

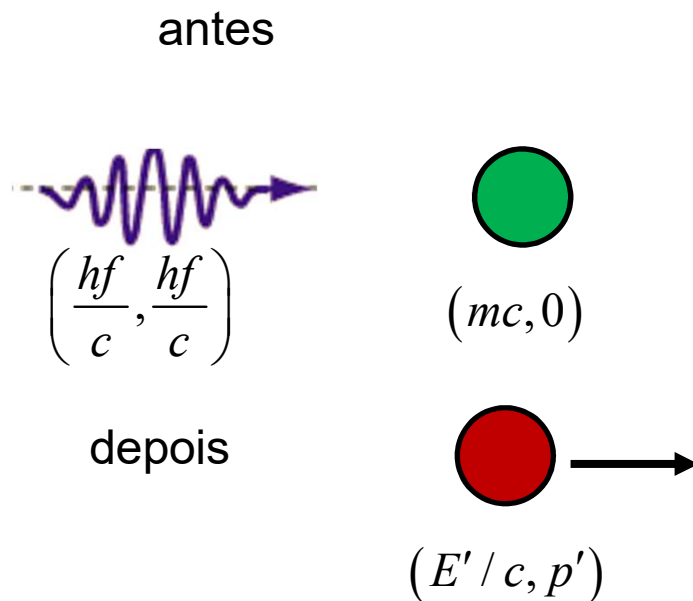


Primeiro teste (sobre a matéria semana passada+ conjunto 5)

4ª feira dia 25 de novembro na aula TP (10h-11h)

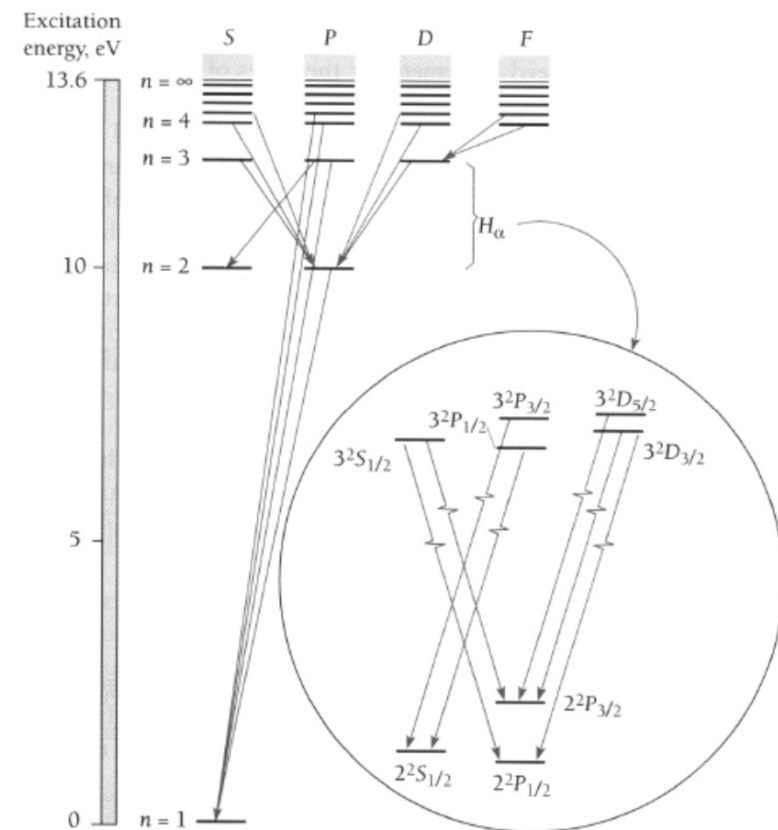
# Absorção dum fóton

O que acontece quando um átomo absorve um fóton e passa do estado fundamental á um estado excitado?

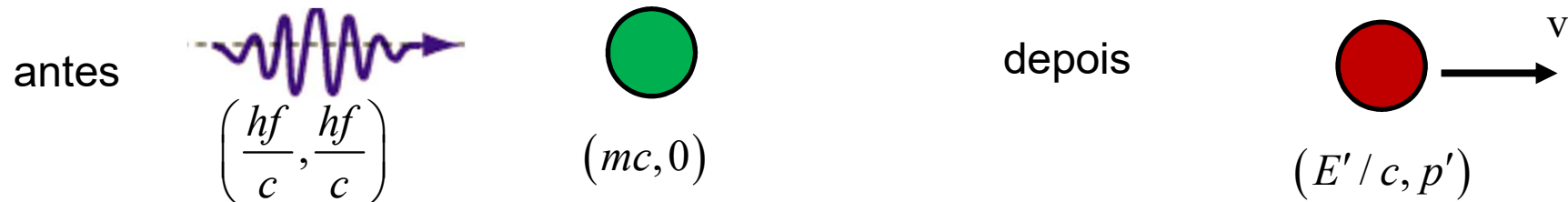


$$\mathbf{P}_{Tot,i} = \mathbf{P}_{Tot,f}$$

$$\left(\frac{hf}{c} + mc, \frac{hf}{c}\right) = (E'/c, p')$$



# Absorção dum fóton



Qual é a massa do átomo depois a absorção?

$$\mathbf{P}_{Tot,i} = \mathbf{P}_{Tot,f}$$

$$\left(\frac{hf}{c} + mc, \frac{hf}{c}\right) = (E'/c, p')$$

Conservação de componente da energia

$$\frac{hf}{c} + mc = \frac{E'}{c} = \frac{m'c}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

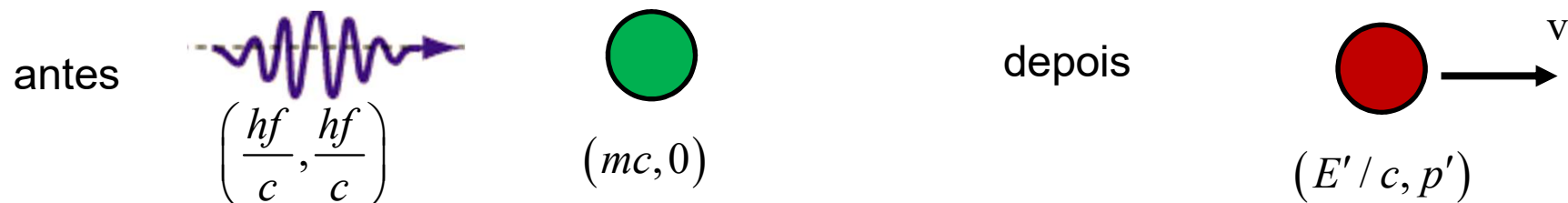
Conservação de componente do momento

$$\frac{hf}{c} = p' = \frac{m'v}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

Se queremos saber  $m'$  o caminho mais eficiente é calcular  $\mathbf{P}_{Tot,i} \bullet \mathbf{P}_{Tot,i} = (m'c)^2$

$$\mathbf{P}_{Tot,i} \bullet \mathbf{P}_{Tot,i} = \left(\frac{hf}{c} + mc, \frac{hf}{c}\right) \bullet \left(\frac{hf}{c} + mc, \frac{hf}{c}\right) = \left(\frac{hf}{c}\right)^2 + 2mc \frac{hf}{c} + (mc)^2 = 2mc \frac{hf}{c} + (mc)^2$$

# Absorção dum fóton



Qual é a massa do átomo depois a absorção?

$$\mathbf{P}_{Tot,i} \bullet \mathbf{P}_{Tot,i} = \mathbf{P}_{Tot,f} \bullet \mathbf{P}_{Tot,f}$$

$$(m'c)^2 = 2mc \frac{hf}{c} + (mc)^2$$

$$m'c = \sqrt{2mhf + (mc)^2} = mc \sqrt{1 + \frac{2hf}{mc^2}}$$

$$m' = m \sqrt{1 + \frac{2hf}{mc^2}} \approx m + \frac{hf}{c^2}$$

Um átomo excitado é ligeiramente mais massiva.

A energia de repouso aumentou

$$E'_o = m'c^2 \approx mc^2 + hf$$

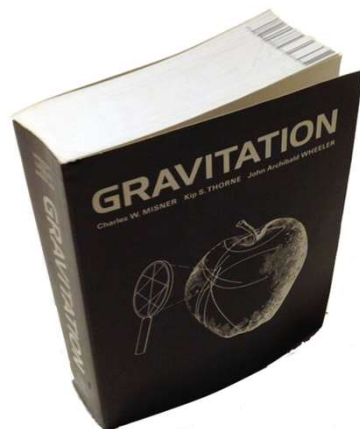
Excitação interna é equivalente a um aumento da massa

# Relatividade Restrita para Relatividade Geral

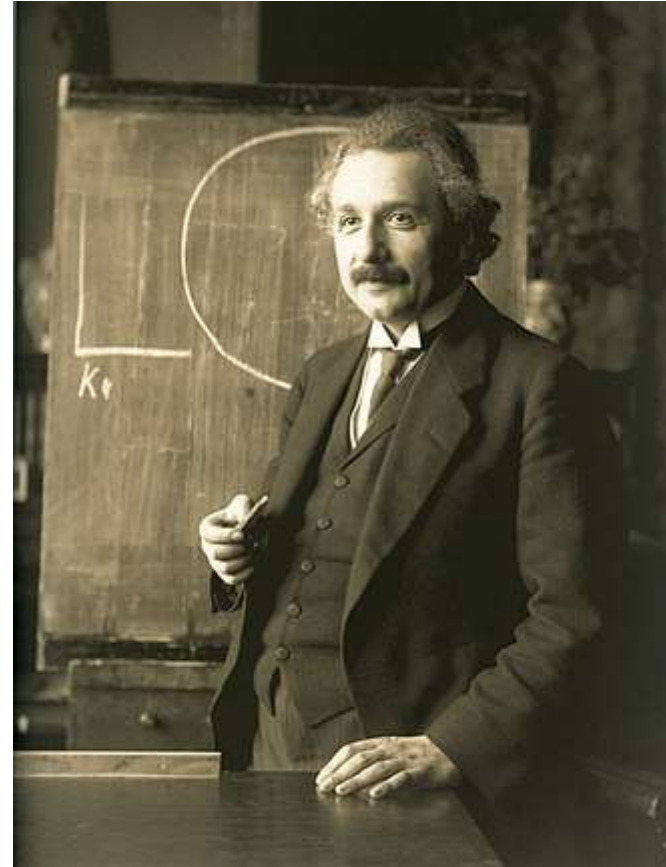
---

Einstein tinha esperança que a sua teoria de relatividade restrita podia ser generalizada para incluir uma teoria de gravitação – algo que tinha escapado o Newton.

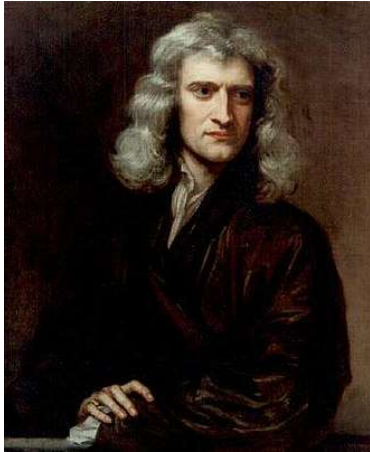
A generalização demorou 10 anos – em parte porque o Einstein tinha aprender geometria diferencial.



~3kg  
1280 páginas

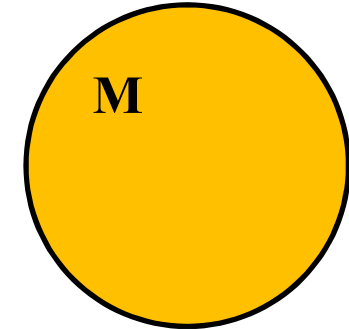
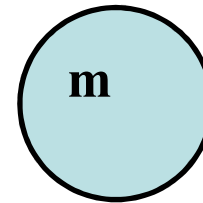


# Duas massas ou só uma?



$$\vec{F}_{gravitica} = -G \frac{m_g M}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{F}_{gravitica} = m_i \vec{a}$$



Será a mesma massa na equação da lei de gravidade e na segunda lei?



Aqui na Terra  $G \frac{M_{Terra}}{R_{Terra}^2} = g \simeq 9,8 \text{ m} / \text{s}^2$

$$\vec{a} = -\frac{m_g}{m_i} g \hat{y}$$

Se as  $m_i$  inércias e  $m_g$  foram diferentes

Não há razão porque

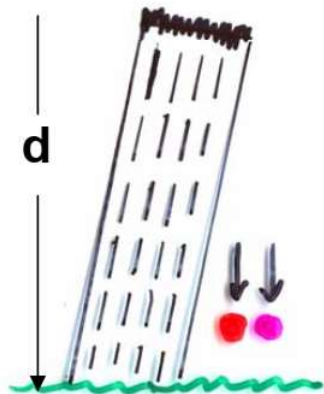
por um objeto  $\frac{m_g}{m_i} = 0.9$

e por outro objeto  $\frac{m_g}{m_i} = 2$

Em qual caso sofriram acelerações diferentes

# Testes Experimentais

Galileo test

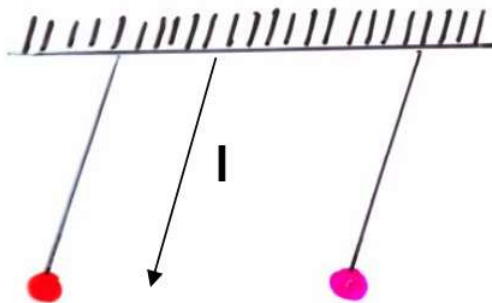


are fall times equal?

$$T = \sqrt{2d/g} \left( \frac{m^i}{m^g} \right)$$

$$\Delta a/a \leq 0.1$$

Newton-Bessel test

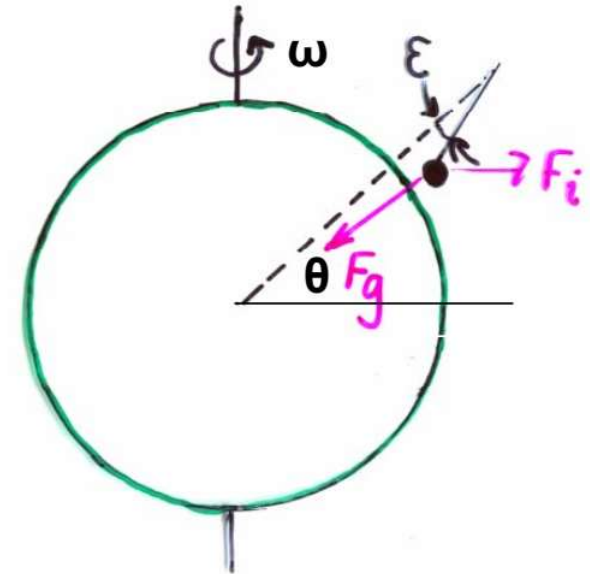


are periods equal?

$$T = 2\pi \sqrt{l/g} \left( \frac{m^i}{m^g} \right)$$

$$\Delta a/a \leq 10^{-4}$$

Eötvös test



are angles equal?

$$\epsilon = \omega^2 R \sin 2\theta / (2g) \left( \frac{m^i}{m^g} \right)$$

$$\Delta a/a \leq 10^{-9}$$



# Valor mais recente que encontrei

PRL **100**, 041101 (2008)

PHYSICAL REVIEW LETTERS

week ending  
1 FEBRUARY 2008

## Test of the Equivalence Principle Using a Rotating Torsion Balance

S. Schlamminger, K.-Y. Choi, T. A. Wagner, J. H. Gundlach, and E. G. Adelberger

*Center for Experimental Nuclear Physics and Astrophysics, University of Washington, Seattle, Washington, 98195, USA*

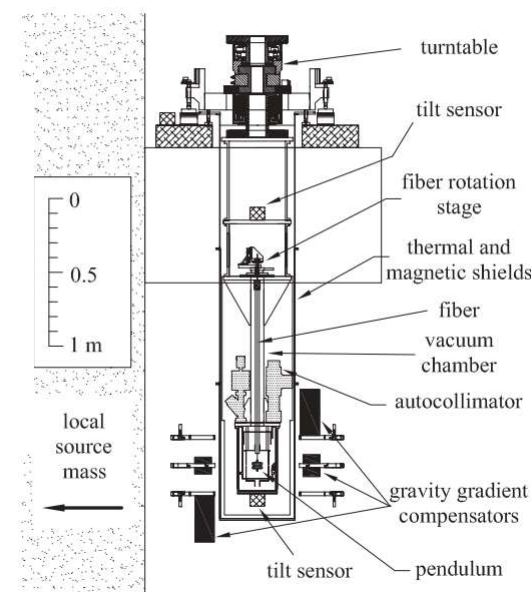
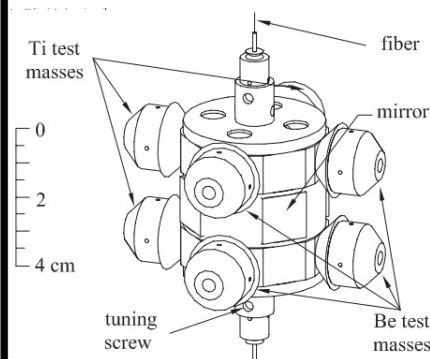
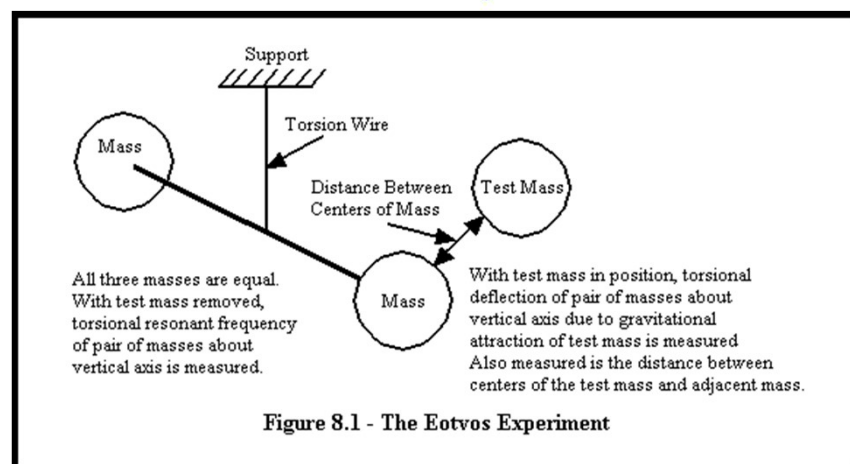
(Received 4 October 2007; revised manuscript received 3 December 2007; published 28 January 2008)

We used a continuously rotating torsion balance instrument to measure the acceleration difference of beryllium and titanium test bodies towards sources at a variety of distances. Our result  $\Delta a_{\text{N,Be-Ti}} = (0.6 \pm 3.1) \times 10^{-15} \text{ m/s}^2$  improves limits on equivalence-principle violations with ranges from 1 m to  $\infty$  by an order of magnitude. The Eötvös parameter is  $\eta_{\text{Earth,Be-Ti}} = (0.3 \pm 1.8) \times 10^{-13}$ . By analyzing our data for accelerations towards the center of the Milky Way we find equal attractions of Be and Ti towards galactic dark matter, yielding  $\eta_{\text{DM,Be-Ti}} = (-4 \pm 7) \times 10^{-5}$ . Space-fixed differential accelerations in any direction are limited to less than  $8.8 \times 10^{-15} \text{ m/s}^2$  with 95% confidence.

PRL **100**, 041101 (2008)

PHYSICAL

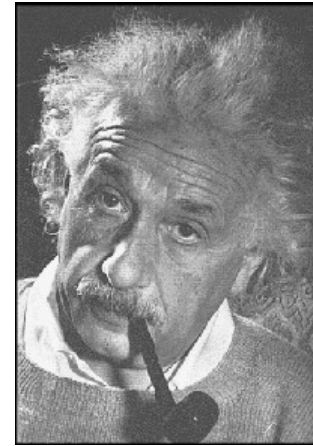
DOI: [10.1103/PhysRevLett.100.041101](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.100.041101)





# A ideia mais feliz da minha vida

---

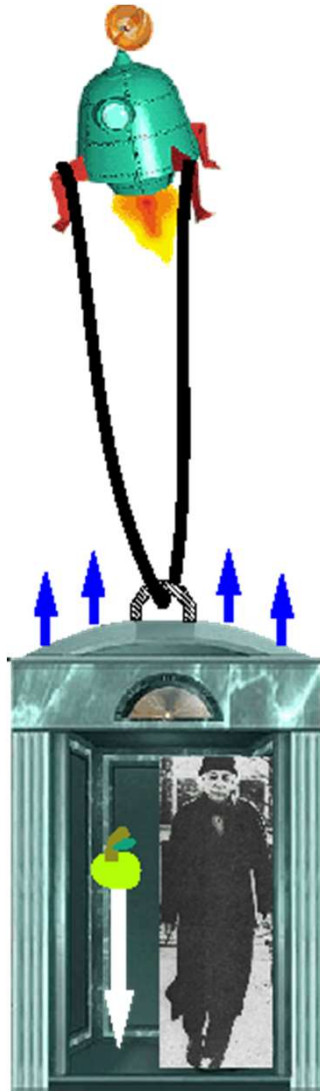


Experiências feitas dentro uma caixa (pequena) em queda livre não são capazes de detectar a existência de um campo gravítico

Todos os objetos têm a mesma aceleração.

Pode pensar como em cada instante o referencial é um referencial de inércia

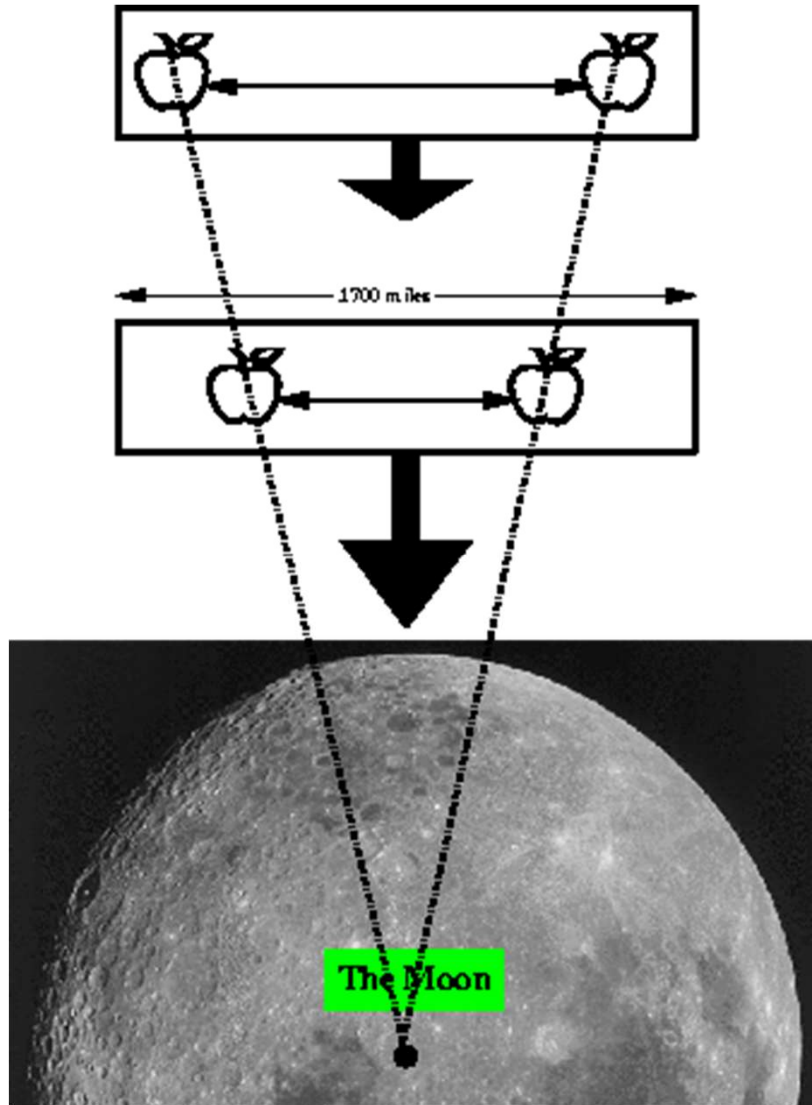
**Postulado de Relatividade Geral:** A forma de cada lei física é igual em todos os referenciais inerciais locais



Queda livre  $\Leftrightarrow$  referência de inércia

aceleração em espaço livre  $\Leftrightarrow$  campo gravítico

# Porque tem ser caixas pequenas?



A matemática de relatividade generalizada é complicada!

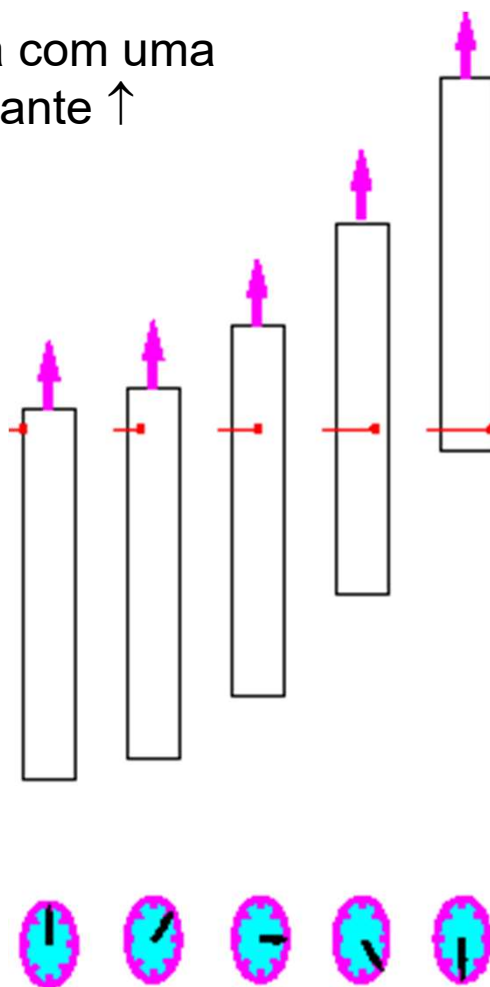
Tem haver transformações contínuas dum referencial á outro.

*Tensores e geometria diferencial*

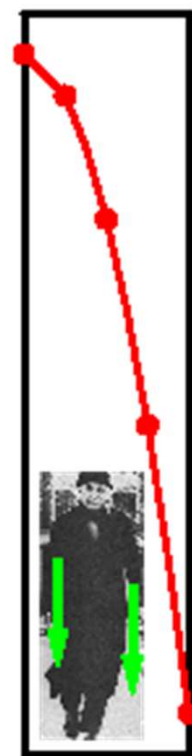
# Luz é desviada por um campo gravítico

Caixa empurrada com uma  
aceleração constante  $\uparrow$   
Equivalente  $g \downarrow$

Luz entra  
aqui



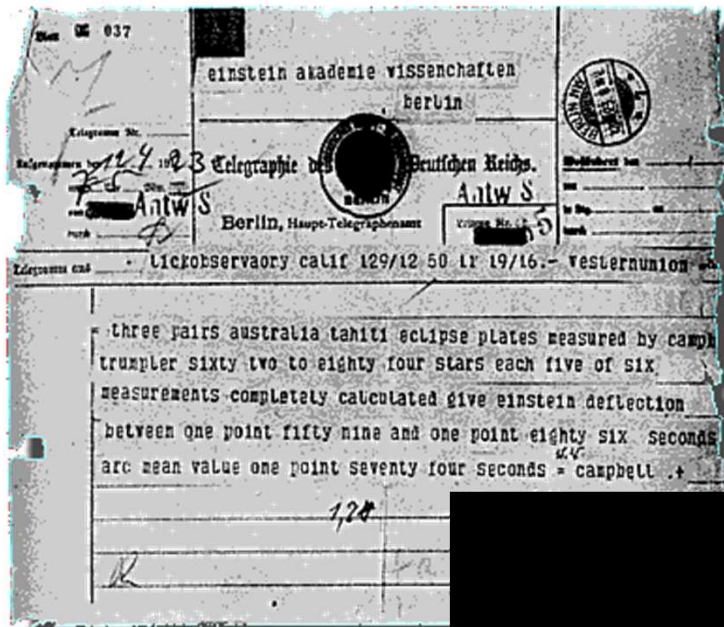
Referência de inércia  
(espaço profundo)



Dentro da caixa

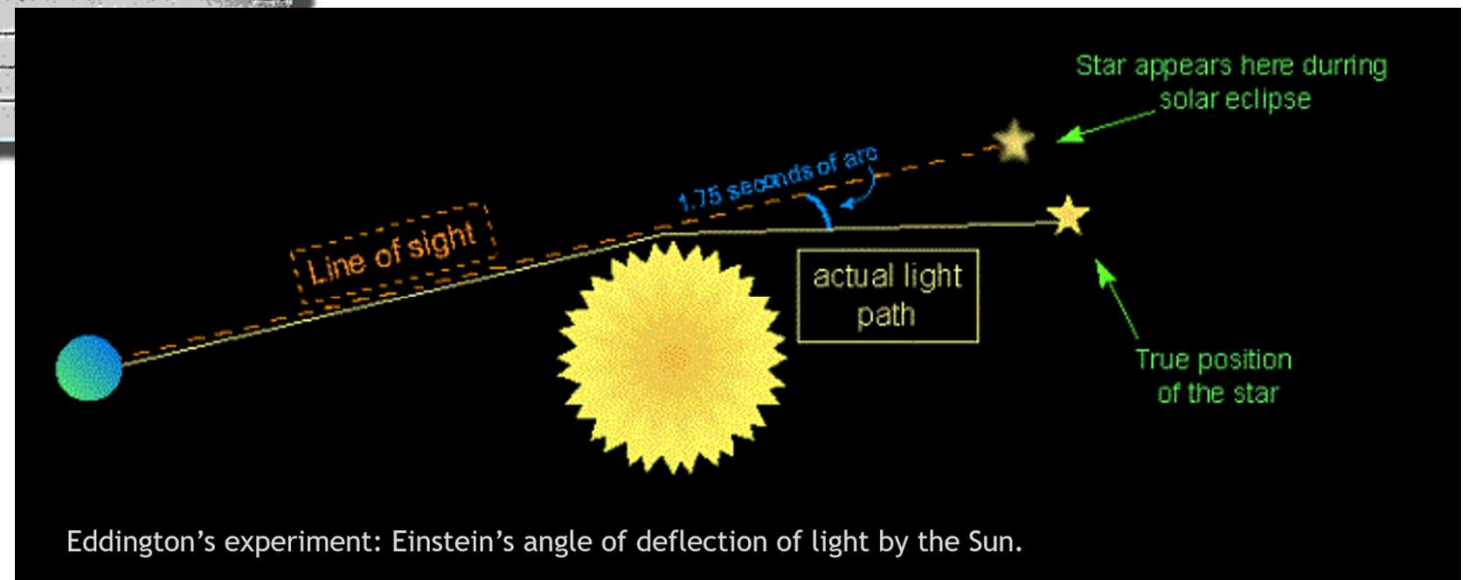
# Evidência observacional Eclipse Solar 1919

Posição de uma estrela alterada quando a luz passa perto do Sol 1919



Desvio era apenas  
1,75 segundo de arco  
 $\approx 0.0005$  graus

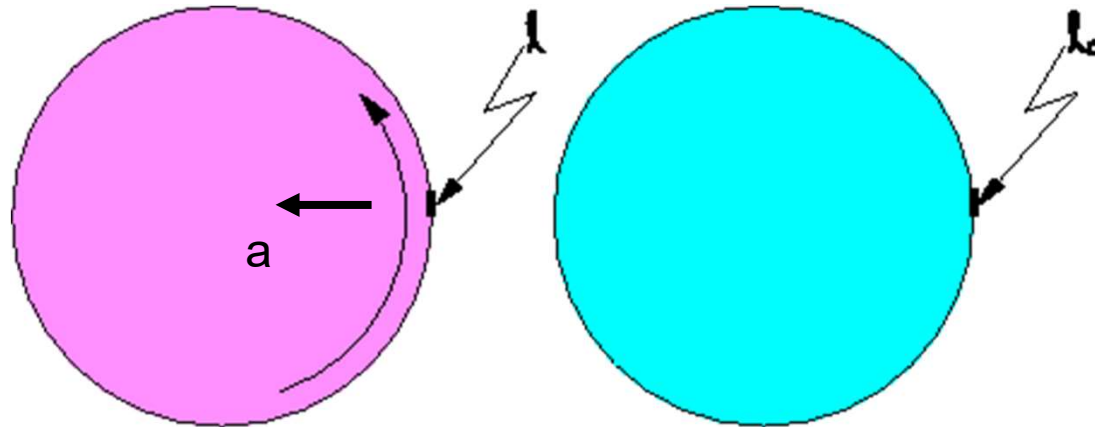
$$\delta\theta = \frac{4GM}{rc^2}$$



# Espaço tempo

---

Considere dois discos



Disco a rodar com uma  
velocidade angular uniforme  
***Aceleração centrípeta***

Disco em repouso

Por um observador estacionário:  $l$  é menor do que  $l_0$  (contração de comprimento)  
O raio,  $r$ , do disco não sofre contração pois a velocidade é  $\perp$  distâncias radiais

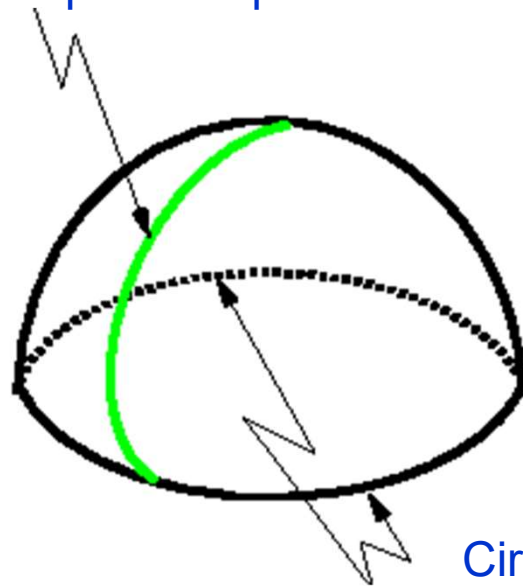
Assim um disco que roda com velocidade angular constante tem  
uma circunferência menor do que  $2\pi r$ !



# Curvatura do espaço

Uma superfície curvada pode ter uma circunferência  $< 2\pi r$   
Considere uma esfera

“raio” medida na superfície da esfera  
– i.e. Distância equador – polo norte



Circunferência na equador  $\approx 4R$

Devida a rotação parece que o disco agora está num espaço com curvatura!  
Rotação  $\Leftrightarrow$  aceleração  
Do principio da equivalência podemos concluir que

A presença de um campo gravítico provoca uma curvatura local no espaço.

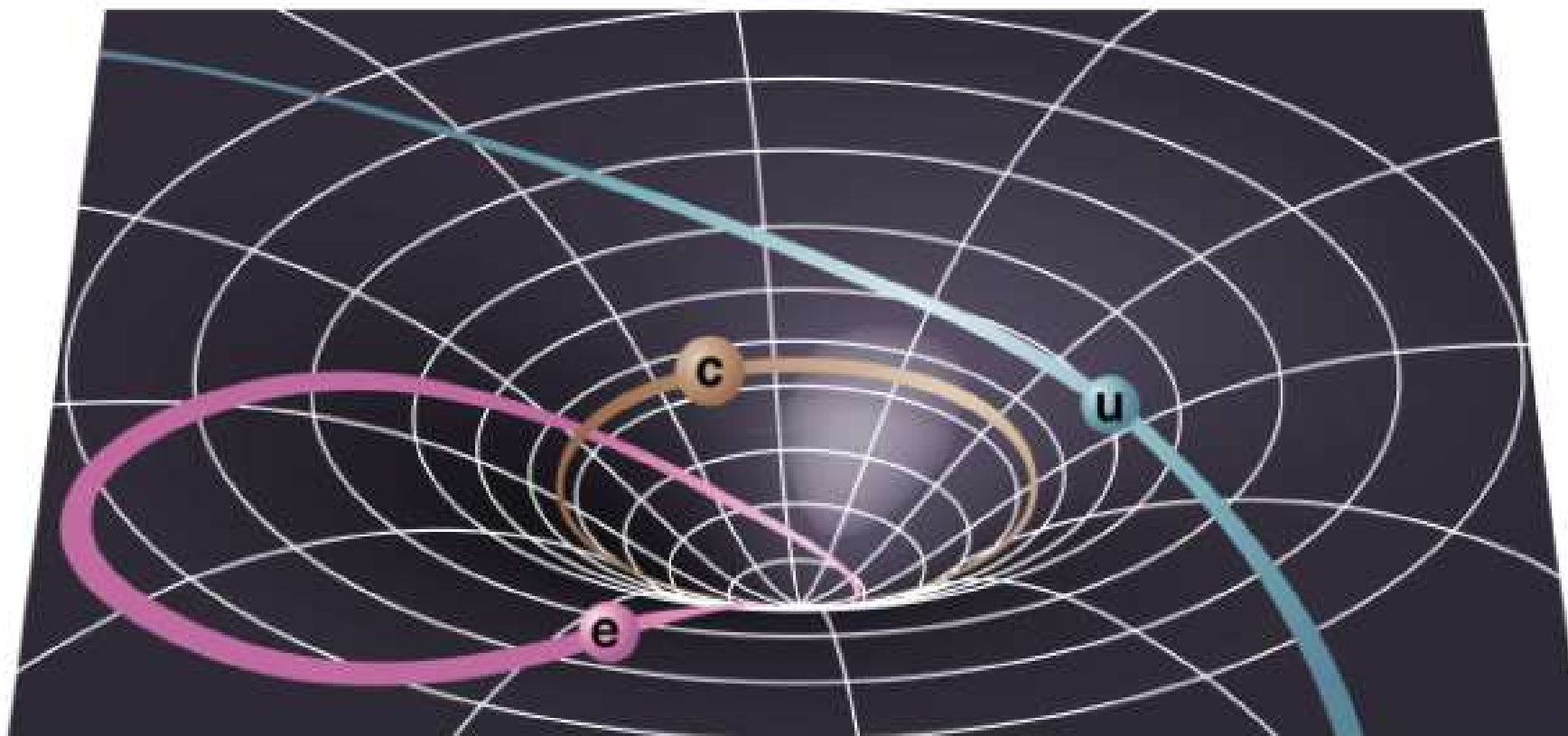
# A curvatura de espaço

---

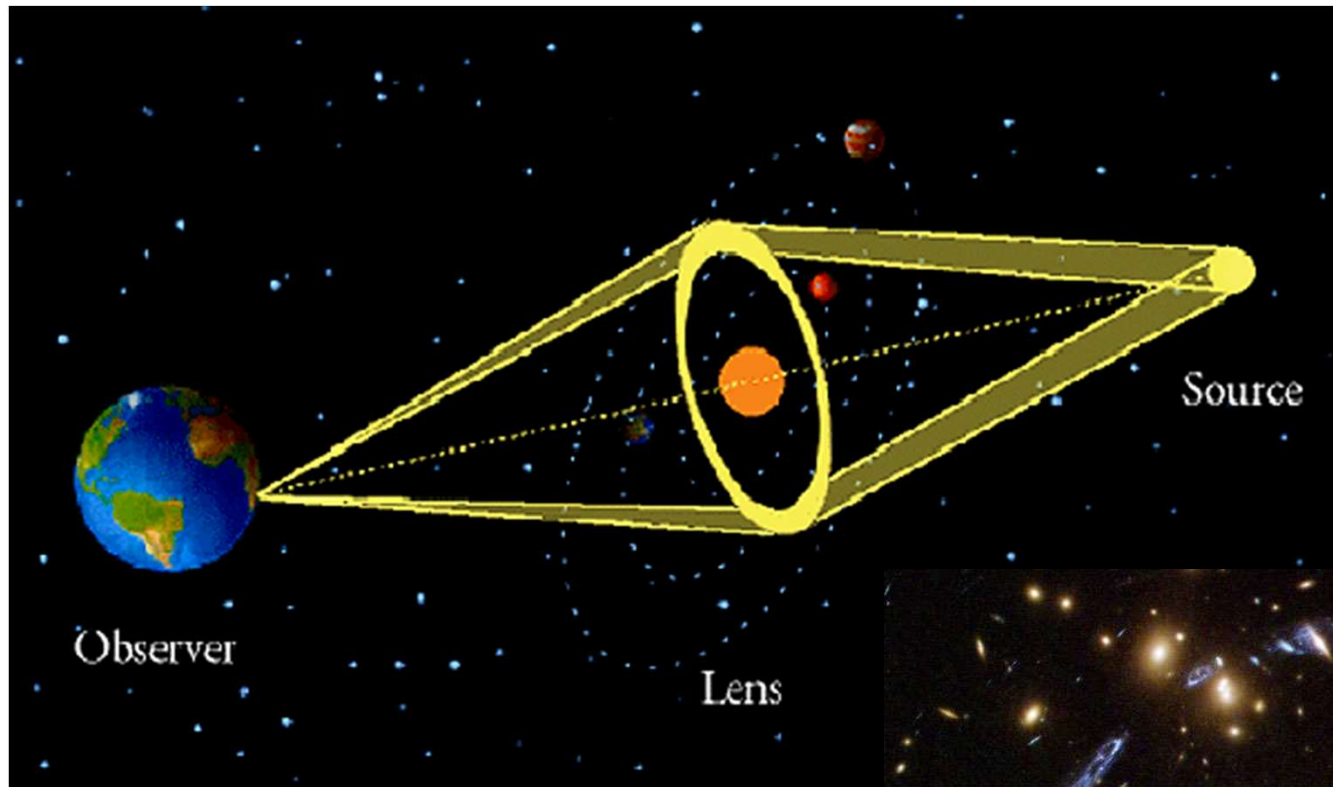
- c** circular orbit
- e** elliptical orbit
- u** unbound orbit

Distorção espaço tempo  
~ uma superfície cônica

Orbitas são secções cónicas

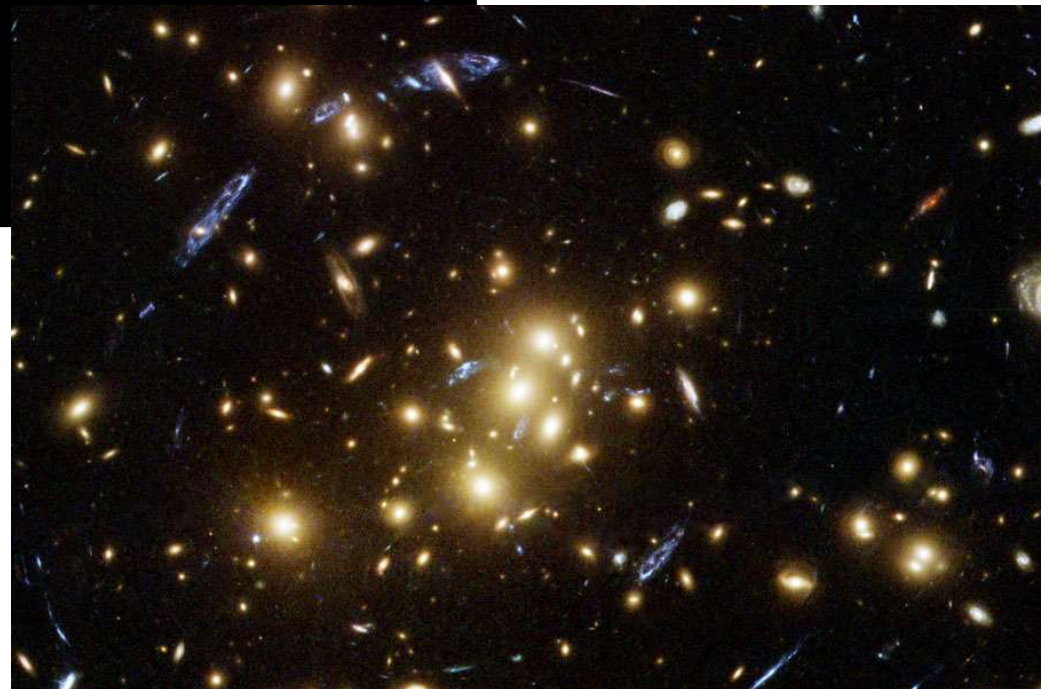


# Anéis de Einstein



Permite de detetar a presença  
de objetos massivos mesmo que  
não emitam radiação detetável

*Matéria escura*



# Efeito Doppler

Para explicar os efeitos convém primeiro deduzir o efeito Doppler na relatividade restrita



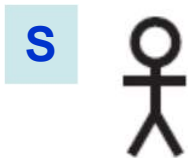
Considere uma fonte de luz que pisca numa frequência  $f'$   
E se aproxima com uma velocidade  $v$ .



Qual é a frequência observada dos flashes da luz?

No referencial da fonte o intervalo do tempo entre flashes é

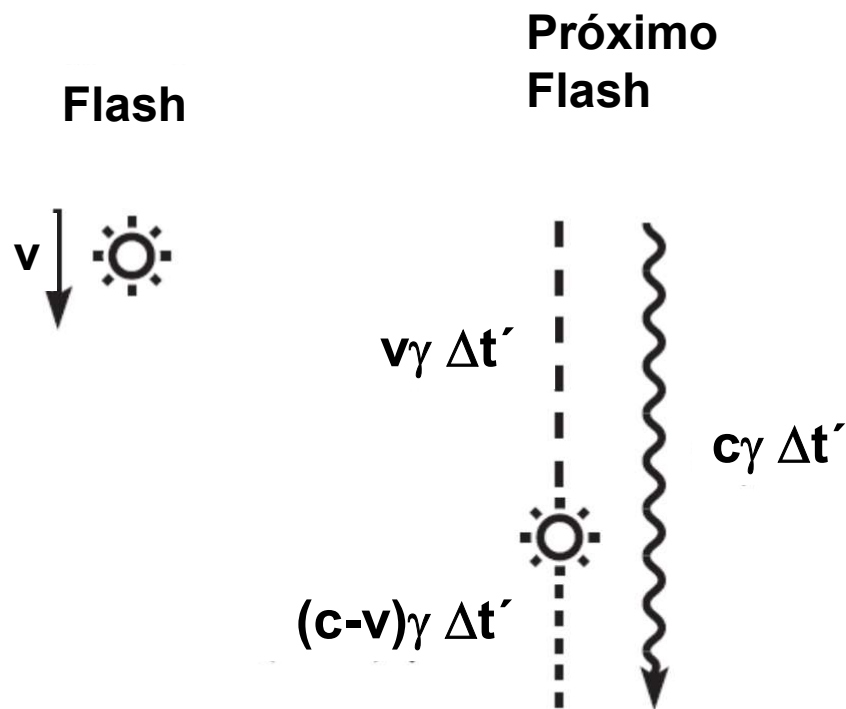
$$\Delta t' = 1 / f'$$



Para o observador em S haverá dois efeitos

Um é a dilatação do tempo

O outro é o efeito Doppler.



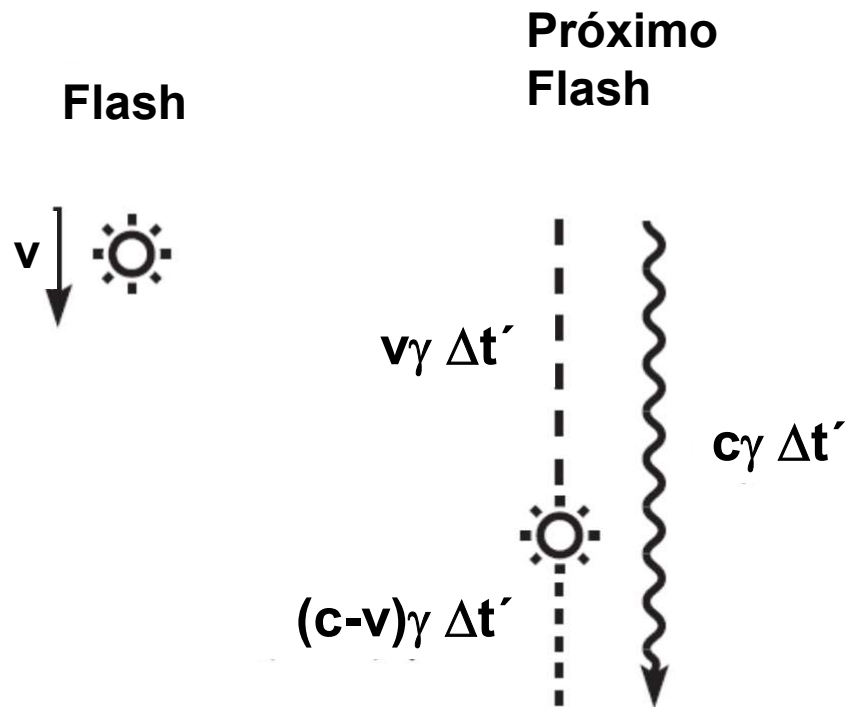
Segundo o observador em S  
Entre flashes

- a fonte se deslocou uma distância  $v\gamma \Delta t'$
- O primeiro flash viajou  $c\gamma \Delta t'$
- O fotões do próximo flash começam uma distância  $(c-v)\gamma \Delta t'$  atrás dos fotões do primeiro flash

O tempo entre a chegada dos dois flashes em S será

$$\Delta t = \frac{(c-v)}{c} \gamma \Delta t' = (1-\beta) \gamma \Delta t'$$





$$\begin{aligned}\Delta t &= (1 - \beta) \gamma \Delta t' \\ &= \frac{(1 - \beta)}{\sqrt{1 - \beta^2}} \Delta t' \\ &= \frac{\sqrt{1 - \beta}}{\sqrt{1 + \beta}} \Delta t'\end{aligned}$$

E como  $\Delta t = 1 / f$

$$f_{obs} = \frac{\sqrt{1 + \beta}}{\sqrt{1 - \beta}} f_{em}$$

Se a fonte está  
aproximar o observador

$$f_{obs} = \frac{\sqrt{1 - \beta}}{\sqrt{1 + \beta}} f_{em}$$

Se a fonte está afastar  
o observador



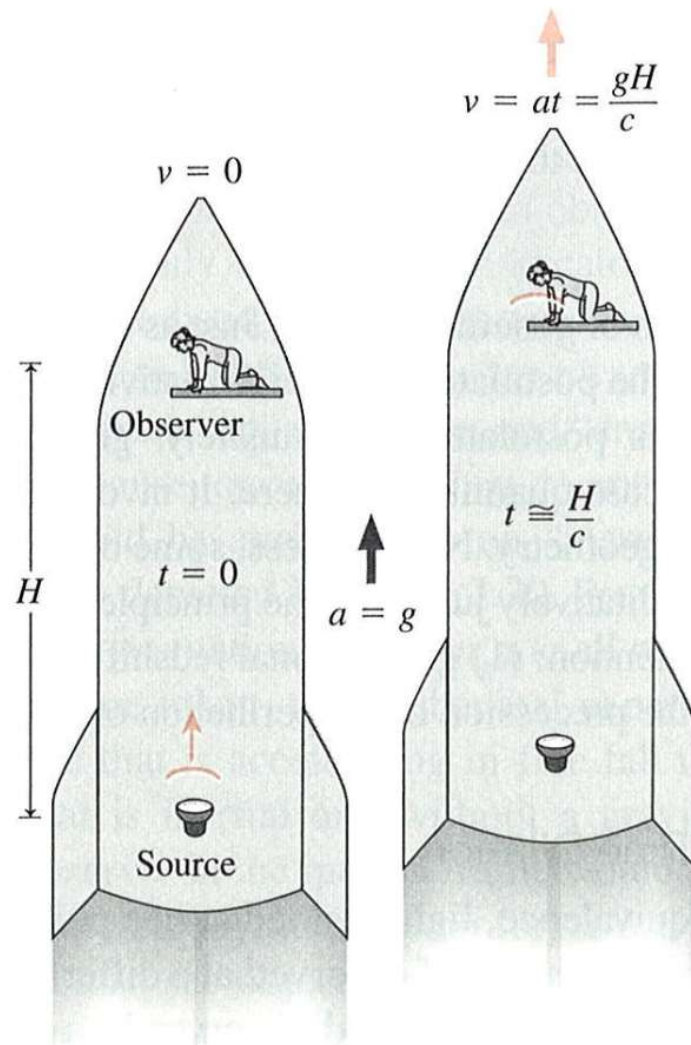
S





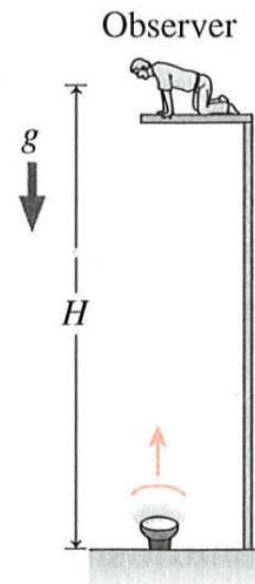
# Deslocamento para vermelho

Considere a situação no foguetão



Para acelerações pequenas  
Entre o lanço dos fótons e a recepção  
O observador ganhou uma velocidade  
 $v \approx at \approx aH/c$

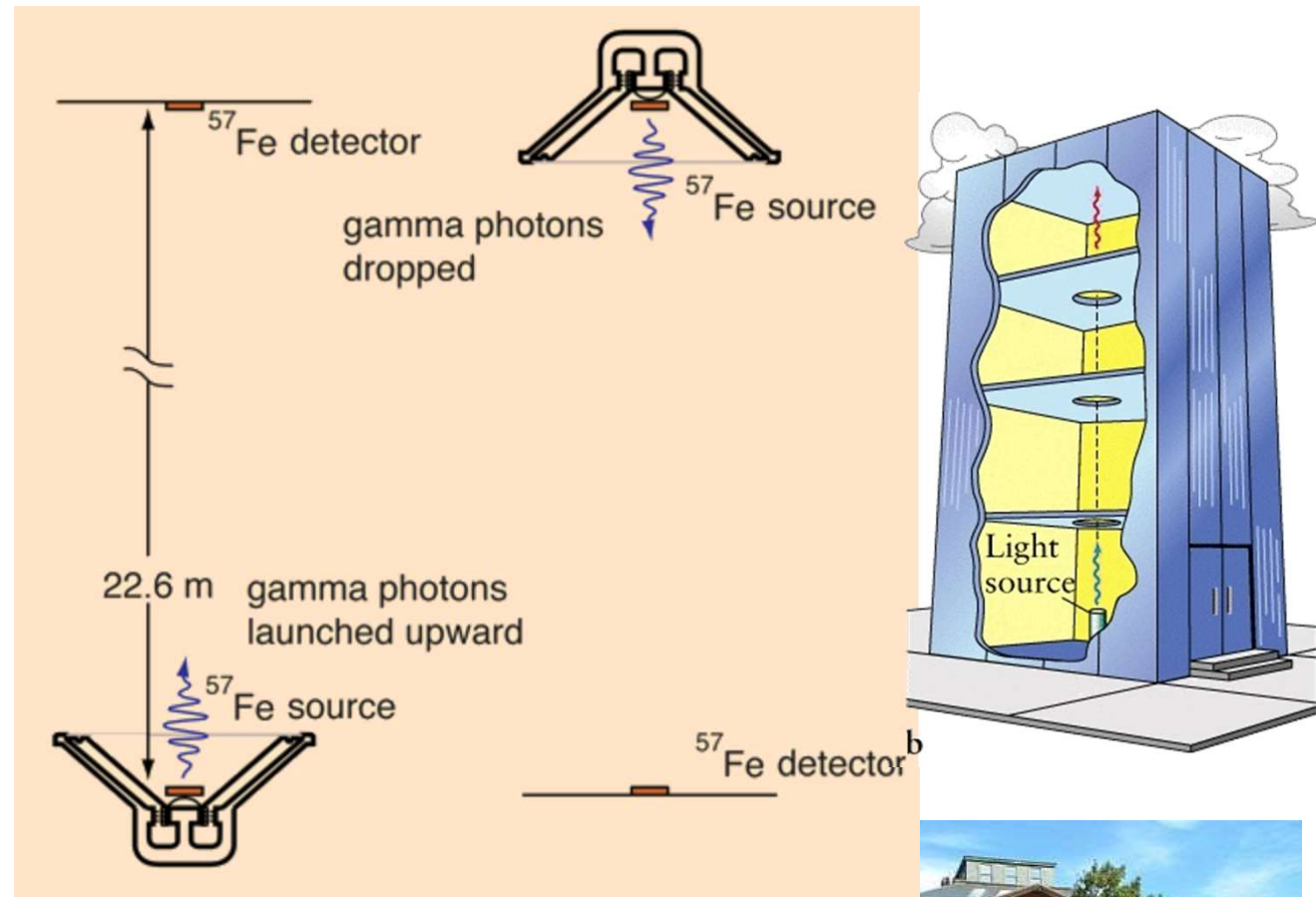
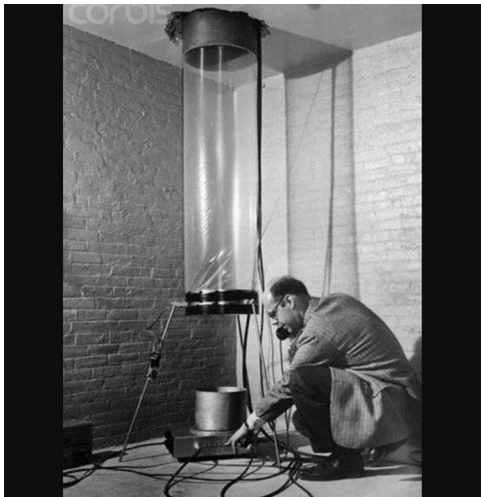
$$\Delta t_{\text{fonte}} = \frac{\sqrt{1-\beta}}{\sqrt{1+\beta}} \Delta t_{\text{obs}} \approx \left(1 - \frac{v}{c}\right) \Delta t_{\text{obs}}$$



$$\Delta t_{\text{baixo}} \approx \left(1 - \frac{gH}{c^2}\right) \Delta t_{\text{alta}}$$

Relógios nos campos  
gravíticos andam devagar

# Experiência Pound Rebka 1959



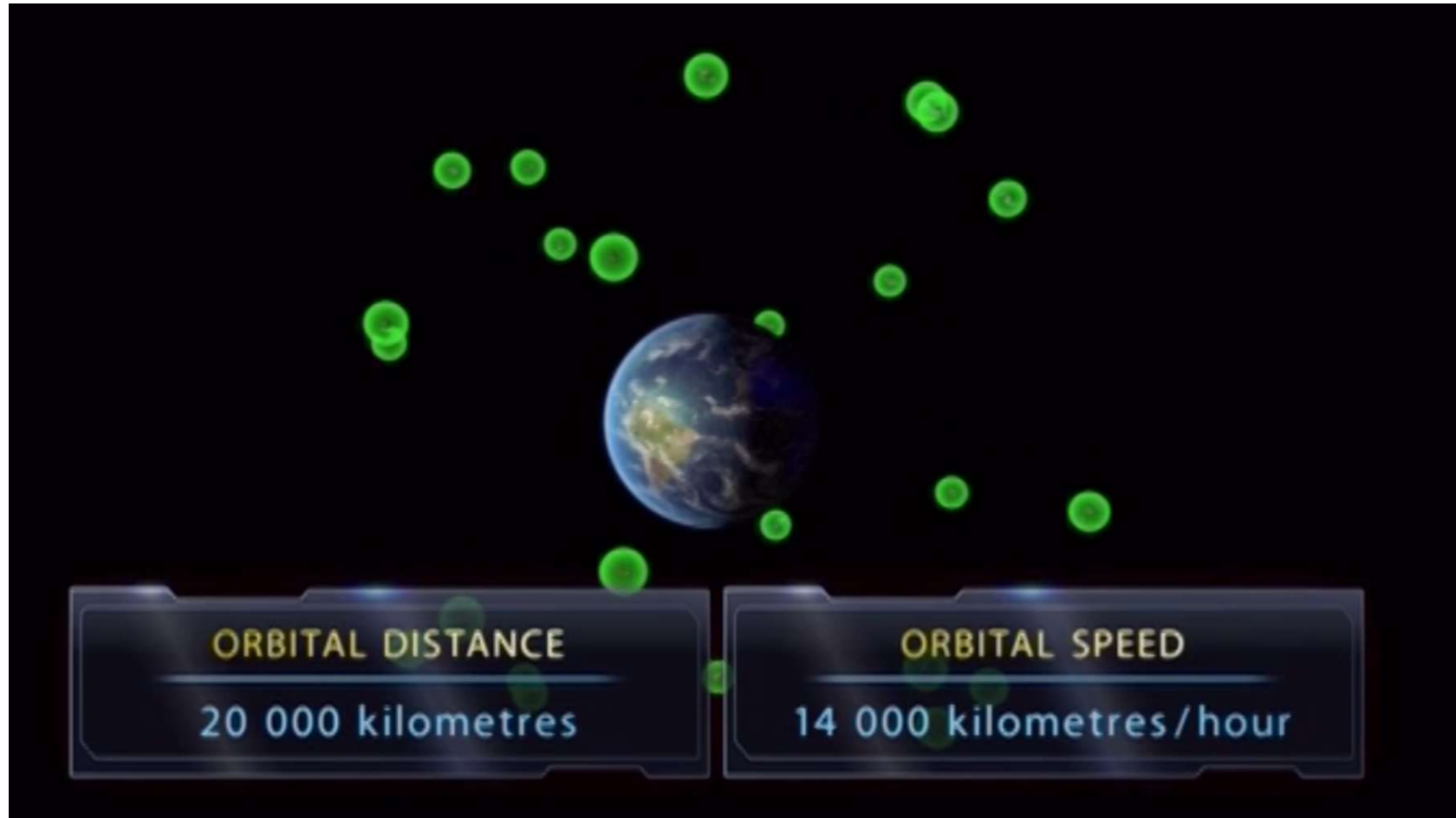
$$\left(\frac{\delta f}{f}\right)_{\downarrow} - \left(\frac{\delta f}{f}\right)_{\uparrow} = (5.1 \pm 0.5) \times 10^{-15}$$

Previsão teórica  $4.9 \times 10^{-15}$



# GPS dois efeitos relativísticos

---



Velocidade (dilatação do tempo) – por um observador na Terra os relógios dos satélites andam devagar

Campo Gravítico – segundo um observador na Terra os relógios dos satélites andam mais depressa.

# Este efeito é importante no sistema GPS

---

## Efeito do campo gravítico

$$\Delta t_{Satelite} \approx \Delta t_{Terra} \left( 1 + \frac{1}{c^2} \left( \frac{GM_T}{R_T} - \frac{GM_T}{r_S} \right) \right)$$

$$R_T \approx 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$r_S \approx R_T + 2 \times 10^7 \text{ m} \approx 2.64 \times 10^7 \text{ m}$$

$$\Delta t_{Satelite} \approx \Delta t_{Terra} (1 + 5.3 \times 10^{-10})$$

$$\frac{GM_T}{R_T^2} = 9.8 \text{ m/s}^2$$

## Efeito da dilatação do tempo

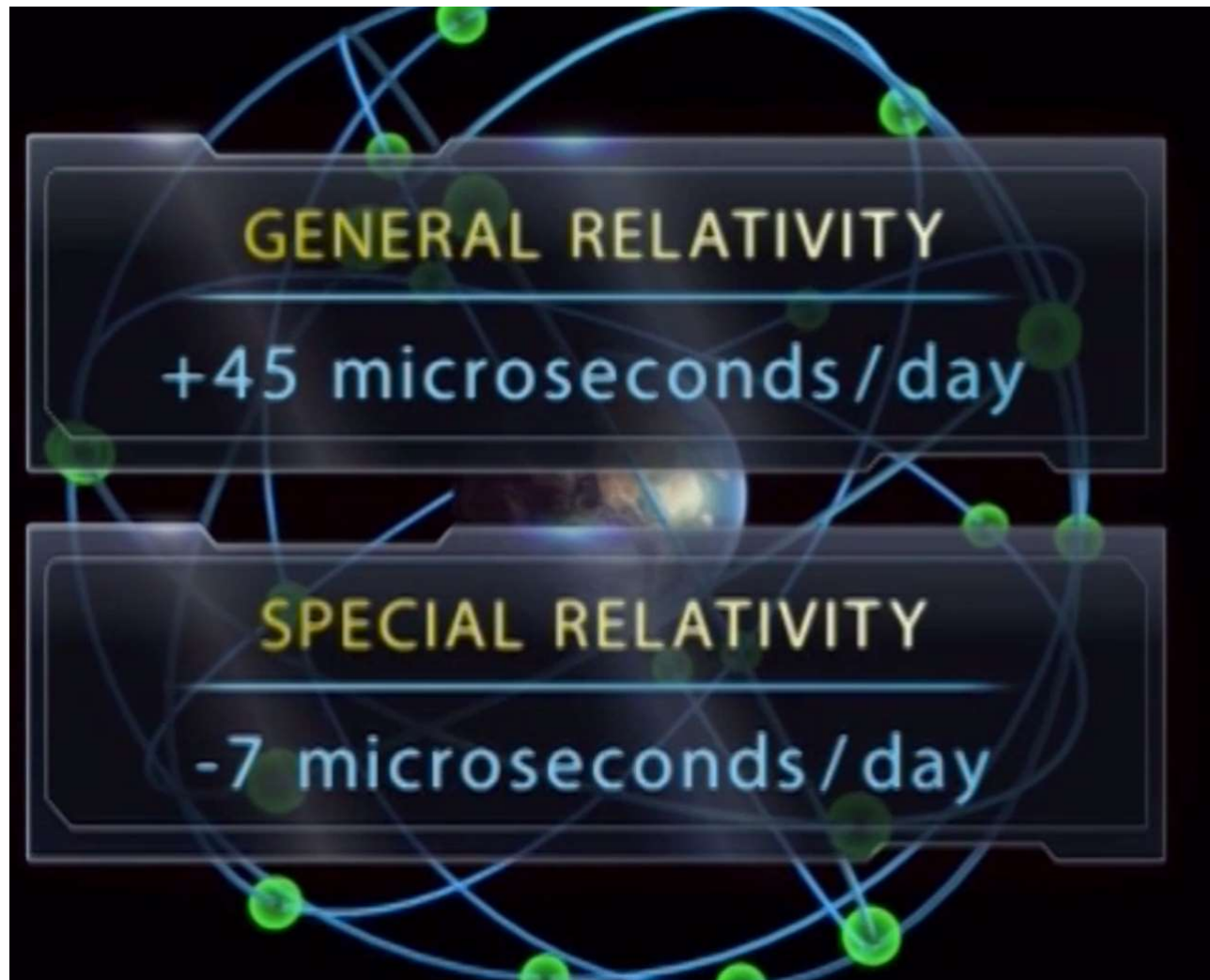
$$\Delta t_{Satelite} = \frac{\Delta t_{Terra}}{\gamma} = \Delta t_{Terra} \sqrt{1 - (v/c)^2} \approx \Delta t_{Terra} \left( 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{v}{c} \right)^2 \right)$$

$$\Delta t_{Satelite} \approx \Delta t_{Terra} (1 - 8.5 \times 10^{-11})$$

$$v_S \approx 3.9 \text{ km/s}$$

# GPS efeitos

---



Efeito líquido  $\approx 38 \mu\text{s}$   $\Leftrightarrow$  erro na posição dr  $\approx c(38 \mu\text{s}) \approx 11,4 \text{ km}$