

Grandezas , unidades e dimensões

1. O Sistema Internacional de Unidades (SI) tem como unidades fundamentais o metro, quilograma e segundo. O sistema CGS tem como Unidades fundamentais o centímetro, o grama e o segundo. Utilizando as equações Físicas que conhece do seu curso Secundário, converta a velocidade $v = 20 \text{ m/s}$ no correspondente valor em unidades do sistema CGS.
2. Sabendo que uma milha tem 5 280 pés, que um pé tem 12 polegadas e que uma polegada é igual a 2.54 cm, calcule o número de quilómetros de uma milha.
3. A força de atrito do ar sobre um avião a jacto varia de acordo com $F_a = -C v^2$. De que factor deve ser alterada a velocidade do avião para que a força de atrito duplique ?
4. Seja $h=6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$ (constante de Planck), $m=9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ (massa do electrão) e $c=3.00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ (velocidade da luz). Estime $h/(mc)$ sob a forma de potências de base 10 e indique as unidades no Sistema Internacional (SI).
5. A constante de força de uma mola, k , pode ser determinada aplicando na extremidade uma força F conhecida e medindo a elongação produzida, x , sendo $k = F/x$.
 - a) Determine as dimensões de k .
 - b) Relacione a unidade SI de k com a unidade CGS.
6. Nas seguintes equações, a distância x está expressa em metros, o tempo t em segundos e a velocidade v , em metros por segundo. Quais serão as unidades das constantes C_1 e C_2 no SI ?
 - a) $x = C_1 + C_2$
 - b) $x = \frac{1}{2} C_1 t^2$
 - c) $v^2 = 2 C_1 x$
7. Determine as dimensões e as unidades SI das constantes:
 - a) de gravitação universal, G , sabendo que a grandeza da força gravítica entre duas massas, m_1 e m_2 , à distância r é:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$
 - b) de estrutura fina, α , definida por:

$$\alpha = \frac{e^2}{2\epsilon_0 h c}$$
 sabendo que a grandeza da força eléctrica entre dois electrões (carga e) à distância r é:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$
8. Indique as dimensões da quantidade mc^2 (m - massa, c - velocidade da luz no vácuo).
9.
 - a) O erg é a unidade de trabalho do sistema CGS. Qual o valor, expresso em erg, correspondente ao trabalho de 1 J (Joule = N.s, unidade SI).
 - b) O quilogrâmetro (kgm) é a unidade de trabalho correspondente à adopção do kgf como unidade de força e ao metro como unidade de comprimento. Calcule, em Joule, o valor de 100 kgm.
 - c) A potência de uma máquina é 50 W (J/s). Converta-a em unidades CGS.
 - d) Numa habitação consumiram-se 200 kWh de energia eléctrica. Converta em joule.
- 10.a) Um disco efectuou 30 revoluções. Qual o ângulo descrito por cada um dos seus pontos expressos em graus e radianos ?

- b) Um gira-discos pode trabalhar a 45 rpm ou a 33 rpm. Converta estes valores em radianos por segundo.

Cálculo vectorial

11. Um avião voa a 7 km acima do chão e encontra-se a 24 km de uma estação de radar (distância medida horizontalmente). A que distância da estação de radar se encontra o avião ?
12. O vector \vec{A} tem 2 cm de comprimento e faz um ângulo de 60° com o eixo Ox (primeiro quadrante). O vector \vec{B} tem 2 cm de comprimento e faz um ângulo de 60° com o eixo Ox (quarto quadrante). Achar graficamente e pelo método das componentes:
- a) o vector soma ($\vec{A} + \vec{B}$) b) os vectores diferença ($\vec{A} - \vec{B}$) e ($\vec{B} - \vec{A}$)
13. Achar o módulo e a direcção dos vectores que cada um dos pares de componentes representa:
- a) $A_x = 3 \text{ cm}$; $A_y = -4 \text{ cm}$ b) $A_x = -5 \text{ m}$; $A_y = -12 \text{ m}$.
14. Um vector tem módulo igual a 5 e faz com o semi-eixo positivo dos xx um ângulo de 60° . Determine:
- a) as componentes do vector
- b) as componentes e o módulo do vector $\vec{a} - \vec{b}$, sabendo que $\vec{b} = 2\hat{i} - 5\hat{j}$.
15. Considere os dois vectores: $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ e $\vec{B} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$.
- a) Calcular o módulo de cada vector.
- b) Escrever uma expressão para a soma vectorial, usando vectores unitários.
- c) Determinar o módulo do vector soma.
- d) Escrever uma expressão para o vector diferença ($\vec{A} - \vec{B}$).
- e) Determinar o módulo do vector diferença ($\vec{A} - \vec{B}$). Este módulo é o mesmo que ($\vec{B} - \vec{A}$) ? Porquê ?
16. Usando os dois vectores dados no problema anterior, calcule:
- a) o seu produto interno
- b) o seu produto vectorial. Qual o valor do módulo deste vector ?
17. Dados os vectores $\vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ e $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$, calcular:
- a) os vectores $-\vec{B}$ e $2\vec{B}$ e os seus módulos
- b) os vectores $\vec{A} - \vec{B}$, $\vec{A} + \vec{B}$, e os seus módulos. Comparar esses valores com $|\vec{A}| - |\vec{B}|$ e $|\vec{A}| + |\vec{B}|$. Comentar os resultados.
- c) os versores \hat{A} e \hat{B} , bem como o versor da direcção do vector $\vec{A} - \vec{B}$
- d) os produtos escalares $\vec{A} \cdot \vec{B}$ e $\vec{A} \cdot (2\vec{B})$. O ângulo entre os vectores \vec{A} e \vec{B}
- e) o vector projecção do vector \vec{B} sobre a direcção de \vec{A} e o vector projecção do vector \vec{A} sobre a direcção de \vec{B}
- f) o produto vectorial de \vec{A} por \vec{B} , e o produto vectorial de \vec{B} por \vec{A} . Compare e comente os dois resultados.
18. Calcule a distância entre os dois pontos de coordenadas (6, 8, 10) e (-4, 4, 10).

-
19. Uma criança atira uma bola com uma velocidade de 4.0 m/s, numa direcção que faz um ângulo de 30° com a horizontal. Determine as componentes horizontal e vertical do vector velocidade da bola no momento do lançamento.
20. Determinar as componentes de um vector cujo módulo é 13 unidades e cujo ângulo, θ , com o eixo dos zz é de 22.6° . A projecção desse vector no plano xy faz um ângulo, ϕ , de 37° com o eixo $+Ox$. Calcule também os ângulos com os eixos x e y .

Considere ainda os problemas 1.1 a 1.18 do livro de David Morin, “Introduction to Classical Mechanics with Problems and Solutions”, Cambridge UP (2007)

Divirta-se!