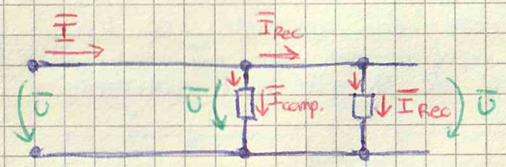
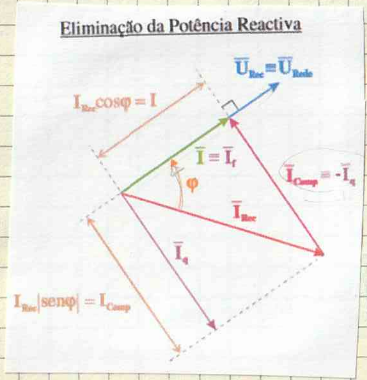
Eliminação da Potência reactiva





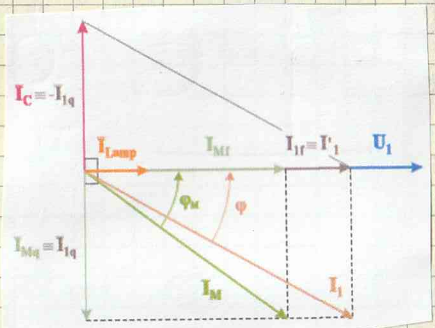
Adição de um dispositivo de compensação

Para que os outros disp. ligados à rede continuem a trabalhar nas suas condições nominais, o dispositivo deve ser ligado em paralelo com o recetor, ficando por isso sujeito à mesma tensão U_{rede}.

Eliminação da Potência Reactiva

- O novo dispositivo não deve consumir energia ativa. Deverá pois, ser puramente indutivo ou capacitivo.

Nestas condições, um dispositivo que seja submetido à tensão U_{rede}, seja percorrido por uma corrente $I_{comp.} = -I_q$, corrente essa avançada 90° relativamente a U_{rede}, deverá ser um condensador.



A impedância deste condensador é

$$Z_C = \frac{U_{rede}}{I_C}$$

O valor do condensador é

$$Z_C = \frac{1}{\omega \cdot C} \quad (C \equiv [F])$$

$$Z_C = \frac{I_C}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot U_1}$$

Análise de Circuitos - Aula 11

- Introdução aos filtros passivos

- Filtros Passivos

Aproveitando o fato de a impedância variar com a frequência, os filtros passivos (construídos apenas com componentes passivos), aceitam ou rejeitam sinais em determinados faixas espetrais.

Filtro passivo de 1º ordem → só têm um componente reativo (C ou L)

Podemos analisar o comportamento de um filtro recorrendo às ferramentas que já conhecemos, mas sabendo o comportamento dinâmico destes circuitos, é muito mais fácil avaliar a forma como se comportam a diferentes ~~sequen~~ frequências.

Interessa-nos aqui estudar:

Filtros de primeira ordem

Nomeadamente

- filtros passa baixo → para gama de freq. mais baixas
- filtros passa alto → para gama de freq. mais altas

Uma boa maneira de representar o comportamento destes circuitos é a utilização de diagramas de Bode (Hendrik Wade Bode, USA, 1905)
↳ a forma como o circuito se comporta a ≠ frequências

Para aquilo que nos interessa, eles permitem representar:

- O ganho em tensão
- A fase da saída relativamente à entrada

□ Filtro passivo - Diagrama de Bode

* Ganho de Tensão

Para representar o ganho em tensão utiliza-se o decibel - dB,
Que é uma maneira de medir a relação entre duas grandezas físicas
Ora o GANHO é a relação entre duas grandezas da mesma natureza (neste caso Volt)

- Para ganhos maiores do que 1, falamos de ampliação
- Para ganhos menor do que 1, falamos de atenuação

É possivel demonstrar que o ganho de tensão em dB é dado por:

$$G(dB) = 20 \times \log\left(\frac{V_{saida}}{V_{entrada}}\right)$$

* Fase (de saída relativamente à de entrada)

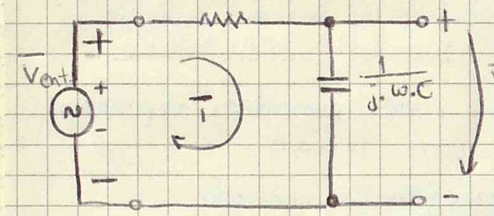
A fase é representada em graus.

Nestes diagramas, a frequência (que está representado no eixo dos xx's) está numa escala logarítmica

∴ O ganho é uma escala log / log

A fase é uma escala linear em graus e logarítmica nas freq.

□ Filtro passivo passa-baixo de 1ª ordem



A baixa freq., a impedância do condensador é elevada, não provocando atenuação significativa no sinal de saída.

A alta frequência a impedância do condensador é muito baixa, atenuando fortemente o sinal de saída.

- é de 1ª ordem pois tem apenas um componente reativo
- é passivo pk ñ tem componentes ativos (ñ permite amplificar sinais)

∴ Um filtro passivo nunca é capaz de amplificar um sinal (tem um ganho de tensão sempre ≤ 1)

Porque é que o filtro representado no circuito é um filtro passa-baixo?

Temos um C e uma R em série

Considerando que temos o gerador que representa a tensão de entrada no circuito (V_e) e se considerarmos que a saída do circuito é a tensão aos terminais do condensador, o que temos é (fazendo uma analogia com o divisor de tensão):

$$V_s = V_e \times \frac{\left(\frac{1}{j.\omega.C}\right)}{\left(\frac{1}{j.\omega.C}\right) + R}$$

- Para baixas frequências, a saída do circuito, um sinal idêntico ao sinal da fonte.
- À medida que aumentamos a freq., a impedância do condensador vai diminuir (no limite se f for ∞, o condensador comportava-se como curto circuito e $V_s = 0$ V)

∴ Para muito altas frequências então $V_s = 0$ V, independentemente de V_e, ou seja, rejeita sinais de alta frequência e é por isso que se chama um filtro passa-baixo.

(O limite da frequência chama-se frequência de corte)

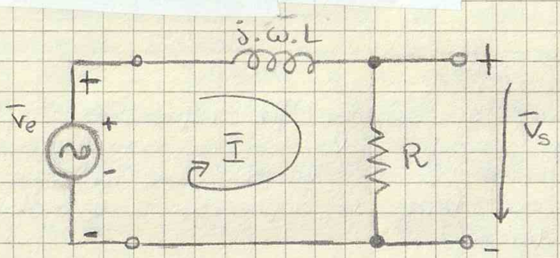
↳ frequência (em função do R e do C) que define a separação entre aquilo que chamamos banda passante (banda para a qual o circuito reage sem grande degradação do sinal de entrada) e a outra faixa de frequência que corresponde a uma zona do espetro para a qual o circuito responde cada vez pior e, no limite, não responde), a qual chamamos banda de rejeição.

- A passagem ou rejeição ñ são abruptas mas sim graduais.

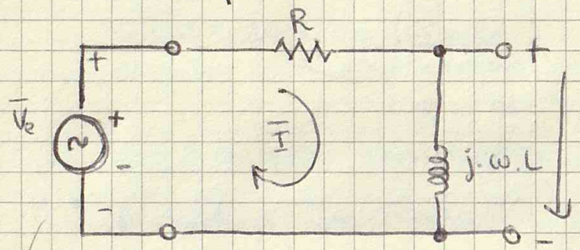
• Quando chego à frequência de corte, eu tenho uma fase de $-45°$

$0° \geq fase \geq -90°$

Outra forma de representar um filtro passa-baixo:



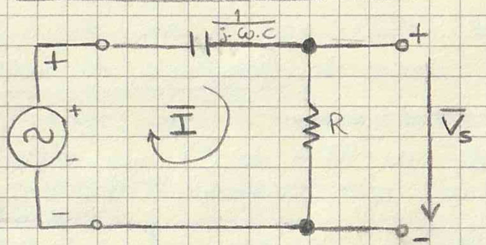
□ Filtro passivo passa-alto de 1º ordem



A baixa freq. a impedância do indutor é muito baixa provocando forte atenuação no sinal de saída.

A alta freq. a impedância do indutor é muito alta, não afetando significativamente o sinal de saída.

Outra forma de representar um filtro passa-alto:



Como funciona o filtro passa-alto?

Pelo divisor de tensão: $V_s = V_e \times \frac{j.\omega.L}{j.\omega.L+R}$

• A baixas frequências, Z_L é muito pequena, no limite a $f = 0$ Hz, a bobine funciona como um fio. A bobine comporta-se muito próximo de um curto-circuito e V_s será muito próxima de 0

• À medida que aumentamos f, Z_L também vai subir; no limite a impedância será muito alta e $V_s = V_e$.

• Quando chego à frequência de corte, eu tenho uma fase de $45°$.

$90° \geq fase \geq 0°$

• Ensino à distância - Slides

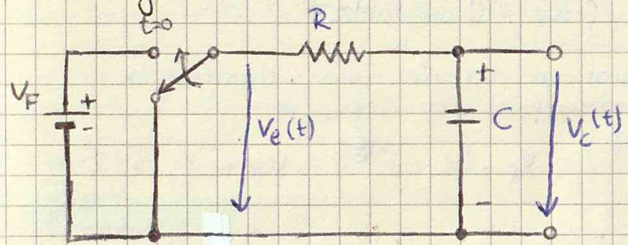
Circuitos RC e RL

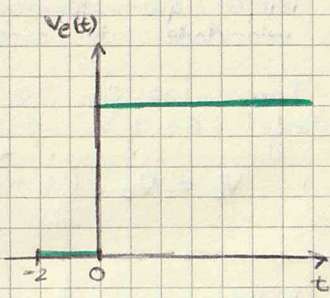
□ Filtros passivos

Dado que não possuem componentes com capacidade de amplificar o sinal de entrada (com ganho de tensão superior a 1), este tipo de filtros apresenta um ganho de tensão menor ou igual a 1.

Circuito RC - Resposta ao Degrau

□ Carga





Na carga do condensador, a fonte faz com que os eletrões se desloquem de uma armadura (que fica polarizada positivamente) para a outra armadura (que fica polarizada negativamente) do condensador.

Aparece então um campo elétrico, resultante da energia (elétrica) armazenada entre as armaduras.

$$V_F = V_R + V_C = R.i + \frac{1}{C}\cdot\int_0^t i\,dt + V_c(0^+)$$

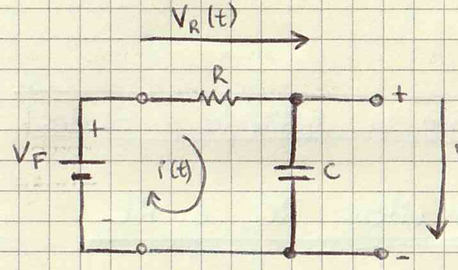
Solucionando a equação diferencial (para $V_c(0^+) = 0\,V$) e fazendo $\tau = R.C$,

→ $i(t) = \frac{V_F}{R}\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

→ $V_R = R.i = V_F\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

→ $V_c = V_F - V_R = V_F.(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

Repare-se que $i(t)$ e $V_c(t)$ têm o mesmo sentido.
Ou seja, o condensador comporta-se como um recetor



τ → "constante de tempo" do circuito [s]

$$[\tau] = [\Omega]\times[F] = \left[\frac{V}{A}\right]\times\left[\frac{C}{V}\right] = \left[\frac{A.s}{A}\right] = [s]$$

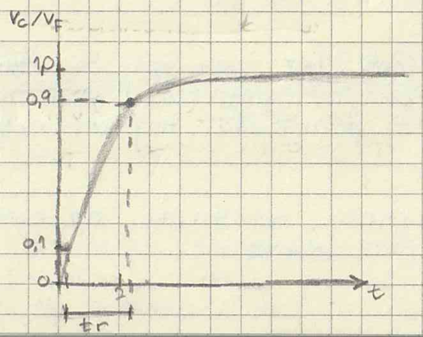
Significado físico de τ

Tempo que demoraria a carga do condensador se a velocidade de carga fosse constante.

Tempo no fim do qual a tensão no condensador atinge 63,2 % do valor final, ou seja, para $t = \tau$,

$$V_c = V_F.(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) = V_F.(1-e^{-\frac{\tau}{\tau}}) = V_F \times 0,632$$

—//—



$t_r \simeq 2,197.\tau$

Tempo de subida - Corresponde ao tempo necessário para que a resposta passe de 10% para 90%.

• Ao fim de um tempo "τ" segundos eu vou ter, aproximadamente, 63 % da carga do condensador.

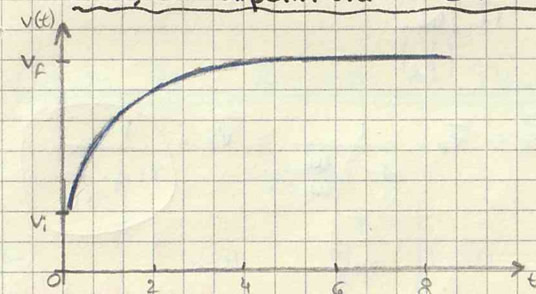
• Normalmente convenciona-se que ao fim de $5.\tau$ temos aproximadamente 99,3% da carga, assumindo que após os $5.\tau$ o condensador está totalmente carregado.

Para $t = \tau \rightarrow V_c \simeq 0,632.V_F$

↳ Se τ fôr pequeno, atinjo 63 % da carga muito depressa pk o condensador está a carregar mais rapidamente.

↳ Pelo contrário, se τ fôr maior, o condensador vai carregar mais devagar → e vai atingir os 63% da carga mais tarde.

Evolução Exponencial - Caso Geral



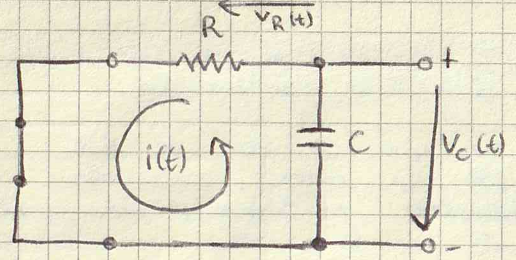
$$v(t) = V_F + (V_I - V_F).e^{-\frac{t}{\tau}}$$

estado permanente — estado provisório

—//—

II Descarga

Até agora só falamos do carregamento do condensador. Se eu retirar agora a fonte e substituí-la por um curto-circuito, o condensador, que se encontrava carregado, entrega a sua energia (armazenada sob a forma de um campo elétrico no condensador) ao circuito, descarregando através da resistência.



Repare-se que $i(t)$ e $V_c(t)$ têm sentidos opostos, ou seja, o condensador comporta-se como uma fonte, entregando a energia que tinha armazenada na altura da carga.

□ Filtro passivo passa-baixo de 1ª ordem

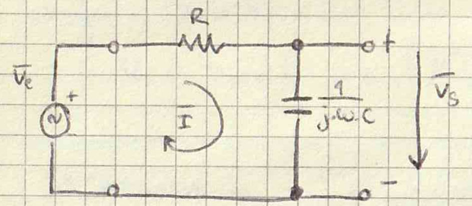
$$\overline{V_s} = \overline{V_e} \times \frac{\overline{Z_c}}{R+\overline{Z_c}} = \overline{V_e} \times \frac{\frac{1}{j.\omega.C}}{R+\frac{1}{j.\omega.C}}$$

$$\overline{V_s} = \overline{V_e} \cdot \frac{1}{1+j.\omega.C.R} = \overline{V_e} \times \frac{1}{1+\frac{j\omega}{\left(\frac{1}{RC}\right)}}$$

Para $\omega_c = \frac{1}{R.C}$, $f_c = \frac{\omega_c}{2\pi}$ $\longrightarrow$ $\overline{V_s} = \overline{V_e} \cdot \frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}} = \overline{V_e} \times \frac{1}{1+j.\frac{f}{fc}}$

Ganho de tensão

ω_c - Frequência de corte [RAD/s]
f_c [Hz]



$$\overline{V_s} = \overline{V_e} \cdot \left(\frac{1}{1+j.\frac{f}{fc}}\right)$$

$$\overline{V_s} = \overline{V_e} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{fc}\right)^2}} \;\; \Big\lfloor -\arctan\left(\frac{f}{fc}\right)$$

módulo   fase

Para $f \ll f_c$,

$\rightarrow \overline{V_s} \approx \overline{V_e}$ a tensão de saída não sofre atenuação e está em fase com a tensão de entrada

Para $f \gg f_c$,

$\rightarrow \overline{V_s} \approx \overline{V_e} \times \frac{1}{f} \;\underline{\lfloor -90^\circ}$

(a tensão de saída tende para zero com um atraso de 90° relativamente à de entrada)

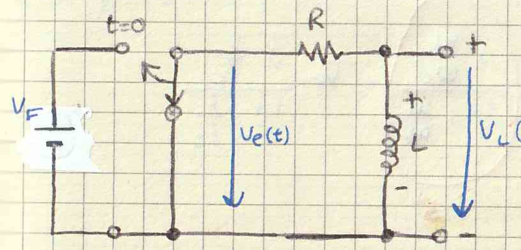
Para $f = f_c$,

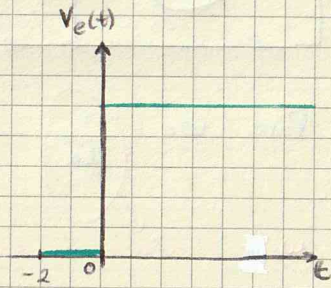
$\rightarrow \overline{V_s} = \overline{V_e} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \;\underline{\lfloor -45^\circ} = \overline{V_e} \cdot 0{,}707 \;\underline{\lfloor -45^\circ}$

(a tensão de saída sofre uma atenuação de 30% e apresenta um atraso de 45° relativamente à de entrada)

$\rightarrow G\,(dB) = 20 . \log(0{,}707) = -3\ dB$

Circuito RL - Resposta ao Degrau





$$V_F = V_R + V_L = R.i + L.\frac{di}{dt}$$

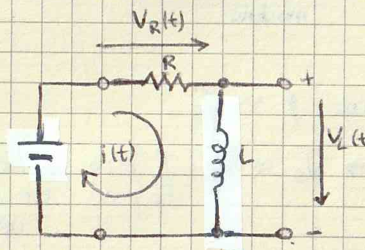
Solucionando a equação diferencial (para $i_L(0^+) = 0A$) e fazendo $\tau = \frac{L}{R}$,

$\rightarrow i(t) = \frac{V_F}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

$\rightarrow V_R = R . i = V_F \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

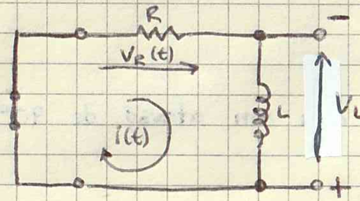
$\rightarrow V_L = V_F - V_R = V_F \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

Repare-se que $i(t)$ e $V_L(t)$ têm o mesmo sentido.
Ou seja, L comporta-se como um recetor



$\tau \rightarrow$ "constante de tempo" do circuito [s]

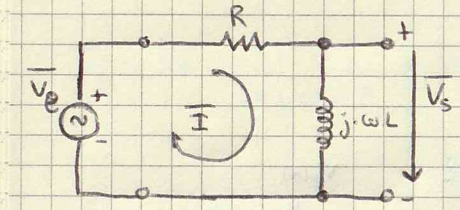
Interrupção de uma corrente numa bobine



Repare-se que $i(t)$ e $V_L(t)$ têm sentidos opostos, ou seja, a indutância comporta-se agora como uma fonte, entregando a energia que tinha armazenada na altura da carga. (proveniente do seu campo magnético)

Como a bobine procura manter o sentido da corrente, uma vez que tenta que não existem variações de corrente, esta inverte a polaridade nos seus terminais.

Filtro passivo passa-alto de 1ª ordem



$$\overline{V_s} = \overline{V_e} \cdot \frac{\overline{Z_L}}{R + \overline{Z_L}} = \overline{V_e} \cdot \frac{j \cdot \omega \cdot L}{R + j\omega L} = \overline{V_e} \cdot \frac{j \cdot \omega \cdot \frac{L}{R}}{1 + j \cdot \omega \cdot \frac{L}{R}}$$

$$\text{Para } \omega_c = \frac{1}{\frac{L}{R}} \longrightarrow \overline{V_s} = \overline{V_e} \cdot \frac{j \frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_c}} = \overline{V_e} \cdot \frac{j \cdot \frac{f}{f_c}}{1 + j \frac{f}{f_c}}$$

$\omega_c \rightarrow$ Frequência de corte

Ganho de tensão

$$\overline{V_s} = \overline{V_e} \cdot \frac{\frac{f}{f_c}}{\underbrace{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}}_{\text{módulo}}} \underbrace{\angle 90° - \arctan\left(\frac{f}{f_c}\right)}_{\text{fase}}$$

Para $f \ll f_c$,

$\rightarrow \overline{V_s} \approx \overline{V_e} \cdot \frac{f}{f_c} \angle +90°$ a tensão de saída tende para zero com um avanço de 90° relativamente à de entrada

Para $f \gg f_c$,

$\rightarrow \overline{V_s} \approx \overline{V_e}$ a tensão de saída não sofre atenuação significativa e está em fase com a tensão de entrada

Para $f = f_c$,

$$\rightarrow \overline{V_s} = \overline{V_e} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \angle 90° - 45° = \overline{V_e} \cdot 0{,}707 \angle +45°$$

a tensão de saída sofre uma atenuação de 30° e apresenta um avanço de 45° relativamente à de entrada