Universidade do Minho
Escola de Ciências
Departamento de Matemática
e Aplicações

Cálculo

Engenharia e Gestão
de Sistemas de Informação

2013-2014

Primeiro Teste — **20-11-2013**

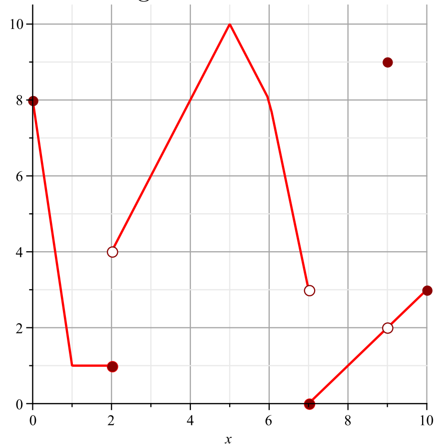
1. Calcule

   a) $\arccos(\cos(-\frac{\pi}{3}))$; b) $\operatorname{tg}(\arccos(\frac{2}{3}))$.

2. Resolva a equação $\ln(x^2-1)+4\ln(2)=2\ln(4x-3)$.

3. Considere a função $f:[0,10]\longrightarrow\mathbb{R}$ cujo gráfico se apresenta na figura anexa.

   a) Indique o contradomínio de f.
   b) Determine $f^{-1}([1,8])$.
   c) Indique os pontos de mínimo (minimizantes) local de f.
   d) Indique os pontos de máximo (maximizantes) local de f.
   e) Indique os pontos onde f é descontínua.
   f) Indique o valor de $f'(4)$.
   g) Indique os pontos onde f não é derivável.
   h) Determine $\lim\limits_{x\to+\infty} f(\frac{1}{x})$ e $\lim\limits_{x\to+\infty} f(\frac{7x-1}{x})$.



4. Calcule

   a) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{1-x+\ln x}{x^3-3x+2}$; b) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\operatorname{sen}(2x)\,\operatorname{tg}(3x)}{x\,\operatorname{sh} x}$.

5. Calcule a derivada da função $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=x\,e^{\operatorname{sen}(x^2)}$.

6. Considere o polinómio p definido por $p(x)=x^5-5x^4-5x^3+30x^2+5$.

   a) Calcule a reta tangente ao gráfico de p no ponto de abcissa 1.
   b) Notando que $p'(4)=0$, calcule os intervalos de monotonia de p.
   c) Quantos zeros tem p? Justifique.

7. Seja $f:[0,1]\to\mathbb{R}$ contínua e derivável em $]0,1[$ tal que $f(0)=f(1)=0$. Mostre que existe $c\in]0,1[$ tal que $f(c)=2f'(c)$.

   Sugestão: Considere a função $g:[0,1]\to\mathbb{R}$ definida por $g(x)=f(x)\,e^{-2x}$.

Universidade do Minho
Escola de Ciências
Departamento de Matemática
e Aplicações

Cálculo

Engenharia e Gestão
de Sistemas de Informação

2013-2014

Primeiro Teste — 20-11-2013

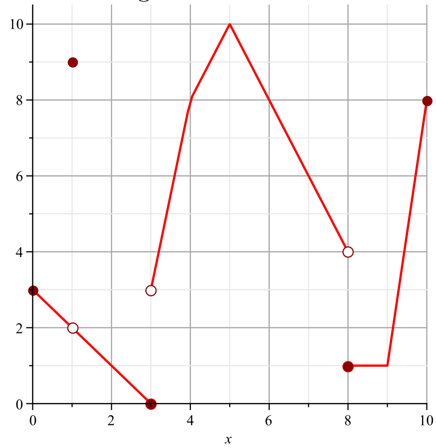
1. Calcule

   a) $\arcsin(\operatorname{sen}(\frac{3\pi}{4}))$; b) $\operatorname{tg}(\arccos(\frac{1}{3}))$.

2. Resolva a equação $\ln(x^2-2)+4\ln(2)=2\ln(4x-1)$.

3. Considere a função $f:[0,10]\longrightarrow\mathbb{R}$ cujo gráfico se apresenta na figura anexa.

   a) Indique o contradomínio de f.
   b) Determine $f^{-1}([1,8])$.
   c) Indique os pontos de mínimo (minimizantes) local de f.
   d) Indique os pontos de máximo (maximizantes) local de f.
   e) Indique os pontos onde f é descontínua.
   f) Indique o valor de $f'(6)$.
   g) Indique os pontos onde f não é derivável.
   h) Determine $\lim\limits_{x\to+\infty} f(\frac{1}{x})$ e $\lim\limits_{x\to+\infty} f(\frac{8x-1}{x})$.



4. Calcule

   a) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x-1-\ln x}{x^3-3x+2}$; b) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x\,\operatorname{tg}(3x)}{\operatorname{sen}(2x)\,\operatorname{sh} x}$.

5. Calcule a derivada da função $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=x\,e^{\cos(x^2)}$.

6. Considere o polinómio p definido por $p(x)=x^5+5x^4-5x^3-30x^2-5$.

   a) Calcule a reta tangente ao gráfico de p no ponto de abcissa 1.
   b) Notando que $p'(-4)=0$, calcule os intervalos de monotonia de p.
   c) Quantos zeros tem p? Justifique.

7. Seja $f:[0,1]\to\mathbb{R}$ contínua e derivável em $]0,1[$ tal que $f(0)=f(1)=0$. Mostre que existe $c\in]0,1[$ tal que $f(c)=-2f'(c)$.

   Sugestão: Considere a função $g:[0,1]\to\mathbb{R}$ definida por $g(x)=f(x)\,e^{2x}$.