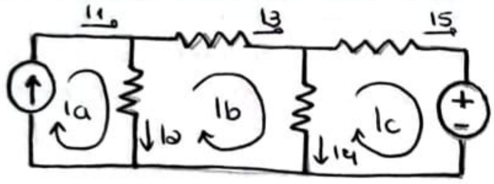
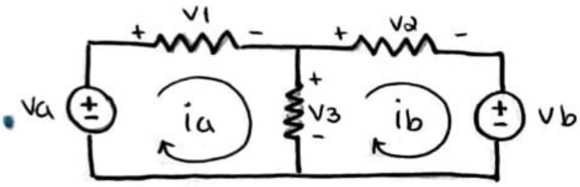
Métodos Sistemáticos de Análise de Circuitos Lineares de CC

- **percurso (path)**: qualquer trajeto ao longo de um circuito elétrico que não passe mais do que uma vez pelo mesmo nó.
- **percurso fechado (loop)**: se partirmos de um nó e chegamos nele também.
- **nós essenciais**: onde se ligam 3 ou mais elementos
- **ramos essenciais**: percursos que ligam 2 nós essenciais

- método das correntes de malha

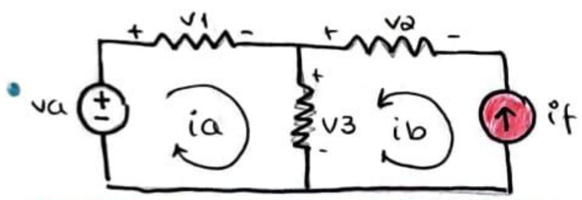
- 

- $i_1 = i_a$
- $i_3 = i_b$
- $i_5 = i_c$
- $i_2 = i_a - i_b$
- $i_4 = i_b - i_c$

- 

malha a: $v_a = v_1 + v_3 \Leftrightarrow v_a = R_1 i_a + R_3(i_a - i_b)$

malha b: $-v_b = -v_3 + v_2 \Leftrightarrow v_b = R_3(i_a - i_b) - R_2 i_b$

- 

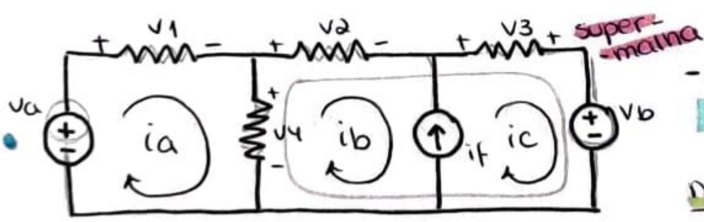
⚠ Atenção ao sentido da corrente

- neste caso apenas escremos a expressão para a malha a:

malha a: $v_a = R_1 i_a + R_3(i_a + i_b)$

malha b: $i_b = i_f \Rightarrow v_a = R_1 i_a + R_3(i_a + i_f)$

$= (R_1 + R_3) i_a + R_3 i_f \Leftrightarrow i_a = \frac{v_a}{R_1 + R_3} - \frac{R_3}{R_1 - R_3} i_f$

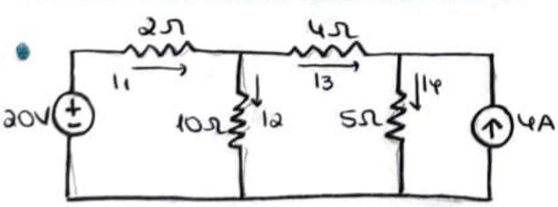
- 

- o que sabemos desta super malha, é que $i_f = -i_b + i_c \Leftrightarrow i_c = i_f + i_b$

malha a: $v_a = R_1 i_a + R_4(i_a - i_b)$

super-malha b-c: $-v_b = R_2 i_b + R_3(i_f + i_b) - R_4(i_a - i_b)$

- método das Tensões nos Nós

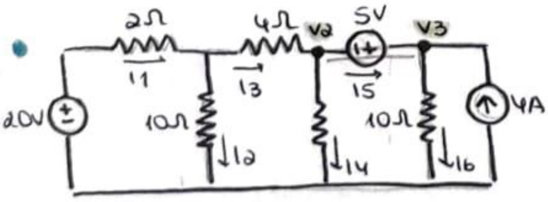
- 

Nó 1: $i_1 = i_2 + i_3$

$\frac{20V - v_1}{2\Omega} = \frac{v_1}{10\Omega} + \frac{v_1 - v_2}{4\Omega}$

Nó 2: $4A = -i_3 + i_4$

$4A = \frac{v_2 - v_1}{4\Omega} + \frac{v_2}{5\Omega}$

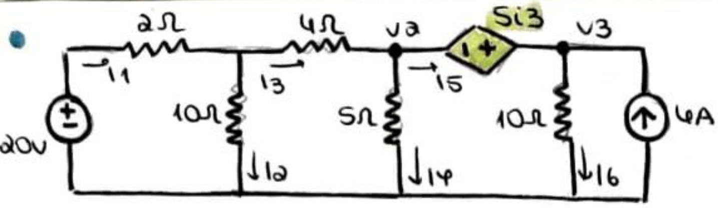
- 

$v_3 = v_2 + 5V$ ($i_5 = i_3 - i_4$)

↳ é chamado de **super-nó**

Nó 1: $i_1 = i_2 + i_3 \Rightarrow \frac{20 - v_1}{2\Omega} = \frac{v_1}{5\Omega} + \frac{v_2 + 5}{10\Omega}$

* Super-Nó-2-3: $4A = -i_3 + i_4 + i_6 \Leftrightarrow \frac{v_2 - v_1}{4\Omega} + \frac{v_2}{5\Omega} + \frac{v_2 + 5}{10\Omega}$



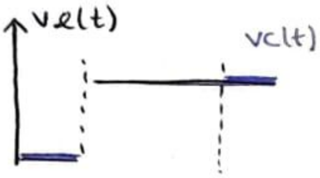
- Fontes de tensão dependentes

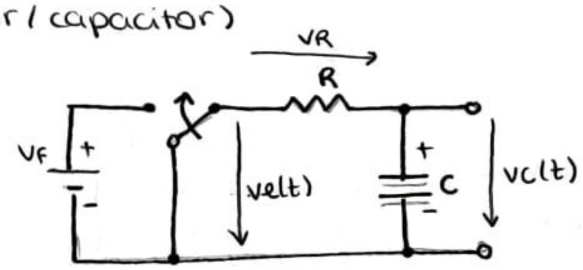
$$V_3 = V_2 + 5i_3 = V_2 + 5\,\frac{V_1 - V_2}{4\Omega}$$

(depois o caso do super-nó de novo)

Circuitos RC, RL, RLC

- circuito RC (resistor / capacitor)





constante de tempo do circuito

$$\boxed{\tau = RC}$$

$$V_F = v_e + v_C$$

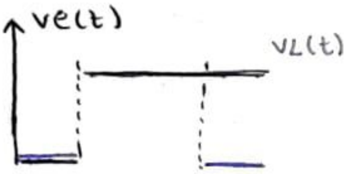
$$= Ri + \frac{1}{C}\int_0^t i\,dt + v_C(0^+)$$

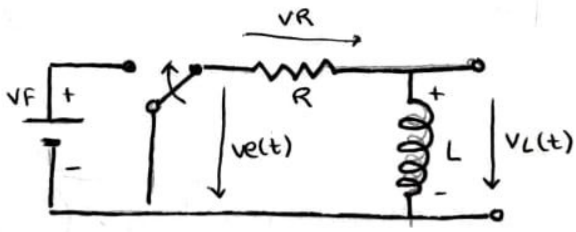
$$\rightarrow i(t) = \frac{V_F}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\rightarrow V_R = R \cdot i = V_F e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\rightarrow V_C = V_F - v_e = V_F\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

- Circuito RL (resistor / bobina)





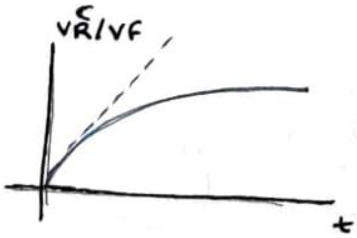
$$\boxed{\tau = \frac{L}{R}}$$

$$V_F = V_R + V_L = Ri + L\frac{di}{dt}$$

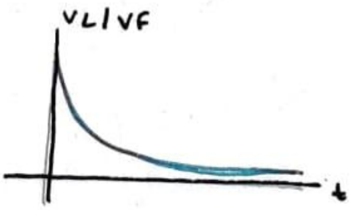
$$\rightarrow i(t) = \frac{V_F}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$\rightarrow V_R = R \cdot i = V_F\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$\rightarrow V_L = V_F - V_R = V_F e^{-t/\tau}$$

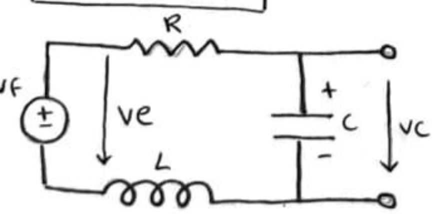


$$v_C = V_F\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$



$$V_L = V_F e^{-t/\tau}$$

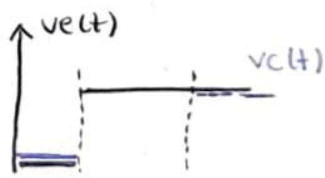
- Circuito RCL



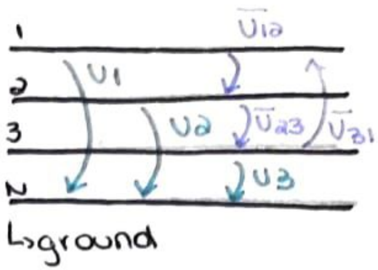
$$V_F = V_R + V_C + V_L \Leftrightarrow v(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int_0^t i(t)\,d\tau$$

$$\frac{dv(t)}{dt} = L\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + R\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\,i(t)$$

$$\circ\ v(t) = LC\frac{d^2 v_C(t)}{dt^2} + RC\frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t)$$



Sistema de Tensões Trifásico



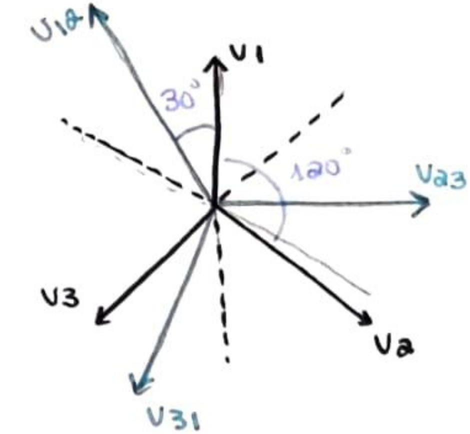
$\bar{U}_1, \bar{U}_2, \bar{U}_3 \rightarrow$ tensões simples

$(U_1 = U_2 = U_3 = U_S)$

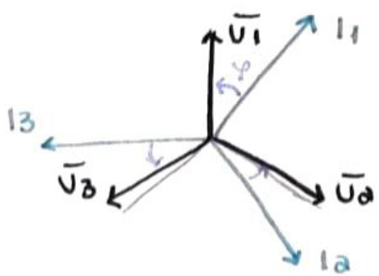
$\bar{U}_{12}, \bar{U}_{23}, \bar{U}_{31} \rightarrow$ tensões compostas

$(U_{12} = U_{23} = U_{31} = U_C) \longrightarrow \underline{U_C = \sqrt{3} \cdot U_S}$

$$\boxed{\begin{aligned} \bar{U}_1 &= U_S \angle 0^\circ \\ \bar{U}_2 &= U_S \angle 120^\circ \\ \bar{U}_3 &= U_S \angle 240^\circ \end{aligned}}$$



Ligação em estrela



$U_1 = U_2 = U_3 = U_S$

$I_1 = I_2 = I_3 = I$

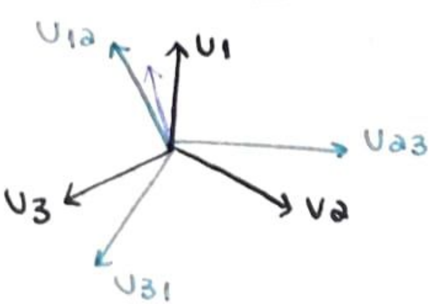
$I_N = 0$

$$P = 3 \cdot U_S \cdot I \cdot \cos\varphi = 3 \frac{U_C}{\sqrt{3}} \cdot I \cdot \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot U_C \cdot I \cdot \cos\varphi$$

$$FP = \frac{P}{S} = \cos\varphi$$

$$\boxed{\begin{aligned} P &= \sqrt{3}\, U_C\, I \cos\varphi \\ Q &= \sqrt{3}\, U_C\, I \operatorname{sen}\varphi \end{aligned} \qquad S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3}\, U_C \cdot I}$$

Ligação em triângulo



$U_{12} = U_{23} = U_{31} = U_C$

$$\left.\begin{aligned} I_{12} &= I_{23} = I_{31} = I_R \\ I_1 &= I_2 = I_3 = I \end{aligned}\right\} \underline{\bar{I}_1 = \bar{I}_{12} - \bar{I}_{31}}$$

$I = \sqrt{3}\, I_Z$

$$P = 3 \cdot U_C \cdot I_Z \cdot \cos\varphi = 3 \cdot U_C \cdot \frac{I}{\sqrt{3}} \cdot \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot U_C \cdot I \cdot \cos\varphi$$

Circuitos de Corrente Alternada

- $V = V_R + V_L = Ri + L\dfrac{di}{dt}$

- $i = \dfrac{e}{R}$ → função sinusoidal $= \dfrac{E\,sen(\omega t)}{R}$ ← para uma resistência

- $i = \dfrac{\epsilon}{1/\omega C}\,sen(\omega t + 90^\circ) = I(\omega)\,sen(t\omega + 90^\circ)$ → condensador
  ($1/\omega C$ → X_C)

- $i = \dfrac{\epsilon}{\omega L}\,sen(\omega t - 90^\circ) = I(\omega)\,sen(\omega t - 90^\circ)$ → indutor
  (ωL → X_L → reactância (meio que uma resistência, mas eles continuam a ter resistência só há em indutores e capacitores))

- **Fasores** - vetor de fase, que representa a função sinusoidal cuja amplitude, frequência angular e fase são invariantes no tempo.

- **Impedância**: oposição que um circuito elétrico faz à passagem de corrente elétrica quando é submetido a uma tensão.

- **Potência**
  → valor instantâneo: $p(t) = v(t)\,i(t) = \dfrac{(v(t))^2}{R}$ (dissipada)
  → valor médio: $p = \dfrac{V_{ef}^2}{R}$ (dissipada)
  → para uma corrente sinusoidal $i(t) = I_m\,sen(\omega t)$: $p = \dfrac{R I_m^2}{2}$ ou $p = \dfrac{V_m^2}{2R}$

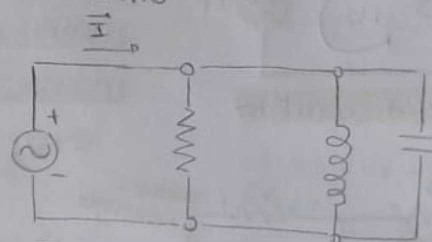
Potência ativa ——— potência reativa ——— potência aparente

$P = V_{ef} I_{ef} \cos(\varphi)$ ← útil, realiza trabalho

$Q = V_{ef} I_{ef}\,sen(\varphi)$ ← ñ realiza trabalho

$S = V_{ef} I_{ef}$ ← total

exemplo:
a) potência ativa total
b) potência reativa total
c) potência aparente
d) fator de potência do conjunto



$X_C = 46\Omega$

$\bar{E} = 230\angle 0^\circ$ $\quad R = 10\Omega$ $\quad X_L = 23\Omega$

a) $i_R = \dfrac{U}{R} = \dfrac{230}{10} = 23\angle 0^\circ$

$i_L = \dfrac{\epsilon}{X_L} = \dfrac{230}{23} = 10\angle 0^\circ - 90^\circ = 10\angle -90^\circ$

$i_C = \dfrac{\epsilon}{X_C} = \dfrac{230}{46} = 5\angle 0 + 90^\circ = 5\angle 90^\circ$

A potência ativa total é igual à potência dissipada no componente resistivo:

$P_d = R I_R^2 = 10 \times (23)^2 = 5290\,W$

b) A potência reativa pode ser calculada,

- $Q_C = X_C I_C^2 = 46 \times (5)^2 = 1150\,VAR$
- $Q_L = X_L I_L^2 = 23 \times (10)^2 = 2300\,VAR$ ← volt-ampere-reativo

$Q_T = Q_L - Q_C = 2300 - 1150 = 1150\,VAR$

c) $S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{5290^2 + 1150^2} = 5414\,VA$

d) $\cos\theta = \dfrac{P_T}{S_T} = \dfrac{5290}{5414} = 0{,}98$