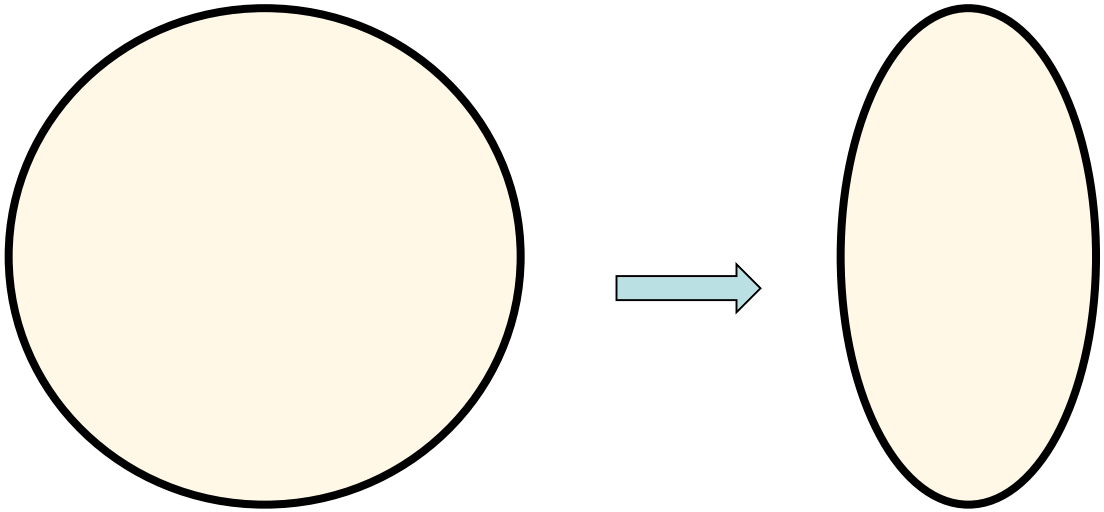
Primeiro teste (sobre a matéria até a semana passada + conjunto 5)

4ª feira dia 25 de novembro na aula TP (10h-11h)

1. [2 valores] Visto da lua, uma nave espacial parece ser contraída no seu comprimento por um fator de dois. Faça um desenho da lua visto da nave espacial.



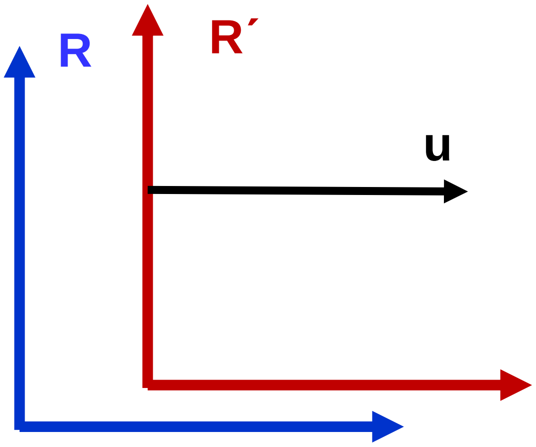
Só há contração ao longo da direção do movimento relativo

2. [6 valores] Num referencial R um evento B acontece 2 μs (1 μs = 10^{-6} s) depois o evento A a uma distância Δx = 1.5 km.

(a) Com qual velocidade (expresso como uma fração de c) terá um observador se deslocar ao longo do eixo dos xxs para observar os dois eventos com sendo simultâneos?

(b) Será possível que eventos A e B ocorrem no mesmo sítio por algum observador que se desloca ao longo o eixos dos xxs? Justifique a sua resposta.

Em R: $\Delta t = 2x10^{-6}s \quad \Delta x = 1.5x10^{3}m$



Transformações de Lorentz

$$c\Delta t' = \gamma\left(c\Delta t - \beta\Delta x\right)$$

$$\Delta x' = \gamma\left(\Delta x - \beta c\Delta t\right)$$

$$\Delta t' = 0 \quad \Rightarrow \quad \beta = \frac{c\Delta t}{x} = \frac{\left(3x10^{8}m/s\right)2x10^{-6}s}{1.5x10^{3}m} = 0.4$$

Intervalo invariante: $\Delta s^2 = \left(c\Delta t\right)^2 - \left(\Delta x\right)^2 = \underbrace{\left[\left(3x10^{8}m/s\right)2x10^{-6}s\right]}_{600m}^2 - \left(1.5x10^{3}m\right)^2 < 0$

Separação espacial

3. [6 valores] Uma nave espacial com comprimento próprio de 100m passa acima da Terra. Segundo um relógio estacionário na Terra o tempo de passagem é apenas (1/3)x10^{-6} segundos.

(a) Qual á a velocidade da nave relativa a Terra?

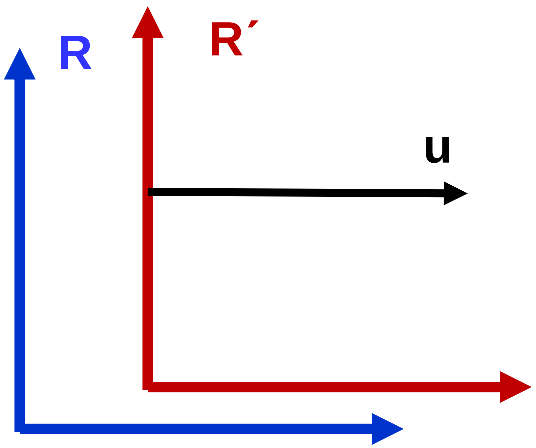
(b) Segundo um observador na Terra qual é o comprimento da nave?

Comprimento da nave no referencial da Terra: $L = L_0 / \gamma$

Tempo da passagem: $\Delta t = \dfrac{L}{u} = \dfrac{L_0}{u\gamma} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{u}{c}\gamma = \dfrac{L_0}{c\Delta t} = \dfrac{100m}{\left(3x10^8 m/s\right)\frac{1}{3}x10^{-6}c} = 1$

$$\frac{u}{c} = \frac{1}{\gamma}$$

$$\left(\frac{u}{c}\right)^2 = 1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2 \qquad \left(\frac{u}{c}\right)^2 = \frac{1}{2} \qquad u = c/\sqrt{2}$$



Contração do comprimento

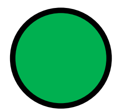
$$L = \frac{L_0}{\gamma} = 100m\sqrt{1-(u/c)^2} = \frac{100m}{\sqrt{2}} \approx 71\,m$$

4. [6 valores] Um fotão com uma energia de 12 TeV (1 TeV = 10^{12} eV) incide numa partícula de massa M_0 em repouso. Da colisão sai uma única partícula de massa M com uma velocidade de (12/13)c. Determine:

(a) o momento da partícula final (em unidades de TeV/c);
(b) a massa final M (em unidades de TeV/c^2);
(c) a massa inicial M_0 (em unidades de TeV/c^2);.

antes

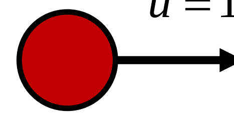
$$\left(\frac{12\,TeV}{c},\frac{12\,TeV}{c}\right)$$



$$\left(M_0 c, 0\right)$$

depois

$u = 12c/13$



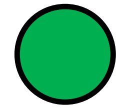
$$\left(\gamma_u Mc, \gamma_u Mu\right)$$

Conservação do momento: $E_{fotão}/c = p_{final}$ $\quad p_{final} = 12\,TeV/c$

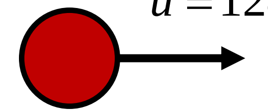
Fator de gama: $\gamma_u = \dfrac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{12}{13}\right)^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{\left(\frac{5}{13}\right)^2}} = \dfrac{13}{5}$

Conservação do momento: $\dfrac{12\,TeV}{c} = \gamma_u Mu$ $\quad M = \dfrac{12\,TeV}{u\gamma_u c^2} = \dfrac{12\,TeV}{\frac{12}{13}\left(\frac{13}{5}\right)c^2} = 5\dfrac{TeV}{c^2}$

(c) a massa inicial M_0 (em unidades de TeV/c²);.

antes  

$$\left(\frac{12\,TeV}{c},\frac{12\,TeV}{c}\right) \qquad (M_0c,0)$$

depois  $u = 12c/13$

$$(\gamma_u Mc, \gamma_u Mu)$$

Conservação do tetra-vetor de energia-momento

$$\gamma_u = \frac{13}{5} \qquad Mc^2 = 5\,TeV$$

$$\mathbf{P}_{fotão} + \mathbf{P}_{inicial} = \mathbf{P}_{final}$$

$$(\mathbf{P}_{fotão} - \mathbf{P}_{final})\bullet(\mathbf{P}_{fotão} - \mathbf{P}_{final}) = \mathbf{P}_{inicial}\bullet\mathbf{P}_{inicial} = (M_0c)^2$$

$$(\mathbf{P}_{fotão} - \mathbf{P}_{final})\bullet(\mathbf{P}_{fotão} - \mathbf{P}_{final})$$
$$= \mathbf{P}_{fotão}\bullet\mathbf{P}_{fotão} - 2\mathbf{P}_{fotão}\bullet\mathbf{P}_{final} + \mathbf{P}_{final}\bullet\mathbf{P}_{final}$$
$$= 0 - 2E_{fotão}\gamma_u M + 2E_{fotão}\gamma_u M\frac{u}{c} + (Mc)^2$$

$$(M_0c)^2 = -2E_{fotão}\gamma_u M + 2E_{fotão}\gamma_u M\frac{u}{c} + (Mc)^2$$
$$= (Mc)^2\left\{2\frac{E_{fotão}\gamma_u}{Mc^2}\left(\frac{u}{c}-1\right)+1\right\}$$
$$= (Mc)^2\left\{2\tfrac{13}{5}\left(\tfrac{12}{5}\right)\left(\tfrac{-1}{13}\right)+1\right\}$$
$$= (5\,TeV/c)^2\left\{\tfrac{-24}{25}+1\right\}$$

$$M_0 = 1\,TeV/c^2$$