos lineares das partículas e é conservado.

Lei Fundamental da Dinâmica (2ª lei)

$$\vec{F} = m \frac{d^2\vec{x}}{dt^2} = m\vec{a}$$

- $\vec{x}(t) = \vec{v_0}t + \vec{x_0}$ se $\vec{a} = \vec{0}$
- Lançamento de um projétil num campo gravítico uniforme:

$v_x(t) = v_0 \cos\alpha$ $\quad$ $v_y(t) = v_0 \sin\alpha - tg$

$x(t) = v_0 \cos\alpha \, t$ $\quad$ $y(t) = h - \frac{gt^2}{2}$

Altura máxima → $h_{máx} = (v_0 \sin\alpha)^2 / 2g$

Alcance → $A = v_0 \sqrt{2h/g}$ / $A = v_0^2 \sin(2\alpha)/g$ (máximo se $\alpha = \pi/4$)

Tempo de Queda → $t = \sqrt{2h/g}$

Lei da Gravitação Universal (Newton)

$$\boxed{\vec{F} = -G\,\frac{M_1 M_2}{r^2}\,\hat{r}}$$

$G = 6{,}674\times10^{-11}\ N\,m^2/Kg^2$

$M_T = 5{,}972\times10^{24}\ Kg$

. Satélite estacionário $T = 24h = 3600\times24 = 86400\ s$ $\quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 7{,}27\times10^{-5}\ rad/s$

$\vec{v} = r\omega\,\hat{\theta} \qquad \vec{a} = -r\omega^2\,\hat{r}$

$$\frac{G M_T \cancel{m}}{r^2} = \cancel{m}\, r\,\omega^2 \Rightarrow \frac{G M_T}{r^2} = \omega^2 r \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{G M_T}{r^3} \Rightarrow r^3 = \frac{G M_T}{\omega^2}$$

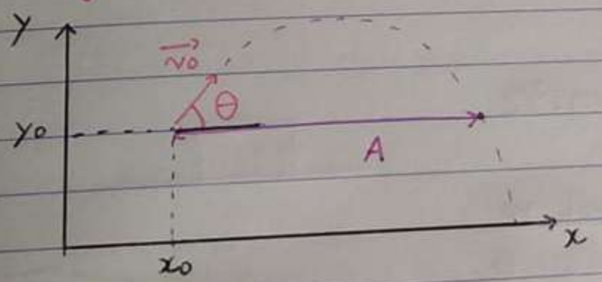
$$\Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{G M_T}{\omega^2}} \Leftrightarrow r = 4{,}2\times10^{7}\ m$$

Exercícios e Demonstrações:

Conservação do Momento Linear: $\frac{d\vec{p}_{sis}}{dt} = \frac{d\vec{p}_1 + d\vec{p}_2}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 \Rightarrow 3^a$ lei

$\vec{F} = 0 \rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \qquad m\vec{v} = \vec{const} \Rightarrow \vec{v} = \vec{const} = \vec{v_0} \qquad \vec{r}(t) = \vec{r_0} + \vec{v_0}t$

Projétil num campo gravítico uniforme



$x(t) = v_0\cos\theta\, t + x_0$

$v_x(t) = v_0\cos\theta \Rightarrow$ constante

$y(t) = v_0\sin\theta\, t + y_0 - gt^2/2$

$v_y(t) = v_0\sin\theta - gt$

$x(t) = \text{const}\ t + \text{const}$

$y(t) = \text{const}\ t + \text{const} + \text{cont}\ t^2$ > Trajetória Parabólica

Altura máxima $\quad v_y(t) = 0 \Leftrightarrow v_0\sin\theta = gt \Leftrightarrow t = \frac{v_0\sin\theta}{g}$

$$y_{máx} = \frac{(v_0\sin\theta)^2}{g} + y_0 - \frac{g}{2}\,\frac{v_0^2\sin^2\theta}{g^2}$$

$$\Leftrightarrow y_{máx} = y_0 + \frac{2v_0^2\sin^2\theta}{2g} - \frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g} \Leftrightarrow \boxed{y_{máx} = y_0 + \frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}}$$

Alcance $\quad y(t) = y_0 \Rightarrow v_0\sin\theta\, t = gt^2/2 \Leftrightarrow t = 0 \vee v_0\sin\theta - gt/2 = 0$

$$\Leftrightarrow 2v_0\sin\theta = gt \Leftrightarrow t = \frac{2v_0\sin\theta}{g} \qquad x(t) - x_0 = \frac{2v_0^2\sin\theta\cos\theta}{g} \Leftrightarrow \boxed{x(t) - x_0 = \frac{v_0^2\sin(2\theta)}{g}}$$

Ângulo de lançamento que maximiza o alcance $\Rightarrow 45°$

$$A = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$$

$$\dot{A} = \frac{(v_0^2 \sin(2\theta))' g - v_0^2 \sin(2\theta)\, g'}{g^2} \Leftrightarrow \dot{A} = \frac{v_0^2 . 2 . \cos(2\theta)}{g}$$

$$\dot{A} = 0 \Leftrightarrow \frac{2 v_0^2 \cos(2\theta)}{g} = 0 \Leftrightarrow \cos(2\theta) = 0 \Leftrightarrow 2\theta = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \boxed{\theta = \frac{\pi}{4}}$$

Ângulo que maximiza a altura máxima $\Rightarrow 0°$ e $90°$

$$y'_{máx} = \frac{(v_0^2 \sin^2\theta)' . 2g - (v_0^2 \sin^2\theta) . (2g)'}{g^2} \Leftrightarrow y'_{máx} = \frac{v_0^2 . 2 . \sin\theta . \cos\theta . 2}{g}$$

$$\Leftrightarrow y'_{máx} = \frac{2 v_0^2 \sin(2\theta)}{g} \qquad y'_{máx} = 0 \Leftrightarrow \sin(2\theta) = 0 \Leftrightarrow 2\theta = 0 \vee 2\theta = \pi$$

$$\boxed{\Leftrightarrow \theta = 0 \vee \theta = \pi/2}$$

O projeto é lançado ao mesmo tempo queda dum objeto. θ para que se cruzem?

Projétil: $x(t) = x_0 + v_0 \cos\theta\, t \qquad v_x(t) = v_0 \cos\theta$

$y(t) = y_0 + v_0 \sin\theta\, t - gt^2/2 \qquad v_y(t) = v_0 \sin\theta - gt$

Objeto: $x(t) = x_{0L}$

$y(t) = y_{0L} - gt^2/2$

$$y_0(t) = y_p(t) \Leftrightarrow y_0 + v_0 \sin\theta\, t - gt^2/2 = y_{0L} - gt^2/2$$

$$\Leftrightarrow y_0 - y_{0L} + v_0 \sin\theta\, t = 0$$

$$\Leftrightarrow v_0 \sin\theta\, t = y_{0L} - y_0 \Leftrightarrow t = \frac{y_{0L} - y_0}{v_0 \sin\theta}$$

Se $x_0, y_0 = 0$: $\quad t = \frac{y_{0L}}{v_0 \sin\theta} \qquad t = \frac{x}{v_0 \cos\theta}$

$$x\, \cancel{v_0} \sin\theta = y_{0L}\, \cancel{v_0} \cos\theta \Leftrightarrow x \tan\theta = y_{0L} \Leftrightarrow \theta = \arctan\left(\frac{y_{0L}}{x}\right)$$

$x \equiv$ ponto x onde se encontram

$y_{0L} \equiv$ altura inicial do objeto

Campo Elétrico e Magnético - Forças sobre Partículas c/ carga

$$\boxed{\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}}$$

carga $e^- \rightarrow e = -1{,}6021 \times 10^{-19}\, C$

$\varepsilon_0 = 9 \times 10^9\, N$

Se $r = 10^{-12}$ cm, $F = ?$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(1,6021\times10^{-19})^2}{10^{-14}} = 2,3\times10^{-36}$$

Frequência ciclotrónica w_c para um eletrão num campo 1 Tesla:

$$\boxed{w_c = \frac{eB}{m}} = \frac{1,6\times10^{-19}\times 1}{9,1\times10^{-31}} = 1,75\times10^{11} \text{ rad/s}$$

$$\boxed{v_c = \frac{w_c}{2\pi}} = 2,8\times10^{10} \text{ Hz}$$

Raio ciclotrónico eletrão ($v = 10^6$ m/s) plano $\perp \vec{B}$, $|\vec{B}| = 1$ Tesla:

$$\boxed{r_c = \frac{v}{w_c}} \Leftrightarrow r_c = \frac{10^6}{1,75\times10^{11}} \Leftrightarrow r_c = 5,7\,\mu m$$

Conservação do Momento Linear

v_f das partículas?

$\vec{v}_1$ m O ⟶ O m $\vec{v}_2 = 0$ $\qquad m_1 = m_2$

. Se as partículas ficarem ligadas após a colisão:

$$\Delta\vec{p} = 0 \Leftrightarrow \vec{p}_f = \vec{p}_i \Leftrightarrow (m_1+m_2)v_f = m_1 v_1 \Leftrightarrow v_f = \frac{m_1 v_1}{m_1+m_2} \Leftrightarrow v_f = \frac{v_1}{2}$$

. Partícula 1 fica parada

$$m_1 v_1 = m_2 v_{2f} \Leftrightarrow \vec{v}_f = \vec{v}_1 \qquad \text{Se } m_1 = m_2$$

. Colisão Elástica ($\Delta E_c = 0$)

O⟶ O $\qquad$ $\vec{v}\,'_1$, $\vec{v}\,'_2$

v_1 $\quad$ $(v=0)$

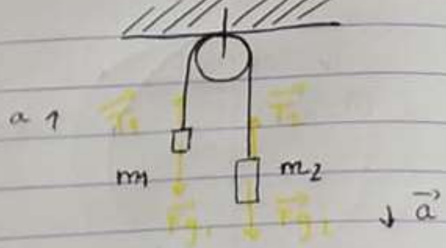
$$p_1 + p_2 = m_1\vec{v}_1 = m_1\vec{v}\,'_1 + m_2\vec{v}\,'_2$$

Como $m_1 = m_2$, $m\vec{v}_1 = m(\vec{v}\,'_1 + \vec{v}\,'_2) \Leftrightarrow \vec{v}_1 = \vec{v}\,'_1 + \vec{v}\,'_2$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{mv_1'^2}{2} + \frac{mv_2'^2}{2} \Leftrightarrow v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2 \Leftrightarrow v_1 = \sqrt{v_1'^2 + v_2'^2}$$

$\Rightarrow \vec{v}\,'_1 \perp \vec{v}\,'_2$

Máquina de Atwood



$T_1 = T_2$

$F_r = F_{g2} - F_{g1}$

$\Leftrightarrow m_{sist.}\, a = m_2 g - m_1 g$

$\Leftrightarrow \boxed{a = g\,\dfrac{(m_2 - m_1)}{m_2 + m_1}}$

$m_1 \rightarrow F_r = T - F_{g1} \Leftrightarrow m_1 a = T - m_1 g \Leftrightarrow T = m_1 (a+g)$

$m_2 \rightarrow F_r = F_{g2} - T \Leftrightarrow m_2 a = m_2 g - T \Leftrightarrow T = m_2 (g-a)$

$\Leftrightarrow m_1 a + m_1 g = -m_2 a + m_2 g$

$\Leftrightarrow a(m_1 + m_2) = g(m_2 - m_1)$

$\Rightarrow a = g\,\dfrac{(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}$

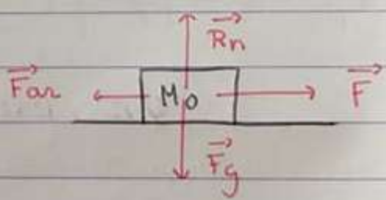
$F_r = g\dfrac{(m_2 - m_1)}{m_2 + m_1} \cdot m_2 \Leftrightarrow T = F_{g2} - F_r \Leftrightarrow T = m_2 g - \dfrac{m_2 (m_2 - m_1)}{m_2 + m_1} g$

$\Leftrightarrow T = g m_2 \left(1 - \dfrac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}\right) \Leftrightarrow T = g m_2 \left(\dfrac{\cancel{m_2} + m_1 - \cancel{m_2} + m_1}{m_2 + m_1}\right)$

$\Leftrightarrow T = g\,\dfrac{m_2 \cdot 2m_1}{m_2 + m_1} \Leftrightarrow \boxed{T = \dfrac{2 m_1 m_2}{m_2 + m_1} g}$

Forças de Atrito

Atrito de Coulomb / Contacto

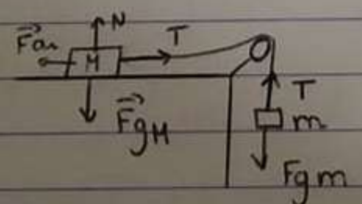


① $\vec{F_{ar}} = -\mu \vec{F_g}$

$F_R = F - F_{ar}$

$R_n = F_g$

②



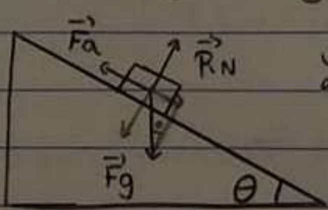
não há deslizamento $\rightarrow mg < \mu Mg$

$|T| = |F_{gm}| < |F_{ar}|$

Se houver deslizamento, $F_{ar} \leq F_{gm}$

$\mu Mg = mg \Leftrightarrow \mu = m/M$

③



Qual o θ para o qual o bloco desliza?

$F_{gx} = F_g \sin\theta$

$F_{gy} = F_g \cos\theta$

$\mu R_n = mg \sin\theta$

$F_{gy} = R_n \Leftrightarrow R_n = mg\cos\theta$

$\Leftrightarrow \mu mg\cos\theta = mg\sin\theta \Leftrightarrow \mu = \tan\theta$

④ Dist. percorrida por um corpo com $\vec{F}_{ar}$ = const.

$F_r = F_{ar} \Leftrightarrow m a = \mu m g \Leftrightarrow a = \mu g$

$v_x = v_0 - \mu g t \Leftrightarrow 0 = v_0 - \mu g t \Leftrightarrow v_0 = \mu g t \Leftrightarrow t_f = \frac{v_0}{\mu g}$ → tempo total

$x = v_0 t - \mu g \frac{t^2}{2}$

$x(t_f) = \frac{v_0^2}{\mu g} - \frac{\mu g}{2} \frac{v_0^2}{\mu^2 g^2} \Leftrightarrow x(t_f) = \frac{2 v_0^2}{2\mu g} - \frac{v_0^2}{2\mu g} \Leftrightarrow x(t_f) = \frac{v_0^2}{2\mu g}$

Aula 4 - Referenciais Inerciais e Transformação de Galileu

Referencial Inercial → as 1.ª e 2.ª leis de Newton são válidas.
Ausência de forças exteriores, a partícula permanece em movimento uniforme.
Ação de uma força, acelaração proporcional à mesma.

. Nave espacial com forma de uma roda. Espaço livre de gravidade.
Qual deve ser w (constante) para que se sinta a força gravítica mg?

$\vec{a} = - r w^2 \hat{r} \qquad a = g \Rightarrow g = - r w^2 \Rightarrow w^2 = \frac{g}{r}$

$w = \sqrt{\frac{9,8}{r}}$ se $r = 500$, $w = \sqrt{\frac{9,8}{500}} \Leftrightarrow w = 0,14$ rad/s

Centrifugadora mil revoluções/min.

1000 rotações — 1 s $\Leftrightarrow \frac{1}{1000} = T \Leftrightarrow T = 0,001$ s
1 — x s

$w = \frac{2\pi}{T} \Leftrightarrow w = \frac{2\pi}{0,001} \Leftrightarrow w = 6283,2$ rad/s

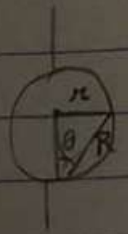
$a = w^2 r \Leftrightarrow a = 3,95 \times 10^6 \ m/s^2$ se $r = 10$ cm

Considerando a Terra esférica, como varia g com a latitude (devido ao movimento de rotação)?

$g' = g - a \Leftrightarrow g' = g - R \sin\theta \, w^2$ $\qquad g \equiv 9,8 \ m/s^2$

$r = R \sin\theta$

$a = R \sin\theta \, w^2$



$g' \equiv g$ consoante a latitude

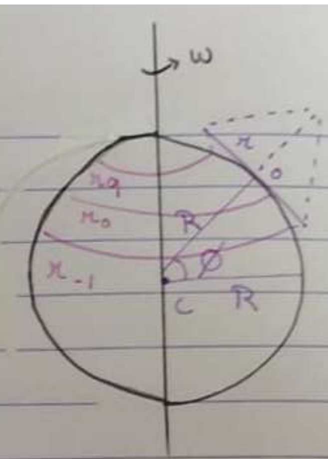
Pêndulo de Focault

Em amute

$$r_1 = R\cos\phi - r\sin\phi$$

$$x_0 = R\cos\phi$$

$$r_{-1} = R\cos\phi + r\sin\phi$$

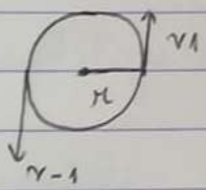


Velocidade tangencial:

$$v_1 = \omega r_1 = \omega\,[R\cos\phi - r\sin\phi]$$

$$v_0 = \omega R\cos\phi$$

$$v_{-1} = \omega r_{-1} = \omega\,[R\cos\phi + r\sin\phi]$$



$$\Delta v = \omega r\sin\phi$$

$$\Delta v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Leftrightarrow T = \frac{\Delta x}{\Delta v}$$

$$T = \frac{2\pi r}{\omega r\sin\phi} = \frac{2\pi}{\omega\sin\phi} = \frac{24h}{\sin\phi}$$

Força de Coriolis

$$\boxed{x(t) = \frac{\Omega t^3 \sin\phi}{3}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\vec{F}_{cor} = 2m\dot{r} \times \Omega$$

Hipótese de Galileu

O tempo é universal;
O comprimento de um vetor é o mesmo para todos os observadores inerciais (transformação ortogonal).
Lei da Adição de velocidades: $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}$ Se $m = m'$, $\vec{F}' = \vec{F}$

Duas partículas colidem. Observador A diz que há conservação de momento linear. Se A' se move relativamente a A com $\vec{v} = \sqrt{2}/2\,(\hat{x}+\hat{y})$, o que pode ele concluir?

$A \rightarrow m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{w}_1 + m_2\vec{w}_2$

$A' \rightarrow \vec{v}_1' = \vec{v}_1 - \vec{U} \qquad \vec{v}_2' = \vec{v}_2 - \vec{U}$

$A': m_1(\vec{v}_1' + \vec{U}) + m_2(\vec{v}_2' + \vec{U}) = m_1(\vec{w}_1' + \vec{U}) + m_2(\vec{w}_2 + \vec{U})$

$\Rightarrow$ O momento também é conservado.

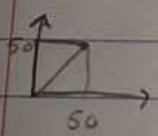
Aula 5- Conservação de Energia

$E_c = \frac{mv^2}{2}$ $E_p = mgh$ $E_m = E_c + E_p$ S. conservativo: $\Delta E_m = 0\,J$

$W = d.\vec{F}\cos\theta$

Trabalho realizado pela gravidade

$m = 0{,}1\,Kg \quad x_i = (0,0) \quad x_f = (50,50)$

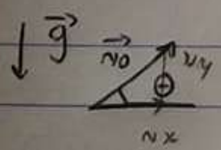


Só conta d no eixo yy (50 m)

$W = mgd\cos 180 \Leftrightarrow W = -0{,}1 \times 9{,}8 \times 50 \Leftrightarrow W = -49\,J$

$W = 49\,J$

. Altura máxima atingida pela partícula



$xx \rightarrow v_x = v_0\cos\theta$ $v_0 = \sqrt{v_y^2 + v_x^2}$

$yy \rightarrow v_y = v_0\sin\theta - gt^2/2$ $\Leftrightarrow v_0 = \sqrt{v_0^2\cos^2\theta + v_0^2\sin^2\theta}$

$\Delta E_m = 0 \Leftrightarrow \cancel{E_{pi}} + E_{ci} = E_{pmáx} + E_{cmáx} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}(v_y^2 + v_x^2) = \cancel{m}gh_{máx} + \frac{\cancel{m}v_x^2}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{v_y^2}{2} + \cancel{\frac{v_x^2}{2}} = gh_{máx} + \cancel{\frac{v_x^2}{2}} \Leftrightarrow h_{máx} = \frac{v_y^2}{2g} \Leftrightarrow h_{máx} = \frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}$

. Campo Eletrostático

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}}$$

. Protão

$v_0 = 0\ m/s$ $\quad \Delta x = 1\ \text{Å} = 10^{-10} m$ $\quad Ec_f = ?$

$Ep \Leftrightarrow e^2 \phi(x) = (1{,}6\times10^{-19} C)^2 \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r} = 2{,}3\times10^{-18}\ J$

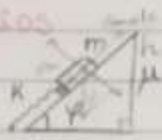
$\frac{mv^2}{2} = 2{,}3\times10^{-18} \Leftrightarrow v = 5\times10^6\ m/s$

Potência

Trabalho realizado por unidade de tempo.

$\Delta w = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$ $\quad \frac{\Delta w}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v} = P(t)$

. Exercícios



$\sin\varphi = \frac{h}{d}$

a) Bloco em repouso. Qual a força máxima?

$Rn = Fgy \Leftrightarrow Rn = mg \sin\varphi$ $\quad Fgx = mg\cos\varphi$

$Fa = \mu mg \sin\varphi$ $\quad$ Fmola = compressão

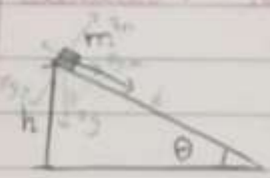
$Fx = 0N \Leftrightarrow 0 = Fmola - Fgx - Fa \Leftrightarrow Fmola = Fa + Fgx$

$\Leftrightarrow Fmola = \mu mg \sin\varphi + mg\cos\varphi \Leftrightarrow Fmola = mg(\mu \sin\varphi + \cos\varphi)$

b) Ausência de atrito. Relação entre θ e μ para que o bloco atinja a altura máxima quando a mola estiver relaxada.

Sem atrito, $Fr = Fmola - Fgx \Leftrightarrow ma = \frac{K \cdot h}{\sin\varphi} - mg\cos\varphi$

Exercício 1 - Teste



$\sin\theta = \frac{h}{d}$

$Fa = \mu Rn$

v constante $\Rightarrow a = 0 \Rightarrow Fr = 0N \Leftrightarrow Fgx = Fa$

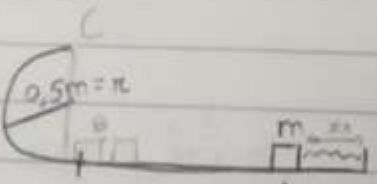
$\Leftrightarrow mg\sin\theta = \mu mg\cos\theta \Leftrightarrow \mu = \tan\theta$

$W_{Fa} = \frac{h}{\sin\theta} \cdot mg\cos\theta\,\mu \cdot \cos 180 \Leftrightarrow W_{Fa} = \frac{-\mu mg\cos\theta\, h}{\sin\theta}$

Energia Dissipada:

$Emi = mgh + \frac{mv^2}{2}$ $\quad Emf = \frac{mv^2}{2}$ $\quad \Delta Em = mgh = E_{dissipada}$ (B)

2. Teste



$m = 0{,}1\ Kg$

$K = 600\ N/m$

$Fa \approx 0N$

$Em\,C = Em\,B$

$v_C = 0\ m/s$ $\quad h_B = 0m$

$EpC = EcB \Leftrightarrow mgh_C = \frac{mv_B^2}{2} \Leftrightarrow 2gh = v_B^2$

$v_B = \sqrt{2gh}$ $\quad Em_A = \frac{K x_0^2}{2}$ $\quad h = 2m$

$Em_A = Em_B \Leftrightarrow \frac{K x_0^2}{2} = \frac{m2gh}{2} \Leftrightarrow K x_0^2 = \frac{2mgh}{K} \Leftrightarrow x_0 = \sqrt{\frac{2mgh}{K}} \Leftrightarrow x_0 = 0{,}057m$

Queda Vertical de um grave $\quad \Delta W = F_g (y - y_0)$

Lançamento Vertical de um grave

$h_{máx} = ?$ $\quad \begin{cases} y = 0 + v_0 t - gt^2/2 \\ v_y = v_0 - gt \end{cases}$ $\quad$ Em $h_{máx}$, $v_y = 0$ m/s

$0 = v_0 - gt \Leftrightarrow v_0 = gt \Leftrightarrow t = v_0/g$

$h_{máx} = \frac{v_0^2}{g} - \frac{g}{2}\frac{v_0^2}{g^2} \Leftrightarrow h_{máx} = \frac{2v_0^2 - v_0^2}{2g} \Leftrightarrow h_{máx} = \frac{v_0^2}{2g}$

Mola

$\boxed{E = \frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{Kx^2}{2} = \text{const.}}$ $\quad F = -Kx$ $\quad \boxed{E_p = \frac{K(x^2 - x_0^2)}{2}}$

$\dot{E} = m\dot{x}\ddot{x} + Kx\dot{x} = 0 \Rightarrow \dot{x}(m\ddot{x} + Kx) = 0$

$\dot{E} = mva + Kxv = 0 \Rightarrow v(ma + Kx) = 0$ $\quad m\ddot{x} = -Kx$

Aula 6 — Conservação dos Momentos Linear e Angular

Se $\vec{F}(\vec{r})$ é um campo de forças conservativo, $\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$

As forças internas não alteram o momento linear total do sistema.
Na ausência de forças externas $\vec{p} = \text{const.}$

$(\vec{F}_{ext})_{total} = m\ddot{\vec{r}}_{CM}$

Exercícios

1. $m_2 \rightarrow |\vec{v}_2| = 0$ $\quad m_1 \rightarrow \vec{v}_1 = v_1\hat{x}$ Ficam juntas após colisão.
Como se move a partícula resultante?

$\Delta\vec{p} = \vec{0} \Leftrightarrow m_1\vec{v}_1 = (m_1 + m_2)\vec{v}_f \Leftrightarrow \vec{v}_f = \frac{m_1\vec{v}_1}{m_1 + m_2}$ $\quad \vec{x}_f = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} t\,\hat{x}$

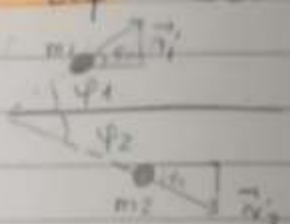
$\Delta Ec = ?$ $\quad Eci = \frac{m_1 v_1^2}{2}$ $\quad Ecf = \frac{m' v_f^2}{2}$ $\quad m' = m_1 + m_2$

$$Ecf = \frac{(m_1+m_2)}{2}\left(\frac{m_1 v_1}{m_1+m_2}\right)^2 \Rightarrow Ecf = \frac{m_1^2 v_1^2}{2(m_1+m_2)}$$

$\frac{Ecf}{Eci} = \frac{m_1^2 v_1^2}{2(m_1+m_2)} \cdot \frac{2}{m_1 v_1^2} = \frac{m_1}{m_1+m_2} < 1$, logo há dissipação de energia

Colisão Elástica de Partículas → $Eci = Ecf$ $\quad \Delta Ec = 0\,J$

m_1 O ⟶ $\vec{v_1}$ $\qquad$ O m_2 (repouso) ⟹



$$\begin{cases} xx: & m_1 v_1 = m_1 v_1' \cos\varphi_1 + m_2 v_2' \cos\varphi_2 \\ yy: & 0 = m_1 v_1' \operatorname{sen}\varphi_1 + m_2 v_2' \operatorname{sen}\varphi_2 \end{cases}$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}$$

Momento Linear $\quad \vec{p} = m\vec{v} \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = \vec{F}$

Momento Angular $\quad \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$

Na ausência de forças exteriores, $\vec{L}$ = constˢ e $\vec{r}$ e $\vec{v}$ definem plano $\perp \vec{L}$.