Universidade do Minho
Escola de Engenharia
Departamento de Electrónica Industrial

Análise de Circuitos

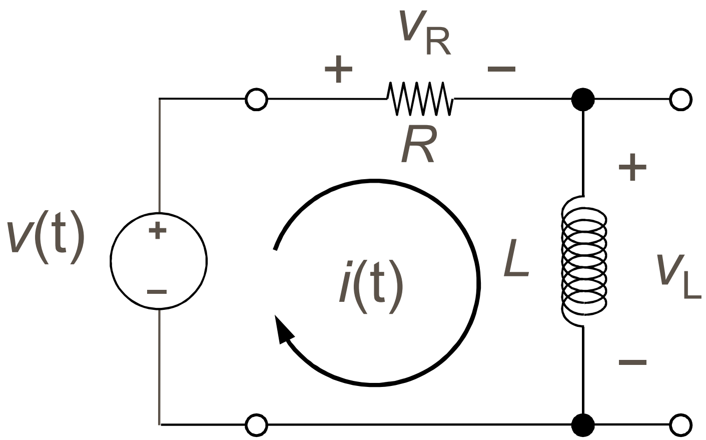
Circuitos de Corrente Alternada

Índice

- **Circuitos de Corrente Alternada**
  - Conceito de Reactância. Conceito de Impedância.
  - Fasores e Números Complexos
  - Potência em CA

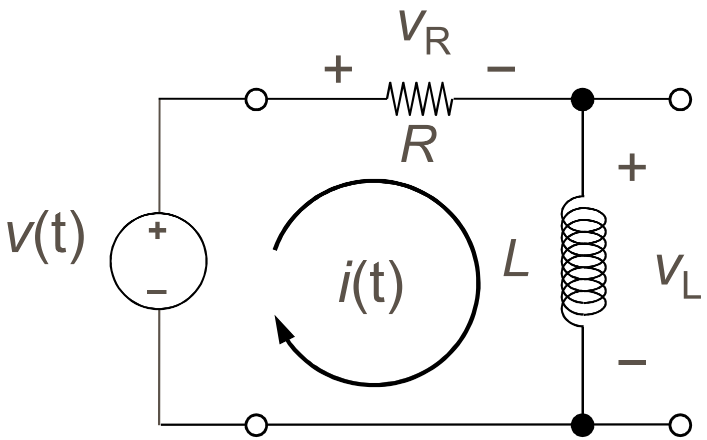
Circuitos de Corrente Alternada (CA)

- Análise de circuitos para sinais com qualquer forma de onda



Circuitos de Corrente Alternada (CA)

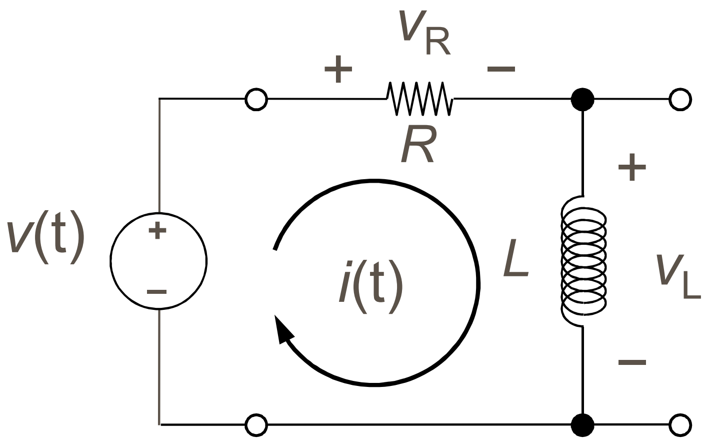
- **Análise de circuitos para sinais com qualquer forma de onda**



$$V = V_R + V_L$$

Circuitos de Corrente Alternada (CA)

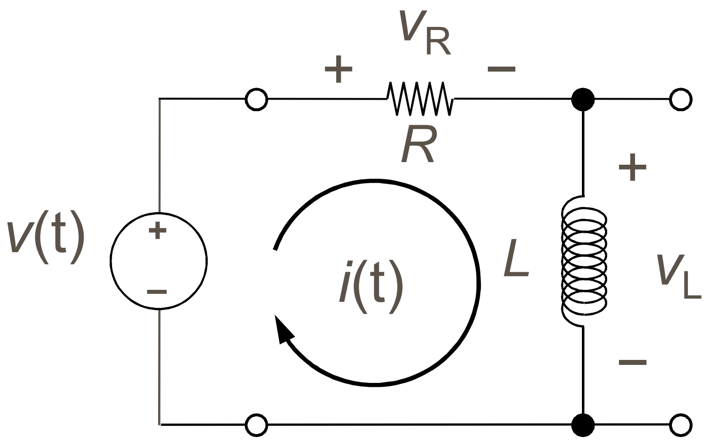
- **Análise de circuitos para sinais com qualquer forma de onda**



$$v = v_R + v_L = Ri + L\frac{di}{dt}$$

Circuitos de Corrente Alternada (CA)

- **Análise de circuitos para sinais com qualquer forma de onda**



$$v = v_R + v_L = Ri + L\frac{di}{dt}$$

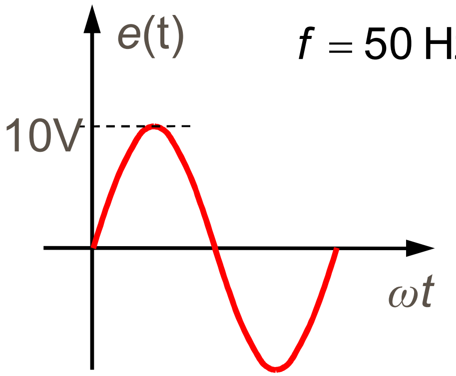
$$v = Ri + L\frac{di}{dt}$$

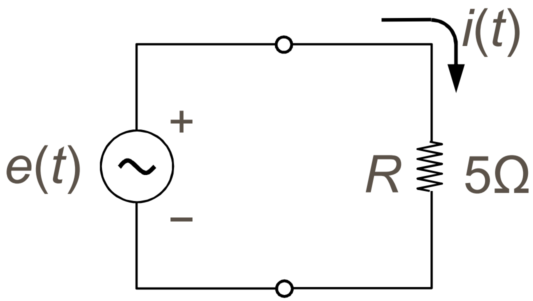
A análise do circuito implica
A resolução de um sistema de equações diferenciais (no caso geral)

Análise de circuitos para sinais sinusoidais - introdução

- Efeito de uma tensão sinusoidal numa resistência

$f = 50\ \text{Hz},\ \omega = 2\pi f = 314\ \text{rad/s},\ e = 10\text{sen}(314t)$



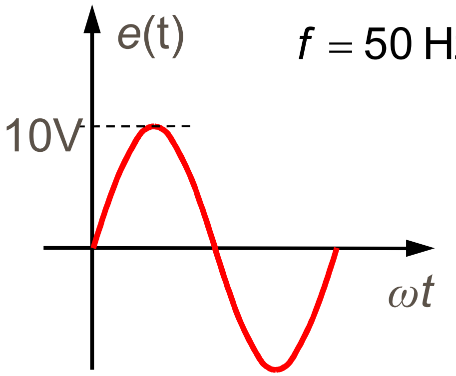


Circuitos de Corrente Alternada

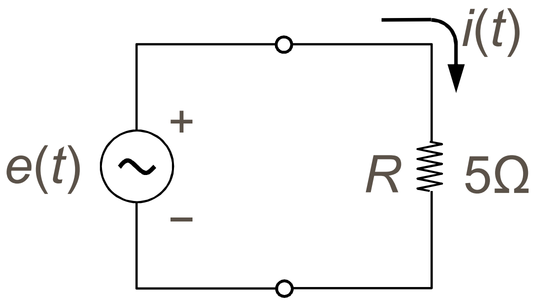
Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Análise de circuitos para sinais sinusoidais - introdução

- Efeito de uma tensão sinusoidal numa resistência



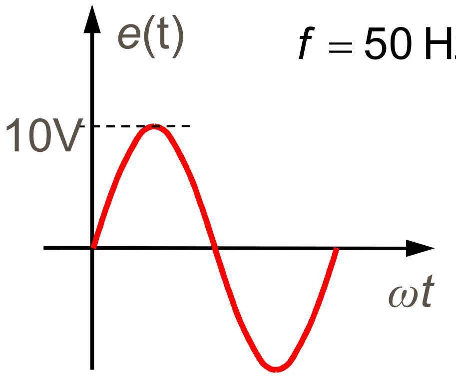
$$f = 50\text{ Hz},\ \omega = 2\pi f = 314\text{ rad/s},\ e = 10\text{sen}(314t)$$



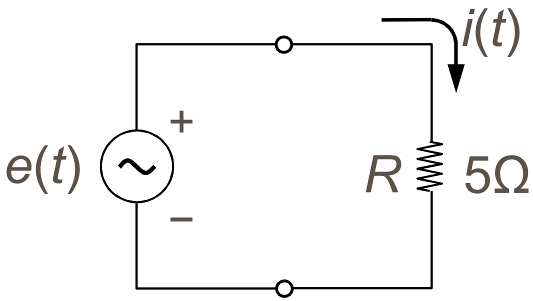
$$i = \frac{e}{R} = \frac{E\text{sen}(\omega t)}{R}$$

Circuitos de Corrente Alternada

- **Análise de circuitos para sinais sinusoidais - introdução**
  - Efeito de uma tensão sinusoidal numa resistência



$$f = 50\text{ Hz},\ \omega = 2\pi f = 314\text{ rad/s},\ e = 10\text{sen}(314t)$$



$$i = \frac{e}{R} = \frac{E sen(\omega t)}{R} \qquad \rightarrow i = \frac{10 sen(\omega t)}{5} = 2 sen(\omega t)$$

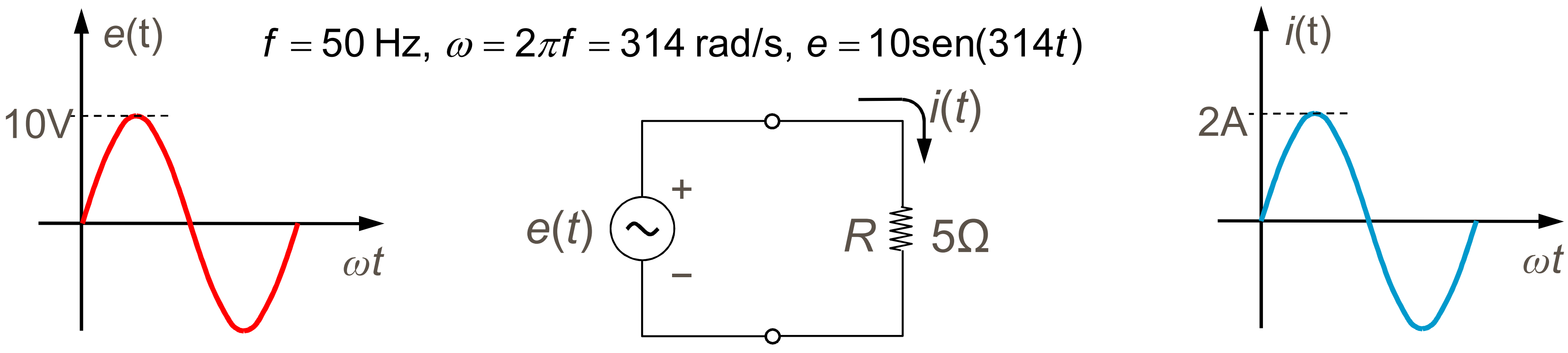
Circuitos de Corrente Alternada

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Análise de circuitos para sinais sinusoidais - introdução

- Efeito de uma tensão sinusoidal numa resistência

$f = 50$ Hz, $\omega = 2\pi f = 314$ rad/s, $e = 10\mathrm{sen}(314t)$



$$i = \frac{e}{R} = \frac{E sen(\omega t)}{R} \quad \rightarrow i = \frac{10 sen(\omega t)}{5} = 2 sen(\omega t)$$

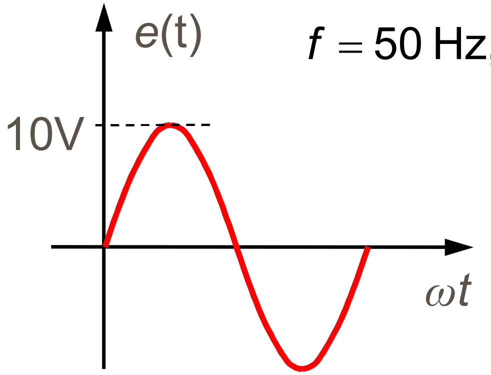
➔ A corrente é também sinusoidal, tem a mesma frequência e está **em fase** com a tensão

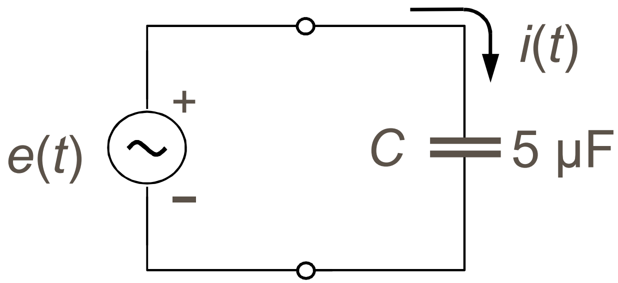
Circuitos de Corrente Alternada

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

- **Análise de circuitos para sinais sinusoidais - introdução**
  - Efeito de uma tensão sinusoidal num condensador

$f = 50\text{ Hz},\ \omega = 2\pi f = 314\text{ rad/s},\ e = 10\text{sen}(314t)$

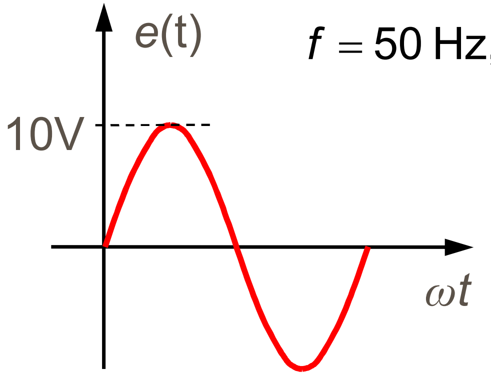




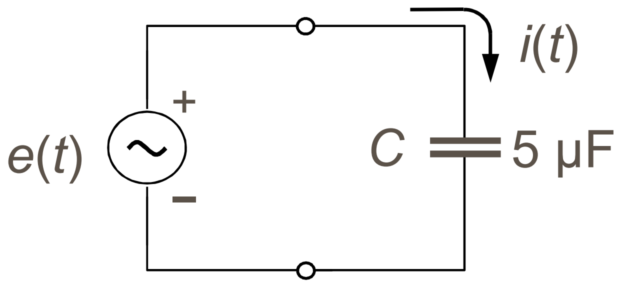
$$i = C\frac{de}{dt}$$

Circuitos de Corrente Alternada

- **Análise de circuitos para sinais sinusoidais - introdução**
  - Efeito de uma tensão sinusoidal num condensador



$$f = 50\text{ Hz},\ \omega = 2\pi f = 314\text{ rad/s},\ e = 10\text{sen}(314t)$$

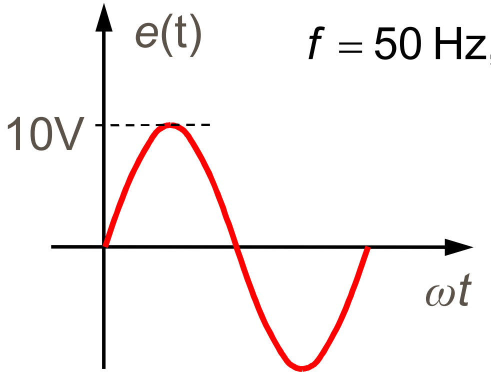


$$i = C\frac{de}{dt} \qquad \rightarrow i = \omega C E\cos(\omega t) = \left(\frac{E}{1/\omega C}\right)\text{sen}(\omega t + 90°) = I(\omega)\text{sen}(\omega t + 90°)$$

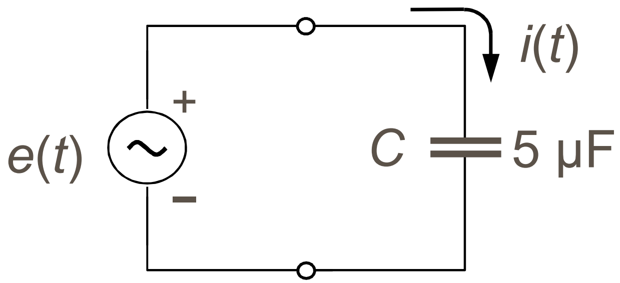
Circuitos de Corrente Alternada

Análise de circuitos para sinais sinusoidais - introdução

- Efeito de uma tensão sinusoidal num condensador



$$f = 50\text{ Hz},\ \omega = 2\pi f = 314\text{ rad/s},\ e = 10\text{sen}(314t)$$

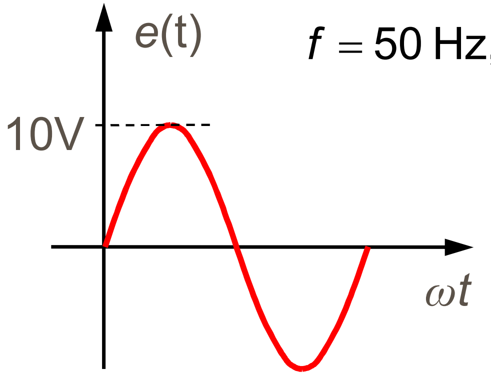


$$i = C\frac{de}{dt} \quad \rightarrow i = \omega CE\cos(\omega t) = \left(\frac{E}{1/\omega C}\right)\text{sen}(\omega t + 90°) = I(\omega)\text{sen}(\omega t + 90°)$$

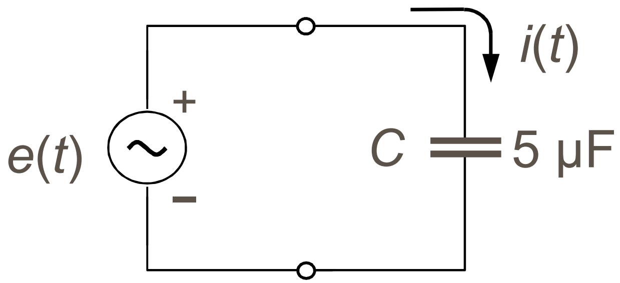
$$I(\omega) = \frac{E}{X_C}, \quad X_C = \frac{1}{\omega C}$$ $\rightarrow$ **reactância do condensador**

Análise de circuitos para sinais sinusoidais - introdução

- Efeito de uma tensão sinusoidal num condensador



$f = 50\text{ Hz},\ \omega = 2\pi f = 314\text{ rad/s},\ e = 10\,\mathrm{sen}(314t)$



$$i = C\frac{de}{dt} \qquad \rightarrow i = \omega CE\cos(\omega t) = \left(\frac{E}{1/\omega C}\right)\mathrm{sen}(\omega t + 90^\circ) = I(\omega)\mathrm{sen}(\omega t + 90^\circ)$$

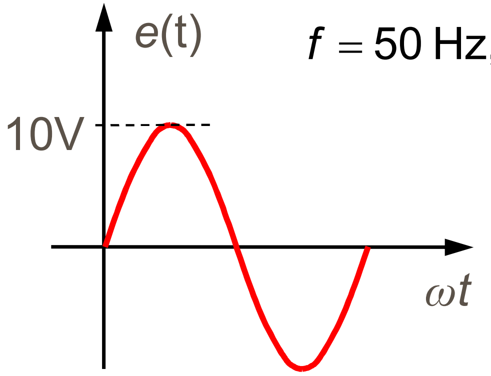
$$I(\omega) = \frac{E}{X_C}, \qquad X_C = \frac{1}{\omega C}$$ $\rightarrow$ **reactância do condensador**

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = 637\ \Omega \qquad \rightarrow i = \frac{E}{X_C}\mathrm{sen}(\omega t + 90^\circ) = 15.7\times10^{-3}\mathrm{sen}(\omega t + 90^\circ)$$

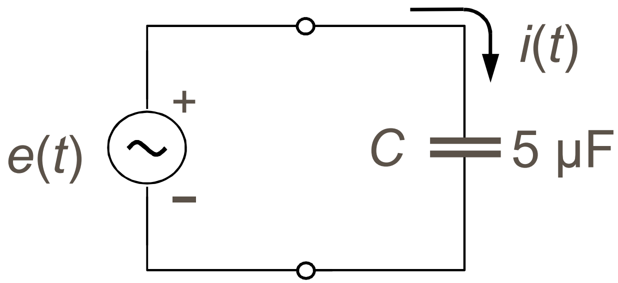
Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

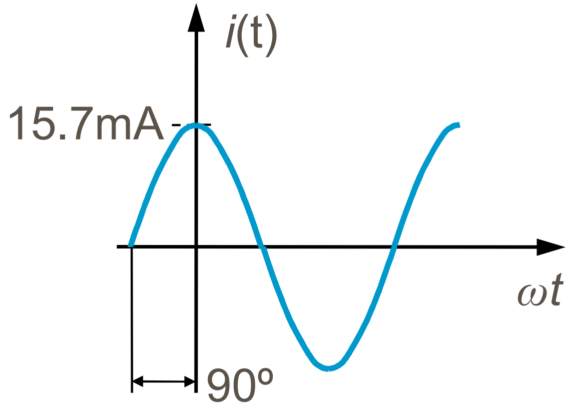
Análise de circuitos para sinais sinusoidais - introdução

- Efeito de uma tensão sinusoidal num condensador



$f = 50\text{ Hz},\ \omega = 2\pi f = 314\text{ rad/s},\ e = 10\,\text{sen}(314t)$





$$i = C\frac{de}{dt} \qquad \rightarrow i = \omega C E\cos(\omega t) = \left(\frac{E}{1/\omega C}\right)\text{sen}(\omega t + 90°) = I(\omega)\text{sen}(\omega t + 90°)$$

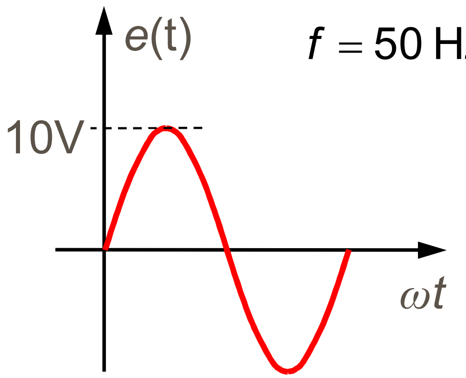
$$I(\omega) = \frac{E}{X_C}, \qquad X_C = \frac{1}{\omega C} \quad \rightarrow \textbf{reactância do condensador}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = 637\ \Omega \qquad \rightarrow i = \frac{E}{X_C}\text{sen}(\omega t + 90º) = 15.7\times 10^{-3}\,\text{sen}(\omega t + 90º)$$

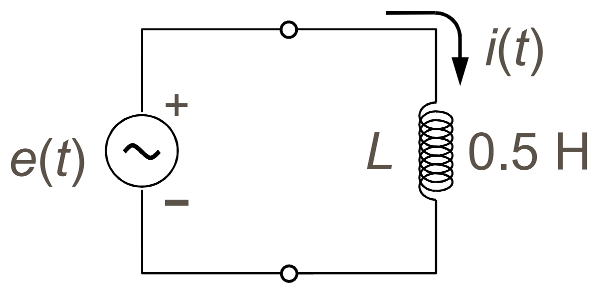
➔ A corrente é também sinusoidal, tem a mesma frequência e está **avançada 90º** relativamente à tensão e <u>a sua amplitude depende da frequência</u> (para além de *E* e de *C*)

Análise de circuitos para sinais sinusoidais - introdução

- Efeito de uma tensão sinusoidal num indutor



$$f = 50\text{ Hz},\ \omega = 2\pi f = 314\text{ rad/s},\ e = 10\text{sen}(314t)$$



$$e = L\frac{di}{dt} \quad \rightarrow i = \frac{1}{L}\int e \cdot dt$$

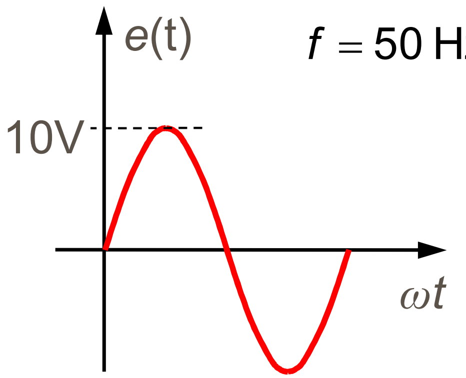
Circuitos de Corrente Alternada

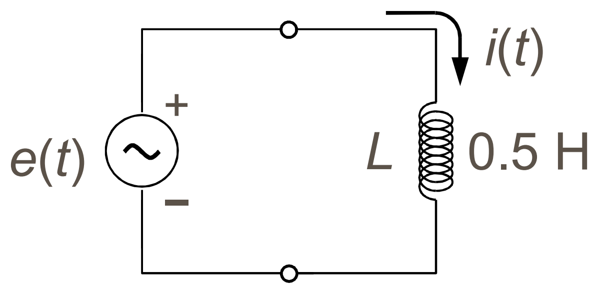
Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Análise de circuitos para sinais sinusoidais - introdução

- Efeito de uma tensão sinusoidal num indutor

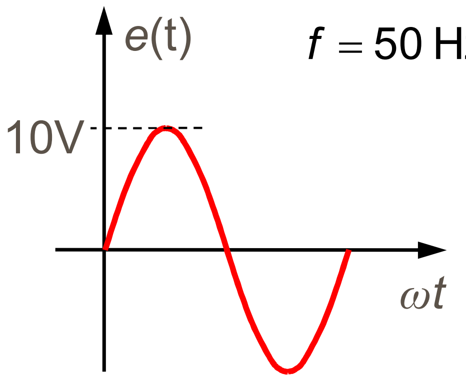
$$f = 50\text{ Hz},\ \omega = 2\pi f = 314\text{ rad/s},\ e = 10\,\text{sen}(314t)$$



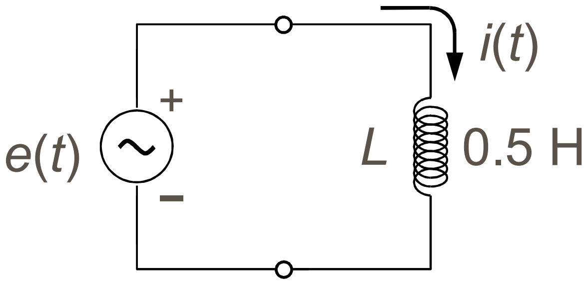


$$e = L\frac{di}{dt} \quad \rightarrow i = \frac{1}{L}\int e \cdot dt \quad \rightarrow i = -\left(\frac{E\cos(\omega t)}{\omega L}\right) = \left(\frac{E}{\omega L}\right)\text{sen}(\omega t - 90°) = I(\omega)\text{sen}(\omega t - 90°)$$

- **Análise de circuitos para sinais sinusoidais - introdução**
  - Efeito de uma tensão sinusoidal num indutor



$$f = 50 \text{ Hz}, \ \omega = 2\pi f = 314 \text{ rad/s}, \ e = 10\text{sen}(314t)$$

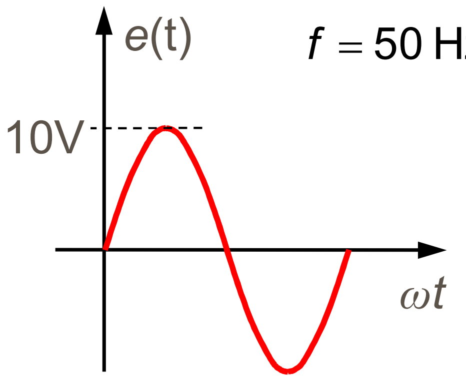


$$e = L\frac{di}{dt} \quad \rightarrow i = \frac{1}{L}\int e \cdot dt \quad \rightarrow i = -\left(\frac{E\cos(\omega t)}{\omega L}\right) = \left(\frac{E}{\omega L}\right)\text{sen}(\omega t - 90^\circ) = I(\omega)\text{sen}(\omega t - 90^\circ)$$

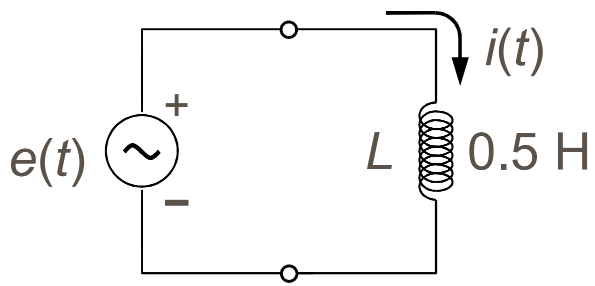
$$I(\omega) = \frac{E}{X_L}, \qquad X_L = \omega L \quad \rightarrow \textbf{reactância da bobina}$$

Análise de circuitos para sinais sinusoidais - introdução

- Efeito de uma tensão sinusoidal num indutor



$f = 50$ Hz, $\omega = 2\pi f = 314$ rad/s, $e = 10\text{sen}(314t)$



$$e = L\frac{di}{dt} \quad \rightarrow i = \frac{1}{L}\int e \cdot dt \quad \rightarrow i = -\left(\frac{E\cos(\omega t)}{\omega L}\right) = \left(\frac{E}{\omega L}\right)\text{sen}(\omega t - 90^\circ) = I(\omega)\text{sen}(\omega t - 90^\circ)$$

$$I(\omega) = \frac{E}{X_L}, \quad X_L = \omega L \quad \rightarrow \textbf{reactância da bobina}$$

$$X_L = \omega L = 157\ \Omega \qquad \rightarrow i = \frac{E}{X_L}\text{sen}(\omega t - 90^\text{o}) = 63.7 \times 10^{-3}\text{sen}(\omega t - 90^\text{o})$$

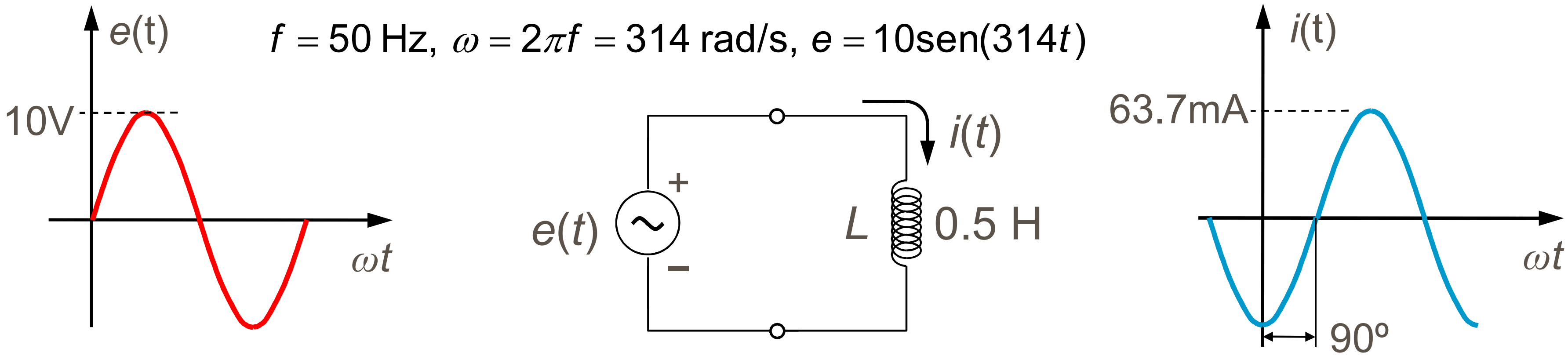
Circuitos de Corrente Alternada

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Análise de circuitos para sinais sinusoidais - introdução

- Efeito de uma tensão sinusoidal num indutor

$f = 50\text{ Hz},\ \omega = 2\pi f = 314\text{ rad/s},\ e = 10\text{sen}(314t)$



$$e = L\frac{di}{dt} \quad \rightarrow i = \frac{1}{L}\int e\cdot dt \quad \rightarrow i = -\left(\frac{E\cos(\omega t)}{\omega L}\right) = \left(\frac{E}{\omega L}\right)\text{sen}(\omega t - 90^\circ) = I(\omega)\text{sen}(\omega t - 90^\circ)$$

$$I(\omega) = \frac{E}{X_L}, \qquad X_L = \omega L \quad \rightarrow \textbf{reactância da bobina}$$

$$X_L = \omega L = 157\ \Omega \qquad \rightarrow i = \frac{E}{X_L}\text{sen}(\omega t - 90^\text{o}) = 63.7\times 10^{-3}\text{sen}(\omega t - 90^\text{o})$$

➔ A corrente é também sinusoidal, tem a mesma frequência e está **atrasada de 90º** relativamente à tensão e <u>a sua amplitude depende da frequência (para além de *E* e de *L*)</u>

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Análise de circuitos para sinais sinusoidais – conclusão

- Na análise de circuitos lineares para sinais sinusoidais a informação relevantes é:
  - A **amplitude** da tensão e da corrente
  - A **fase** da tensão e da corrente
  - (A frequência não muda)

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

- **Fasores e Números Complexos**
  - Coordenadas cartesianas / polares
    (ou forma algébrica / trigonométrica)

$$A + jB \leftrightarrow C\underline{|\theta}$$

Rectangular → Polar

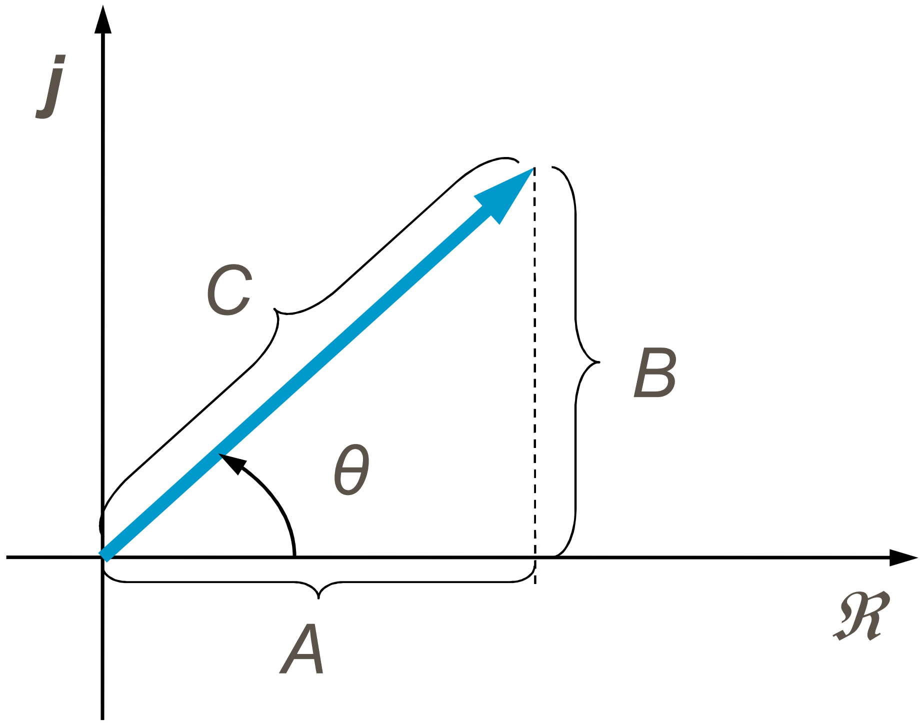
$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$\theta = \operatorname{arctg}\frac{B}{A}$$

Polar → Rectangular

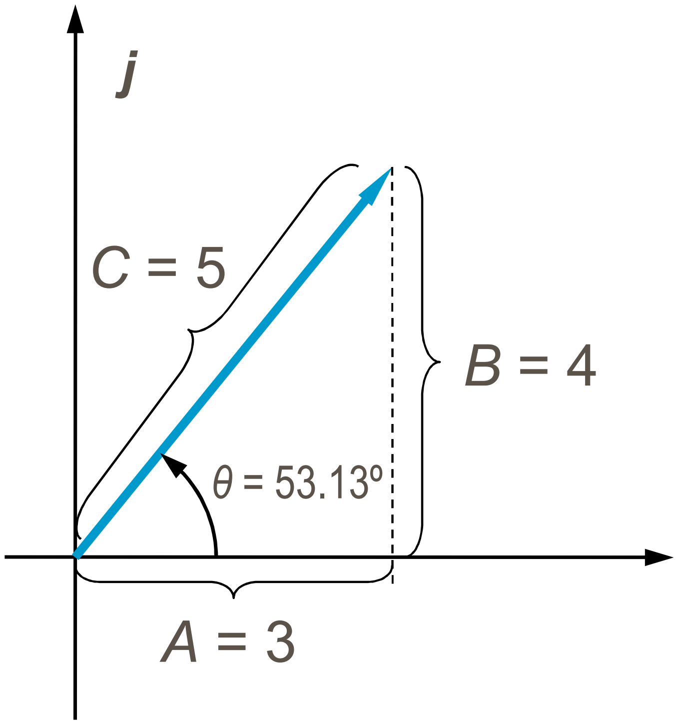
$$A = C \cdot \cos(\theta)$$

$$B = C \cdot \operatorname{sen}(\theta)$$



Fasores e Números Complexos

- Coordenadas cartesianas / polares (exemplo)



Polar → Rectangular

$$3 = 5\cos(53.13^\circ)$$

$$4 = 5\text{sen}(53.13^\circ)$$

Rectangular → Polar

$$5 = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$53.13^\circ = \tan^{-1}\frac{4}{3}$$

$$3 + j4 \leftrightarrow 5\,\underline{|53.13^\circ}$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

- **Fasores e Números Complexos**
  - Operações matemáticas básicas sobre complexos

Fasores e Números Complexos

- Operações matemáticas básicas sobre complexos
  - É mais fácil somar (ou subtrair) números complexos na forma cartesiana:

$$\left(A_1 + jB_1\right) + \left(A_2 + jB_2\right) = \left(A_1 + A_2\right) + j\left(B_1 + B_2\right)$$

$$\left(A_1 + jB_1\right) - \left(A_2 + jB_2\right) = \left(A_1 - A_2\right) + j\left(B_1 - B_2\right)$$

Fasores e Números Complexos

- Operações matemáticas básicas sobre complexos
  - É mais fácil somar (ou subtrair) números complexos na forma cartesiana:

$$\left(A_1 + jB_1\right) + \left(A_2 + jB_2\right) = \left(A_1 + A_2\right) + j\left(B_1 + B_2\right)$$

$$\left(A_1 + jB_1\right) - \left(A_2 + jB_2\right) = \left(A_1 - A_2\right) + j\left(B_1 - B_2\right)$$

  - É mais fácil multiplicar (ou dividir) números complexos na forma polar

$$A\underline{\lvert\alpha} \times B\underline{\lvert\beta} = \left(A \times B\right)\underline{\lvert\alpha + \beta}$$

$$\frac{A\underline{\lvert\alpha}}{B\underline{\lvert\beta}} = \left(\frac{A}{B}\right)\underline{\lvert\alpha - \beta}$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Fasores e Números Complexos

- Representação vectorial dos componentes básicos

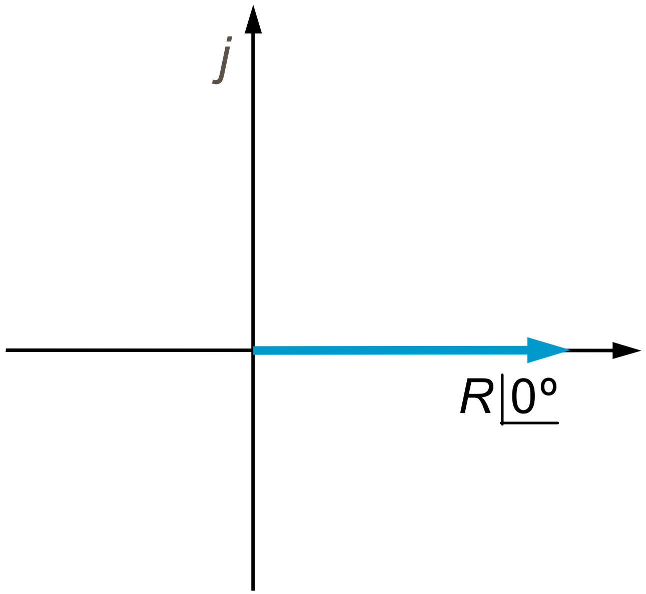


Diagrama de impedâncias

Impedância da resistência

$$\overline{Z_R} = R \qquad \leftrightarrow \qquad R\angle 0^{o}$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Fasores e Números Complexos

- Representação vectorial dos componentes básicos

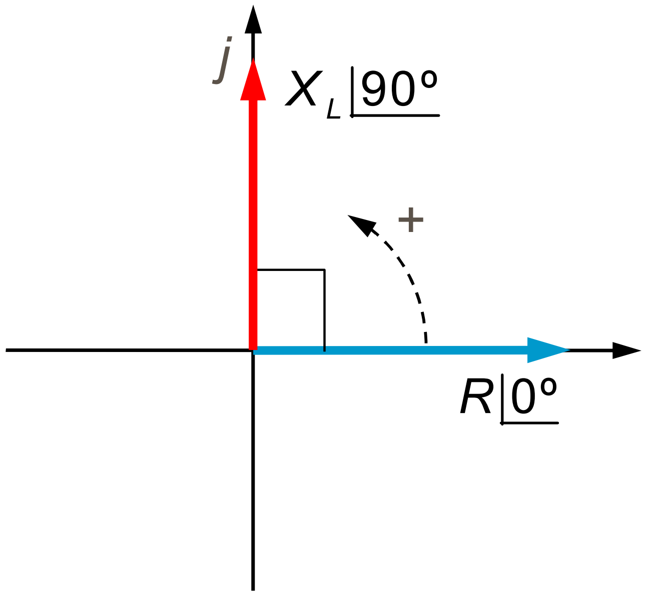


Diagrama de impedâncias

Impedância da resistência

$$\overline{Z_R} = R \quad \leftrightarrow \quad R\angle 0^\circ$$

Impedância da bobine

$$\overline{Z_L} = j\omega L \quad \leftrightarrow \quad X_L\angle 90^\circ$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Fasores e Números Complexos

- Representação vectorial dos componentes básicos

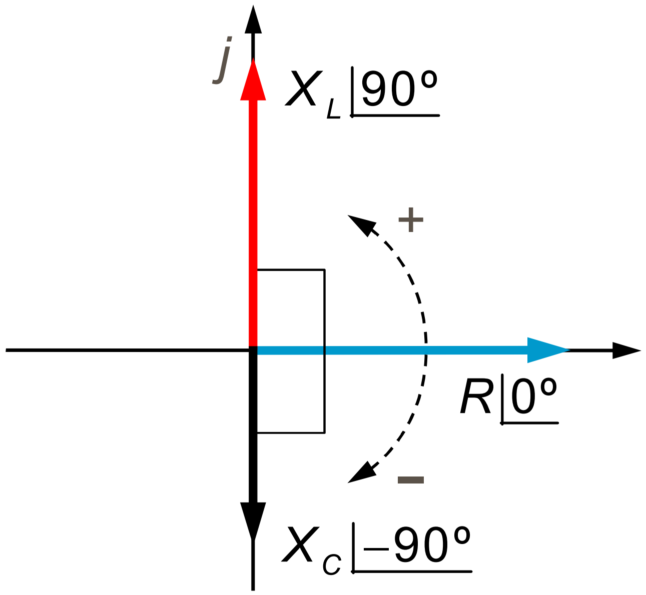


Diagrama de impedâncias

Impedância da resistência

$$\overline{Z_R} = R \quad \leftrightarrow \quad R\angle 0^{o}$$

Impedância da bobine

$$\overline{Z_L} = j\omega L \quad \leftrightarrow \quad X_L\angle 90^{o}$$

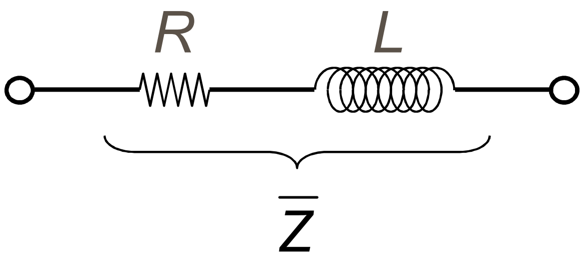
Impedância do condensador

$$\overline{Z_C} = \frac{1}{j\omega C} \quad \leftrightarrow \quad X_C\angle -90^{o}$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Fasores e Números Complexos

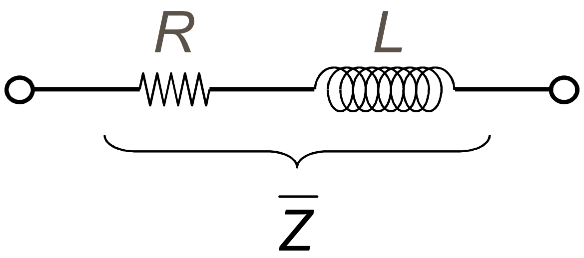
- Representação vectorial dos componentes básicos
  - Caso geral (impedância de qualquer combinação de resistências, indutores e condensadores)



Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

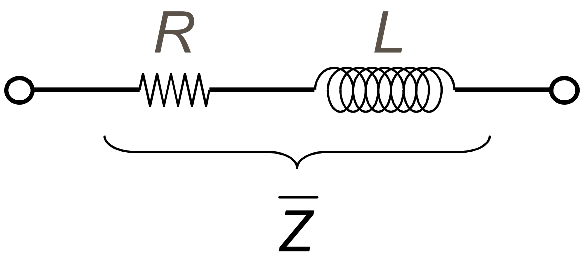
Fasores e Números Complexos

- Representação vectorial dos componentes básicos
  - Caso geral (impedância de qualquer combinação de resistências, indutores e condensadores)



$$\overline{Z} = \overline{Z}_R + \overline{Z}_L = R + j\omega L$$

- **Fasores e Números Complexos**
  - Representação vectorial dos componentes básicos
    - Caso geral (impedância de qualquer combinação de resistências, indutores e condensadores)

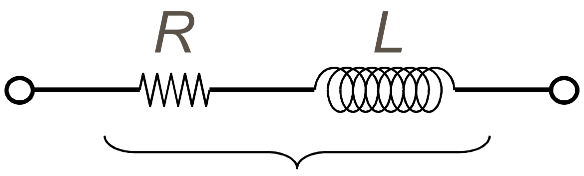


$$\overline{Z} = \overline{Z}_R + \overline{Z}_L = R + j\omega L$$

resistência
(parte real)

Fasores e Números Complexos

- Representação vectorial dos componentes básicos
  - Caso geral (impedância de qualquer combinação de resistências, indutores e condensadores)



$$\underbrace{R + L}_{\overline{Z}}$$

$$\overline{Z} = \overline{Z}_R + \overline{Z}_L = R + j\omega L$$

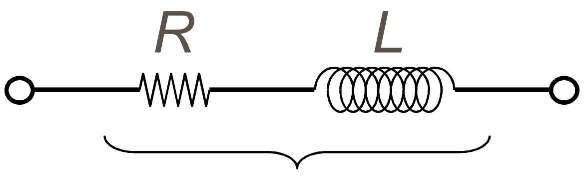
resistência (parte real)

reactância (parte imaginária)

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Fasores e Números Complexos

- Representação vectorial dos componentes básicos
  - Caso geral (impedância de qualquer combinação de resistências, indutores e condensadores)



$$\underbrace{R \quad L}_{\bar{Z}}$$

$$\bar{Z} = \bar{Z}_R + \bar{Z}_L = R + j\omega L$$

resistência (parte real)

reactância (parte imaginária)

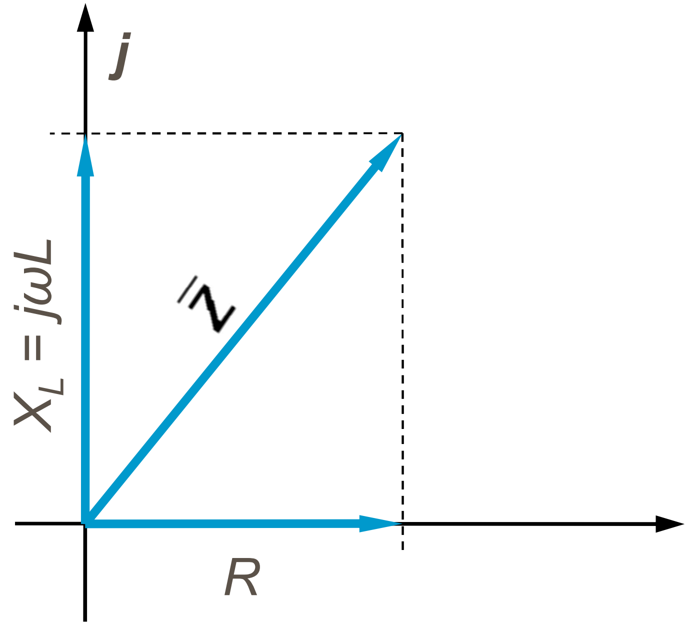


Diagrama de impedâncias da série *R-L*

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Fasores e Números Complexos

- Representação vectorial de tensões e correntes sinusoidais

$$v(t) = V_m \mathrm{sen}(\omega t + \alpha)$$

Circuitos de Corrente Alternada

- **Fasores e Números Complexos**
  - Representação vectorial de tensões e correntes sinusoidais

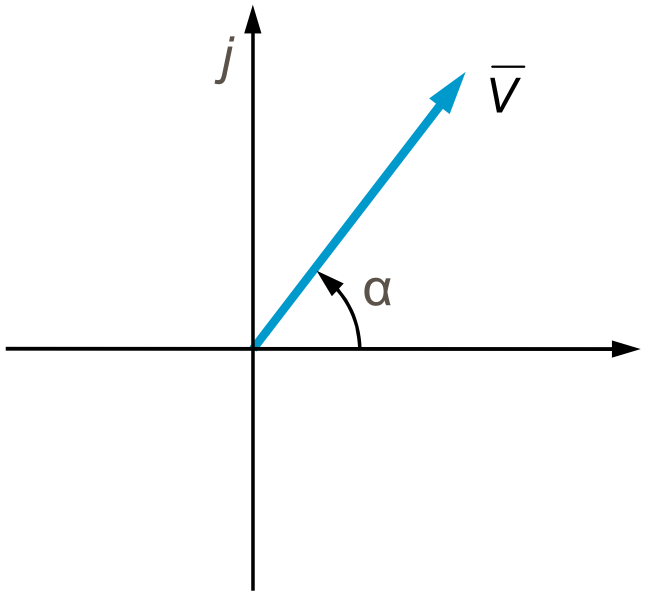


Diagrama de fasores

$$v(t) = V_m \operatorname{sen}(\omega t + \alpha) \quad \leftrightarrow \quad \overline{V} = V_{ef} \angle{+\alpha}$$

$$\left(V_{ef} = V_m / \sqrt{2}\right)$$

Fasores e Números Complexos

- Representação vectorial de tensões e correntes sinusoidais

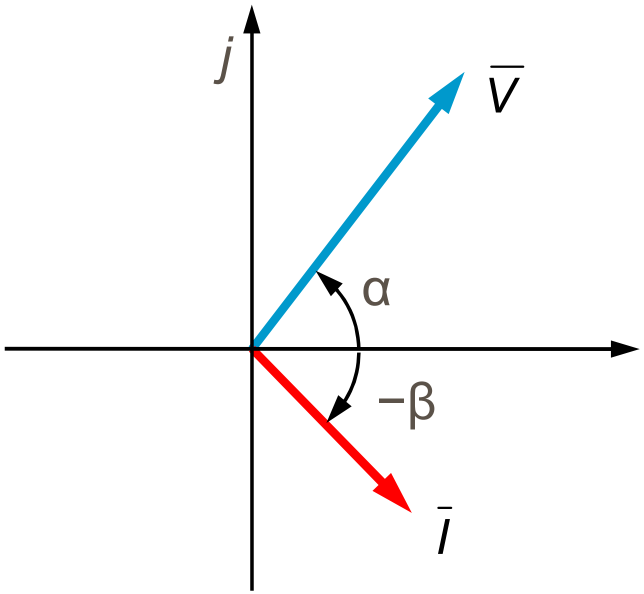


Diagrama de fasores

$$v(t) = V_m \mathrm{sen}(\omega t + \alpha) \quad \leftrightarrow \quad \bar{V} = V_{ef} \underline{|+\alpha}$$

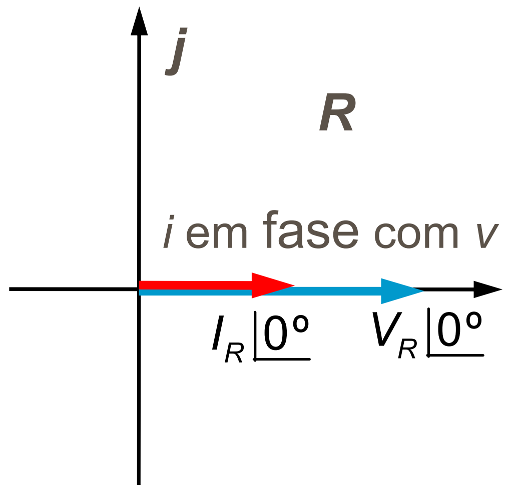
$$\left(V_{ef} = V_m / \sqrt{2} \right)$$

$$i(t) = I_m \mathrm{sen}(\omega t - \beta) \quad \leftrightarrow \quad \bar{I} = I_{ef} \underline{|-\beta}$$

$$\left(I_{ef} = I_m / \sqrt{2} \right)$$

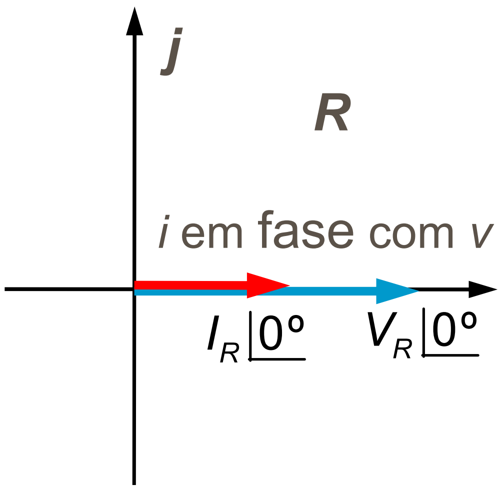
Fasores e Números Complexos

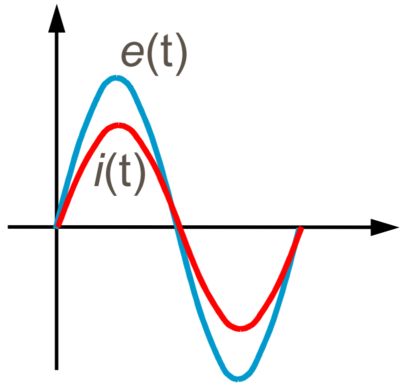
- Representação vectorial de tensões e correntes sinusoidais



Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

- **Fasores e Números Complexos**
  - Representação vectorial de tensões e correntes sinusoidais

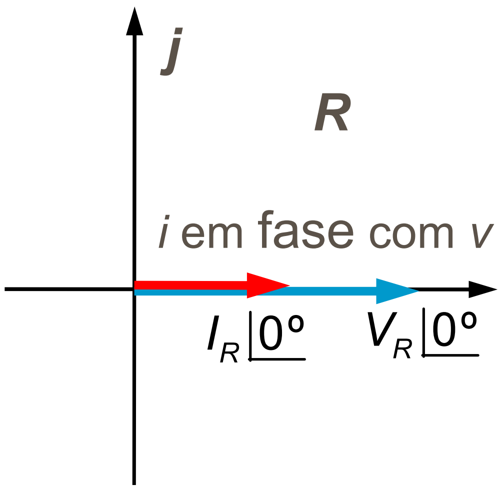


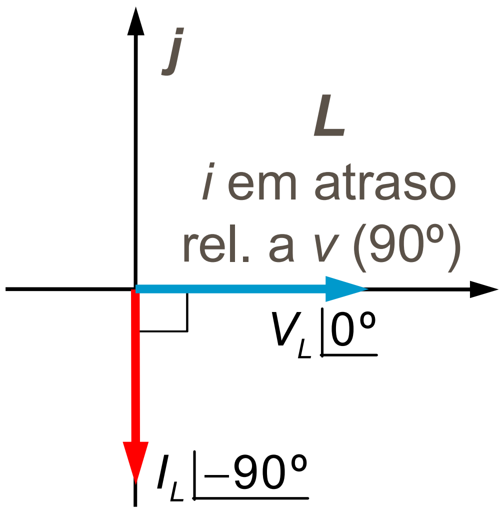


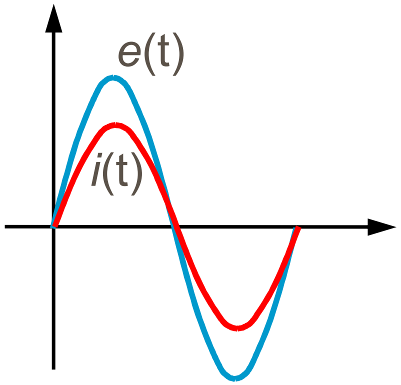
Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Fasores e Números Complexos

- Representação vectorial de tensões e correntes sinusoidais



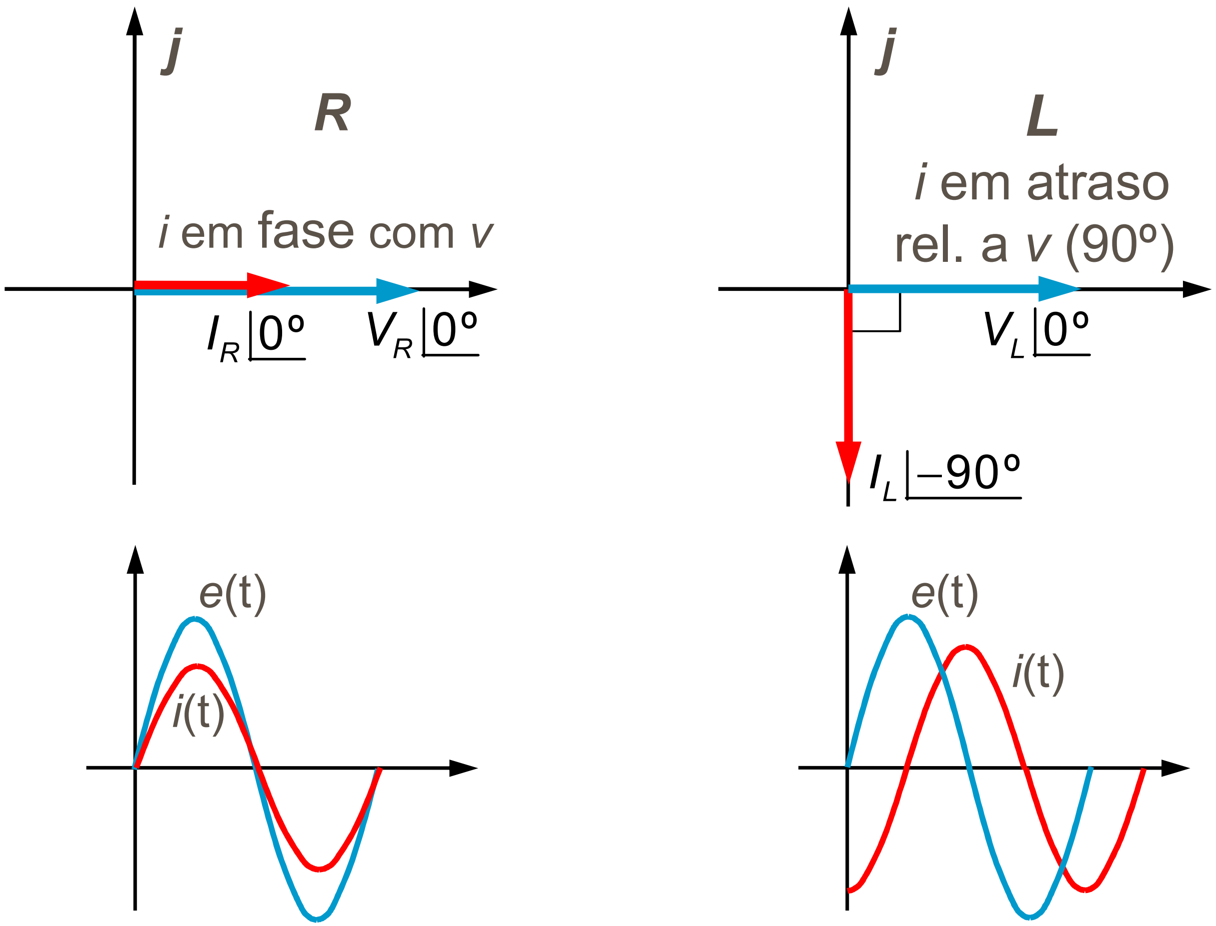




Circuitos de Corrente Alternada

Fasores e Números Complexos

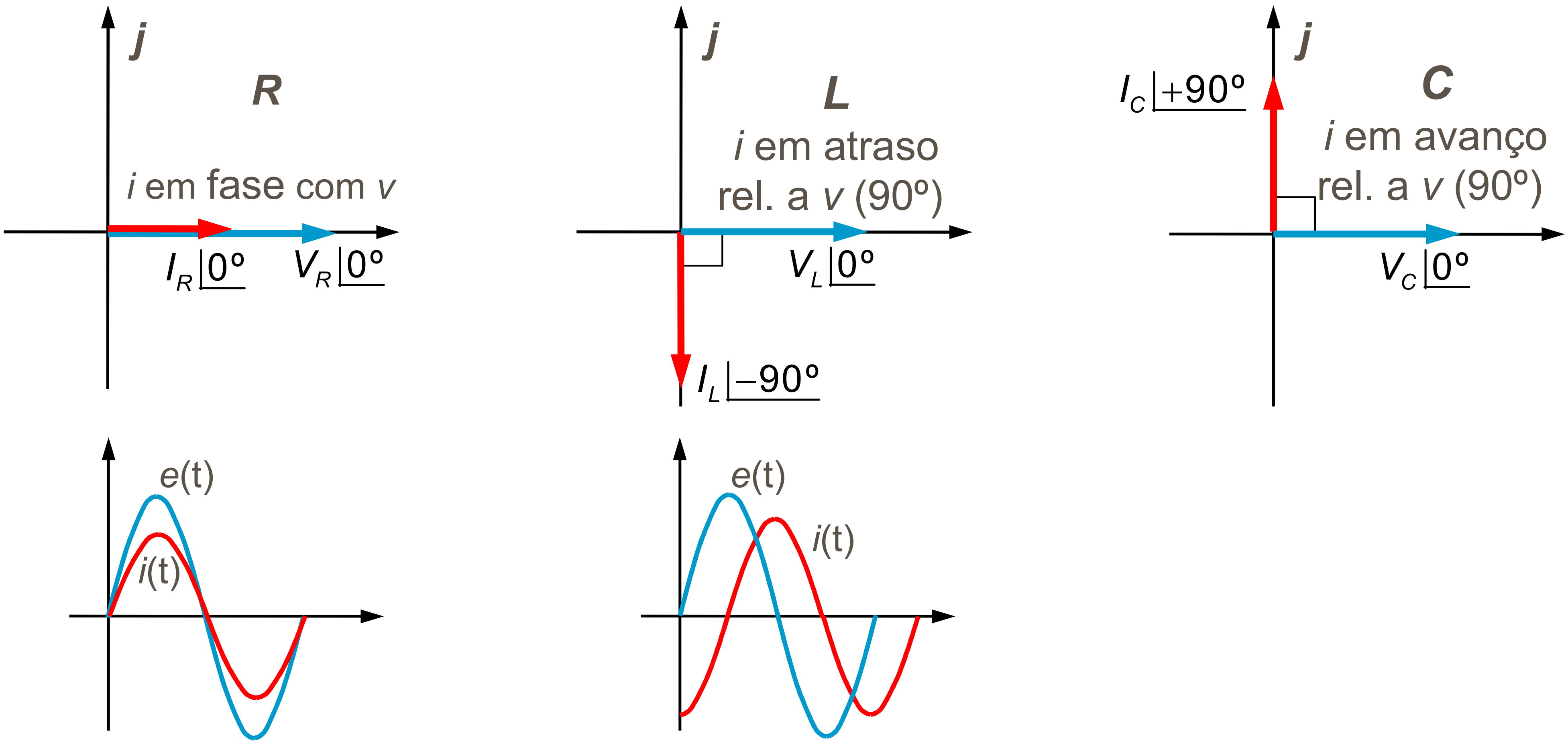
- Representação vectorial de tensões e correntes sinusoidais



Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

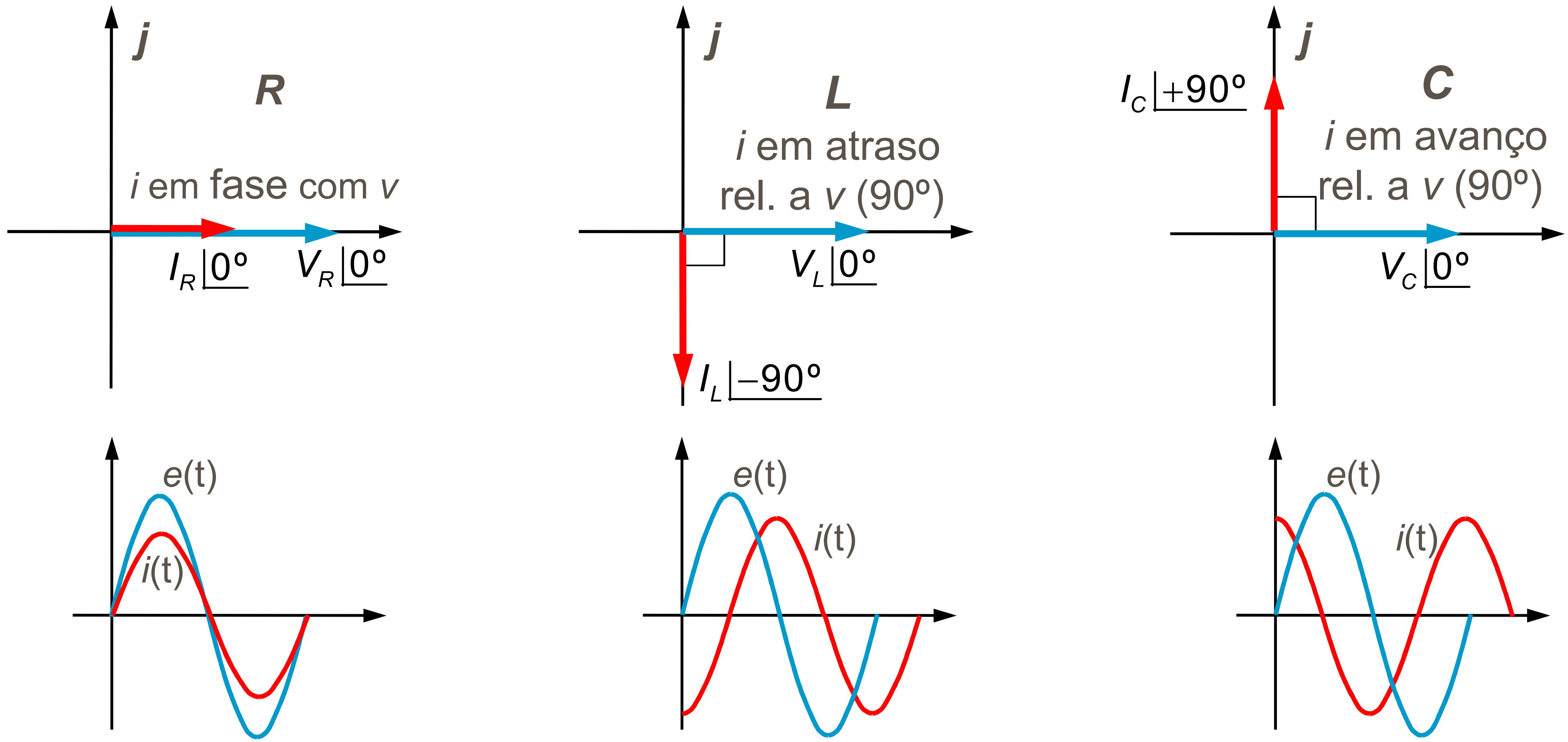
Fasores e Números Complexos

- Representação vectorial de tensões e correntes sinusoidais

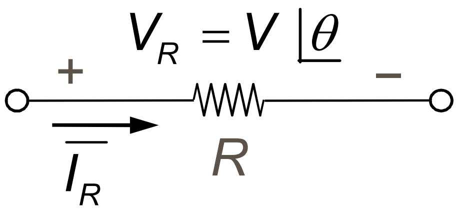


Circuitos de Corrente Alternada

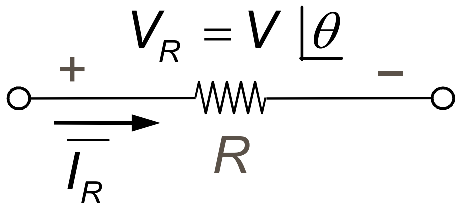
- **Fasores e Números Complexos**
  - Representação vectorial de tensões e correntes sinusoidais



Análise de Circuitos de Corrente Alternada



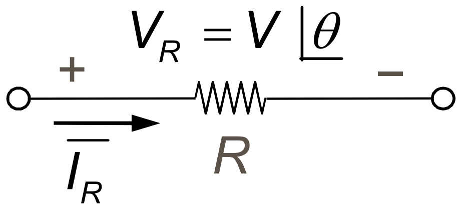
Análise de Circuitos de Corrente Alternada



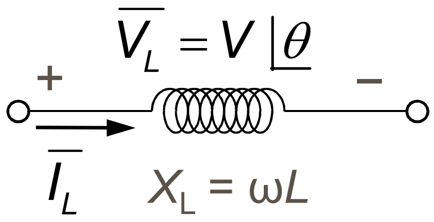
$$\bar{I}_R = \frac{\bar{V}}{\bar{R}} = \frac{V\angle\theta}{R\angle 0^\circ} = \frac{V}{R}\angle(\theta - 0^\circ) = \frac{V}{R}\angle\theta$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Análise de Circuitos de Corrente Alternada

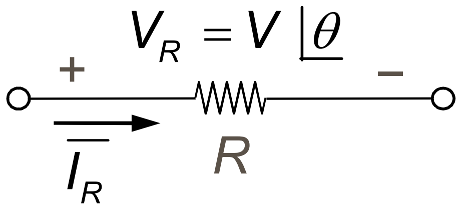


$$\overline{I}_R = \frac{\overline{V}}{\overline{R}} = \frac{V\angle\theta}{R\angle 0^\circ} = \frac{V}{R}\angle(\theta - 0^\circ) = \frac{V}{R}\angle\theta$$

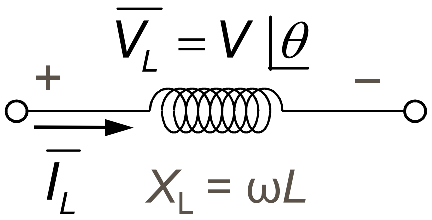


Circuitos de Corrente Alternada

Análise de Circuitos de Corrente Alternada



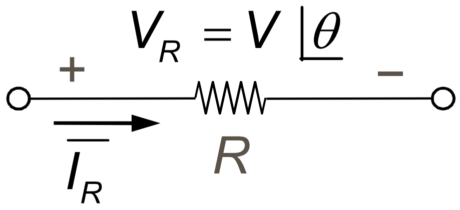
$$\bar{I}_R = \frac{\bar{V}}{\bar{R}} = \frac{V\angle\theta}{R\angle 0^\circ} = \frac{V}{R}\angle(\theta - 0^\circ) = \frac{V}{R}\angle\theta$$



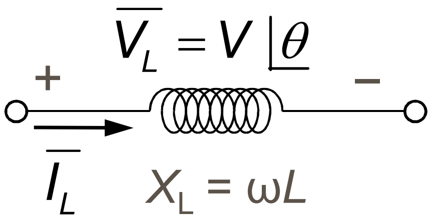
$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{X}_L} = \frac{V\angle\theta}{j\omega L} = \frac{V\angle\theta}{X_L\angle 90^\circ} = \frac{V}{X_L}\angle(\theta - 90^\circ)$$

Circuitos de Corrente Alternada

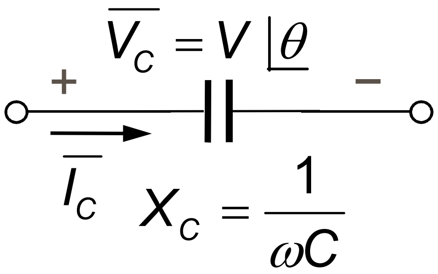
■ Análise de Circuitos de Corrente Alternada



$$\Rightarrow \quad \bar{I}_R = \frac{\bar{V}}{\bar{R}} = \frac{V\angle\theta}{R\angle 0^\circ} = \frac{V}{R}\angle(\theta - 0^\circ) = \frac{V}{R}\angle\theta$$



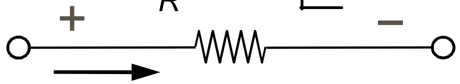
$$\Rightarrow \quad \bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{X}_L} = \frac{V\angle\theta}{j\omega L} = \frac{V\angle\theta}{X_L\angle 90^\circ} = \frac{V}{X_L}\angle(\theta - 90^\circ)$$



Circuitos de Corrente Alternada

Análise de Circuitos de Corrente Alternada

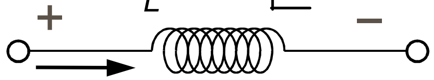
$\bar{V}_R = V\angle\theta$



$\bar{I}_R$

$$\Rightarrow \quad \bar{I}_R = \frac{\bar{V}}{\bar{R}} = \frac{V\angle\theta}{R\angle 0^\circ} = \frac{V}{R}\angle(\theta - 0^\circ) = \frac{V}{R}\angle\theta$$

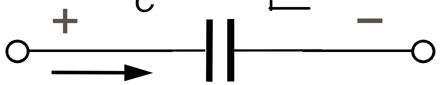
$\bar{V}_L = V\angle\theta$



$\bar{I}_L \quad X_L = \omega L$

$$\Rightarrow \quad \bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{X}_L} = \frac{V\angle\theta}{j\omega L} = \frac{V\angle\theta}{X_L\angle 90^\circ} = \frac{V}{X_L}\angle(\theta - 90^\circ)$$

$\bar{V}_C = V\angle\theta$



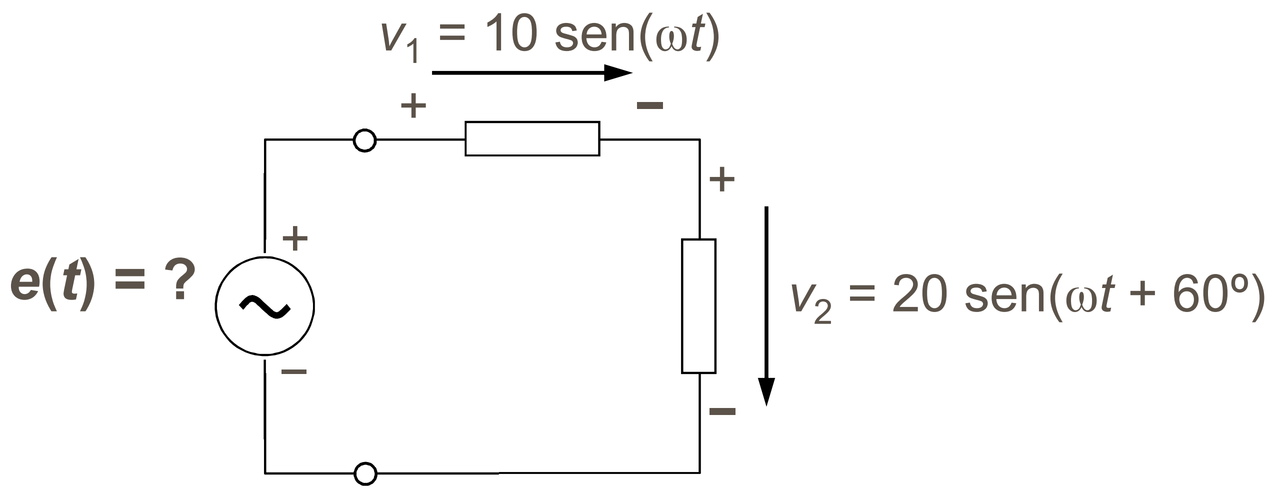
$\bar{I}_C \quad X_C = \frac{1}{\omega C}$

$$\Rightarrow \quad \bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{X}_C} = \frac{\bar{V}}{\frac{1}{j\omega C}} = \frac{V\angle\theta}{X_C\angle(-90^\circ)} = \frac{V}{X_C}\angle(\theta + 90^\circ)$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Análise de Circuitos de Corrente Alternada

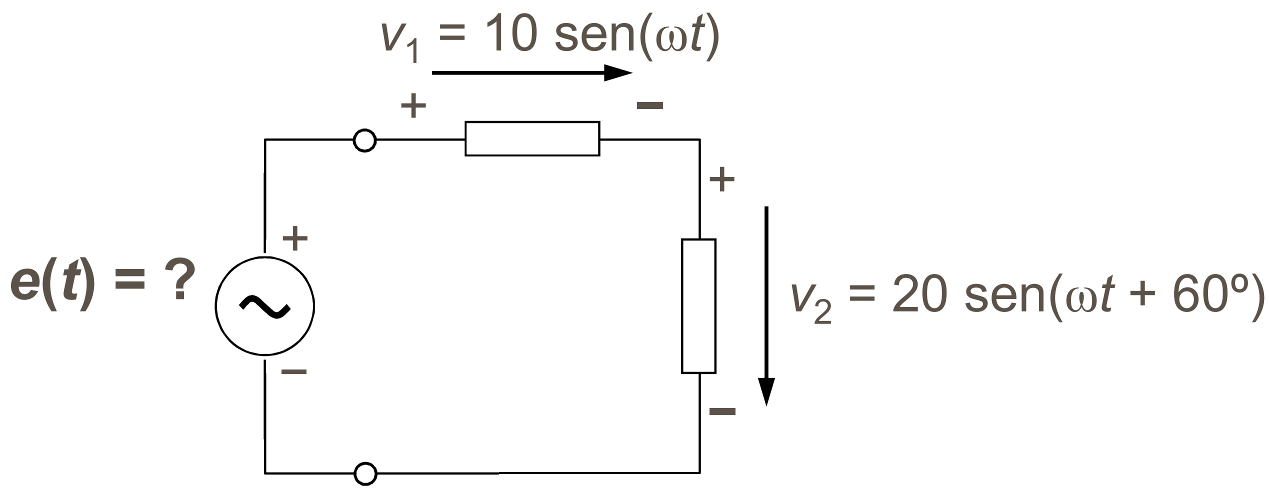
- Exemplo 1



Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Análise de Circuitos de Corrente Alternada

- Exemplo 1



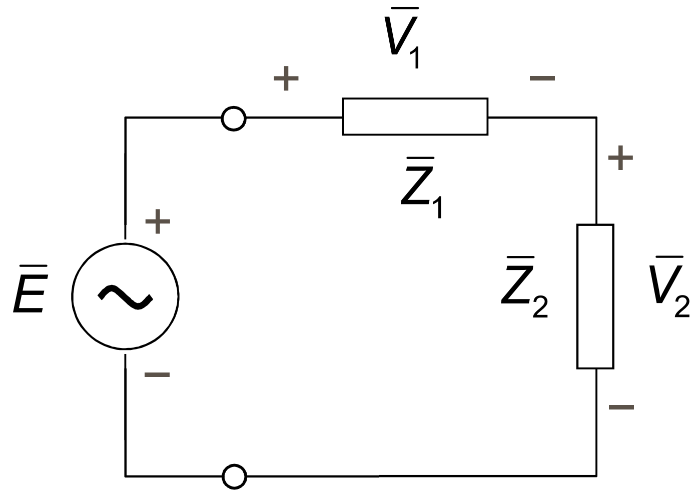
$$e = v_1 + v_2$$

Circuitos de Corrente Alternada

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Análise de Circuitos de Corrente Alternada

- Exemplo 1



  - De acordo com a Lei de *Kirchhoff* das tensões:

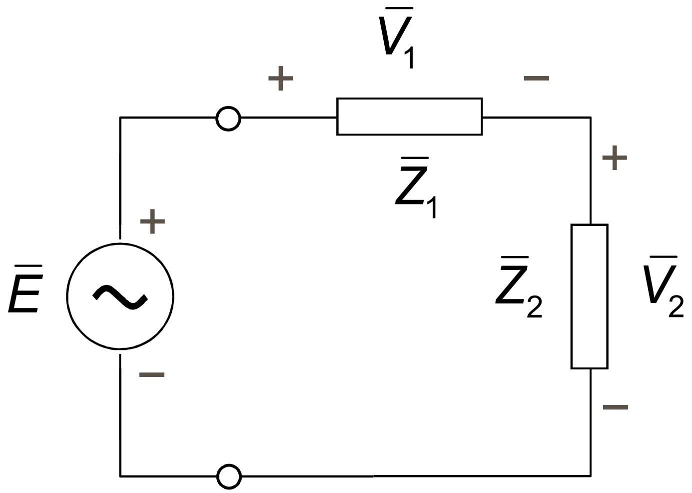
$$\bar{E} = \bar{V}_1 + \bar{V}_2$$

  - Utilizando notação fasorial:

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Análise de Circuitos de Corrente Alternada

- Exemplo 1



  - De acordo com a Lei de *Kirchhoff* das tensões:

$$\overline{E} = \overline{V}_1 + \overline{V}_2$$

  - Utilizando notação fasorial:

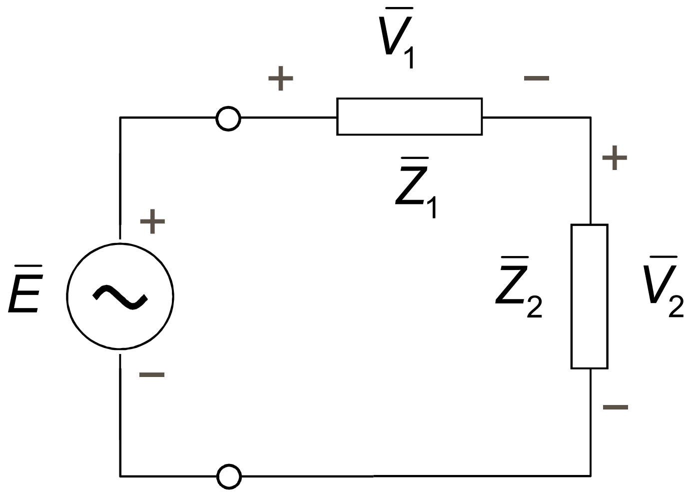
$$v_1 = 10\text{sen}(\omega t)$$

Análise de Circuitos de Corrente Alternada

Exemplo 1

- De acordo com a Lei de *Kirchhoff* das tensões:

$$\bar{E} = \bar{V}_1 + \bar{V}_2$$

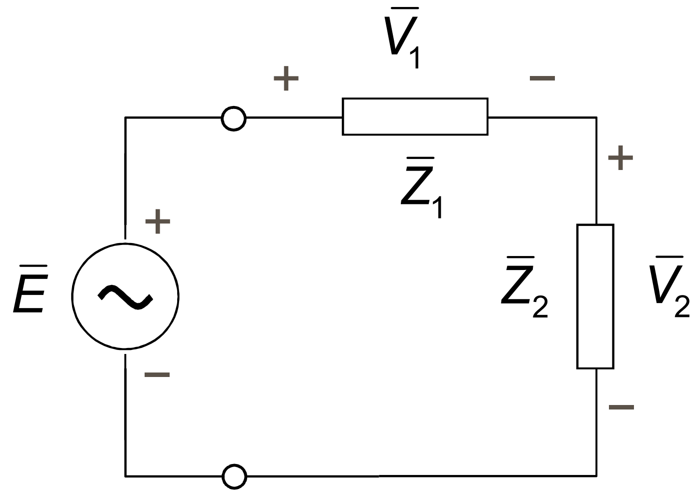


- Utilizando notação fasorial:

$$v_1 = 10\text{sen}(\omega t) \quad \Longleftrightarrow \quad \bar{V}_1 = \frac{10}{\sqrt{2}}\underline{|0^\circ} = 7.07\,\underline{|0^\circ}$$

Análise de Circuitos de Corrente Alternada

Exemplo 1



- De acordo com a Lei de *Kirchhoff* das tensões:

$$\bar{E} = \bar{V}_1 + \bar{V}_2$$

- Utilizando notação fasorial:

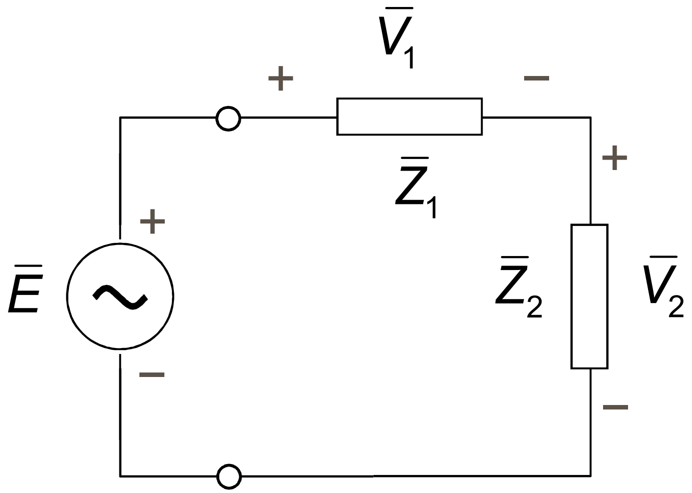
$$v_1 = 10\operatorname{sen}(\omega t) \quad \Longleftrightarrow \quad \bar{V}_1 = \frac{10}{\sqrt{2}}\underline{|0^\circ} = 7.07\underline{|0^\circ}$$

$$v_2 = 20\operatorname{sen}(\omega t + 60^\circ)$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Análise de Circuitos de Corrente Alternada

- Exemplo 1



  - De acordo com a Lei de *Kirchhoff* das tensões:

$$\bar{E} = \bar{V}_1 + \bar{V}_2$$

  - Utilizando notação fasorial:

$$v_1 = 10\text{sen}(\omega t) \Longleftrightarrow \bar{V}_1 = \frac{10}{\sqrt{2}}\underline{|0^\circ} = 7.07\,\underline{|0^\circ}$$

$$v_2 = 20\text{sen}(\omega t + 60^\circ) \Longleftrightarrow \bar{V}_2 = \frac{20}{\sqrt{2}}\underline{|60^\circ} = 14.14\,\underline{|60^\circ}$$

Circuitos de Corrente Alternada

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

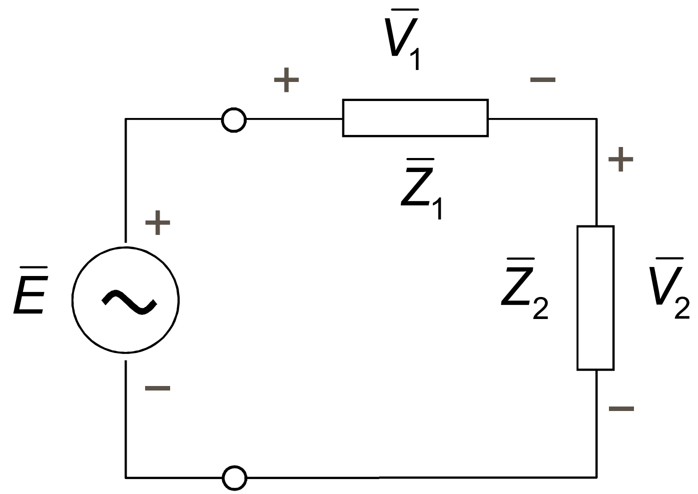
Análise de Circuitos de Corrente Alternada

- Exemplo 1
  - Convertendo para coordenadas cartesianas para somar temos:

$$\bar{V}_1 = 7.07 + j0$$

$$\bar{V}_2 = 14.14\cos 60^\circ + j14.14\text{sen}60^\circ$$

$$= 7.07 + j12.25$$



Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

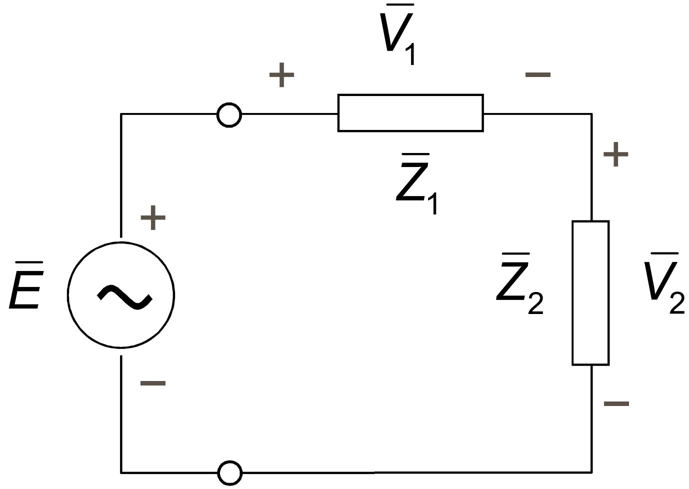
Análise de Circuitos de Corrente Alternada

Exemplo 1

- Convertendo para coordenadas cartesianas para somar temos:

$$\bar{V}_1 = 7.07 + j0$$

$$\bar{V}_2 = 14.14\cos 60^\circ + j14.14\text{sen}60^\circ$$
$$= 7.07 + j12.25$$



- Donde:

$$\bar{E} = \bar{V}_1 + \bar{V}_2 = (7.07 + j0) + (7.07 + j12.25)$$
$$= (7.07 + 7.07) + j(0 + 12.25)$$
$$= 14.14 + j12.25$$

Análise de Circuitos de Corrente Alternada

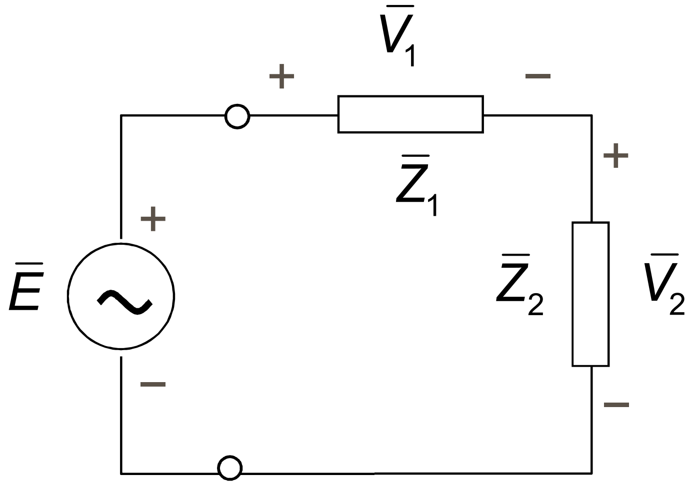
- Exemplo 1

  - Regressando à forma polar:

$$\left|\bar{E}\right| = \sqrt{(14.14)^2 + (12.25)^2} = 18.71 \text{ (V)}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{12.25}{14.14} = \tan^{-1}0.866 = 40.9°$$

$$\rightarrow \bar{E} = 18.71\angle 40.9° \quad \text{(V)}$$



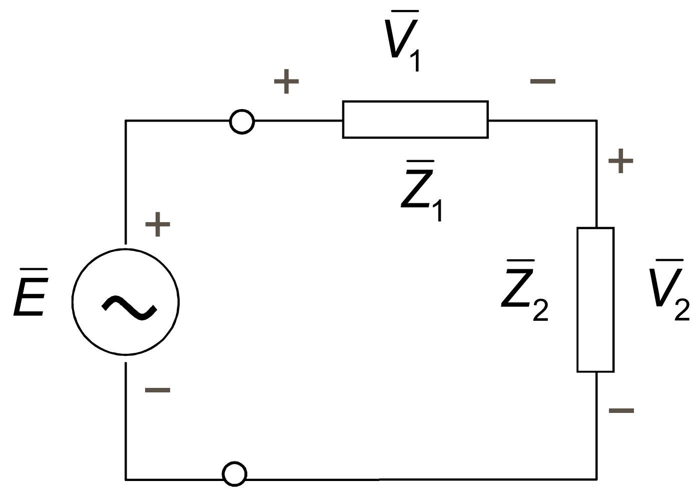
Análise de Circuitos de Corrente Alternada

- Exemplo 1
  - Regressando à forma polar:

$$\left|\bar{E}\right| = \sqrt{(14.14)^2 + (12.25)^2} = 18.71 \ (\mathrm{V})$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{12.25}{14.14} = \tan^{-1} 0.866 = 40.9^\circ$$

$$\rightarrow \bar{E} = 18.71\underline{|40.9^\circ} \quad (\mathrm{V})$$

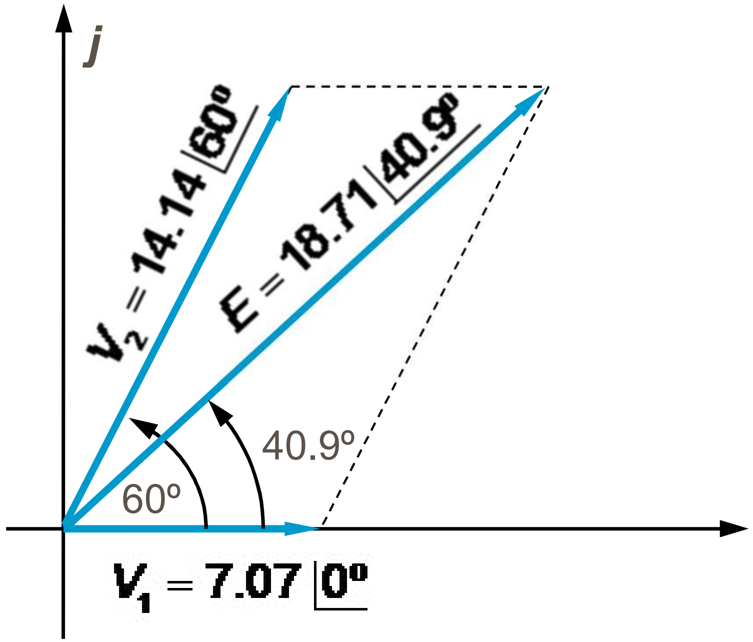


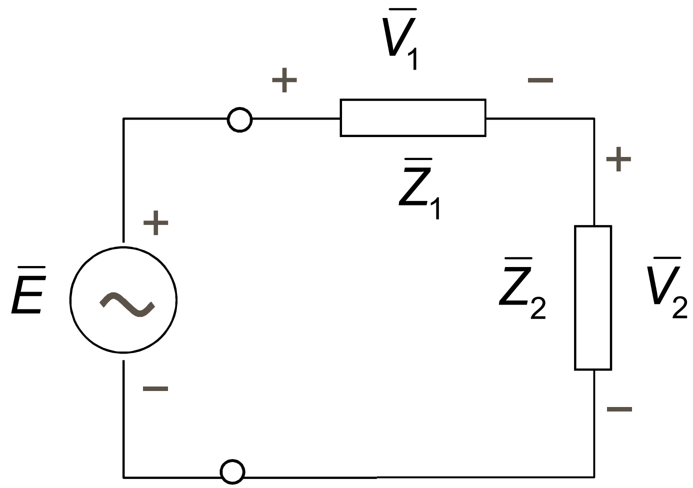
  - Logo, no “domínio dos tempos”,

$$e(t) = \sqrt{2}\,(18.71)\,sen(\omega t + 40.9^\circ)$$
$$= 24.6 sen(\omega t + 40.9^\circ)$$

Análise de Circuitos de Corrente Alternada

- Exemplo 1

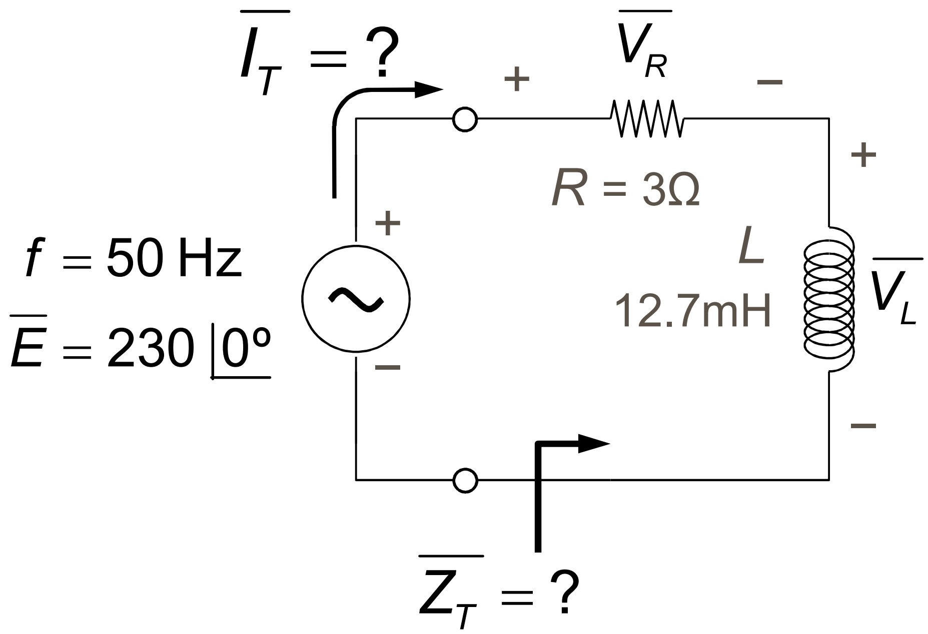




Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Análise de Circuitos de Corrente Alternada

- Exemplo 2



Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

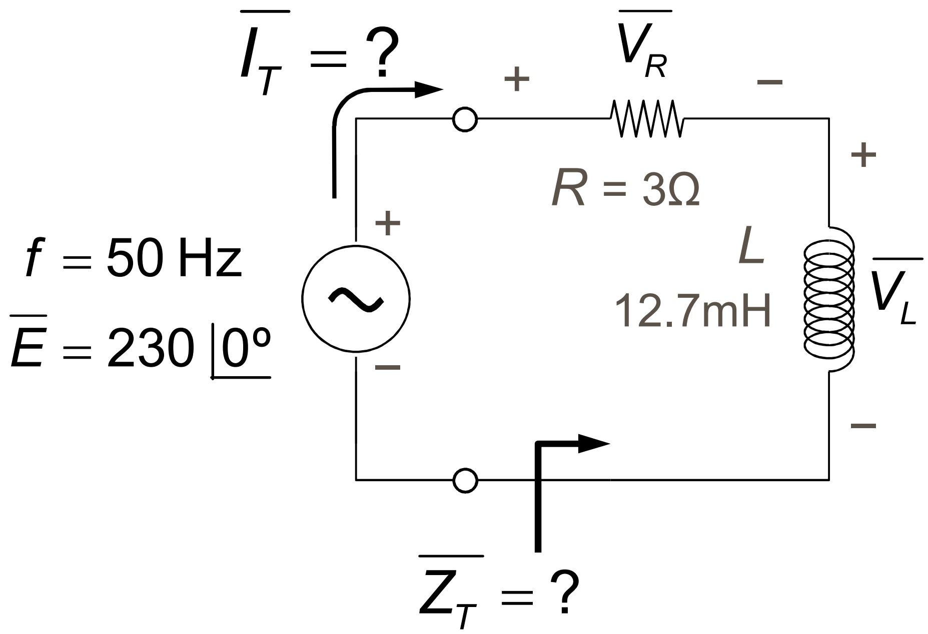
Análise de Circuitos de Corrente Alternada

- Exemplo 2

$$\omega = 2\pi f = 314 \text{ rad/s}$$

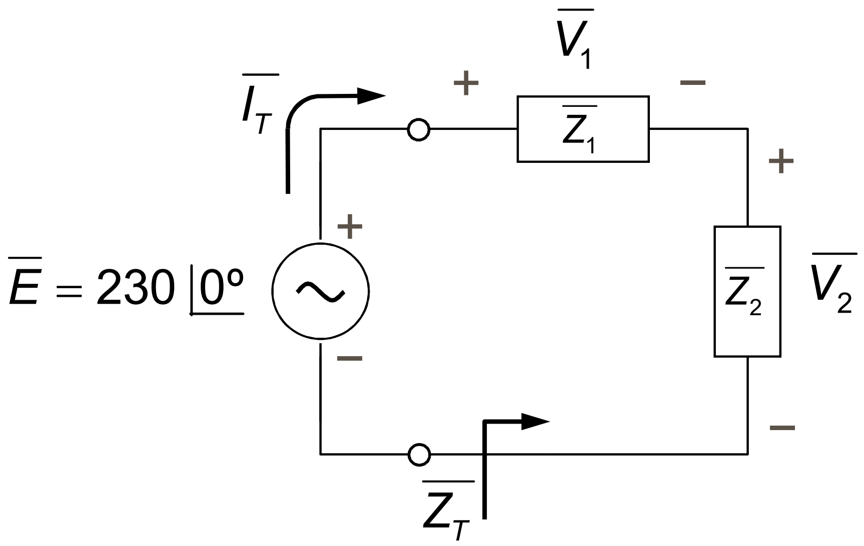
$$e(t) = \sqrt{2} \times 230 sen(314t)$$

$$X_L = \omega L = 4\Omega$$



Análise de Circuitos de Corrente Alternada

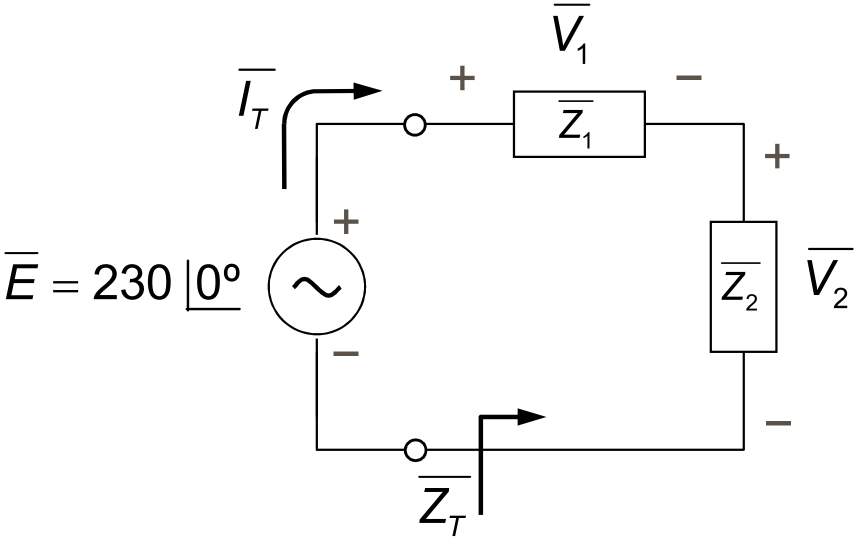
- Exemplo 2



Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Análise de Circuitos de Corrente Alternada

- Exemplo 2

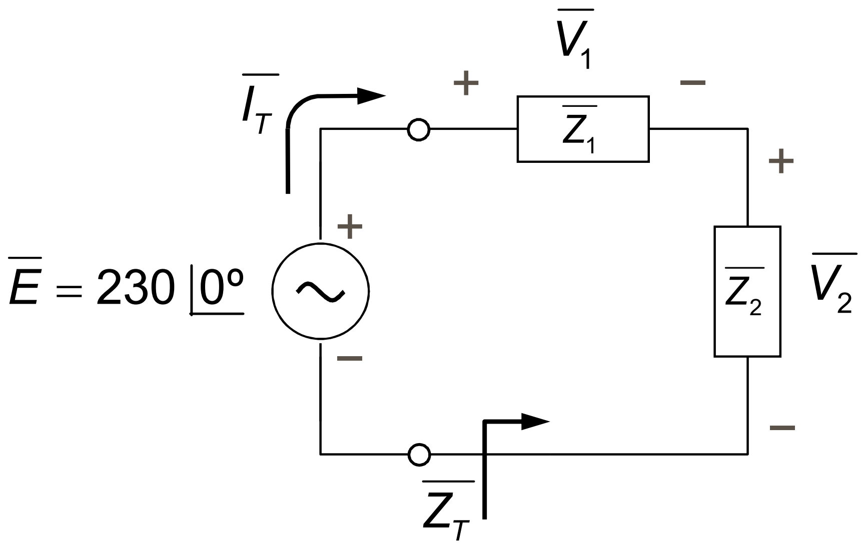


$$\overline{Z}_1 = 3\,\underline{|0^o} = 3 + j0$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Análise de Circuitos de Corrente Alternada

- Exemplo 2



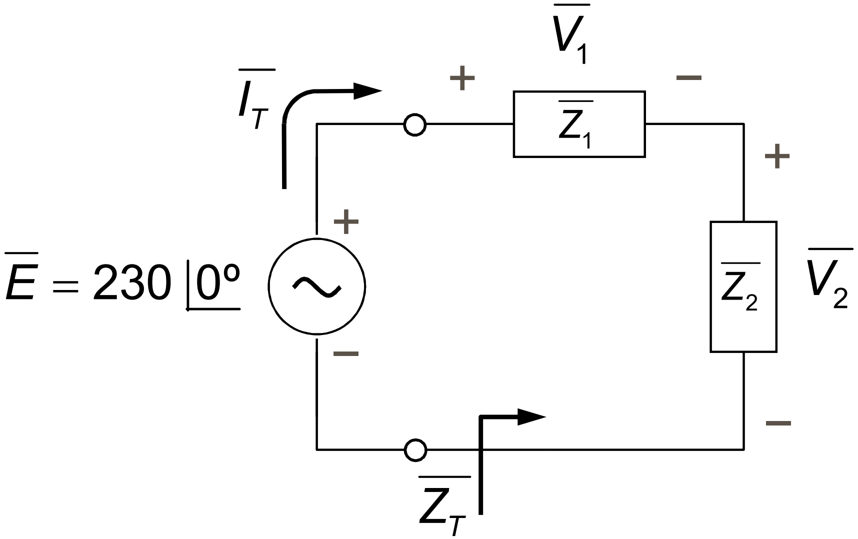
$$\overline{Z}_1 = 3 \angle 0^{o} = 3 + j0$$

$$\overline{Z}_2 = X_L \angle 90^{o} = 4 \angle 90^{o} = 0 + j4$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Análise de Circuitos de Corrente Alternada

- Exemplo 2



$$\overline{Z}_1 = 3 \underline{|0^o} = 3 + j0$$

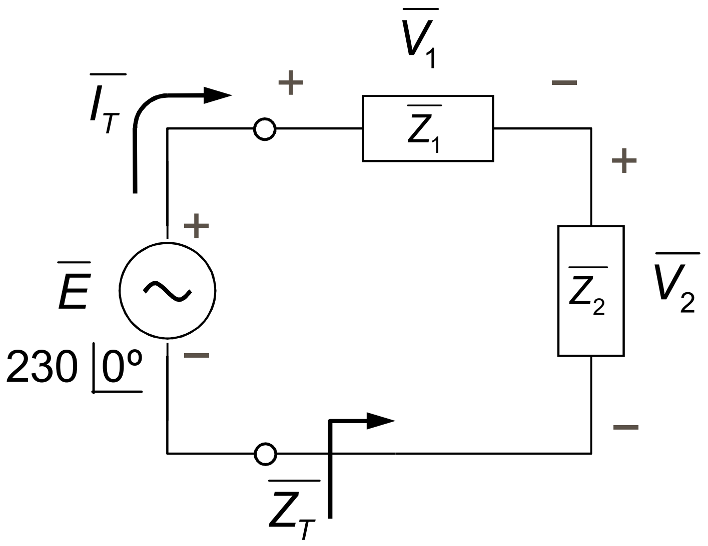
$$\overline{Z}_2 = X_L \underline{|90^o} = 4 \underline{|90^o} = 0 + j4$$

$$\overline{Z}_T = \overline{Z}_1 + \overline{Z}_2 = (3 + j0) + (0 + j4)$$
$$= 3 + j4 = 5 \underline{|53.13^o}$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Análise de Circuitos de Corrente Alternada

- Exemplo 2



$$\overline{Z}_T = \overline{Z}_1 + \overline{Z}_2 = (3 + j0) + (0 + j4)$$
$$= 3 + j4 = 5\,\underline{|53.13^o}$$

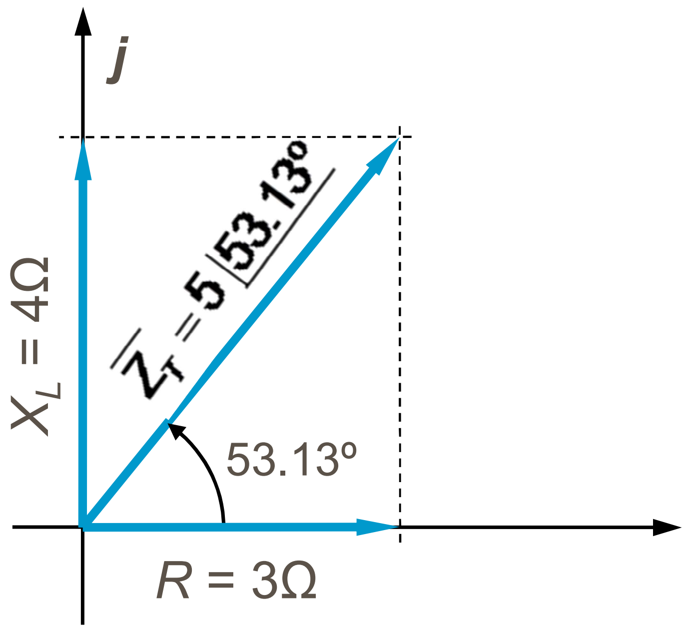
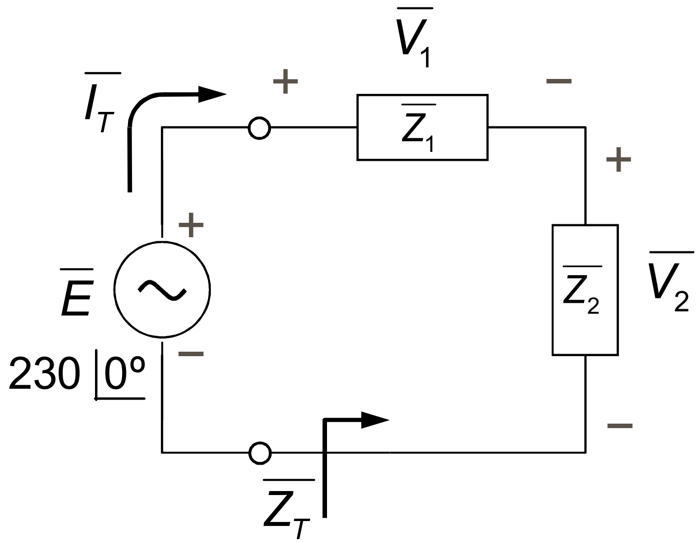


Diagrama de impedâncias
do circuito *R-L* série

Análise de Circuitos de Corrente Alternada

- Exemplo 2
  - Querendo calcular a corrente bastava aplicar a "lei de *Ohm*":

$$\overline{I}_T = \frac{\overline{E}}{\overline{Z}_T} = \frac{230\,\underline{|0^\circ}}{5\,\underline{|53.13^\circ}} = 46\,\underline{|-53.13^\circ}$$



  - O que no domínio dos tempos quer dizer:

$$i_T = \sqrt{2}(46)\,\mathrm{sen}(\omega t - 53.13^\circ) = 65\,\mathrm{sen}(\omega t - 53.13^\circ)$$

■ Diagrama de fasores ↔ Gráfico no tempo

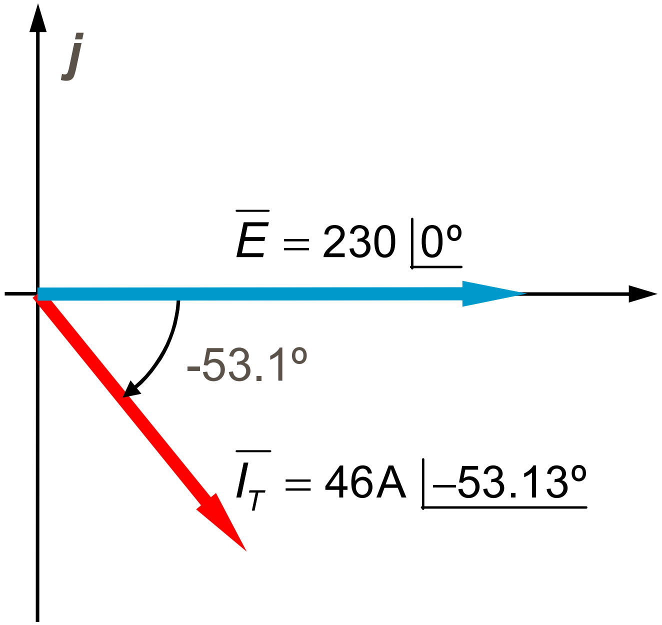


Diagrama de tensões
e correntes

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

■ Diagrama de fasores ↔ Gráfico no tempo

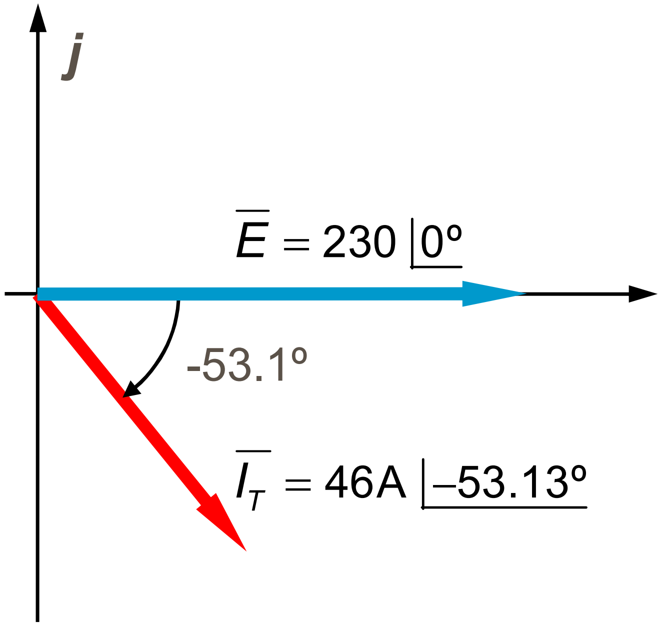
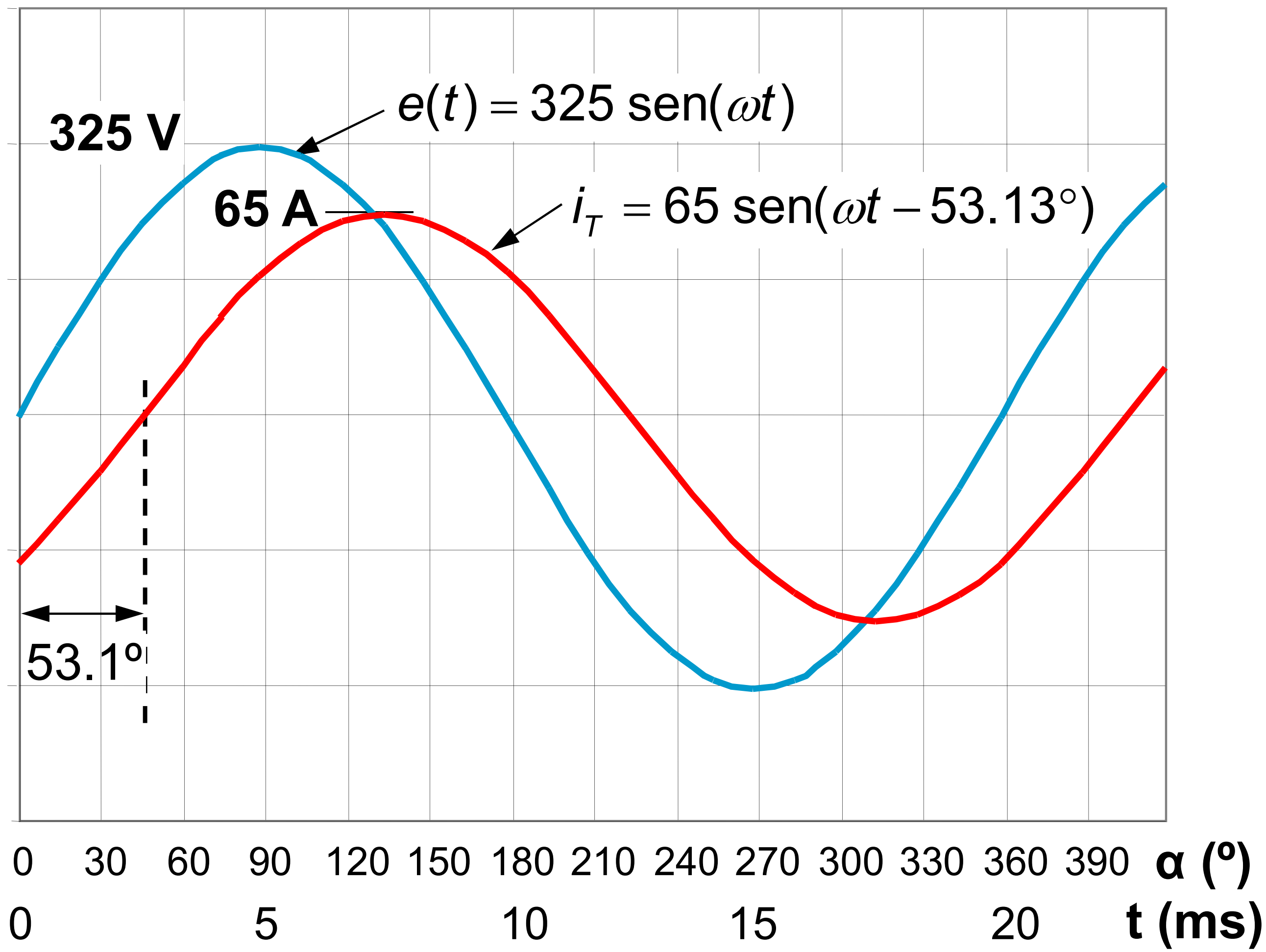


Diagrama de tensões
e correntes



Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

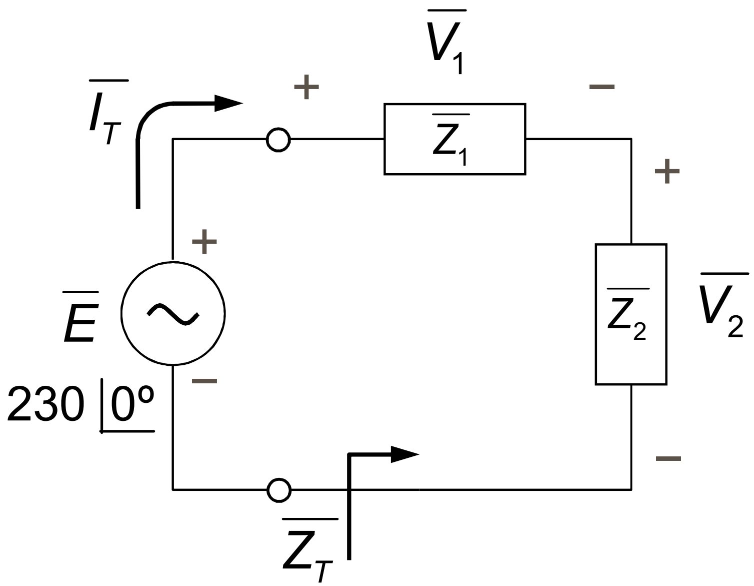
Análise de Circuitos de Corrente Alternada

- Exemplo 2
  - A tensão aos terminais da resistência é:

$$\overline{V}_R = \overline{V}_1 = \overline{I}_T \overline{Z}_1$$

$$\overline{V}_R = \left(46 \angle -53.13^\circ\right)\left(3 \angle 0^\circ\right)$$

$$= 138 \angle -53.13^\circ$$



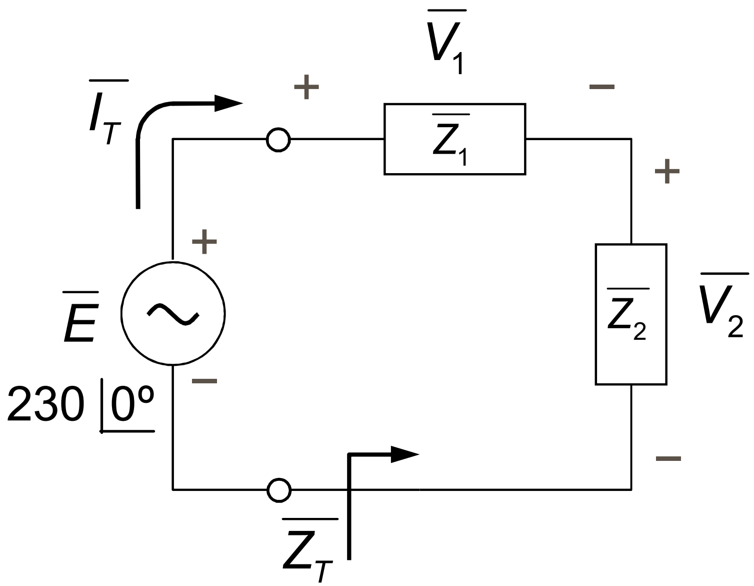
Análise de Circuitos de Corrente Alternada

- Exemplo 2
  - A tensão aos terminais da resistência é:

$$\overline{V}_R = \overline{V}_1 = \overline{I}_T \overline{Z}_1$$

$$\overline{V}_R = \left(46 \angle -53.13^\circ\right)\left(3 \angle 0^\circ\right)$$

$$= 138 \angle -53.13^\circ$$



  - Para o indutor:

$$\overline{V}_L = \overline{V}_2 = \overline{I}_T \overline{Z}_2$$

$$\overline{V}_L = \left(46 \angle -53.13^\circ\right)\left(4 \angle 90^\circ\right)$$

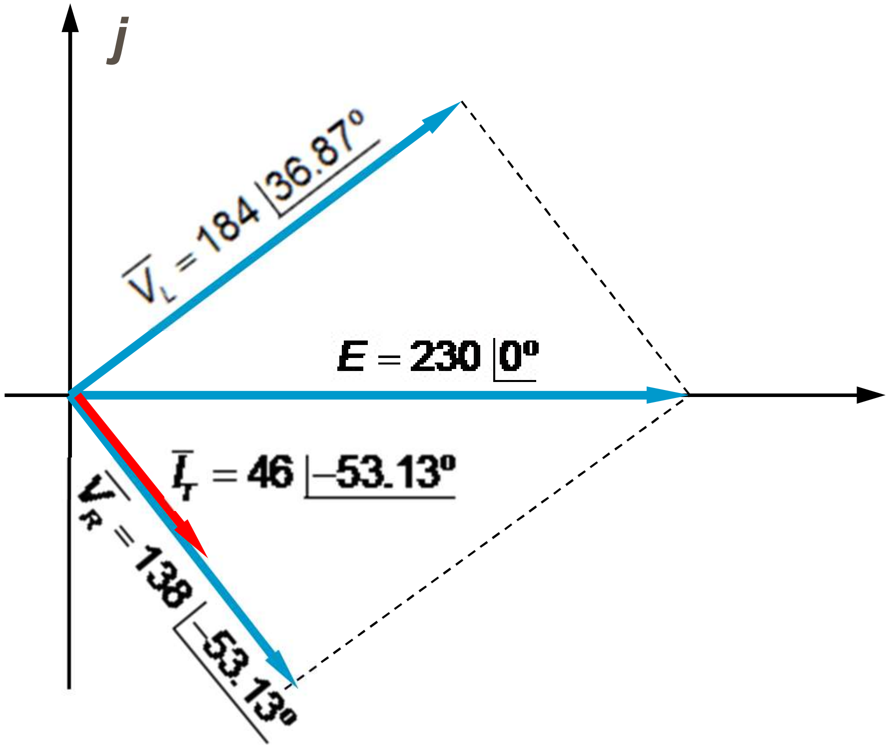
$$= 184 \angle +36.87^\circ$$

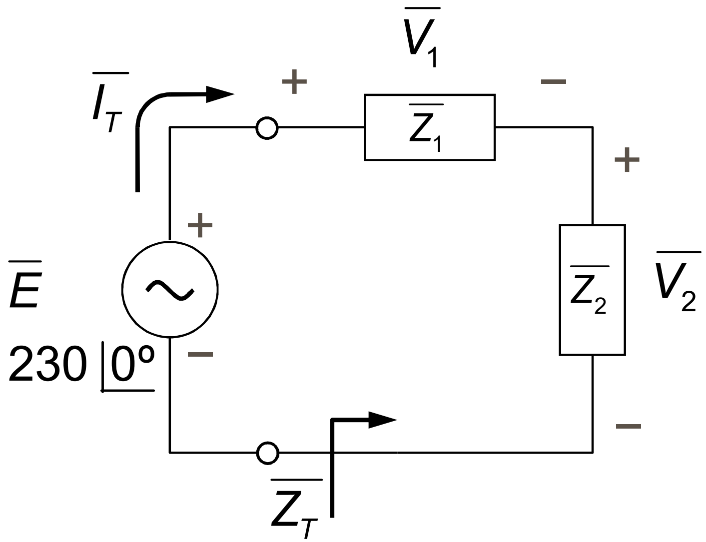
Circuitos de Corrente Alternada

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Análise de Circuitos de Corrente Alternada

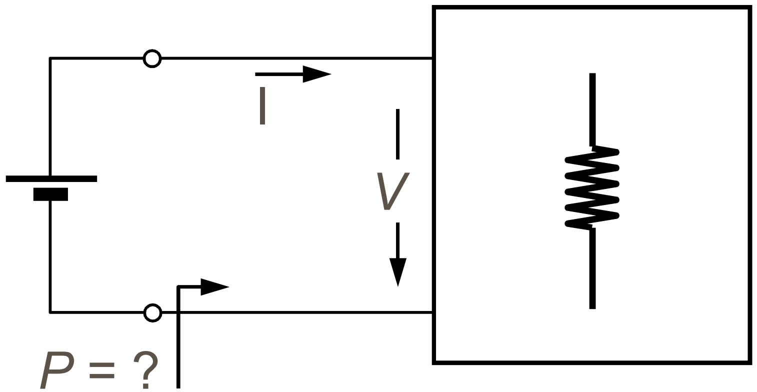
- Exemplo 2

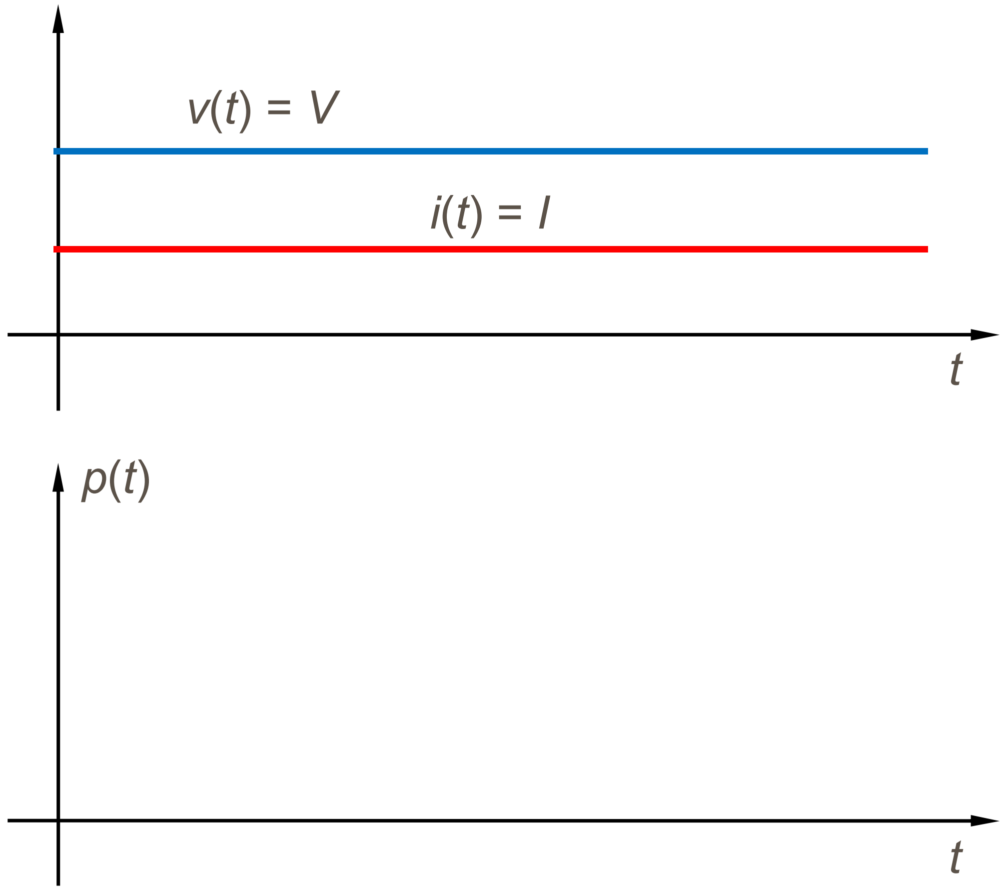




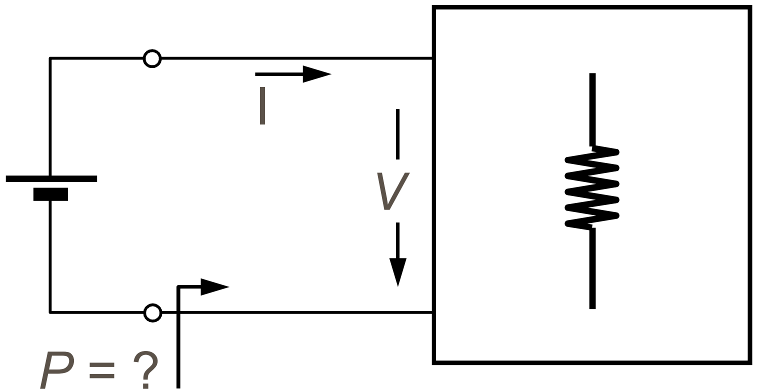
Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

- **Potência em Corrente Contínua**

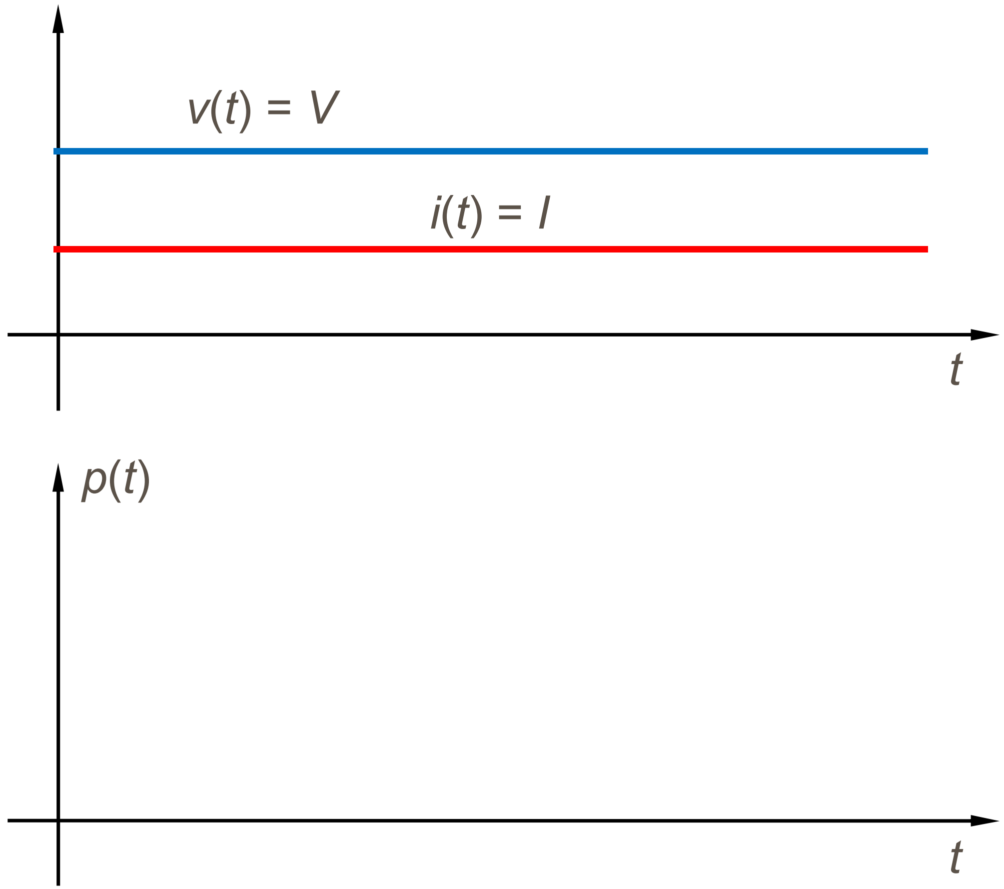




■ Potência em Corrente Contínua

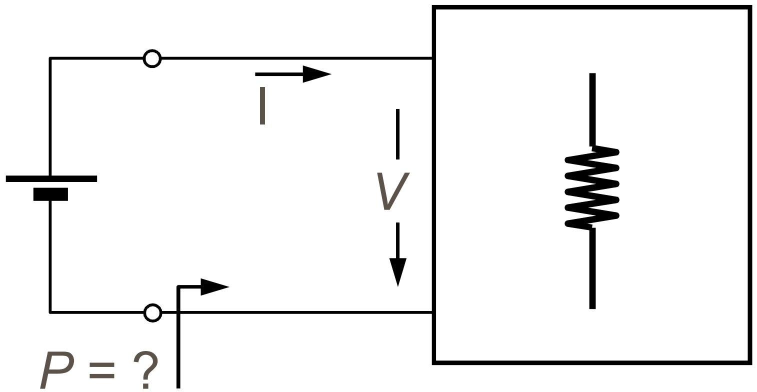


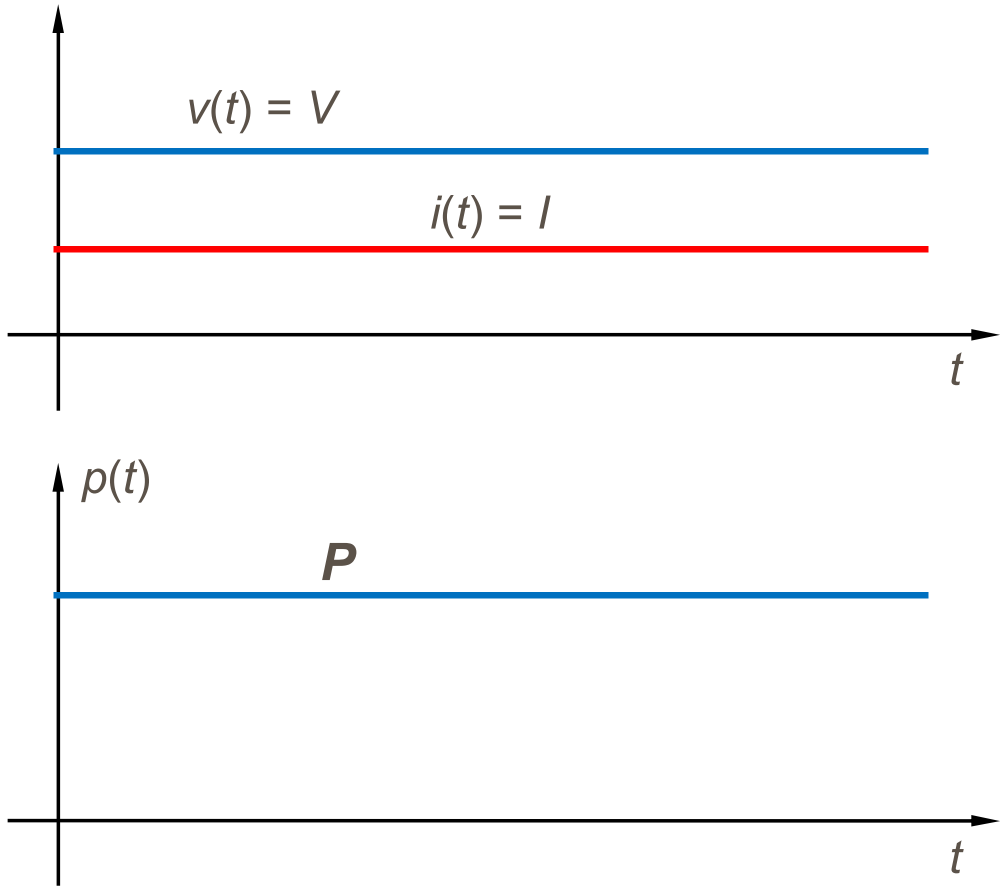
$$p(t) = v(t)i(t)$$



Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Potência em Corrente Contínua





$$p(t) = v(t)i(t)$$

$$\rightarrow P = VI \quad (= \text{cte})$$

Circuitos de Corrente Alternada

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

- **Potência em Corrente Alternada**
  - Valor instantâneo da potência dissipada numa resistência

$$p(t) = v(t)(i(t) = R\left(i(t)\right)^2 = \frac{\left(v(t)\right)^2}{R}$$

Circuitos de Corrente Alternada

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

- **Potência em Corrente Alternada**
  - Valor instantâneo da potência dissipada numa resistência

$$p(t) = v(t)(i(t) = R\left(i(t)\right)^2 = \frac{\left(v(t)\right)^2}{R}$$

  - Valor médio da potência dissipada numa resistência (<u>para qualquer forma de onda de período T</u>)

$$P = \frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_1+T} p(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_1+T} R\left(i(t)\right)^2 dt = R\left(\frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_1+T} i(t)^2\,dt\right)$$

$$\rightarrow P = RI_{ef}^2 = \frac{V_{ef}^2}{R}$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

- **Potência em Corrente Alternada**
  - Para uma corrente sinusoidal da forma $i(t) = I_m \operatorname{sen}(\omega t)$,

$$P = R\,I_{ef}^2 = R\left(\frac{I_m}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{R I_m^2}{2}$$

Circuitos de Corrente Alternada

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

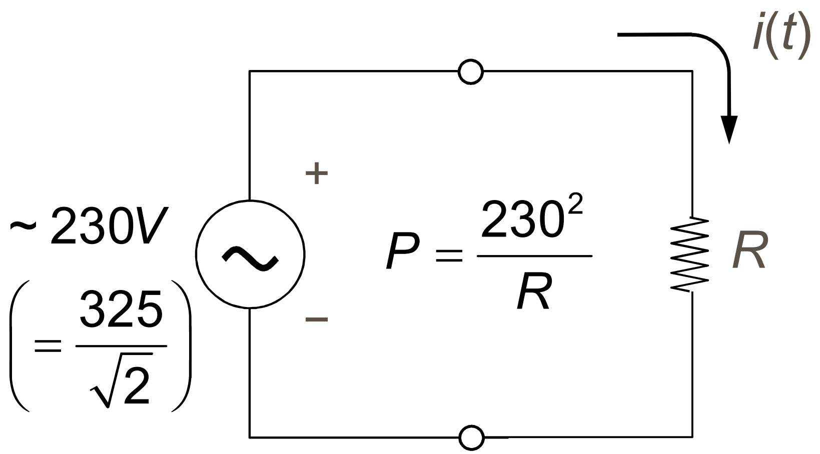
- **Potência em Corrente Alternada**
  - Para uma corrente sinusoidal da forma $i(t) = I_m \,\mathrm{sen}(\omega t)$,

$$P = R\,I_{ef}^2 = R\left(\frac{I_m}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{RI_m^2}{2} \quad \text{ou} \quad P = \frac{V_{ef}^2}{R} = \frac{\left(V_m/\sqrt{2}\right)^2}{R} = \frac{V_m^2}{2R}$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

- **Potência em Corrente Alternada**
  - Para uma corrente sinusoidal da forma $i(t) = I_m \, \mathrm{sen}(\omega t)$,

$$P = R\,I_{ef}^2 = R\left(\frac{I_m}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{R I_m^2}{2} \quad \text{ou} \quad P = \frac{V_{ef}^2}{R} = \frac{\left(V_m / \sqrt{2}\right)^2}{R} = \frac{V_m^2}{2R}$$

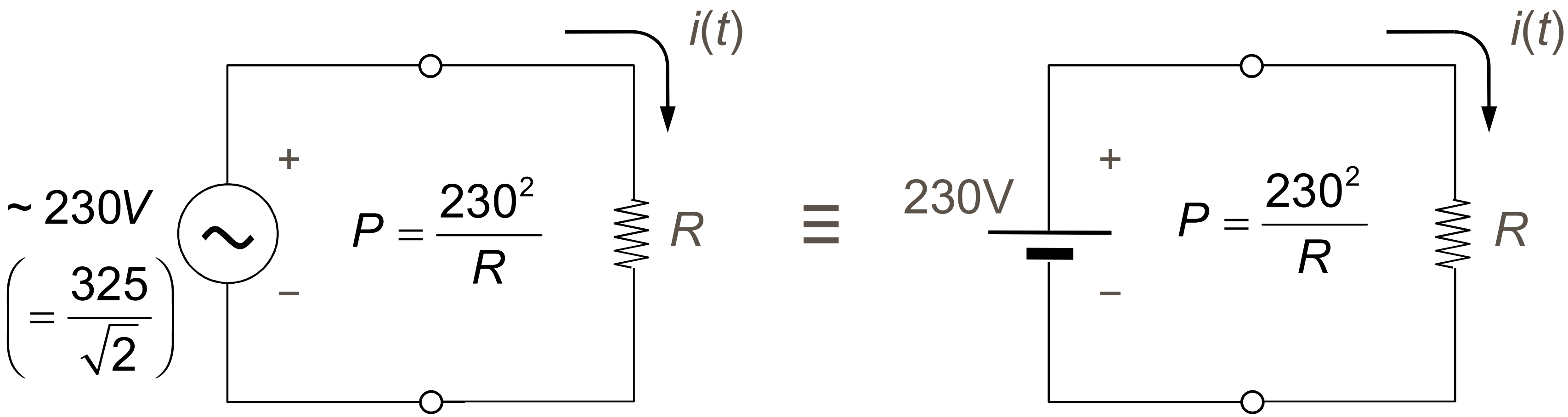


Circuitos de Corrente Alternada

Potência em Corrente Alternada

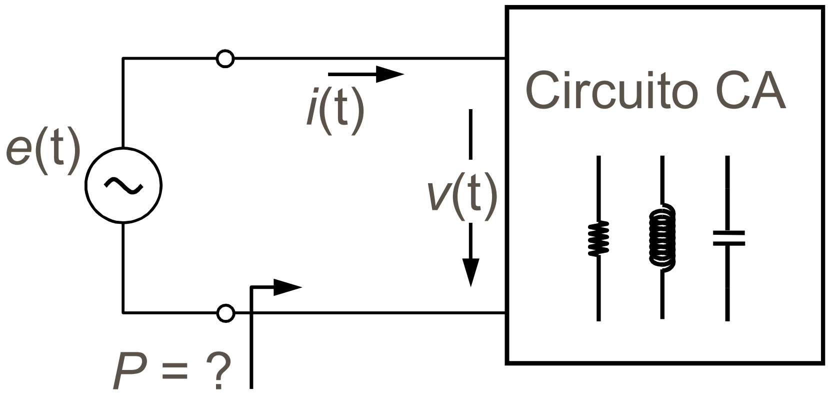
- Para uma corrente sinusoidal da forma $i(t) = I_m \operatorname{sen}(\omega t)$,

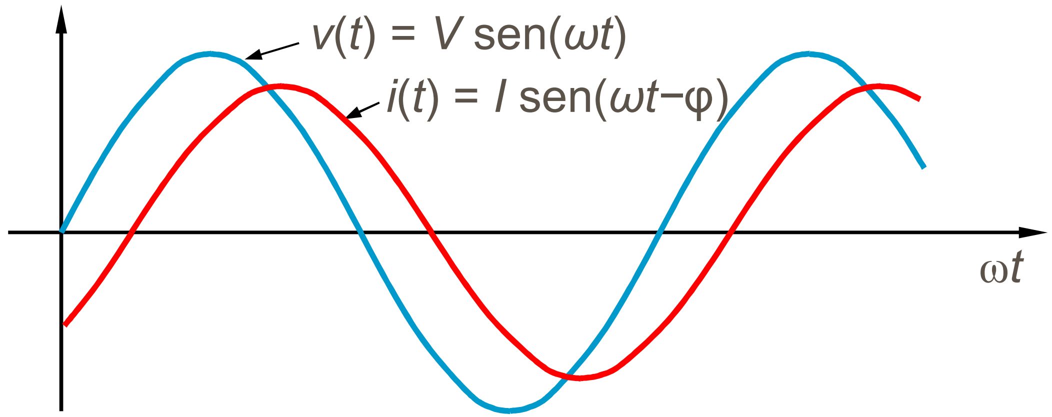
$$P = R\,I_{ef}^2 = R\left(\frac{I_m}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{RI_m^2}{2} \quad \text{ou} \quad P = \frac{V_{ef}^2}{R} = \frac{\left(V_m/\sqrt{2}\right)^2}{R} = \frac{V_m^2}{2R}$$



Potência em Corrente Alternada (sinusoidal)

- Caso Geral

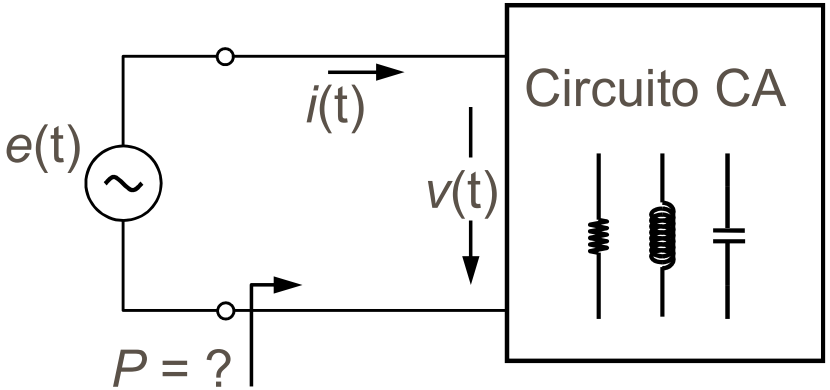


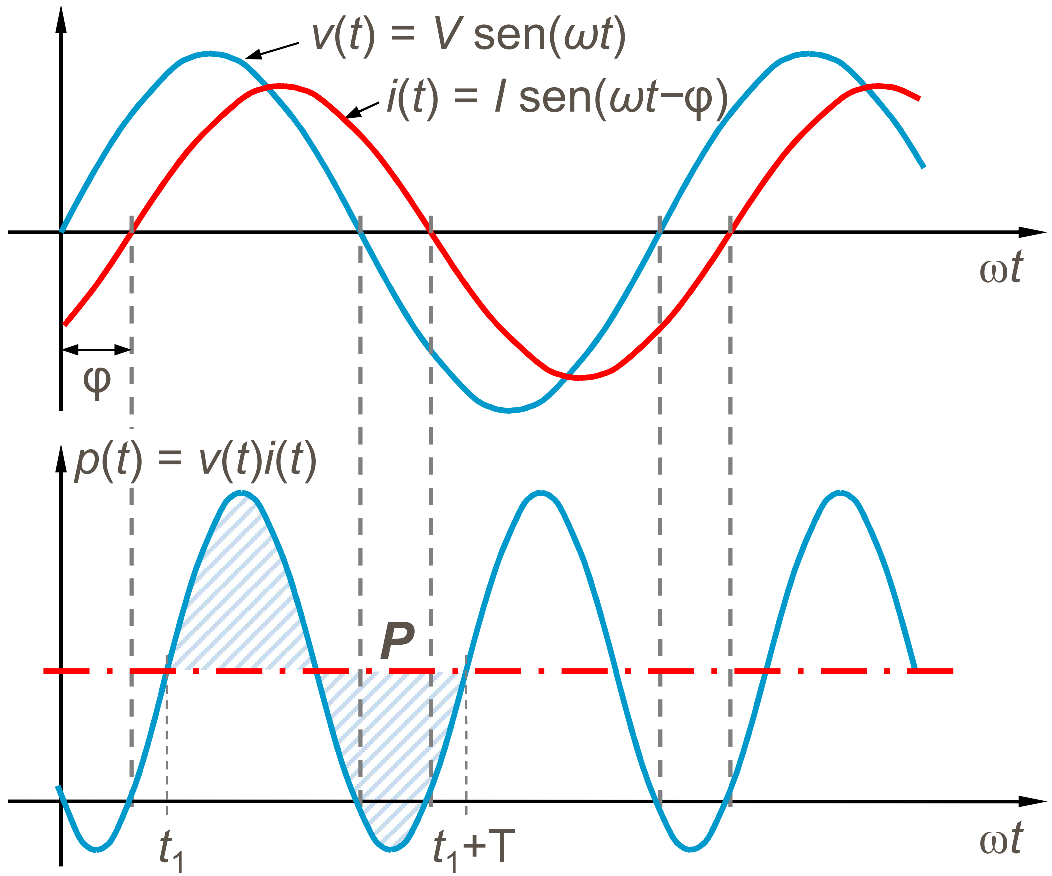


Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Potência em Corrente Alternada (sinusoidal)

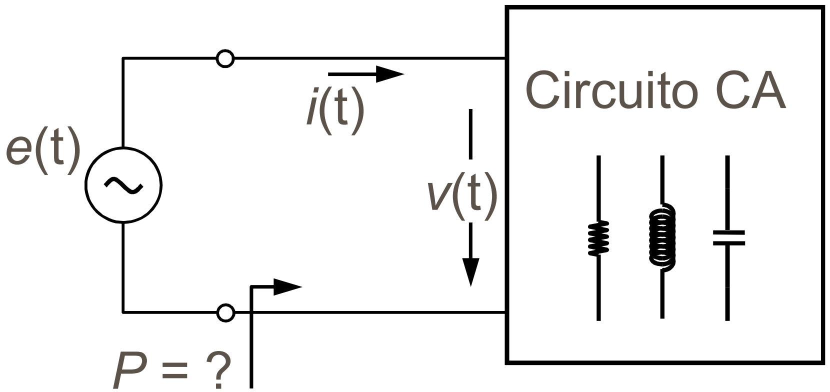
- Caso Geral

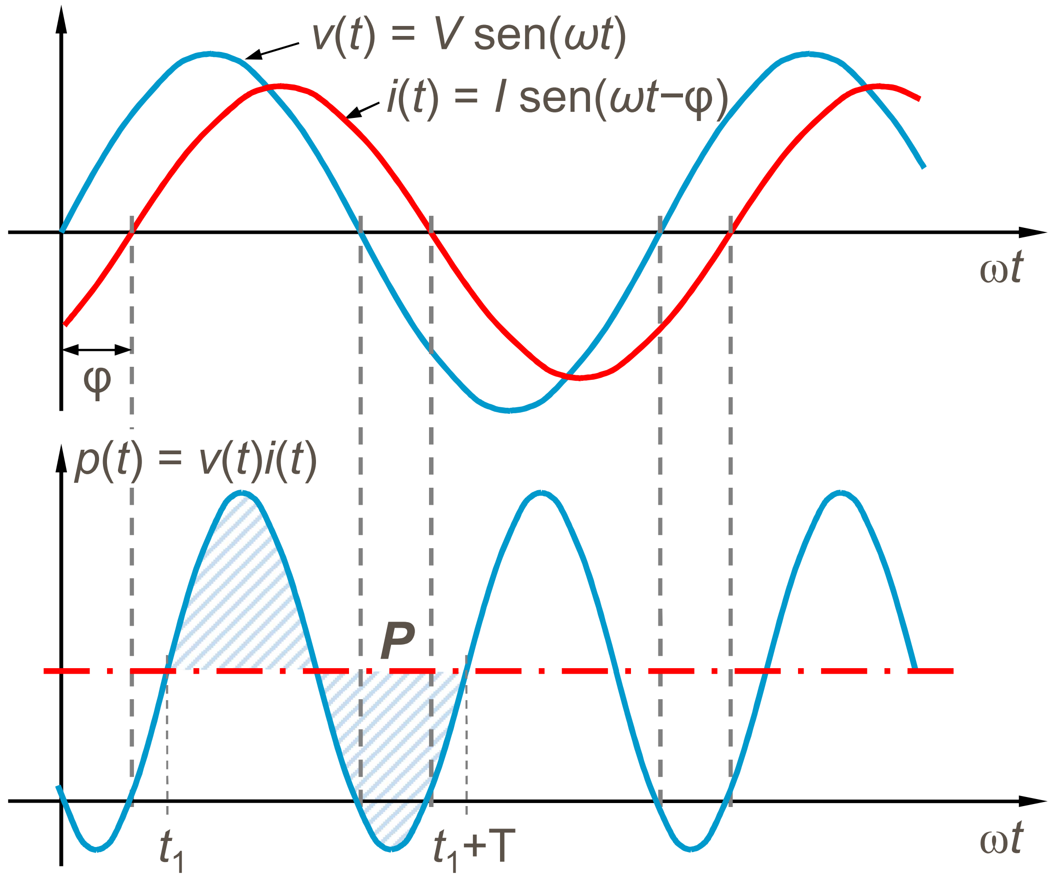




Circuitos de Corrente Alternada

- **Potência em Corrente Alternada (sinusoidal)**
  - Caso Geral





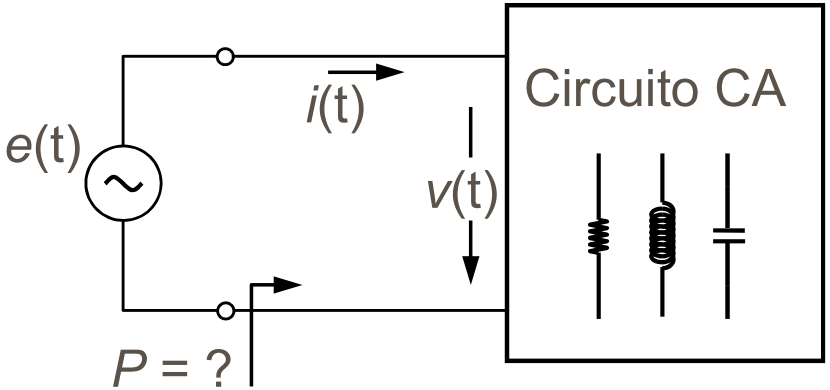
$$P = \frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_1+T} p(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_1+T} v(t)\,i(t)\,dt =$$

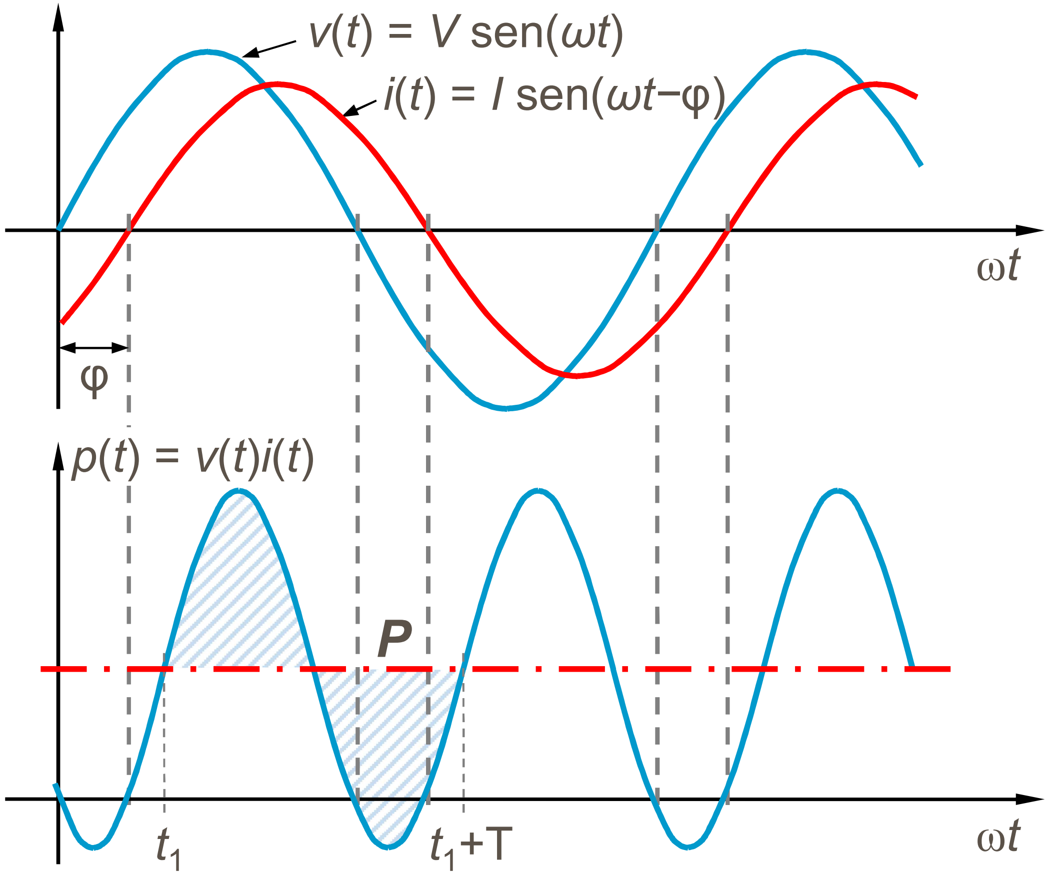
$$= \frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_1+T} V\,\mathrm{sen}(\omega t)\,I\,\mathrm{sen}(\omega t - \varphi)\,dt$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Potência em Corrente Alternada (sinusoidal)

Caso Geral





$$P = \frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_1+T} p(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_1+T} v(t)i(t)\,dt =$$

$$= \frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_1+T} V\,\mathrm{sen}(\omega t)\, I\,\mathrm{sen}(\omega t - \varphi)\,dt$$

$$\rightarrow P = V_{ef} I_{ef} \cos(\varphi) \quad (\mathrm{W})$$

Circuitos de Corrente Alternada

Potência em Corrente Alternada

Caso Geral

- **Potência activa**

$$P = V_{ef} \times I_{ef} \times \cos(\varphi) \quad (\mathrm{W})$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

- **Potência em Corrente Alternada**
  - Caso Geral
    - **Potência activa**

$$P = V_{ef} \times I_{ef} \times \cos(\varphi) \quad (\mathrm{W})$$

$\cos(\varphi) \rightarrow$ factor de potência

Circuitos de Corrente Alternada

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

- **Potência em Corrente Alternada**
  - Caso Geral
    - **Potência activa**

$$P = \underbrace{V_{ef}}_{= cte} \times I_{ef} \times \cos(\varphi) \quad (W)$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

- **Potência em Corrente Alternada**
  - Caso Geral
    - **Potência activa**

$$P = \overset{=\,cte}{V_{ef}} \times I_{ef} \times \cos(\varphi) \quad (\mathrm{W})$$

Circuitos de Corrente Alternada

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

- **Potência em Corrente Alternada**
  - Caso Geral
    - **Potência activa**

$$P = \underbrace{V_{ef}}_{= cte} \times I_{ef} \times \cos(\varphi) \quad (W)$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Potência em Corrente Alternada

- Caso Geral
  - **Potência activa**

$$P = \underbrace{V_{ef}}_{= cte} \times I_{ef} \uparrow \times \cos(\varphi) \downarrow \quad (\mathrm{W})$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Potência em Corrente Alternada

Caso Geral

- **Potência activa**

$$P = \underset{=\text{cte}}{V_{ef}} \times I_{ef}\uparrow \times \cos(\varphi)\downarrow \quad (\text{W})$$

- **Potência reactiva**

$$Q = V_{ef} I_{ef} \,\text{sen}(\varphi) \qquad (\text{VAR})$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Potência em Corrente Alternada

Caso Geral

- **Potência activa**

$$P = \underbrace{V_{ef}}_{= cte} \times I_{ef}\uparrow \times \cos(\varphi)\downarrow \quad (W)$$

- **Potência reactiva**

$$Q = V_{ef} I_{ef} \operatorname{sen}(\varphi) \qquad (VAR)$$

- **Potência aparente**

$$S = V_{ef} I_{ef} \qquad (VA)$$

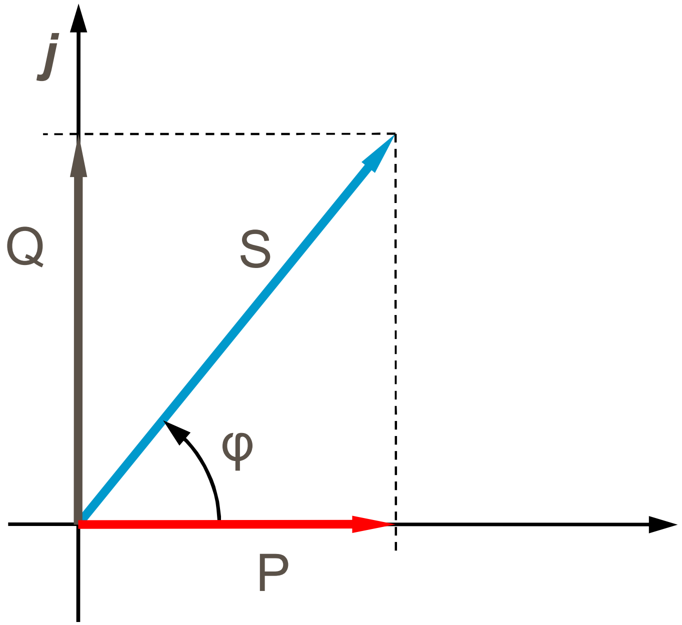


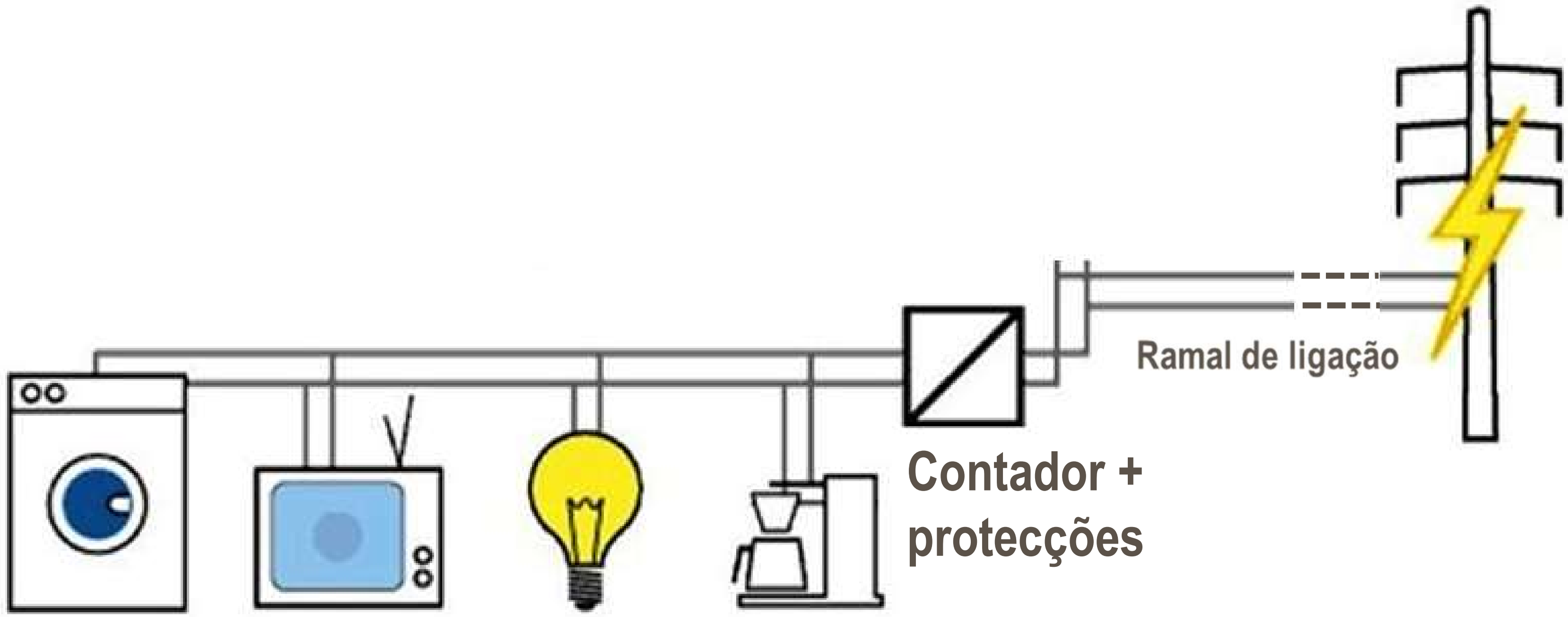
Diagrama de potências

$$(P = S\cos(\varphi), \quad Q = S\operatorname{sen}(\varphi), \quad S = \sqrt{P^2 + S^2})$$

Circuitos de Corrente Alternada

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

- Ligação à Rede Eléctrica

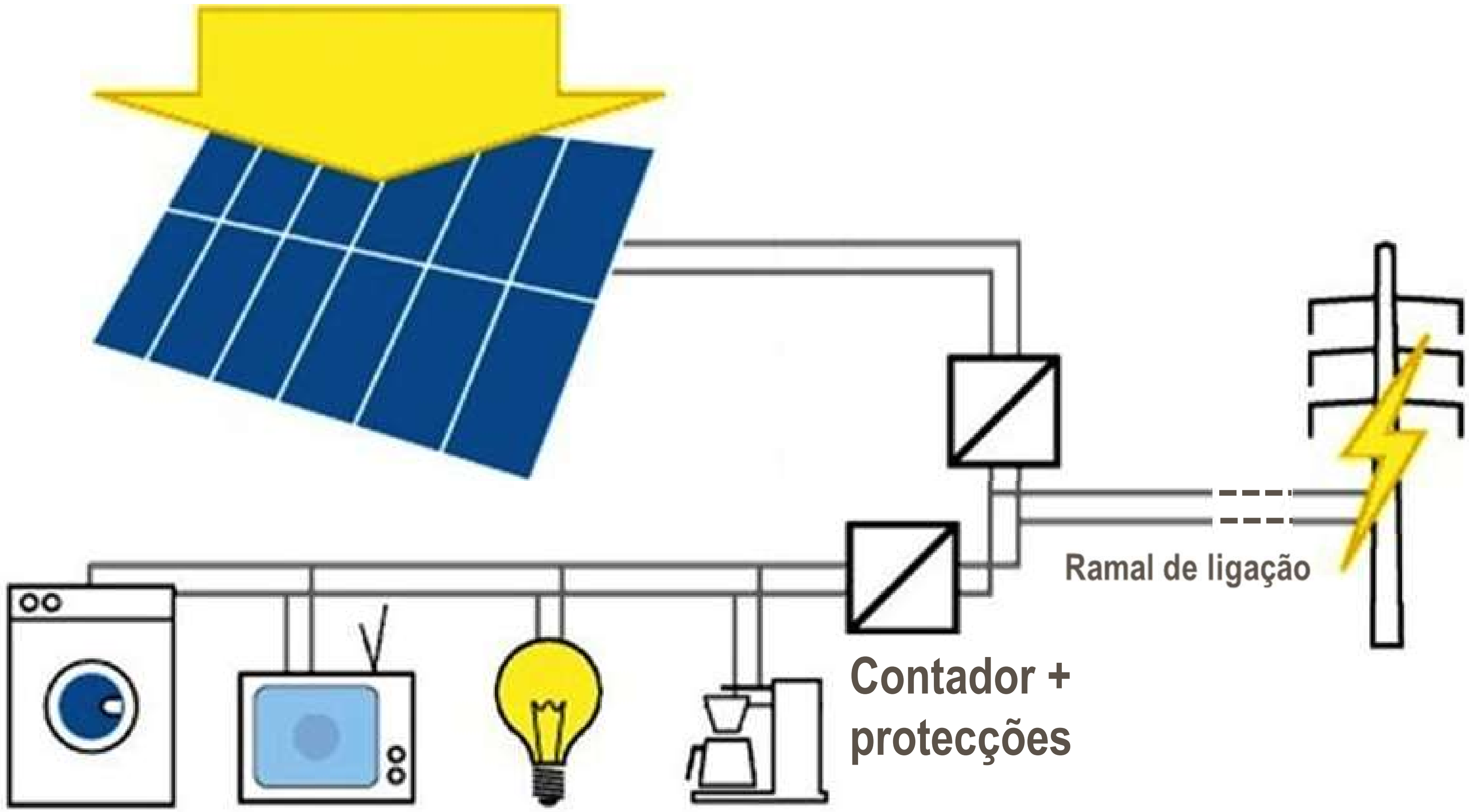


http://www.comel.gr/en/solar_applications.html

Circuitos de Corrente Alternada

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

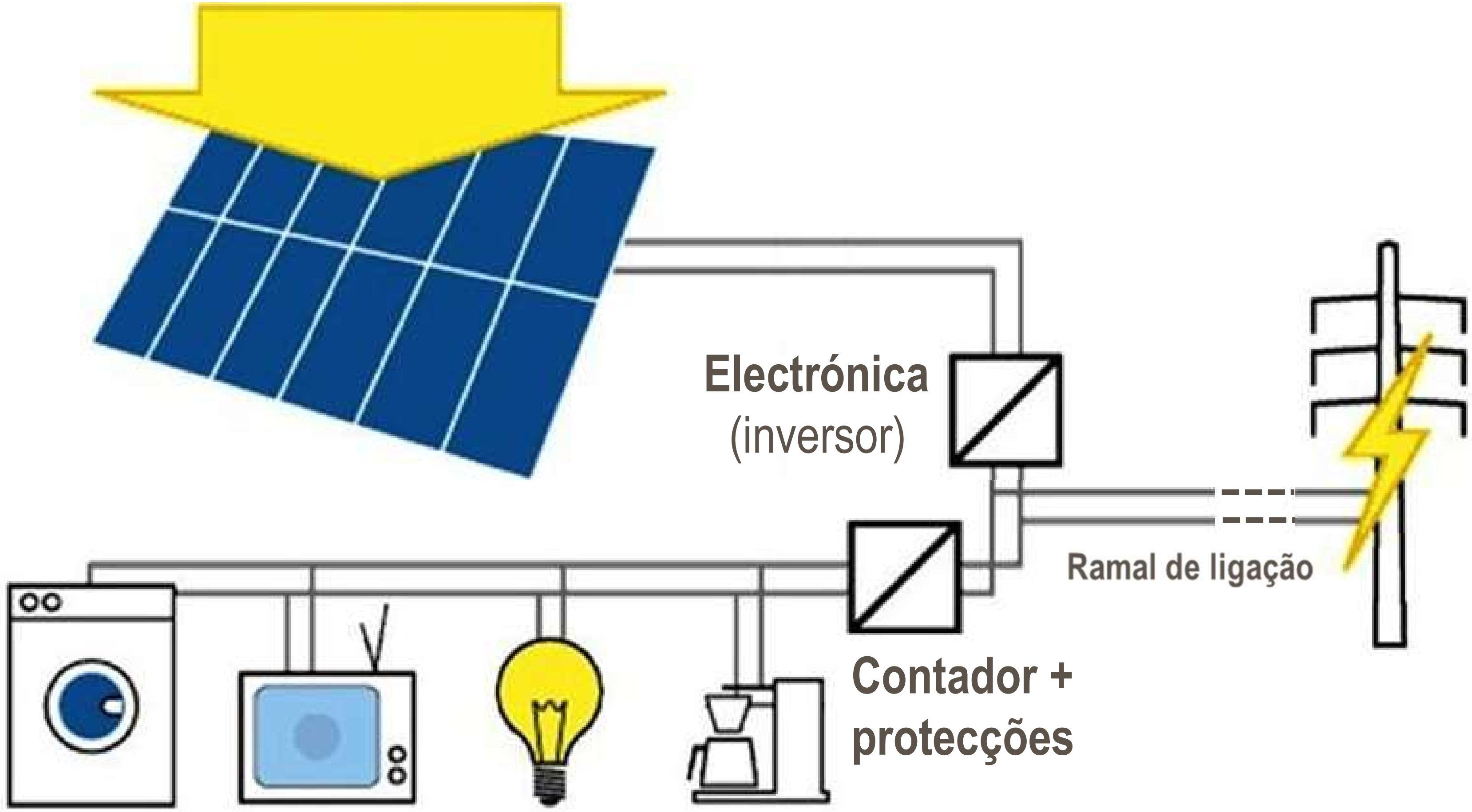
- Ligação à Rede Eléctrica



http://www.comel.gr/en/solar_applications.html

Circuitos de Corrente Alternada

Ligação à Rede Eléctrica



http://www.comel.gr/en/solar_applications.html

Circuitos de Corrente Alternada

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Ligação à Rede Eléctrica

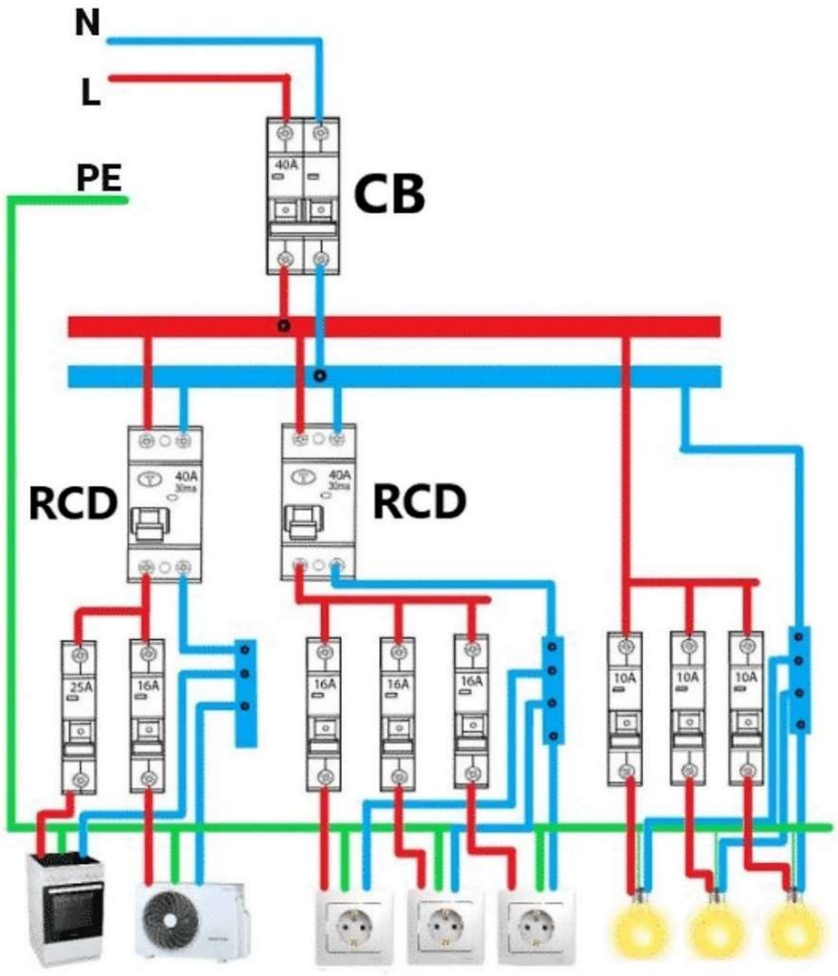
- Quadro de distribuição principal

"Manual do electricista" (aplicação para o Android)

Circuitos de Corrente Alternada

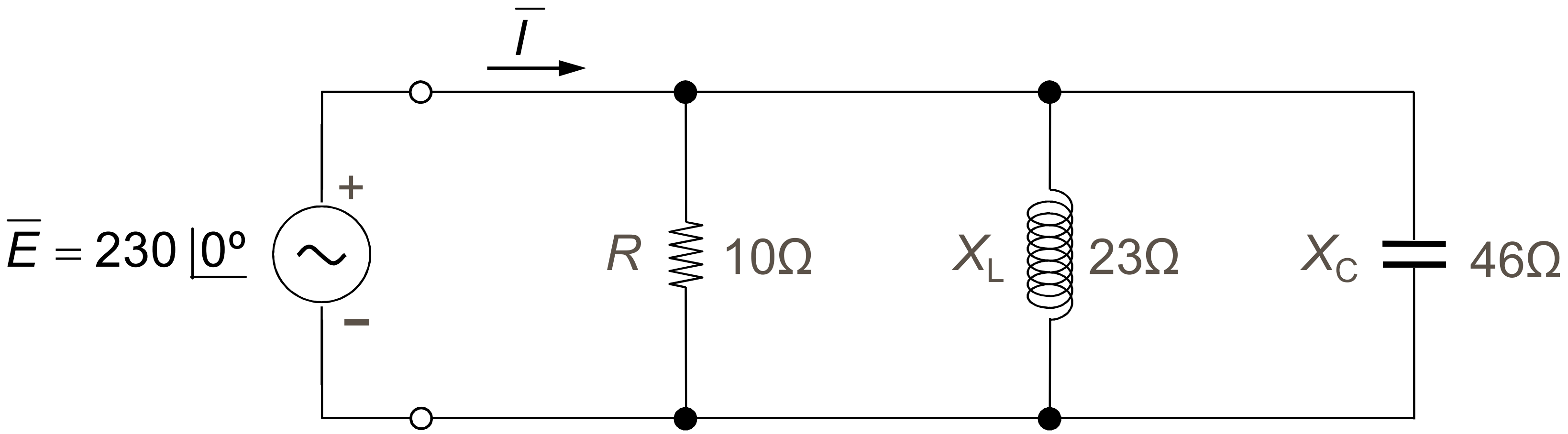
- **Ligação à Rede Eléctrica**
  - Quadro de distribuição (apartamento)

Exemplo de um diagrama de distribuição de painel de apartamento



Potência em Corrente Alternada

- Exemplo – No seguinte circuito pretende-se determinar:
  a) a potência activa total: b) a potência reactiva total; c) a potência aparente total; d) o factor de potência do conjunto

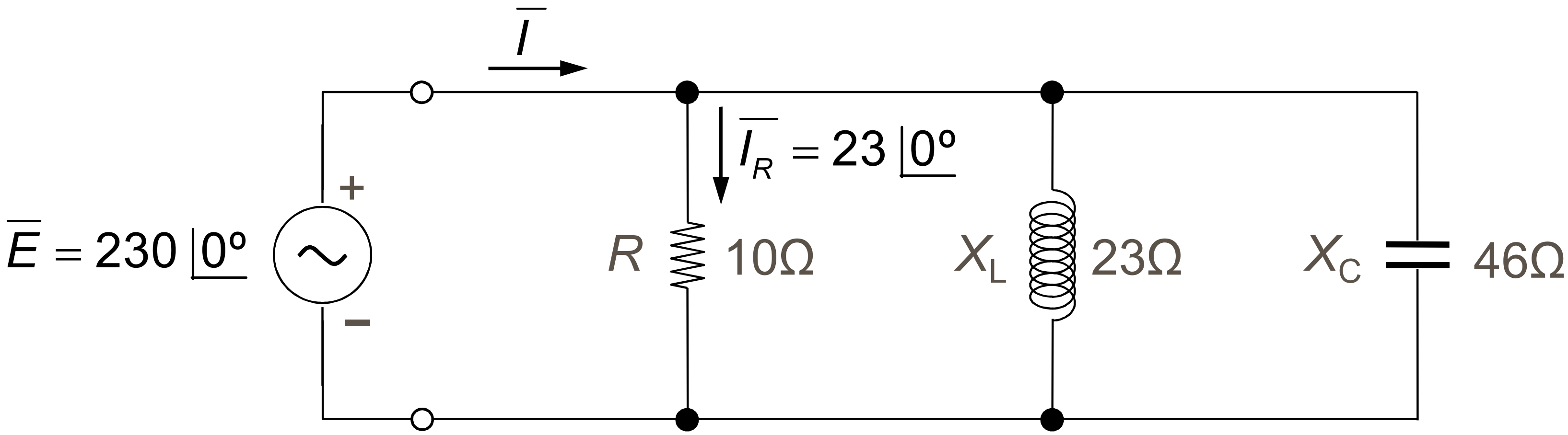


Circuitos de Corrente Alternada

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

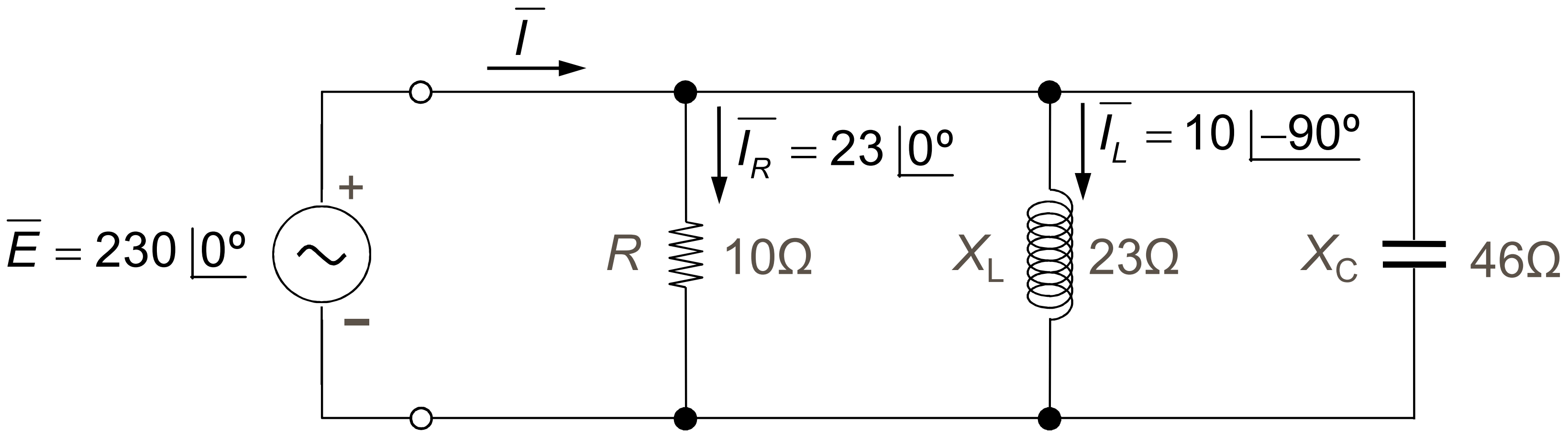
Potência em Corrente Alternada

- Exemplo – No seguinte circuito pretende-se determinar:
  a) a potência activa total: b) a potência reactiva total; c) a potência aparente total; d) o factor de potência do conjunto



Potência em Corrente Alternada

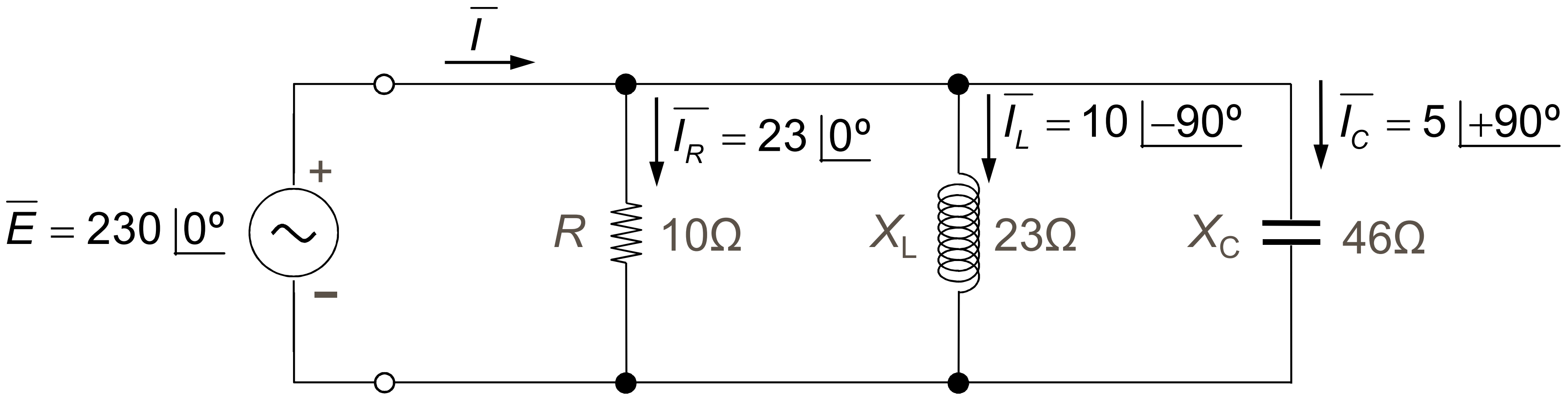
- Exemplo – No seguinte circuito pretende-se determinar:
  a) a potência activa total: b) a potência reactiva total; c) a potência aparente total; d) o factor de potência do conjunto



Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Potência em Corrente Alternada

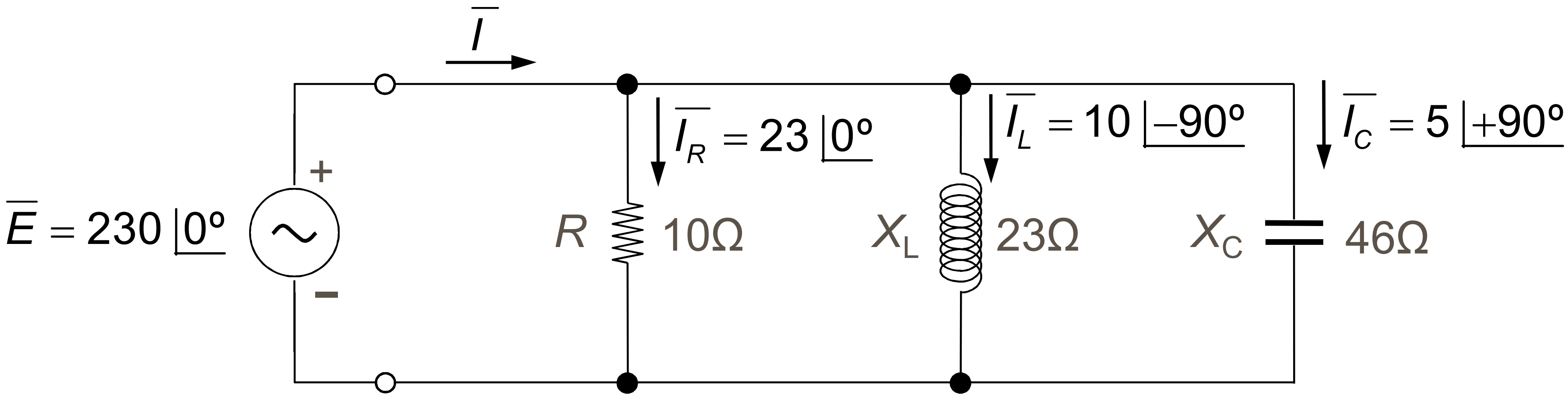
- Exemplo – No seguinte circuito pretende-se determinar:
  a) a potência activa total: b) a potência reactiva total; c) a potência aparente total; d) o factor de potência do conjunto



Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Potência em Corrente Alternada

- Exemplo – No seguinte circuito pretende-se determinar:
  a) a potência activa total: b) a potência reactiva total; c) a potência aparente total; d) o factor de potência do conjunto

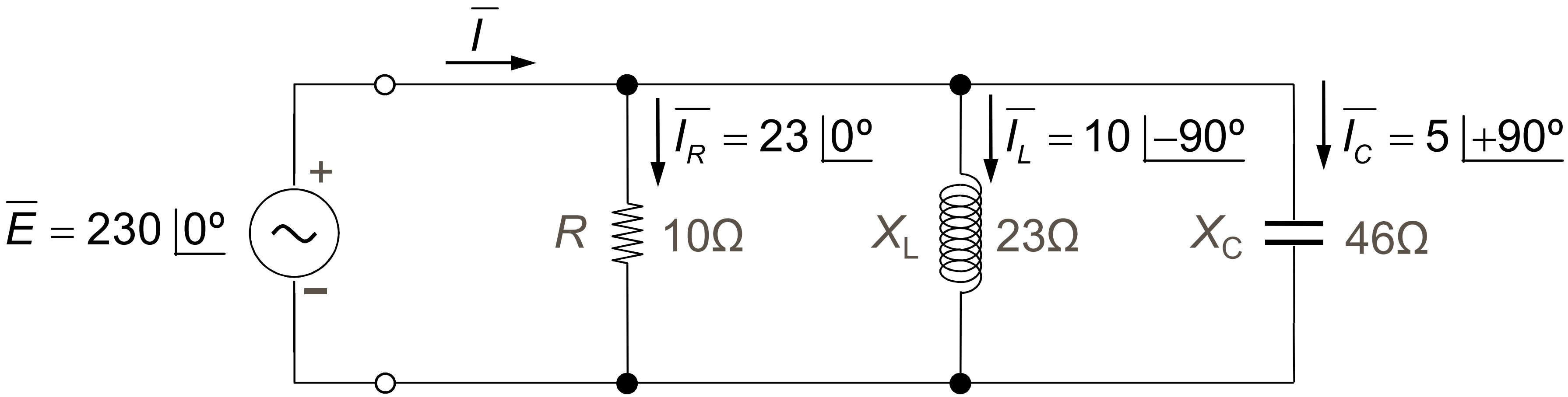


- A potência activa total é igual à potência dissipada no componente resistivo:

$$P_T = P_R = R I_R^2 = (23\ \text{A})^2 (10\ \Omega) = 5290\ \text{W}$$

Potência em Corrente Alternada

- Exemplo



- A potência reactiva pode ser calculada do seguinte modo:

$$Q_C = X_C I_C^2 = (5\text{ A})^2 (46\ \Omega) = 1150\text{ VAR (cap.)}$$

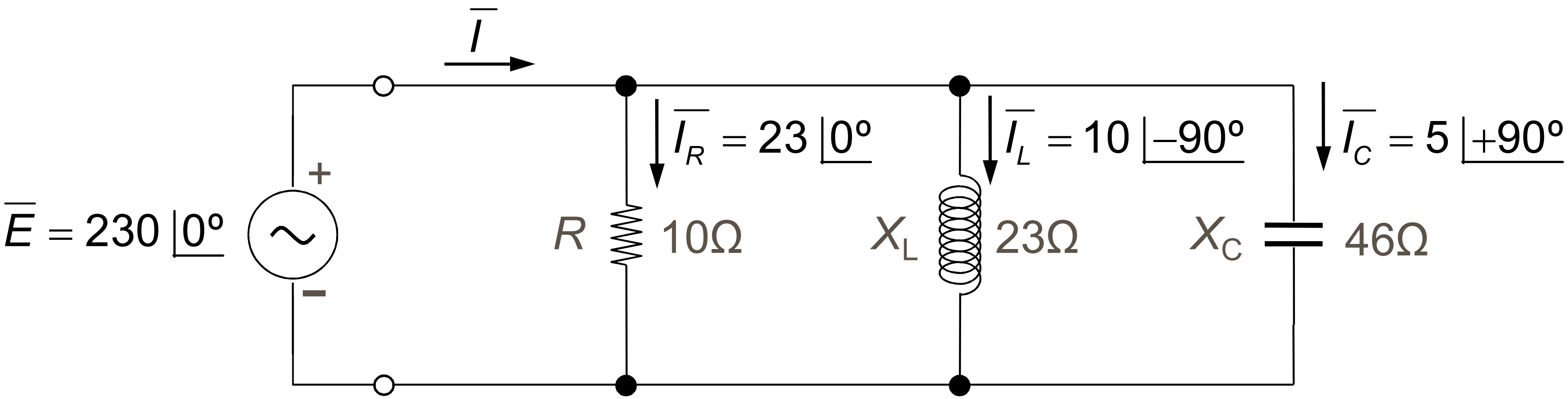
$$Q_L = X_L I_L^2 = (10\text{ A})^2 (23\ \Omega) = 2300\text{ VAR (ind.)}$$

$$Q_T = Q_L - Q_C = 1150\text{ VAR (ind.)}$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Potência em Corrente Alternada

- Exemplo



- A potência aparente é dada por:

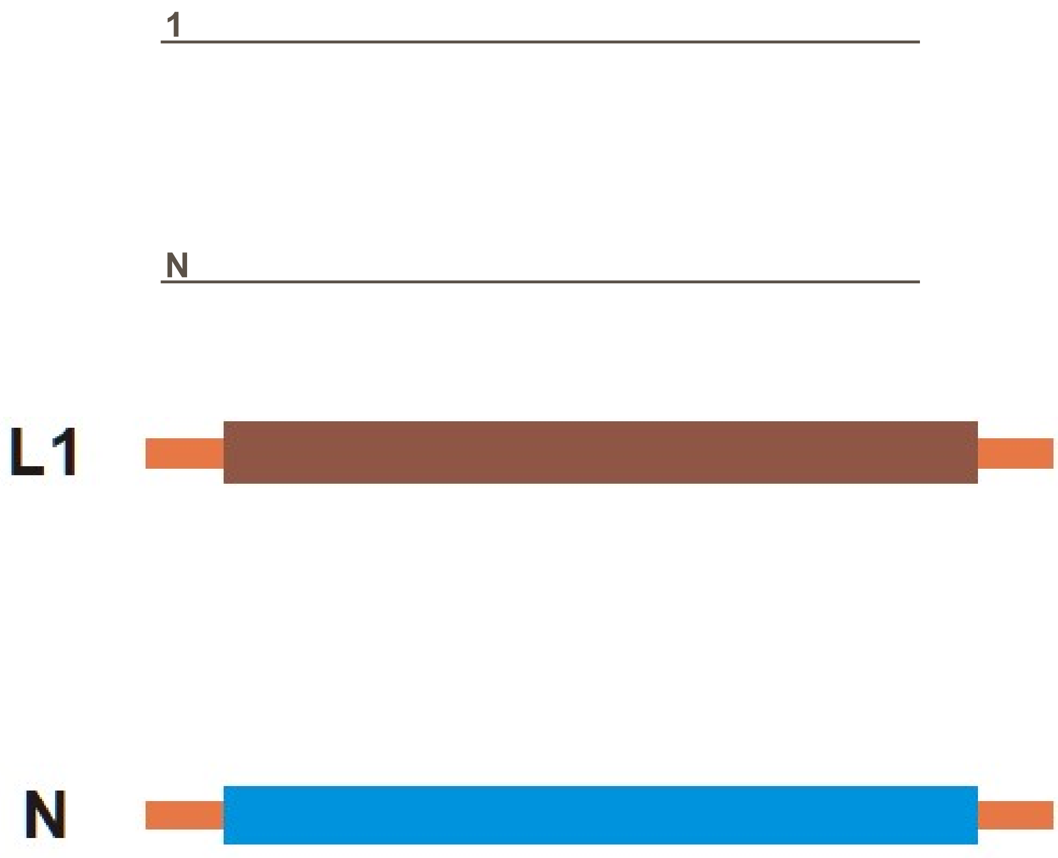
$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{5290^2 + 1150^2} = 5414 \text{ VA}$$

- O factor de potência pode ser obtido do seguinte modo:

$$\cos(\theta) = \frac{P_T}{S_T} = \frac{5290 \text{ W}}{5414 \text{ VA}} = 0.98 \text{ (ind.)}$$

Circuitos de Corrente Alternada

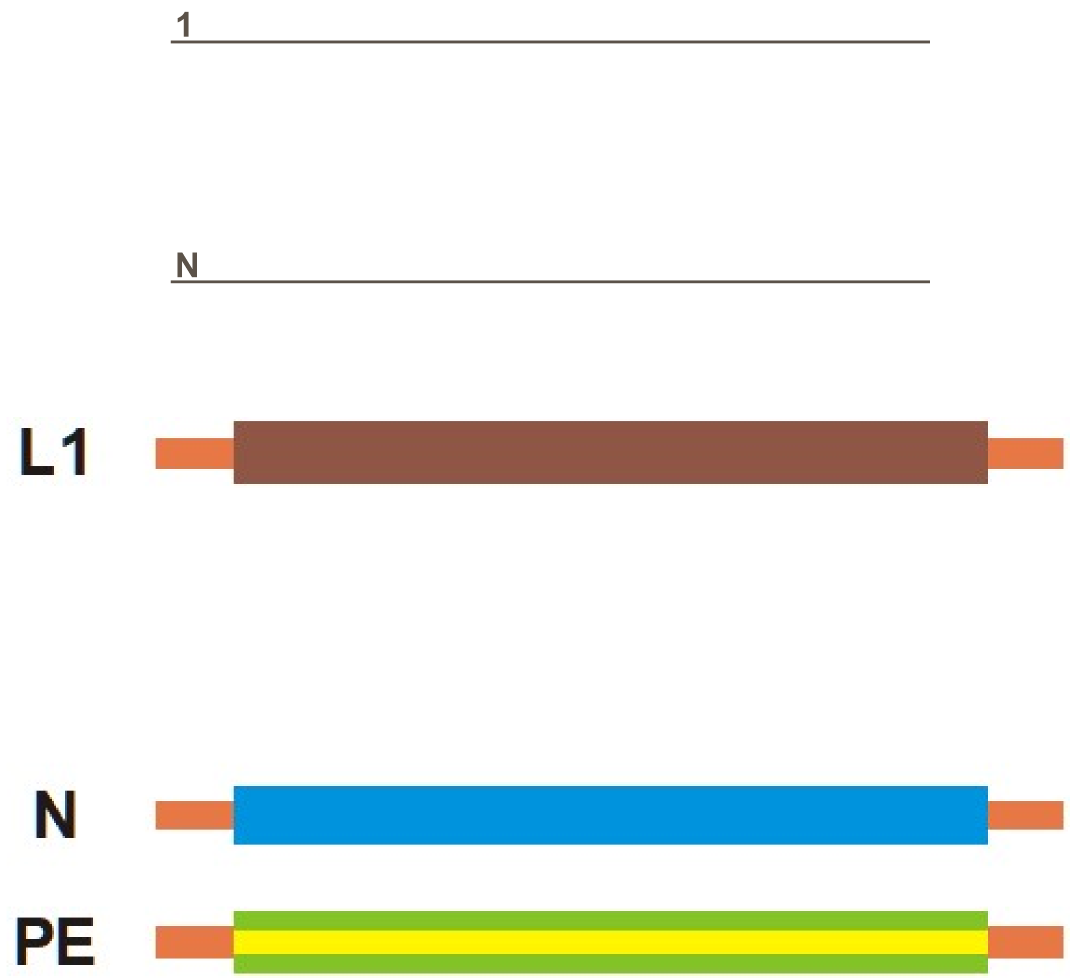
- ## Sistema de Tensões Trifásico



Circuitos de Corrente Alternada

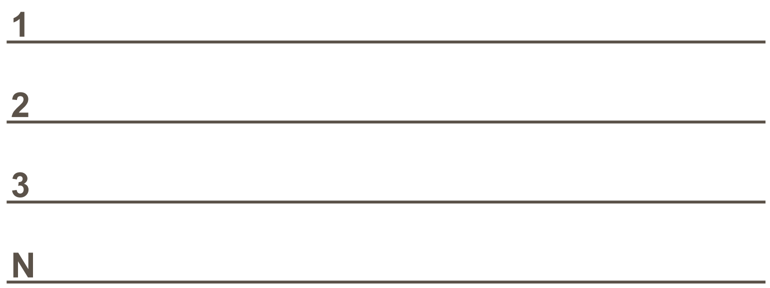
Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

- Sistema de Tensões Trifásico

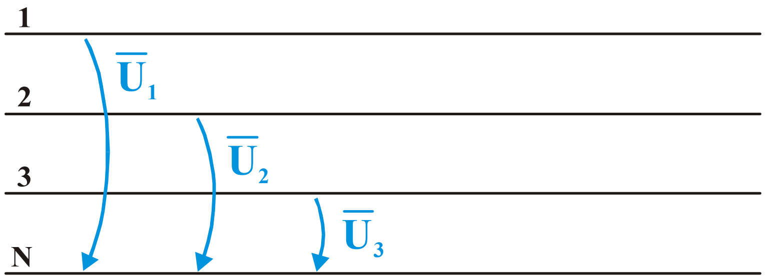


Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

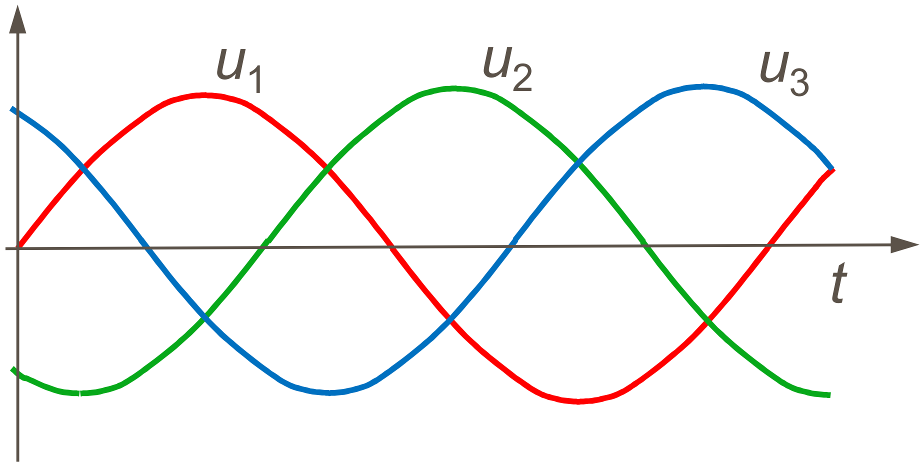
Sistema de Tensões Trifásico



■ Sistema de Tensões Trifásico

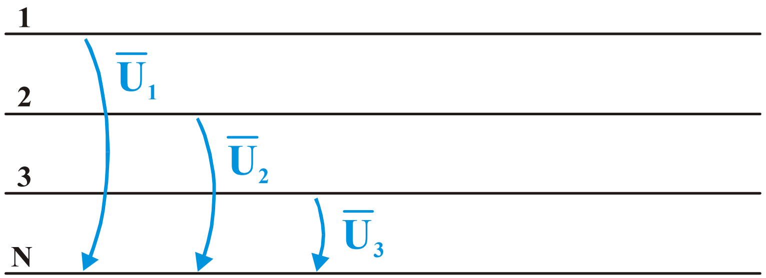


$\overline{U}_1, \overline{U}_2, \overline{U}_3 \rightarrow$ tensões simples

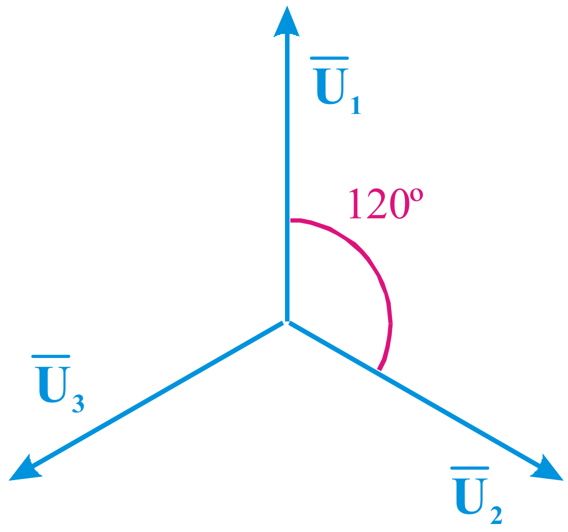


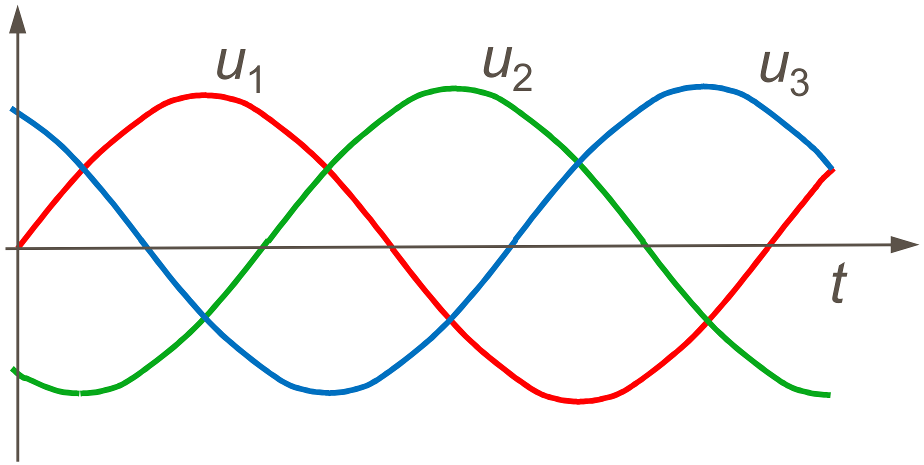
Circuitos de Corrente Alternada

Sistema de Tensões Trifásico



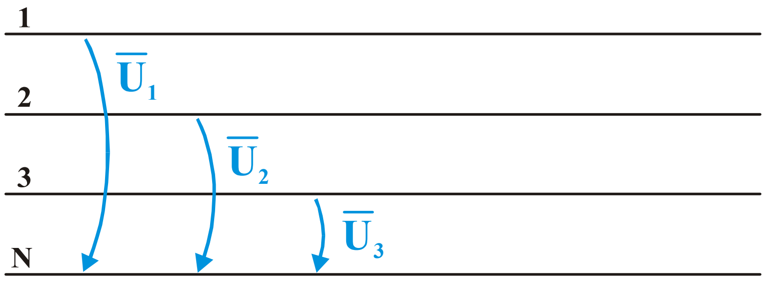
$\overline{U}_1, \overline{U}_2, \overline{U}_3 \rightarrow$ tensões simples



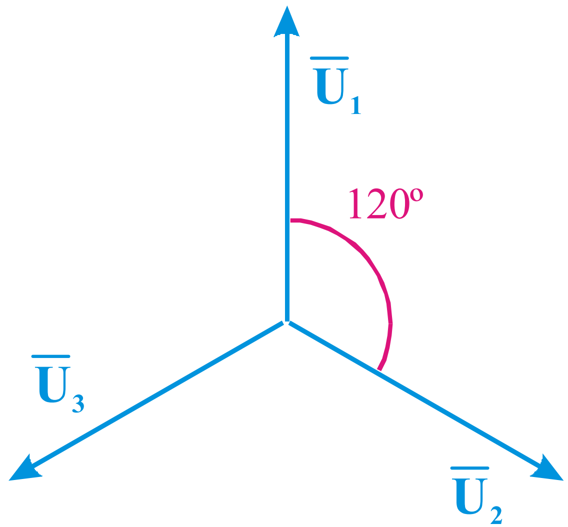


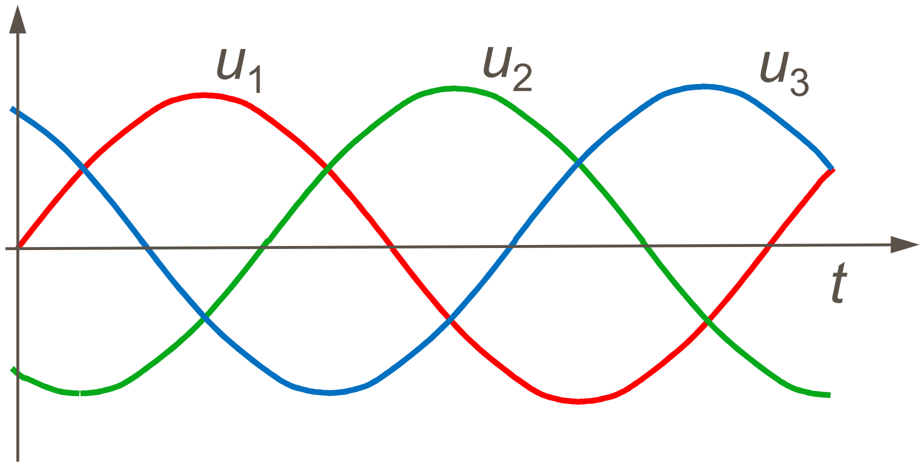
Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Sistema de Tensões Trifásico



$\overline{U}_1, \overline{U}_2, \overline{U}_3 \rightarrow$ tensões simples



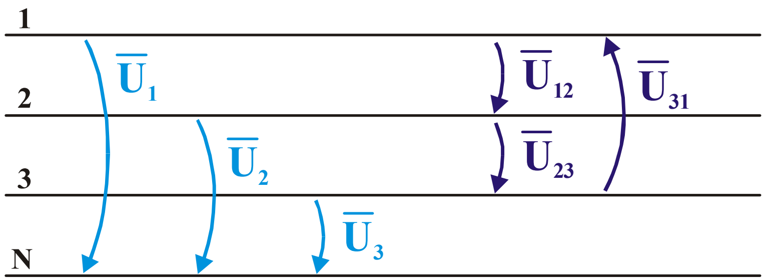


$$\overline{U}_1 = U_s \underline{|0º}$$
$$\overline{U}_2 = U_s \underline{|-120º}$$
$$\overline{U}_3 = U_s \underline{|-240º},$$
$$(U_1 = U_2 = U_3 = U_S)$$

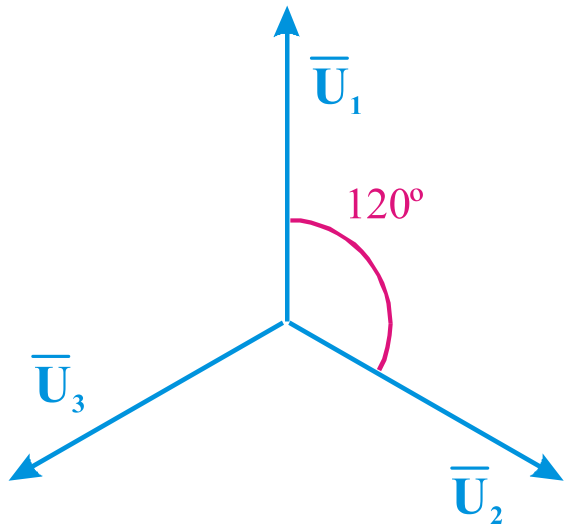
Circuitos de Corrente Alternada

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Sistema de Tensões Trifásico

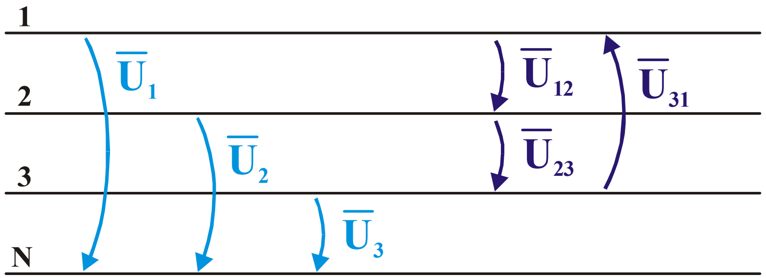


$\overline{U}_{12}, \overline{U}_{23}, \overline{U}_{31} \rightarrow$ tensões compostas

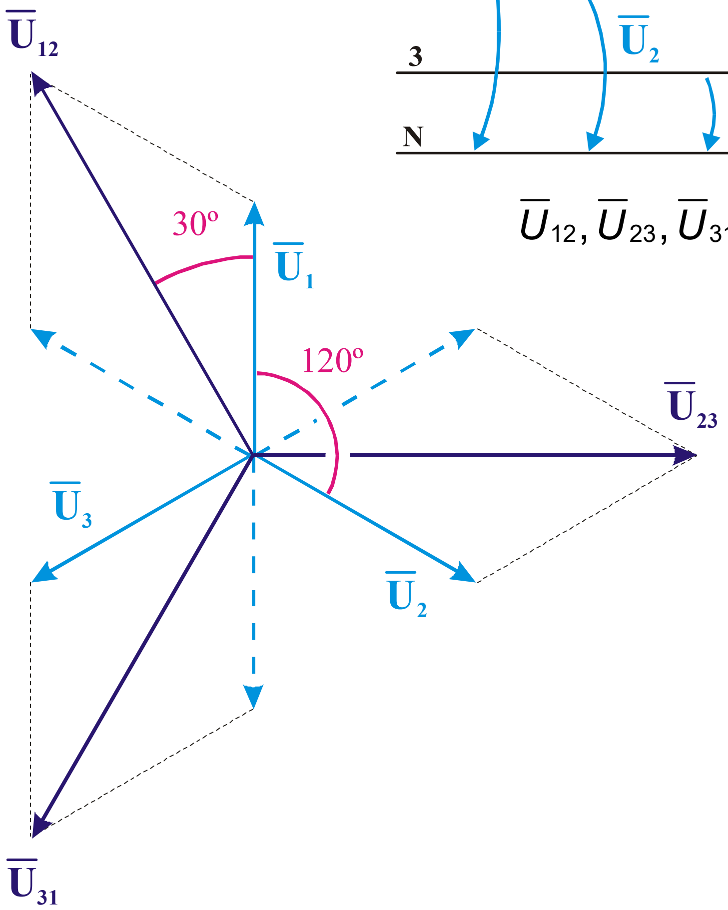


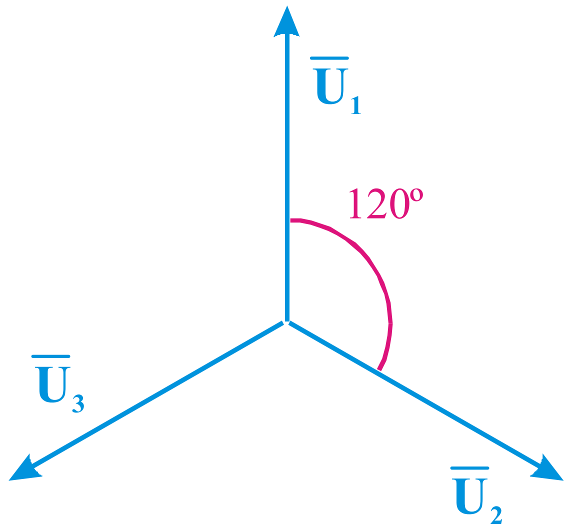
$$U_1 = U_2 = U_3 = U_S$$

Sistema de Tensões Trifásico



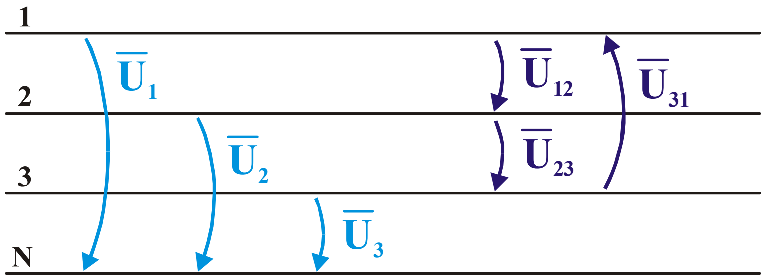
$\overline{U}_{12}, \overline{U}_{23}, \overline{U}_{31} \rightarrow$ tensões compostas



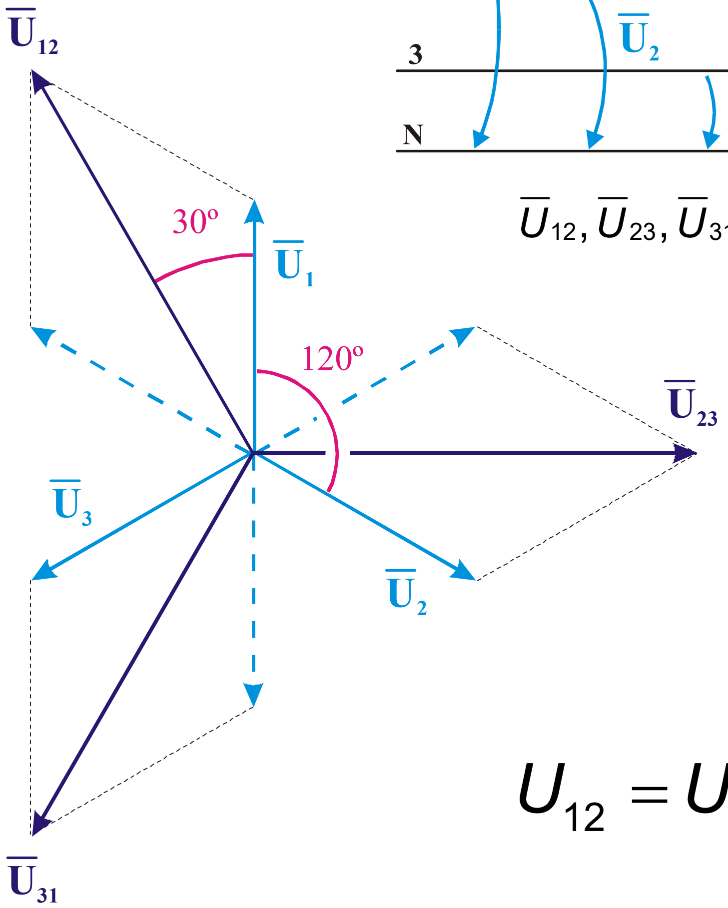


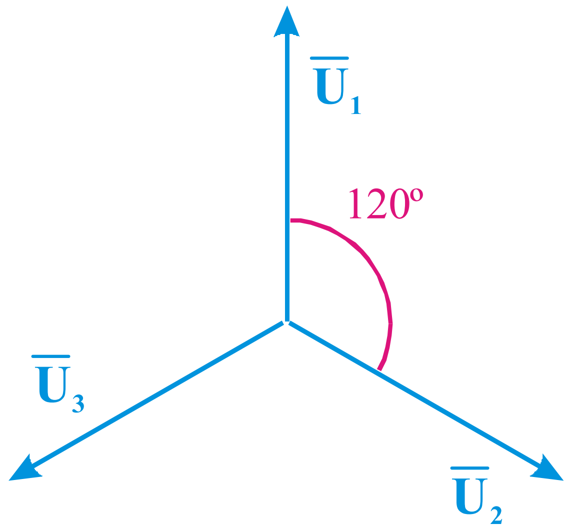
$$U_1 = U_2 = U_3 = U_S$$

Sistema de Tensões Trifásico



$\overline{U}_{12}, \overline{U}_{23}, \overline{U}_{31} \rightarrow$ tensões compostas



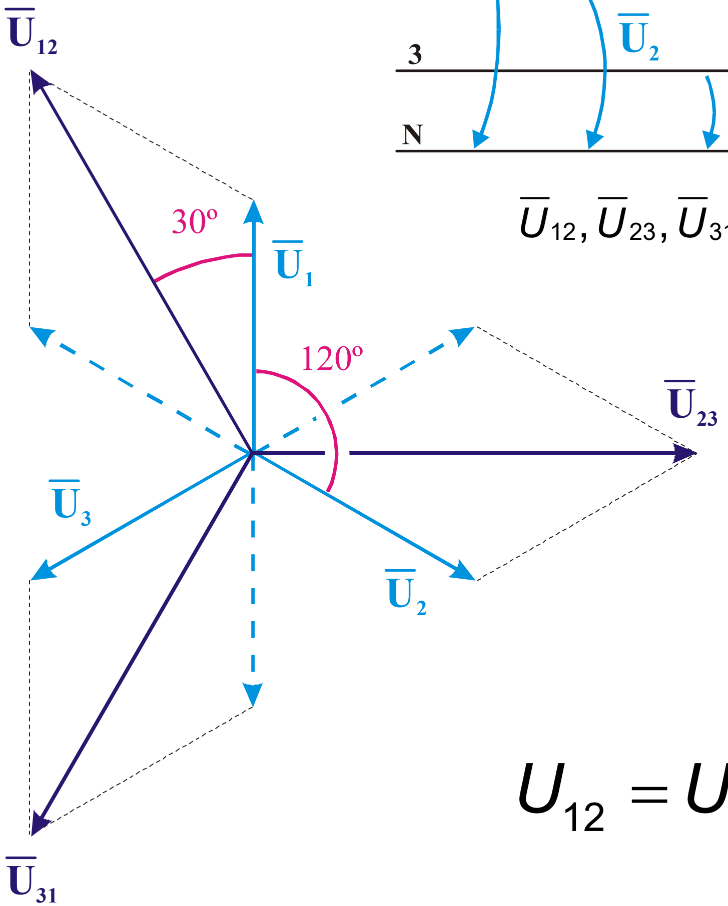


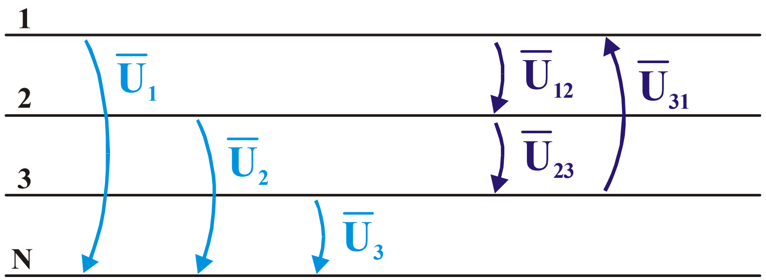
$$U_1 = U_2 = U_3 = U_S$$

$$U_{12} = U_{23} = U_{31} = U_C$$

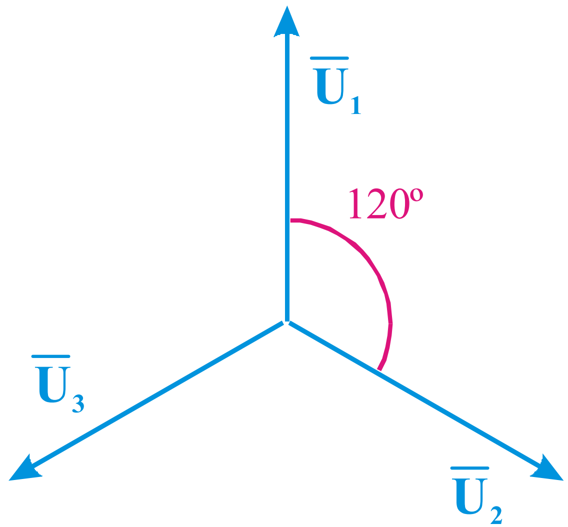
Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Sistema de Tensões Trifásico





$\overline{U}_{12}, \overline{U}_{23}, \overline{U}_{31} \rightarrow$ tensões compostas



$$U_1 = U_2 = U_3 = U_S$$

$$U_{12} = U_{23} = U_{31} = U_C$$

$$U_C = \sqrt{3} \cdot U_S$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

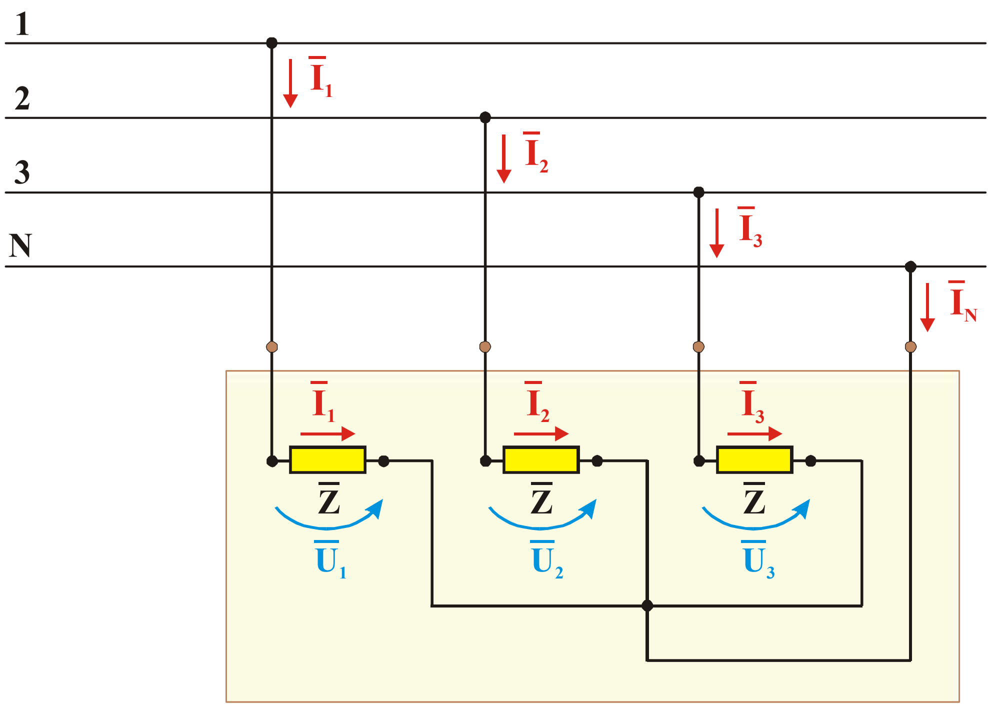
Receptores trifásicos

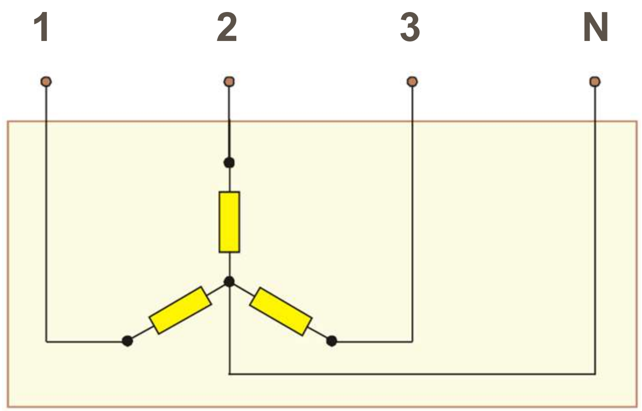
- Receptor trifásico equilibrado
  - Um receptor trifásico diz-se equilibrado se absorve um sistema trifásico simétrico de correntes quando é ligado a uma rede trifásica onde existe um sistema trifásico simétrico de tensões simples

- Tensão estipulada de um receptor trifásico
  - É o valor estipulado da tensão composta para o qual o receptor foi dimensionado

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

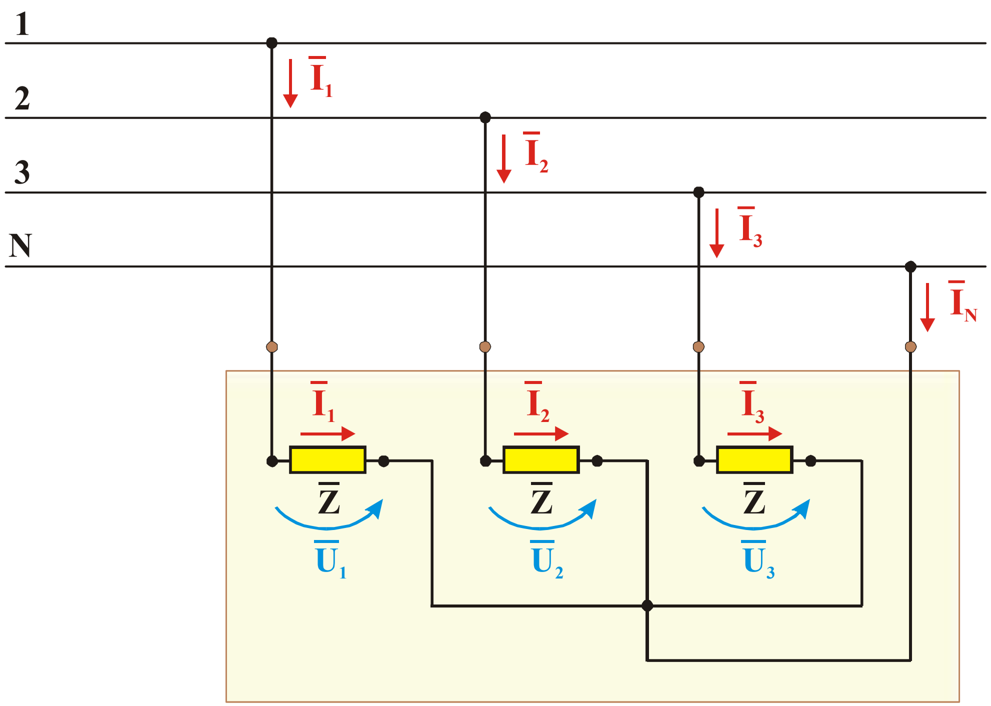
Ligação em estrela

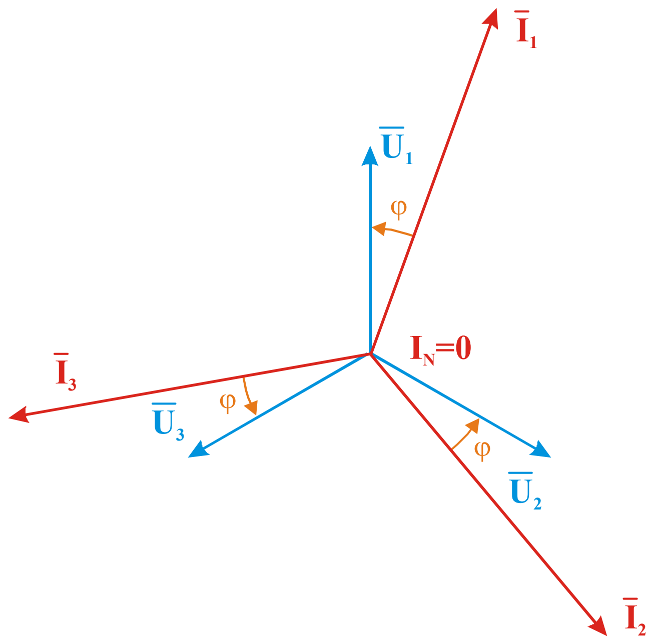




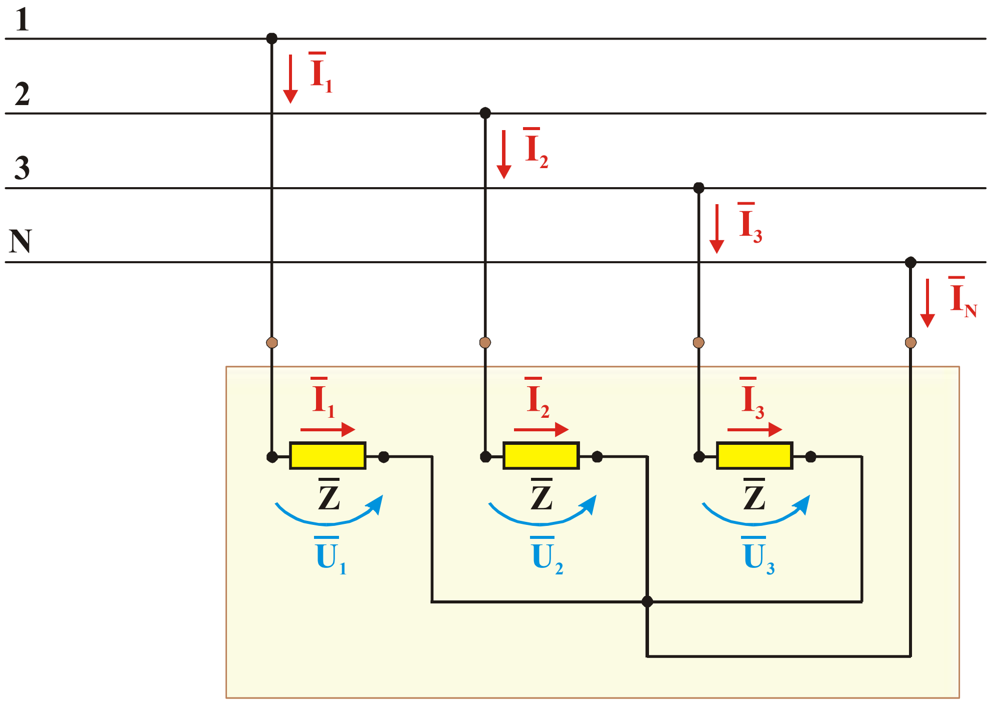
Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

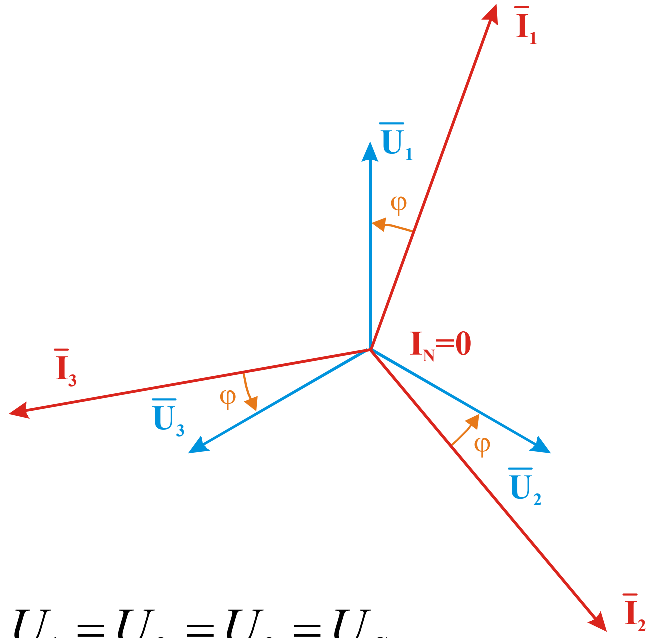
■ Ligação em estrela





Ligação em estrela





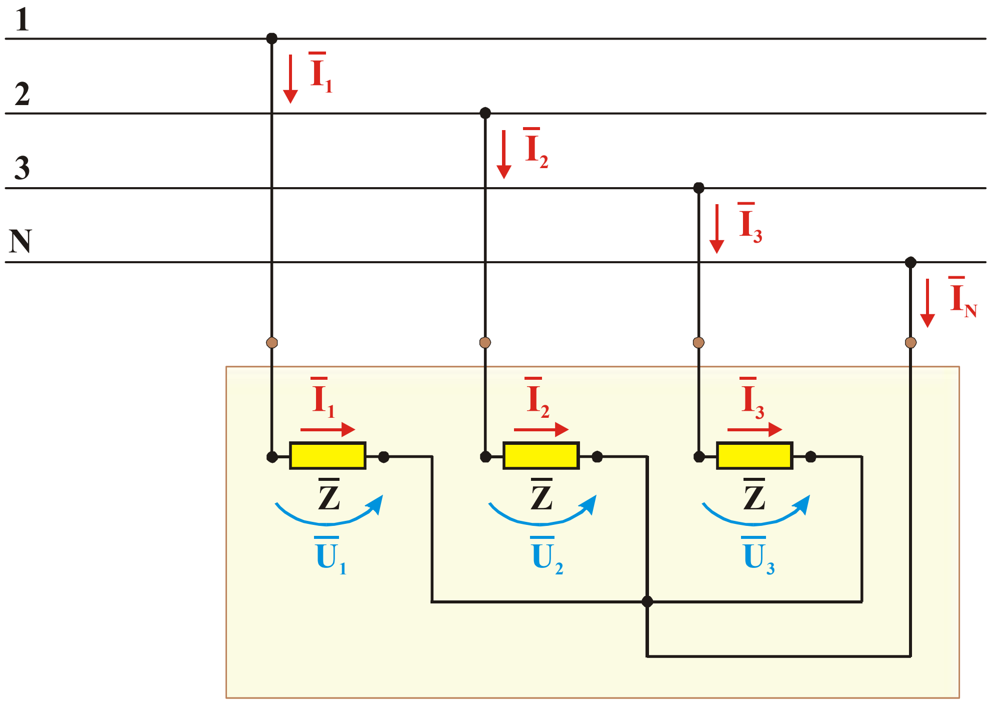
$$U_1 = U_2 = U_3 = U_S$$

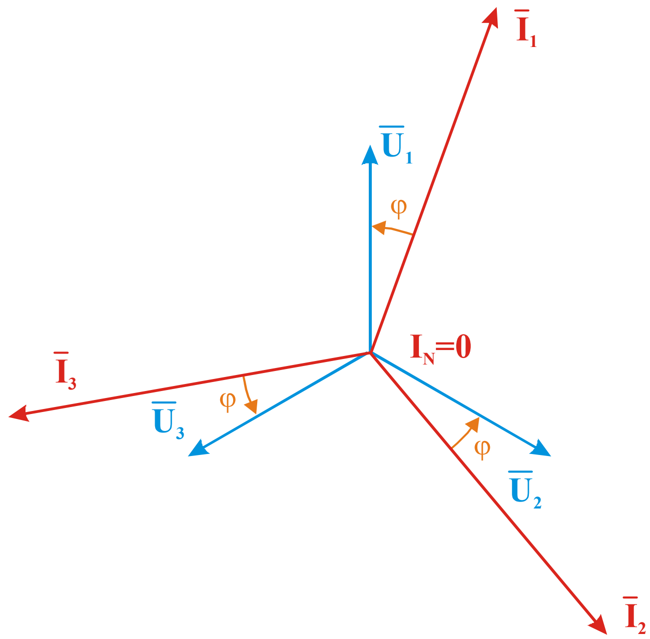
$$\overline{Z}(Z, \varphi)$$

$$I_1 = I_2 = I_3 = I$$

$$I_N = 0$$

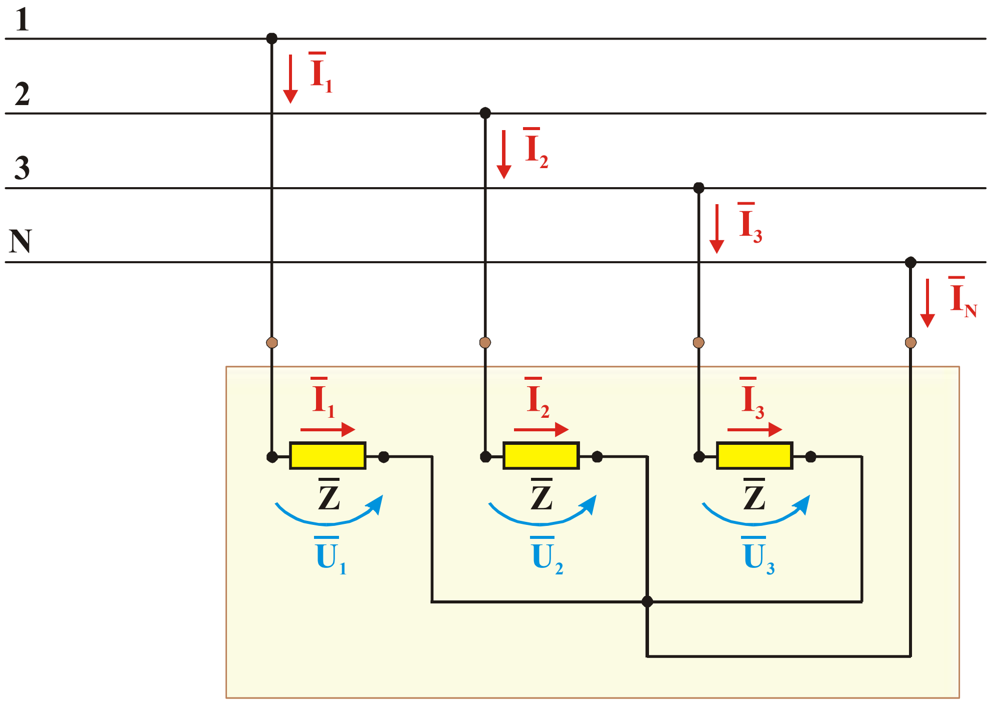
- Ligação em estrela

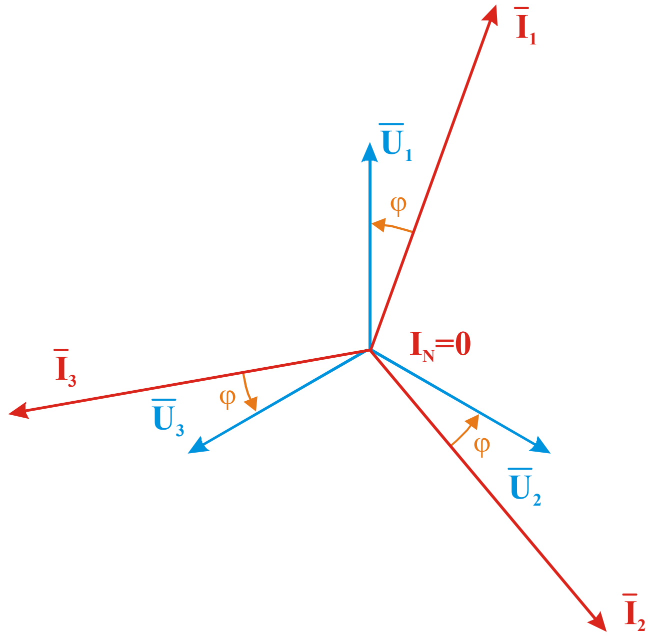




$$P = 3 \cdot U_S \cdot I \cdot \cos\varphi$$

■ Ligação em estrela

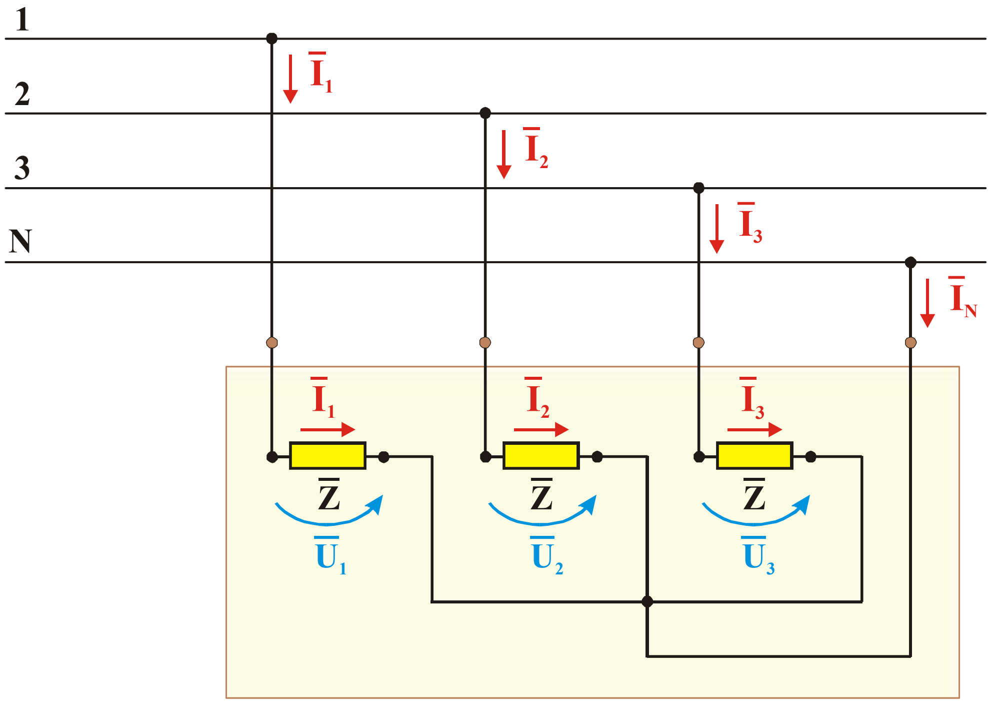


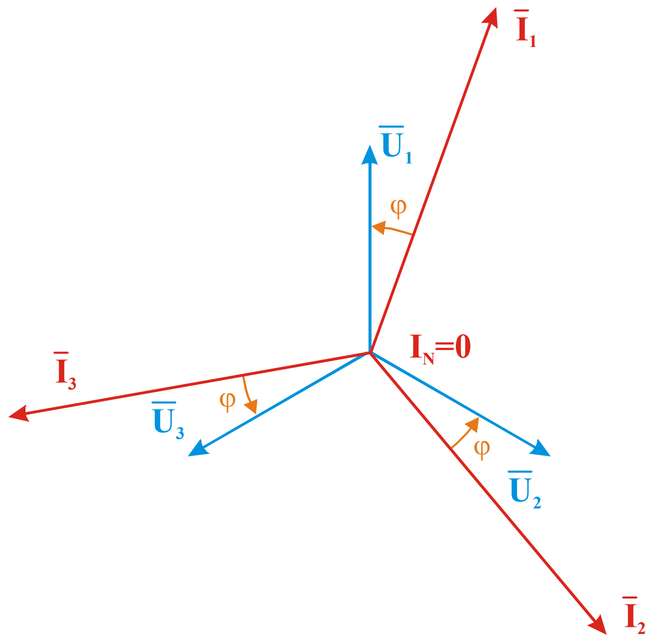


$$P = 3 \cdot U_S \cdot I \cdot \cos\varphi \ = 3\frac{U_C}{\sqrt{3}} \cdot I \cos\varphi$$

Circuitos de Corrente Alternada

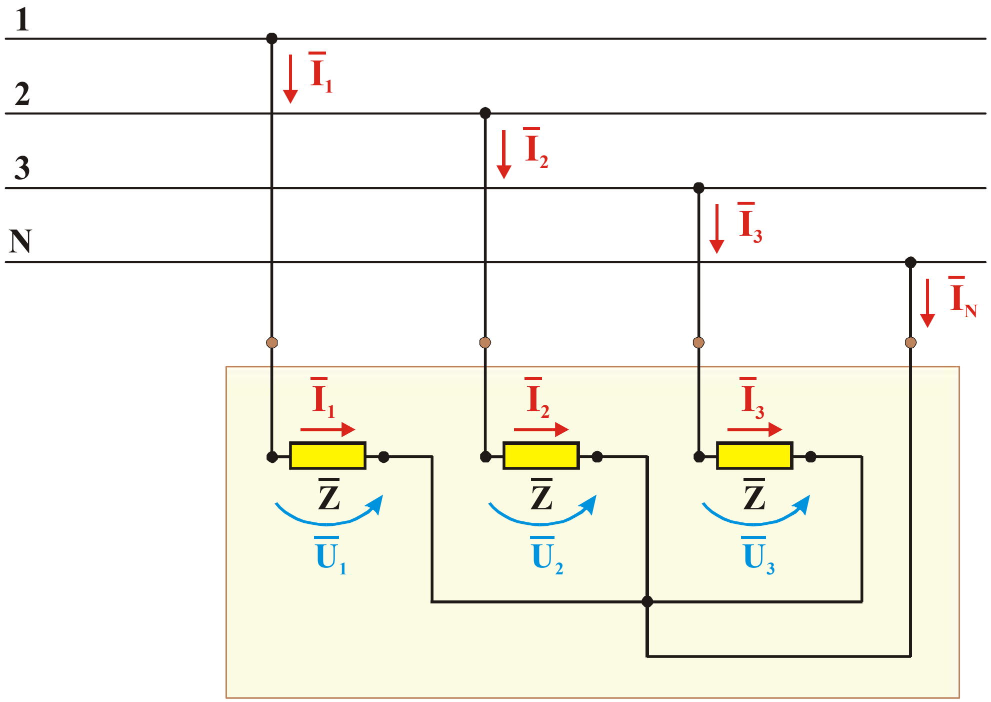
- Ligação em estrela

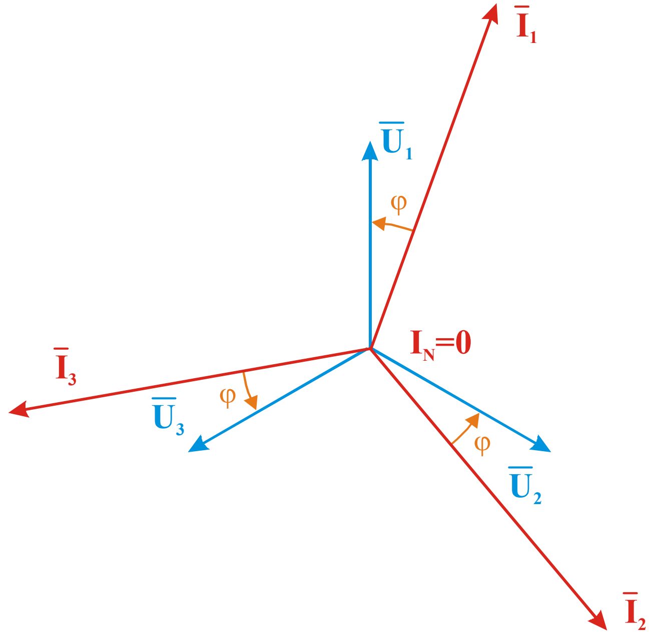




$$P = 3 \cdot U_S \cdot I \cdot \cos\varphi \; = 3\frac{U_C}{\sqrt{3}} \cdot I \cos\varphi \; = \sqrt{3} \cdot U_C \cdot I \cdot \cos\varphi$$

■ Ligação em estrela

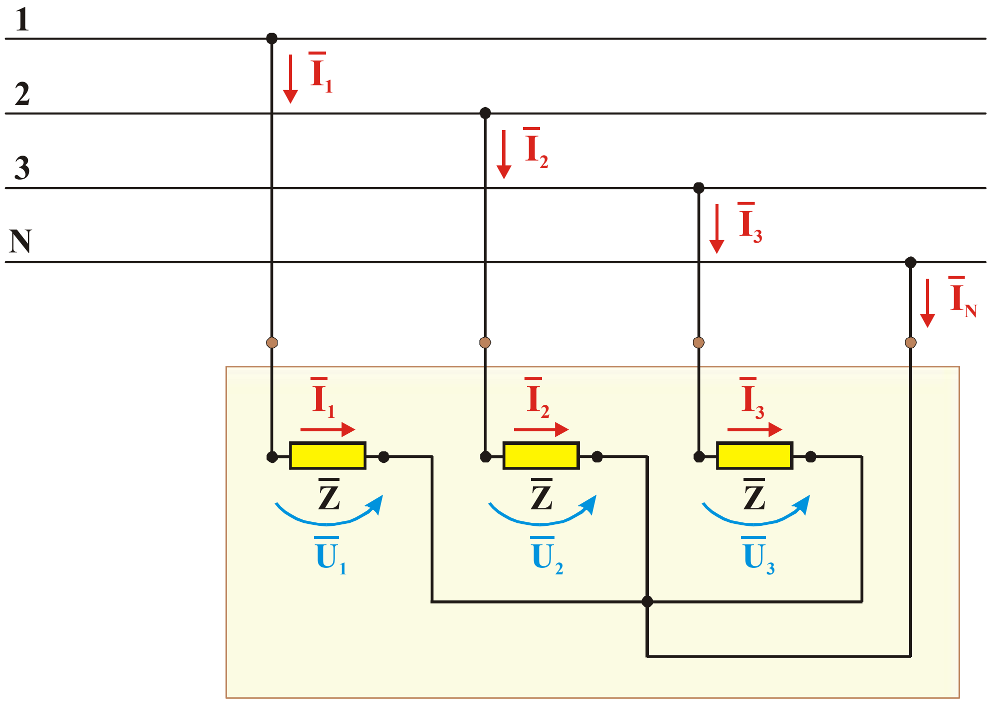


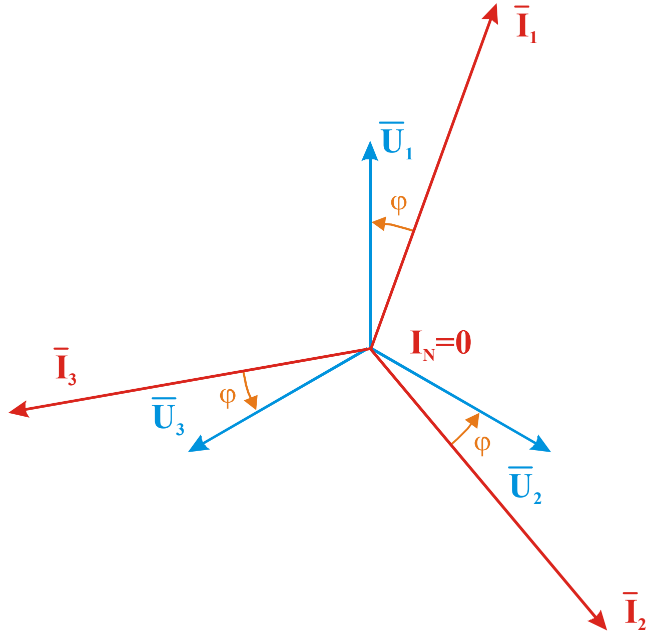


$$P = \sqrt{3} \cdot U_C \cdot I \cdot \cos\varphi$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot U_C \cdot I \cdot \mathrm{sen}\varphi$$

■ Ligação em estrela

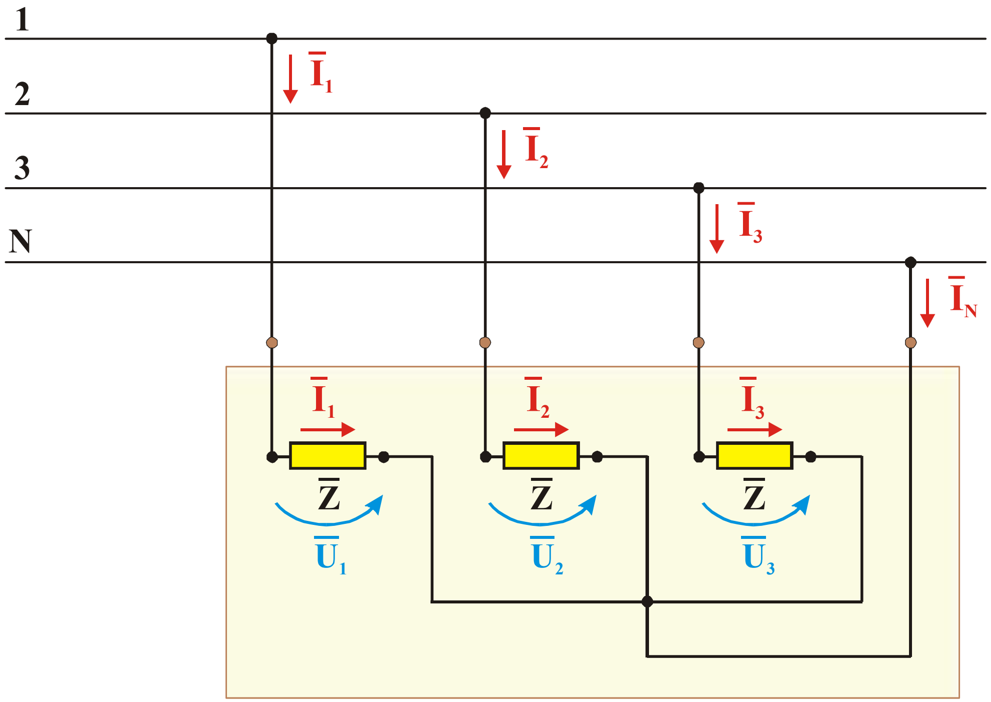


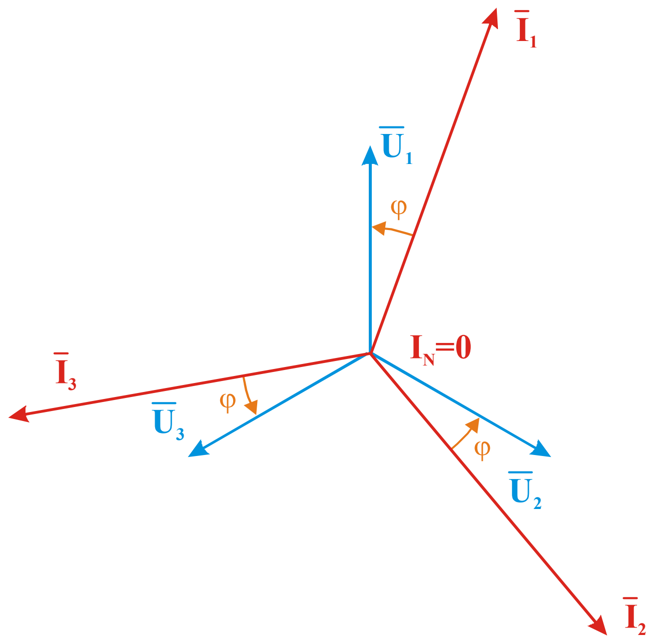


$$P = \sqrt{3} \cdot U_C \cdot I \cdot \cos\varphi \qquad S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3} \cdot U_C \cdot I$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot U_C \cdot I \cdot \mathrm{sen}\varphi$$

Ligação em estrela

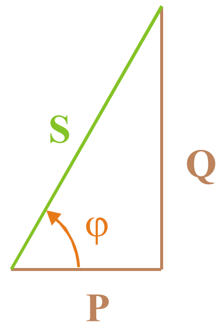




$$P = \sqrt{3} \cdot U_C \cdot I \cdot \cos\varphi$$

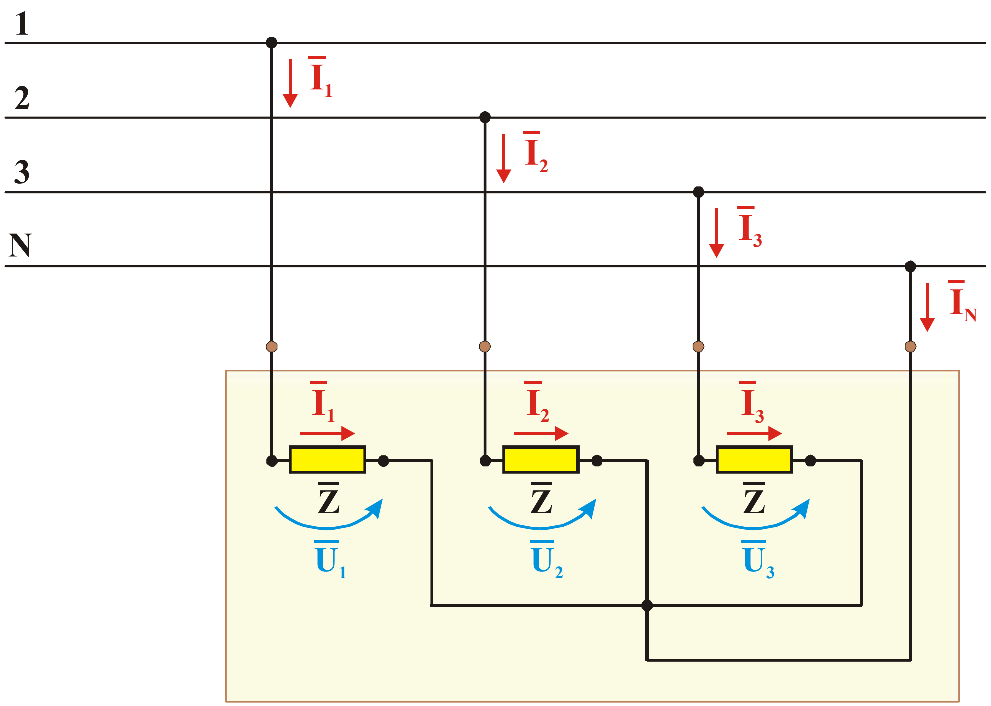
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3} \cdot U_C \cdot I$$

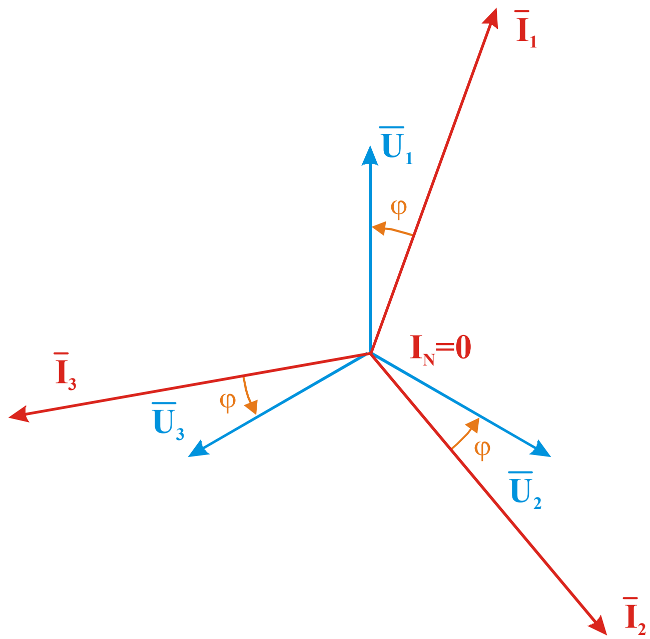
$$Q = \sqrt{3} \cdot U_C \cdot I \cdot \operatorname{sen}\varphi$$



Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

- Ligação em estrela



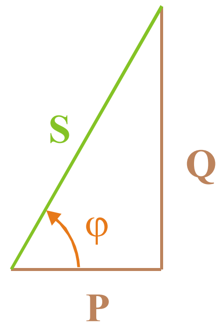


$$P = \sqrt{3} \cdot U_C \cdot I \cdot \cos\varphi$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3} \cdot U_C \cdot I$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot U_C \cdot I \cdot \operatorname{sen}\varphi$$

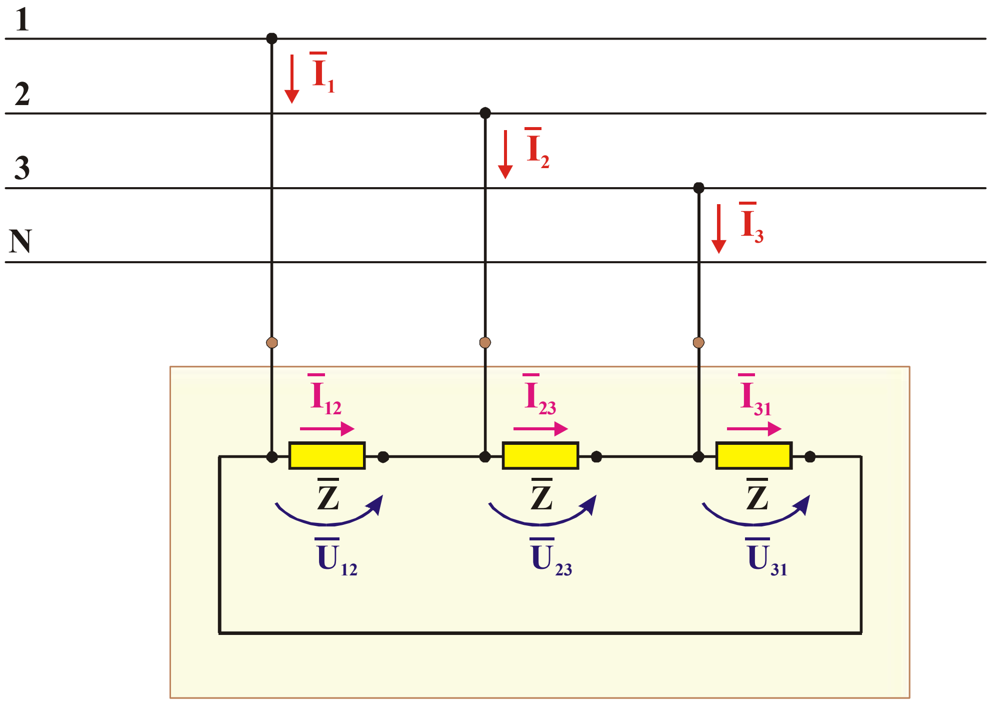
$$FP = \frac{P}{S} = \cos\varphi$$

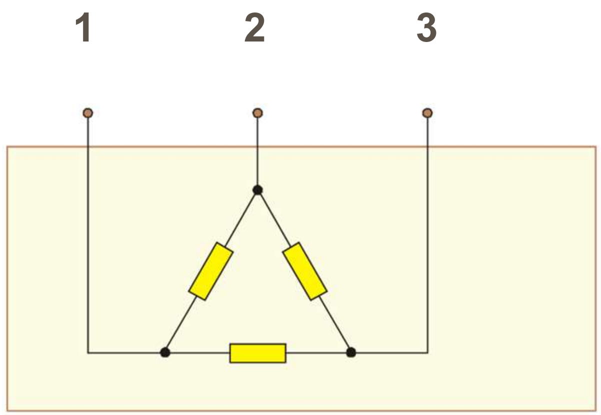


Circuitos de Corrente Alternada

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

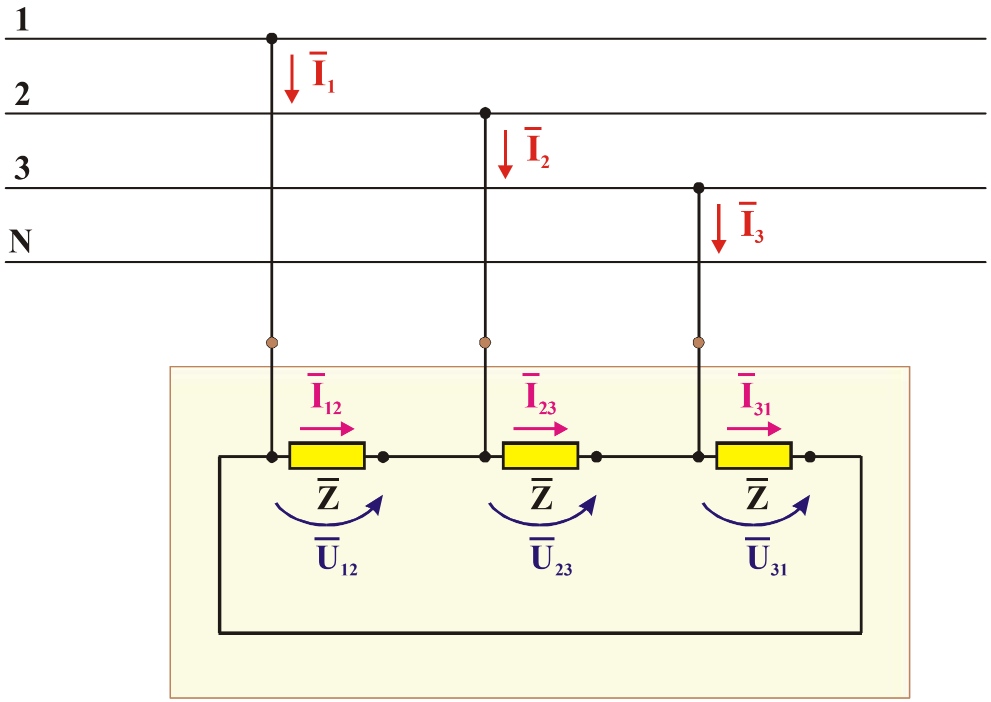
- Ligação em triangulo

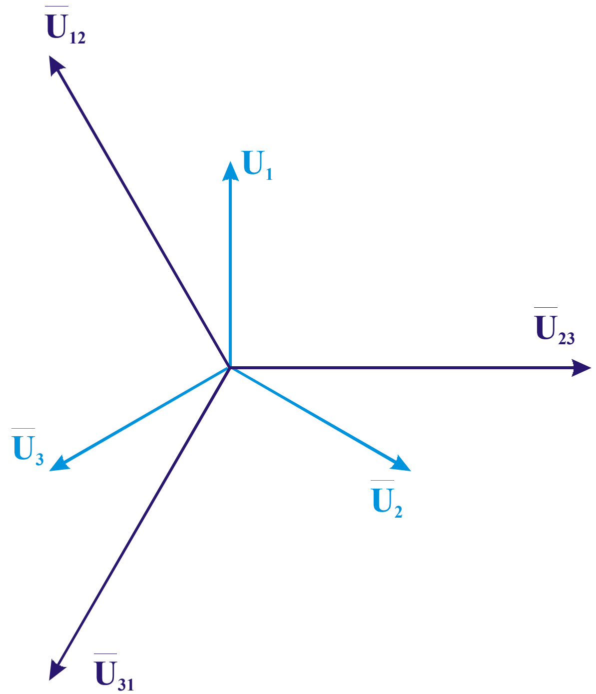




Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Ligação em triangulo



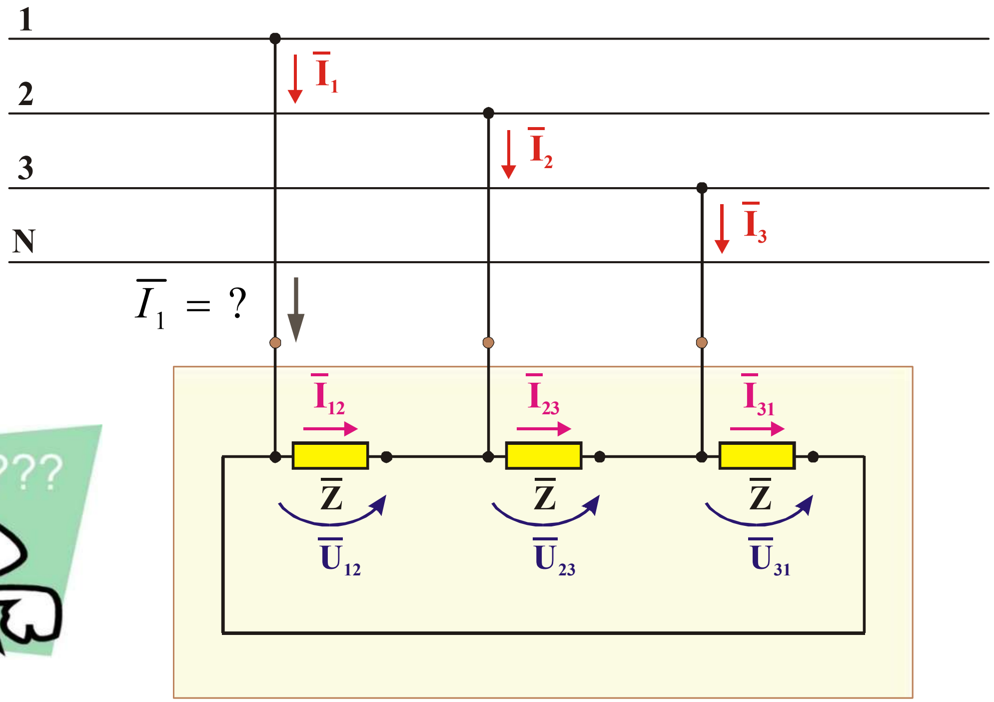


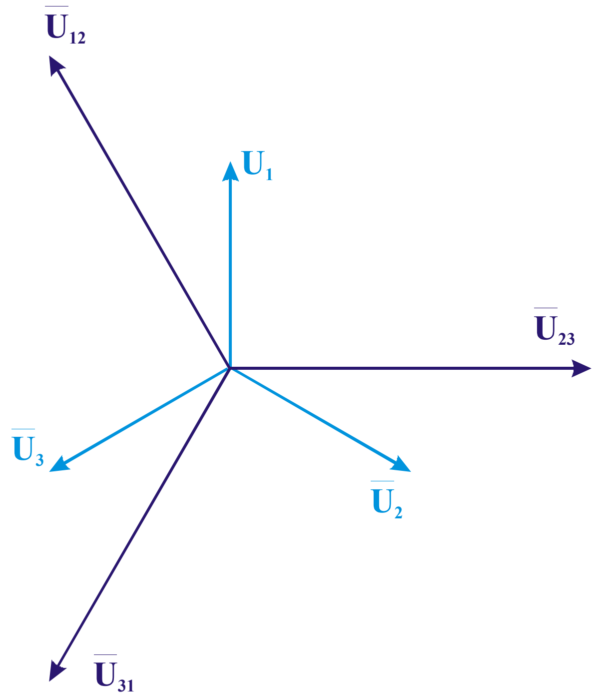
$$U_{12} = U_{23} = U_{31} = U_C, \qquad \overline{Z}(Z, \varphi)$$

$$I_{12} = I_{23} = I_{31} = I_R, \qquad I_1 = I_2 = I_3 = I$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Ligação em triangulo



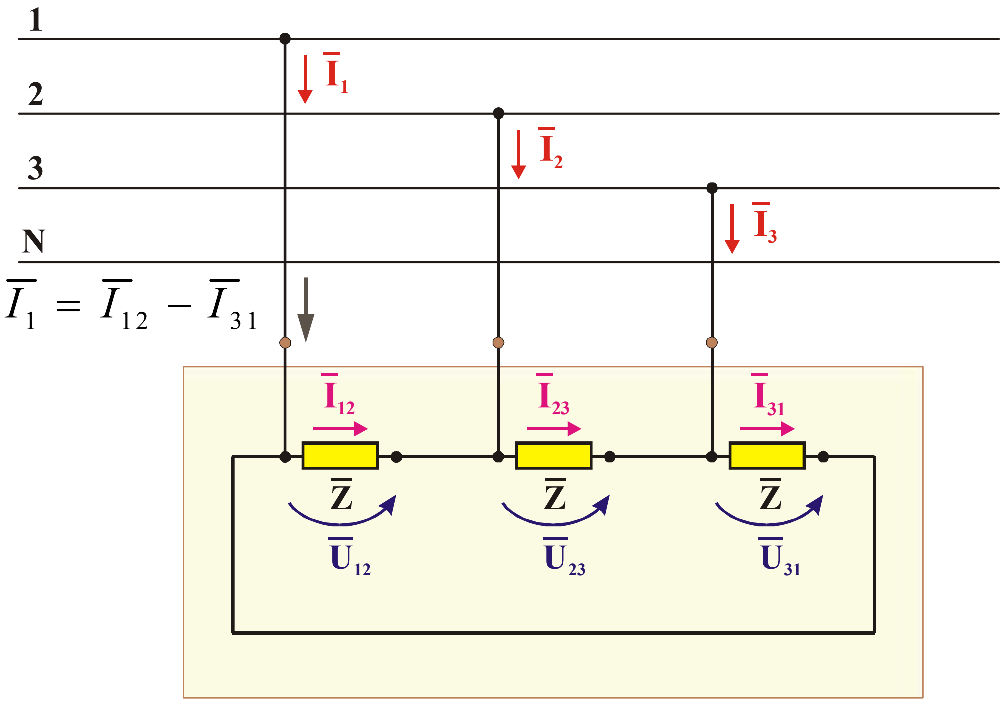


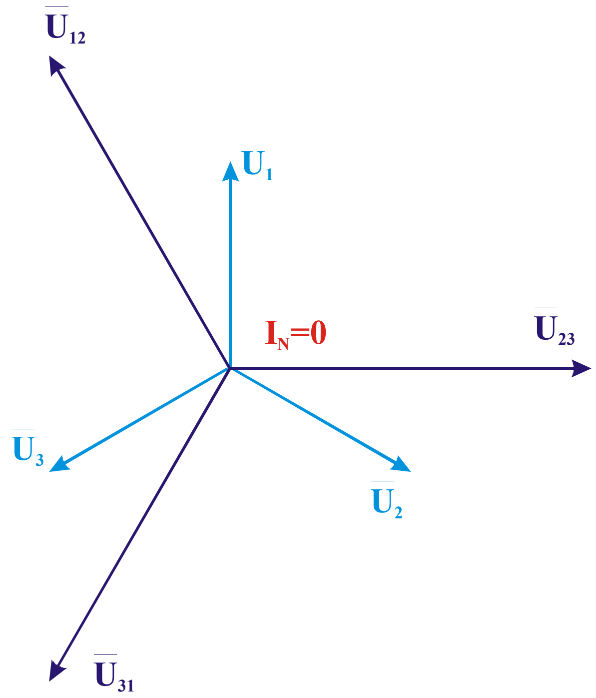
$$U_{12} = U_{23} = U_{31} = U_C, \qquad \overline{Z}(Z, \varphi)$$

$$I_{12} = I_{23} = I_{31} = I_R, \qquad I_1 = I_2 = I_3 = I$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Ligação em triangulo



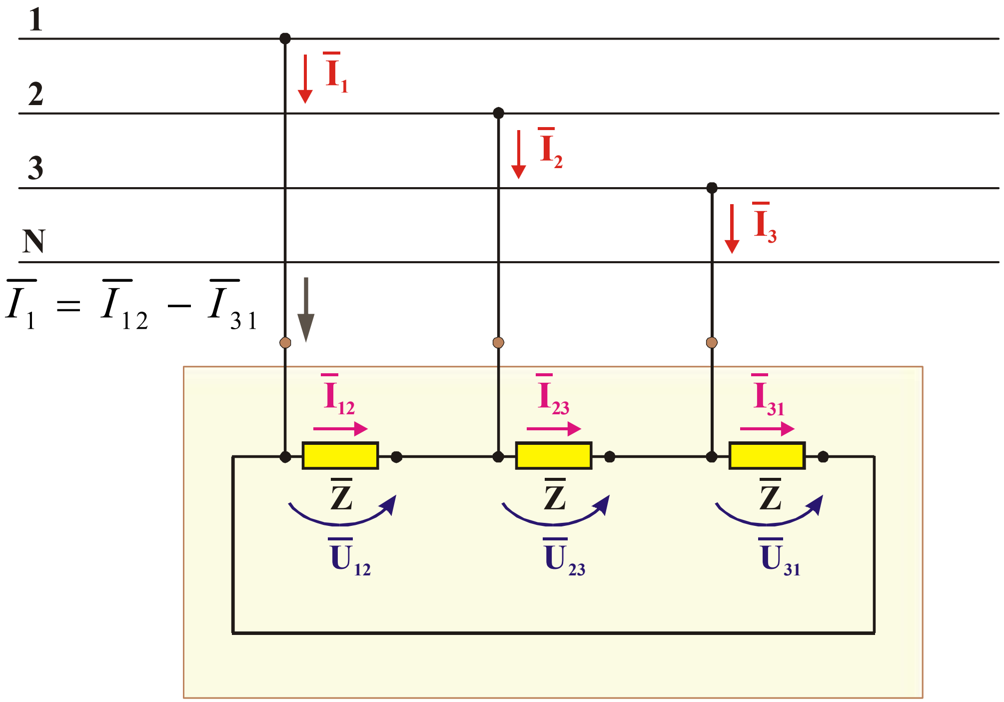


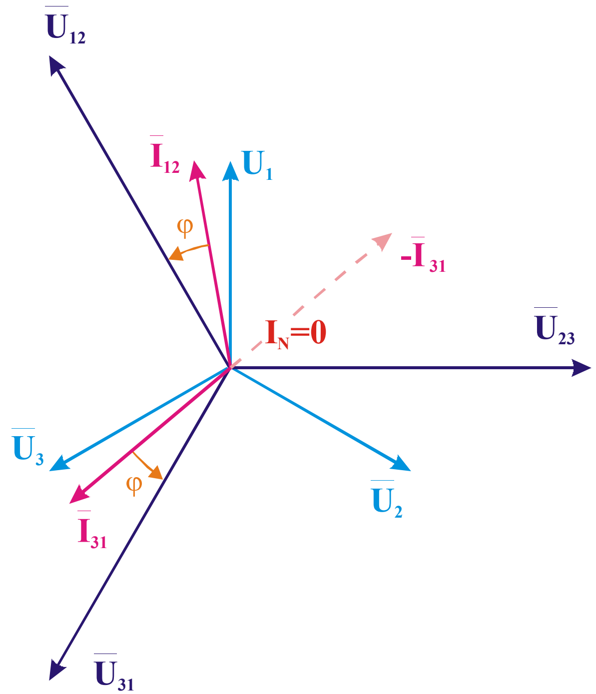
$$U_{12} = U_{23} = U_{31} = U_C, \qquad \overline{Z}(Z,\varphi)$$

$$I_{12} = I_{23} = I_{31} = I_Z, \qquad I_1 = I_2 = I_3 = I$$

Circuitos de Corrente Alternada

Ligação em triangulo



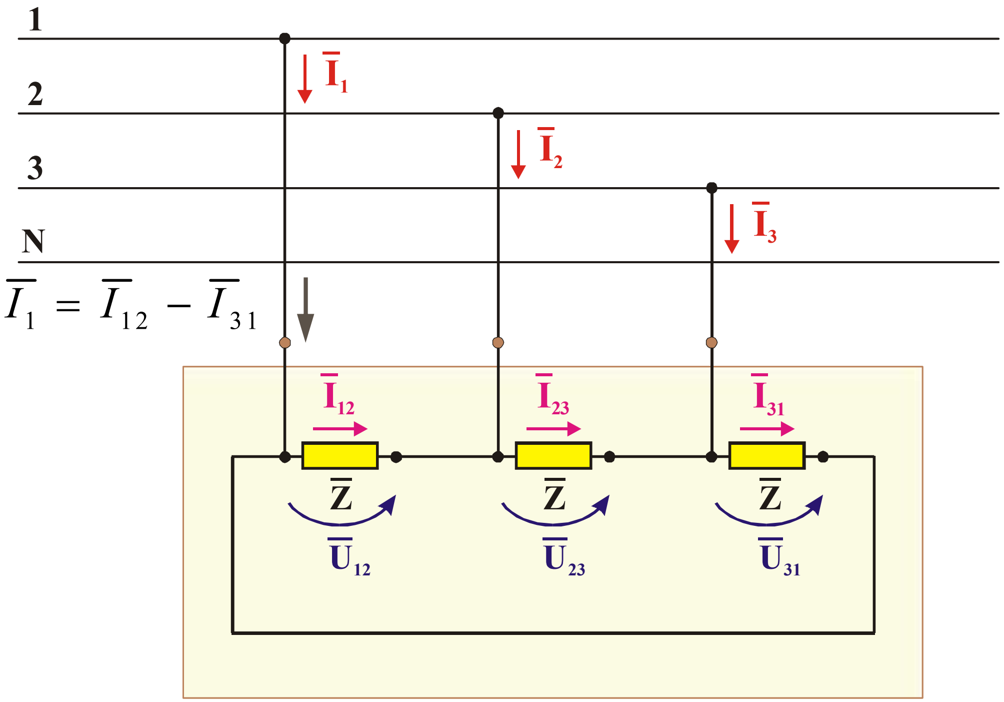


$$U_{12} = U_{23} = U_{31} = U_C, \qquad \overline{Z}(Z,\varphi)$$

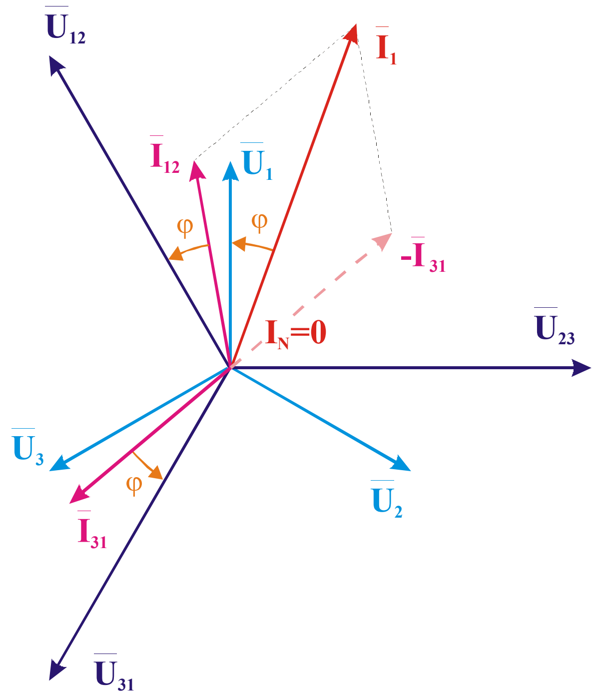
$$I_{12} = I_{23} = I_{31} = I_Z, \qquad I_1 = I_2 = I_3 = I$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Ligação em triangulo



$$\overline{I}_1 = \overline{I}_{12} - \overline{I}_{31}$$



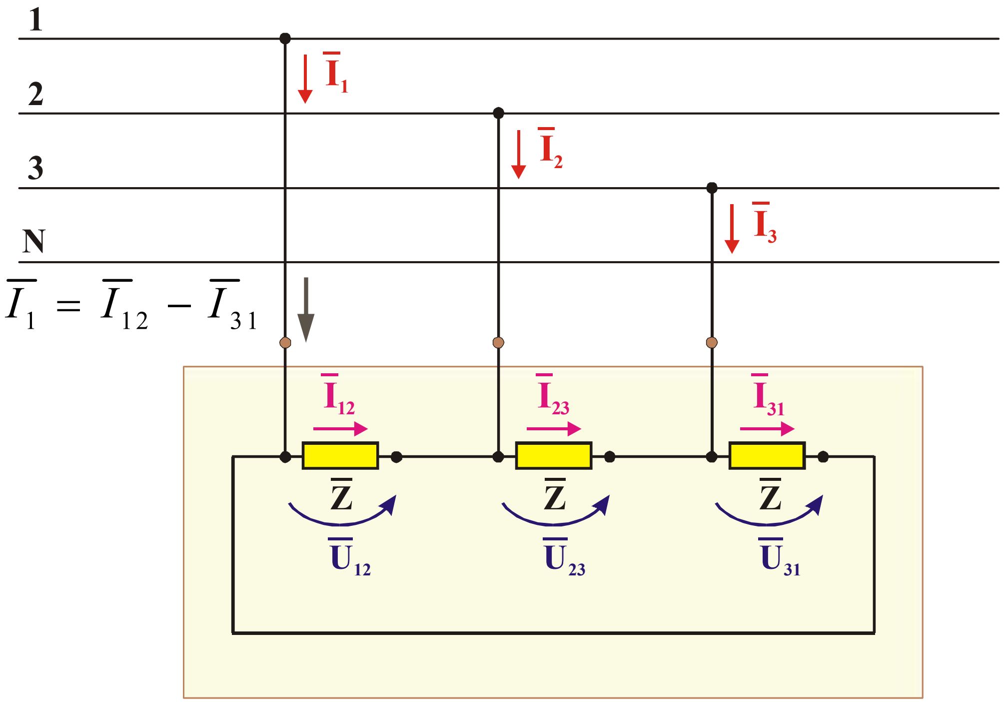
$$U_{12} = U_{23} = U_{31} = U_C, \qquad \overline{Z}(Z, \varphi)$$

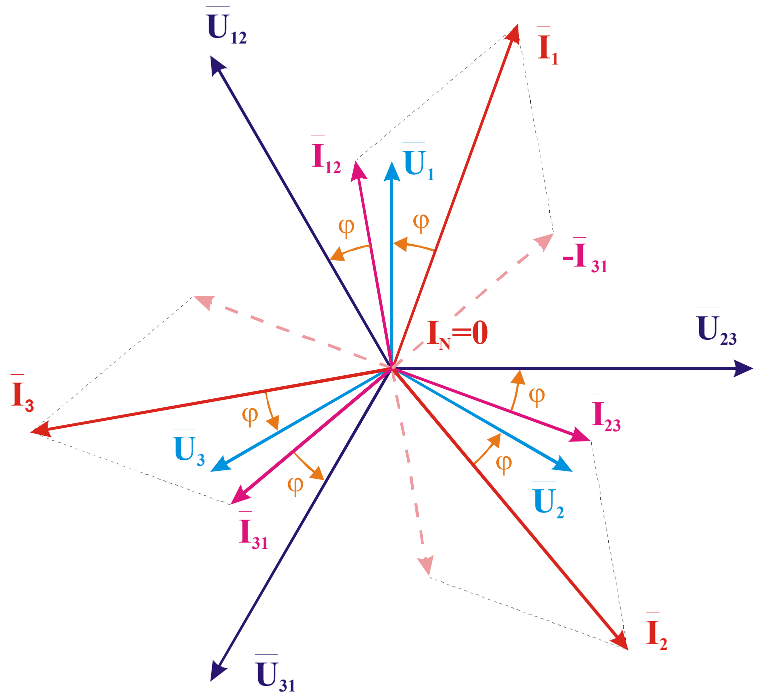
$$I_{12} = I_{23} = I_{31} = I_Z, \qquad I_1 = I_2 = I_3 = I$$

Circuitos de Corrente Alternada

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Ligação em triangulo

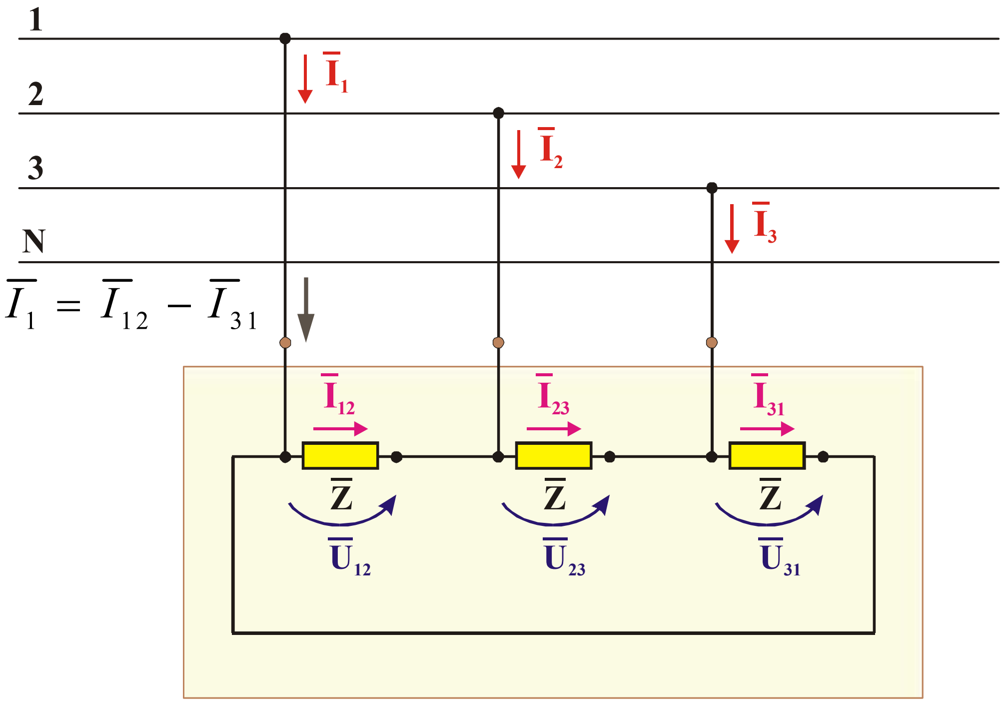


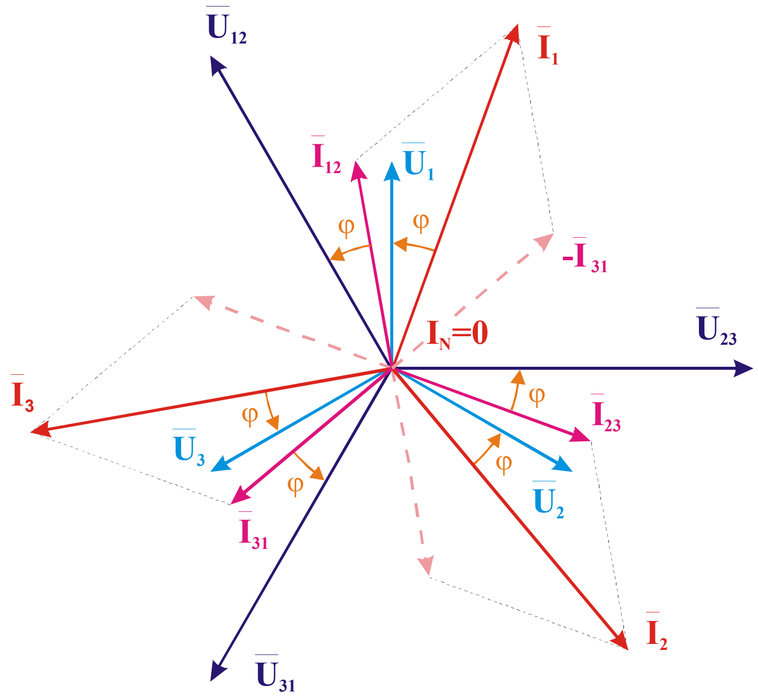


$$U_{12} = U_{23} = U_{31} = U_C, \qquad \overline{Z}(Z,\varphi)$$

$$I_{12} = I_{23} = I_{31} = I_Z, \qquad I_1 = I_2 = I_3 = I$$

■ Ligação em triangulo





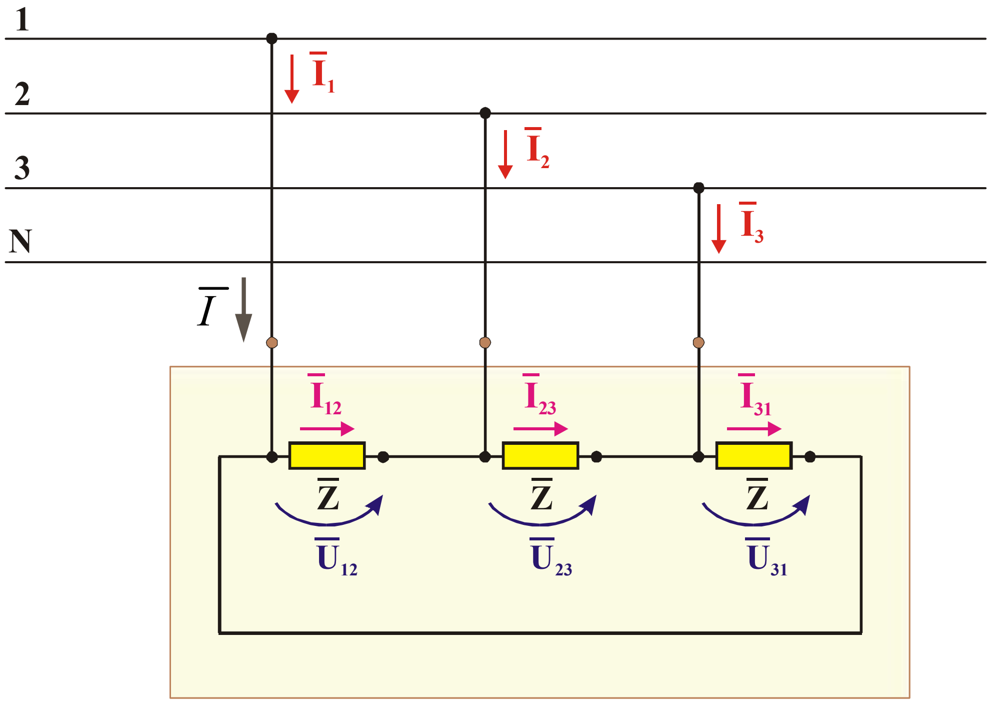
$$U_{12} = U_{23} = U_{31} = U_C, \qquad \overline{Z}(Z,\varphi)$$

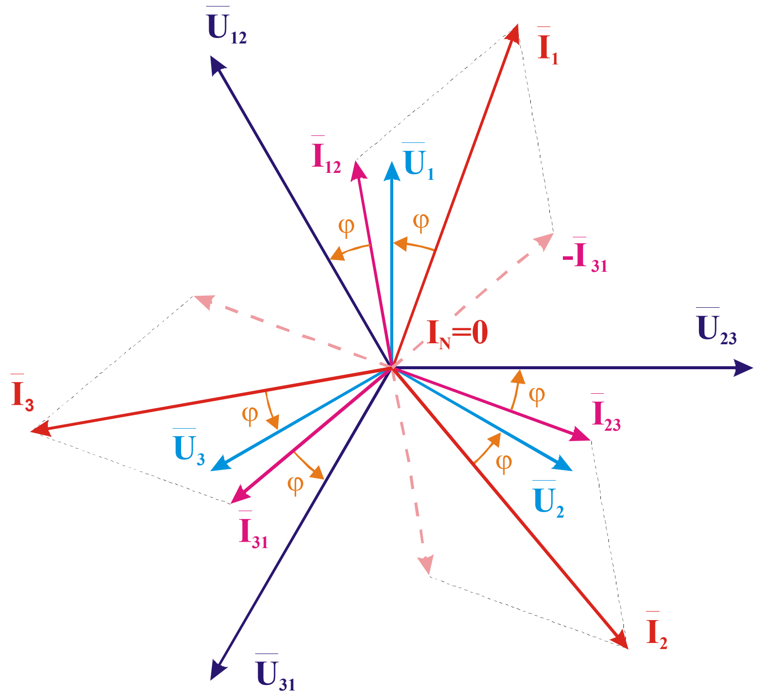
$$I_{12} = I_{23} = I_{31} = I_Z, \qquad I_1 = I_2 = I_3 = I$$

$$I = \sqrt{3} I_Z, \qquad I_N = 0$$

Circuitos de Corrente Alternada

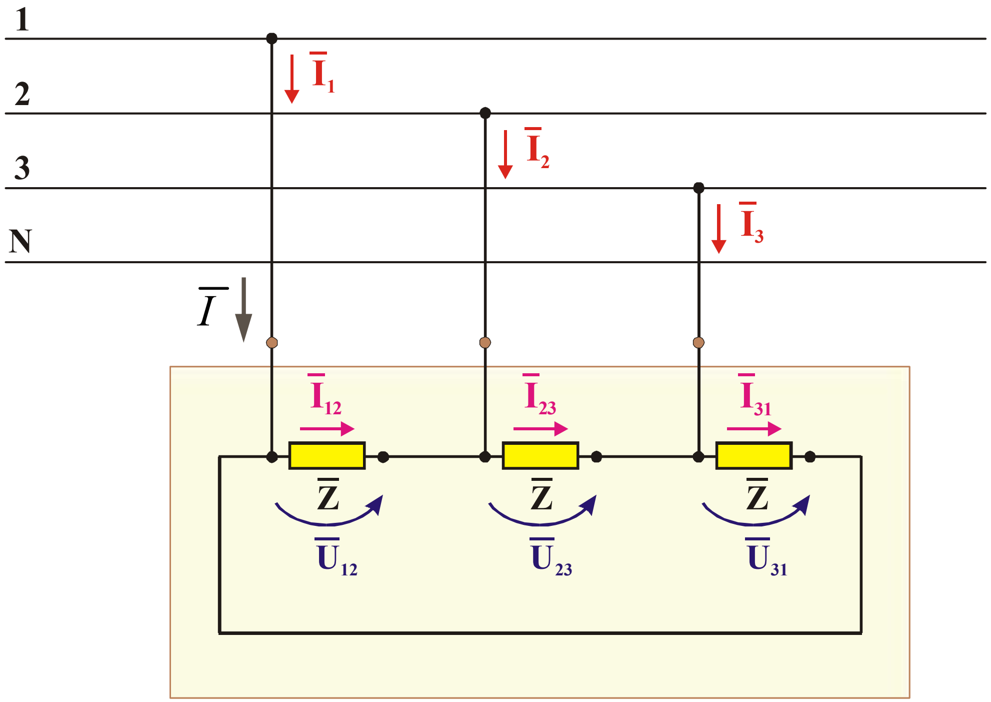
Ligação em triangulo

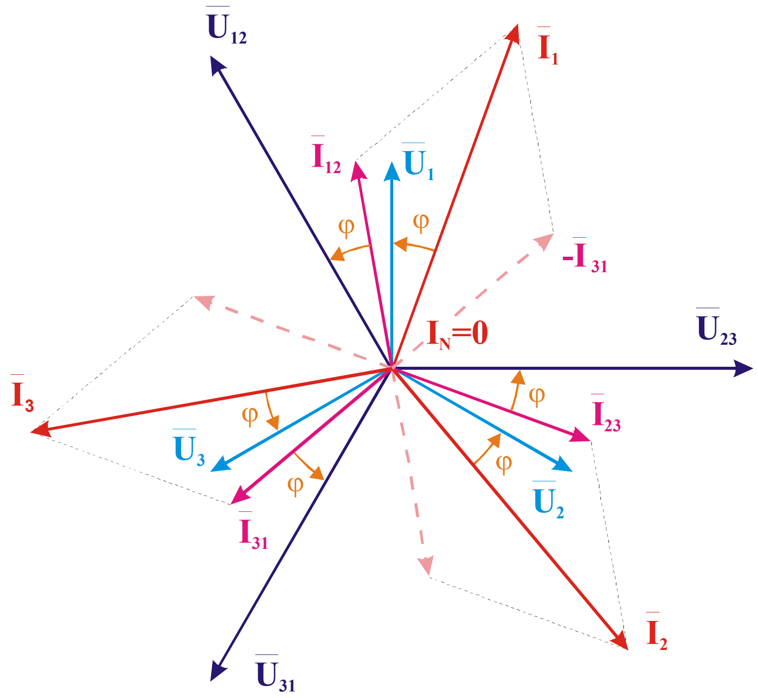




$$P = 3 \cdot U_C \cdot I_Z \cdot \cos\varphi$$

■ Ligação em triangulo

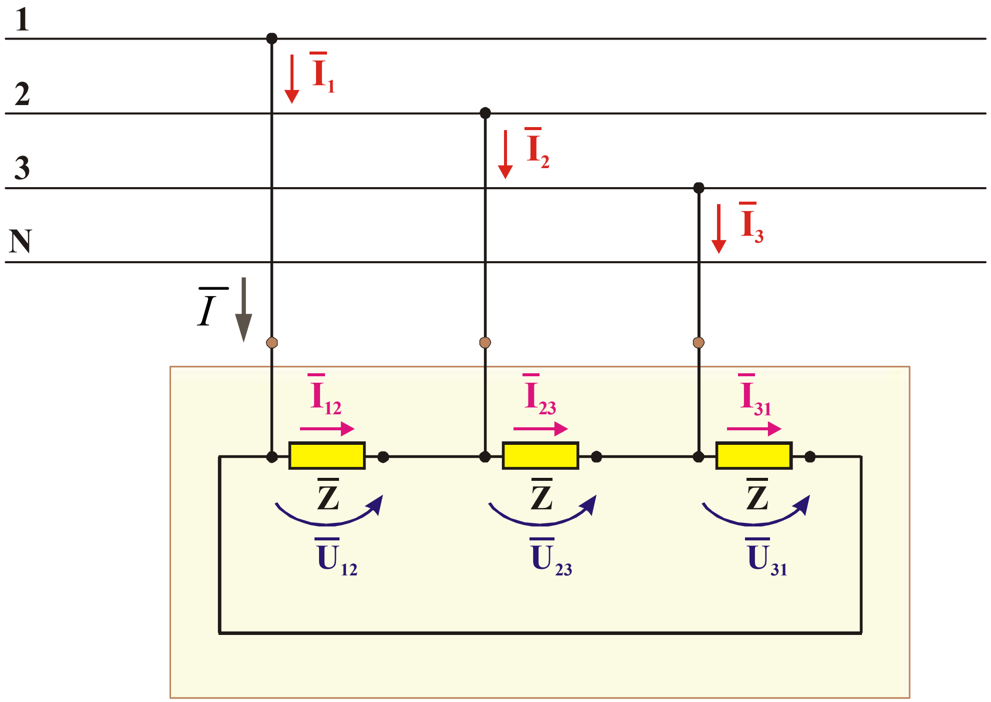


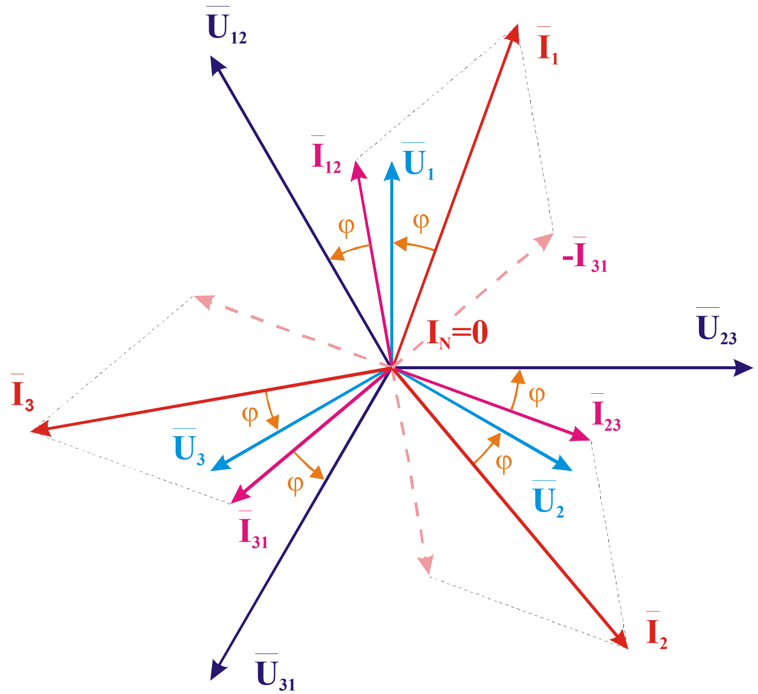


$$P = 3 \cdot U_C \cdot I_Z \cdot \cos\varphi \ = 3 \cdot U_C \cdot \frac{I}{\sqrt{3}} \cdot \cos\varphi$$

Circuitos de Corrente Alternada

- Ligação em triangulo

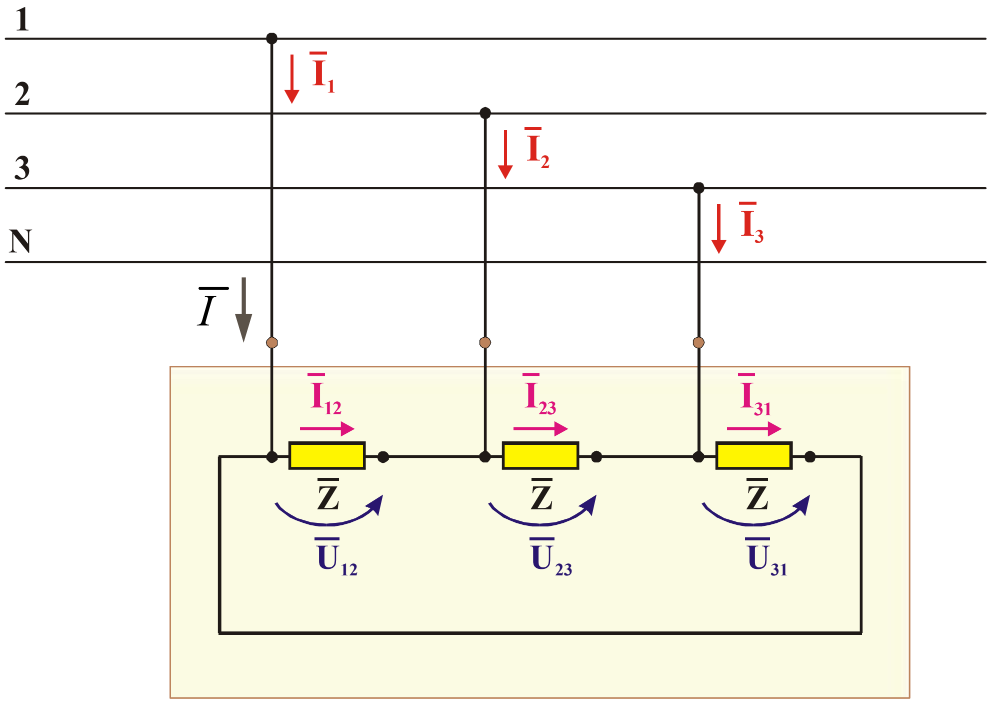


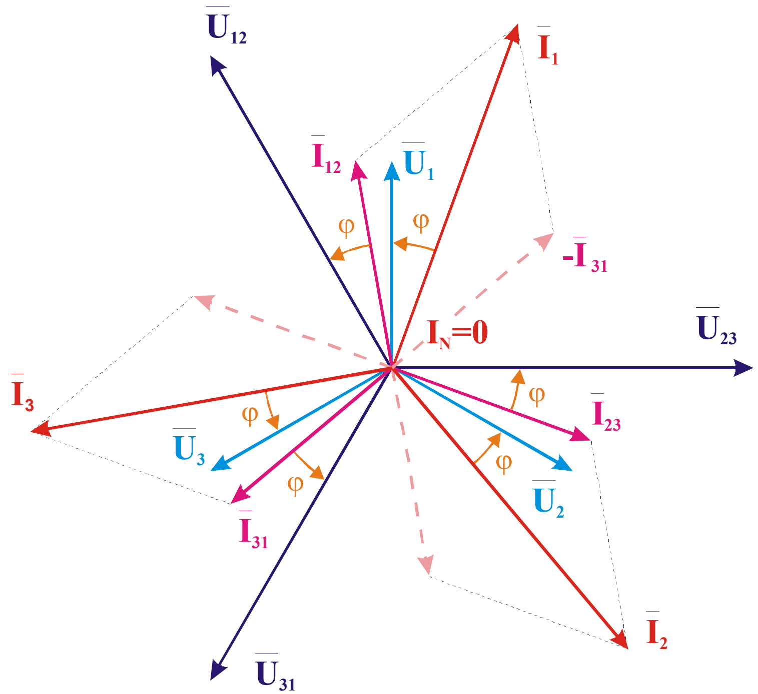


$$P = 3 \cdot U_C \cdot I_Z \cdot \cos\varphi \;= 3 \cdot U_C \cdot \frac{I}{\sqrt{3}} \cdot \cos\varphi \;= \sqrt{3} \cdot U_C \cdot I \cdot \cos\varphi$$

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Ligação em triangulo



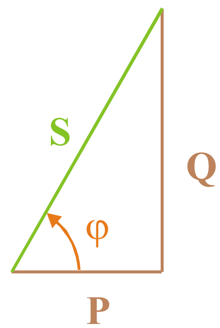


$$P = \sqrt{3} \cdot U_C \cdot I \cdot \cos\varphi$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3} \cdot U_C \cdot I$$

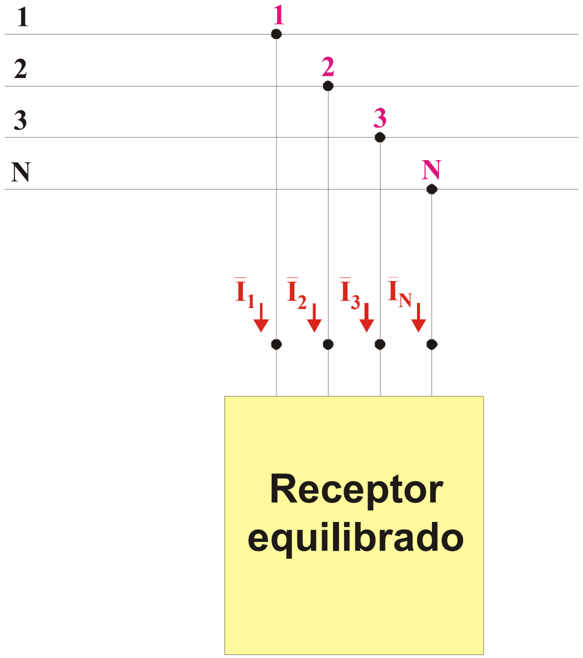
$$Q = \sqrt{3} \cdot U_C \cdot I \cdot \mathrm{sen}\varphi$$

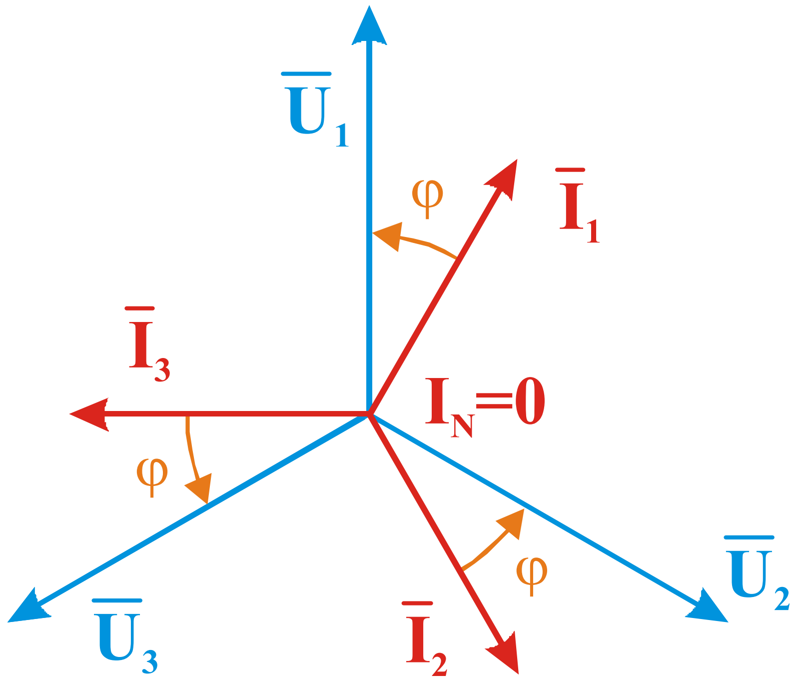
$$FP = \frac{P}{S} = \cos\varphi$$



Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

Ligação em triangulo ou em estrela





$$P = \sqrt{3} \cdot U_C \cdot I \cdot \cos\varphi$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3} \cdot U_C \cdot I$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot U_C \cdot I \cdot \mathrm{sen}\varphi$$

$$\mathrm{FP} = \frac{P}{S} = \cos\phi$$

Receptores Trifásicos Equilibrados - Conclusões

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

- **Num receptor trifásico equilibrado – quer seja em triângulo quer seja em estrela – cuja impedância por fase é caracterizada por um dado ângulo φ, verifica-se sempre que:**

Receptores Trifásicos Equilibrados - Conclusões

- **Num receptor trifásico equilibrado – quer seja em triângulo quer seja em estrela – cuja impedância por fase é caracterizada por um dado ângulo φ, verifica-se sempre que:**
  - Quando se liga o receptor a uma rede trifásica onde existe um sistema trifásico simétrico de tensões simples ($\overline{U}_1, \overline{U}_2, \overline{U}_3$), as correntes das linhas que alimentam o receptor ($\overline{I}_1, \overline{I}_2, \overline{I}_3$) formam um sistema trifásico simétrico de correntes

Receptores Trifásicos Equilibrados - Conclusões

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

- **Num receptor trifásico equilibrado – quer seja em triângulo quer seja em estrela – cuja impedância por fase é caracterizada por um dado ângulo φ, verifica-se sempre que:**
  - Quando se liga o receptor a uma rede trifásica onde existe um sistema trifásico simétrico de tensões simples ($\overline{U}_1, \overline{U}_2, \overline{U}_3$), as correntes das linhas que alimentam o receptor ($\overline{I}_1, \overline{I}_2, \overline{I}_3$) formam um sistema trifásico simétrico de correntes
  - A corrente de cada linha que alimenta o receptor encontra-se desfasada de φ relativamente à respectiva tensão simples

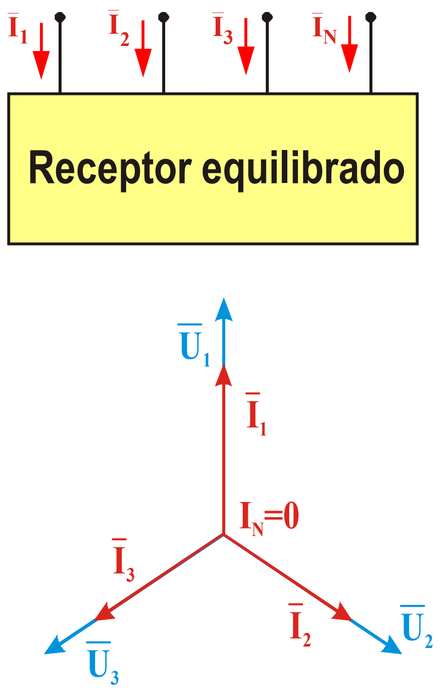
Receptores Trifásicos Equilibrados - Conclusões

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

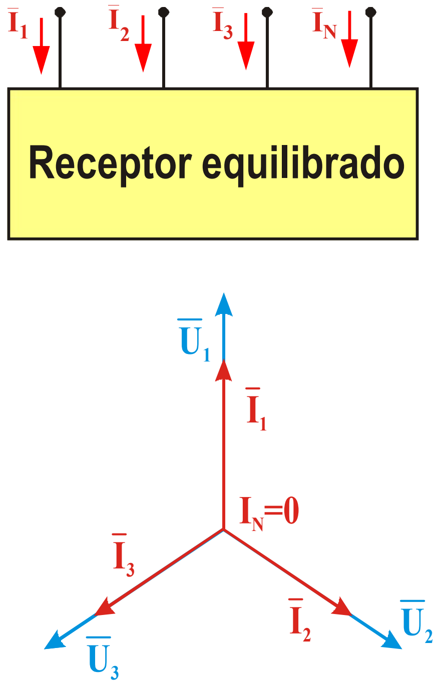
- **Num receptor trifásico equilibrado – quer seja em triângulo quer seja em estrela – cuja impedância por fase é caracterizada por um dado ângulo φ, verifica-se sempre que:**
  - Quando se liga o receptor a uma rede trifásica onde existe um sistema trifásico simétrico de tensões simples ($\overline{U}_1, \overline{U}_2, \overline{U}_3$), as correntes das linhas que alimentam o receptor ($\overline{I}_1, \overline{I}_2, \overline{I}_3$) formam um sistema trifásico simétrico de correntes
  - A corrente de cada linha que alimenta o receptor encontra-se desfasada de φ relativamente à respectiva tensão simples
  - A corrente na linha de neutro - se essa linha existir - é nula

De que tipo de receptor se trata?

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

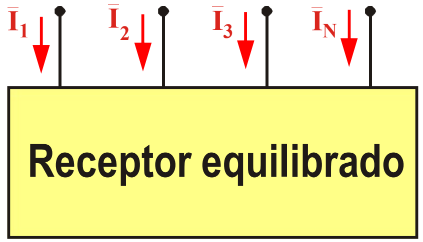


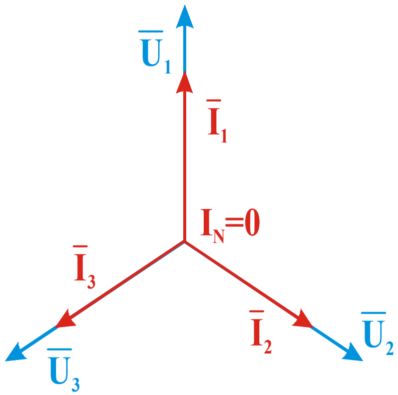
De que tipo de receptor se trata?



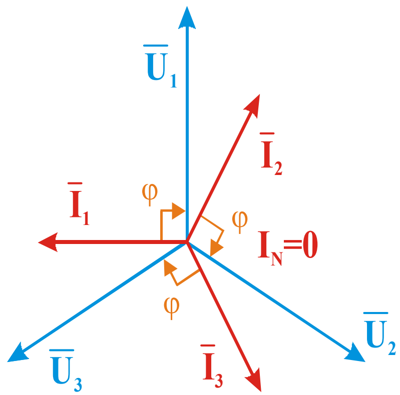
Receptor puramente resistivo

De que tipo de receptor se trata?



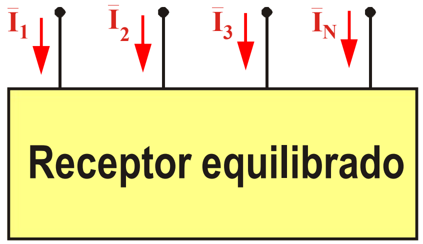


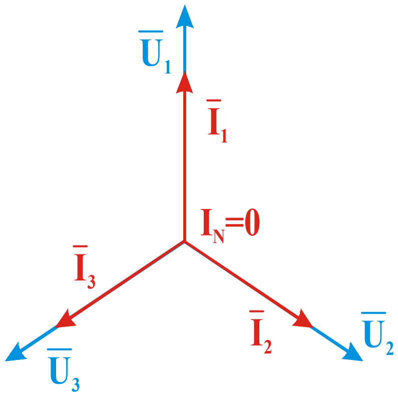
Receptor puramente resistivo



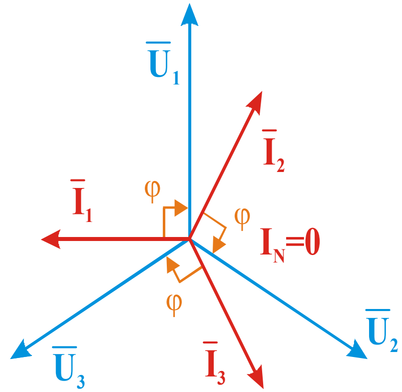
De que tipo de receptor se trata?

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial



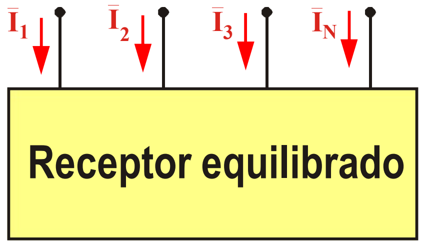


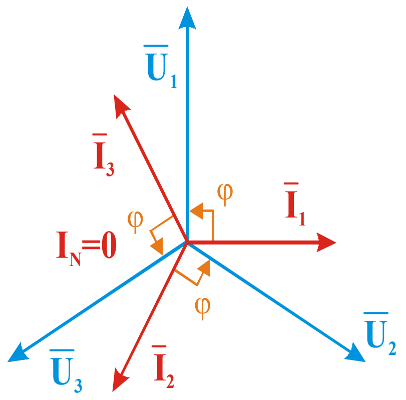
Receptor puramente resistivo

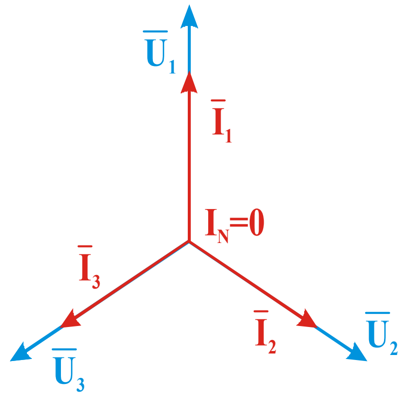


Receptor puramente capacitivo

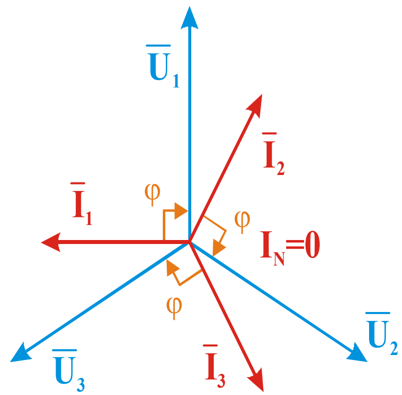
De que tipo de receptor se trata?







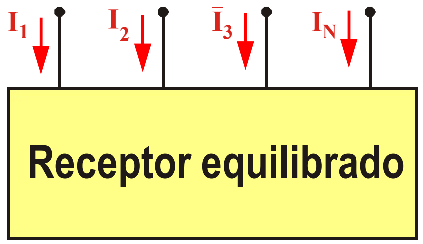
Receptor puramente resistivo

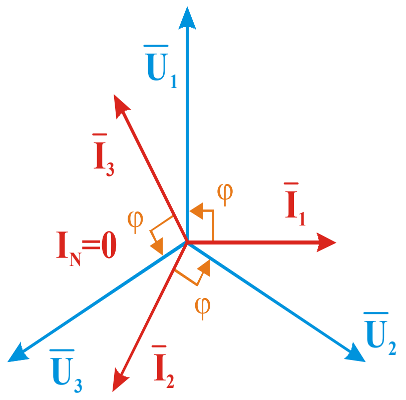


Receptor puramente capacitivo

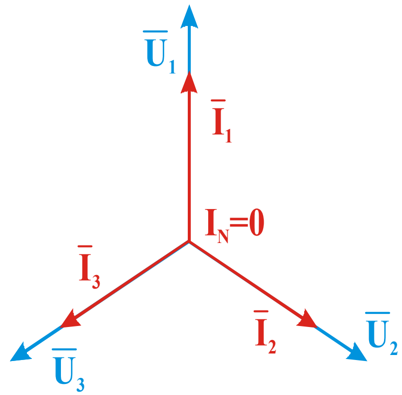
De que tipo de receptor se trata?

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

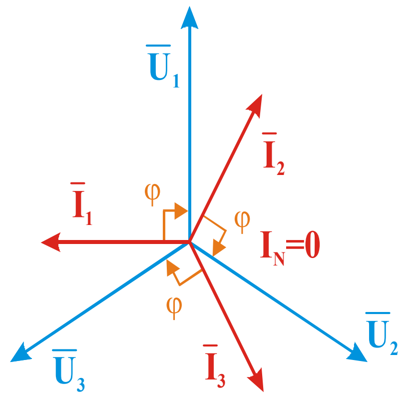




Receptor puramente indutivo



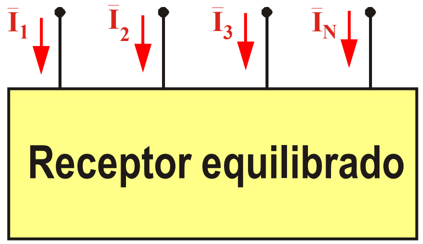
Receptor puramente resistivo

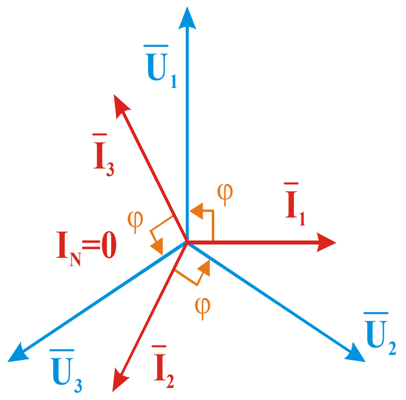


Receptor puramente capacitivo

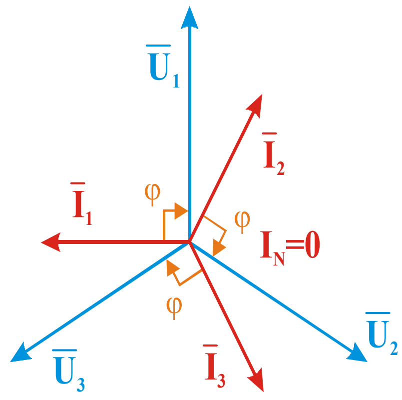
De que tipo de receptor se trata?

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

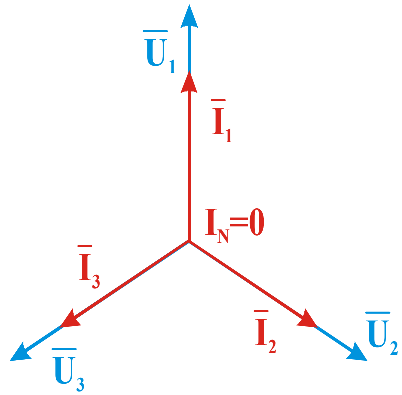




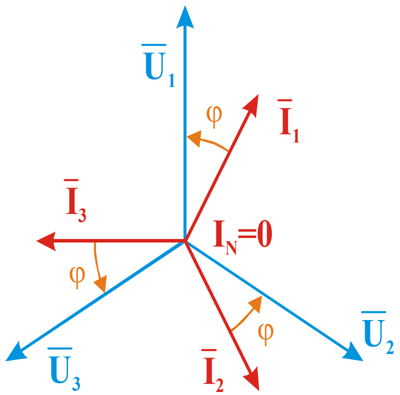
Receptor puramente indutivo



Receptor puramente capacitivo

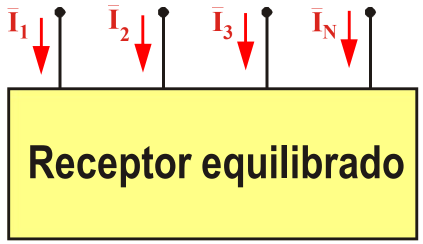


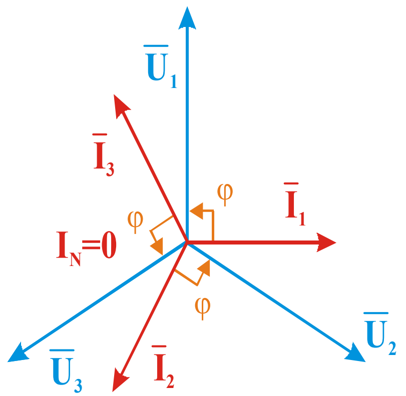
Receptor puramente resistivo



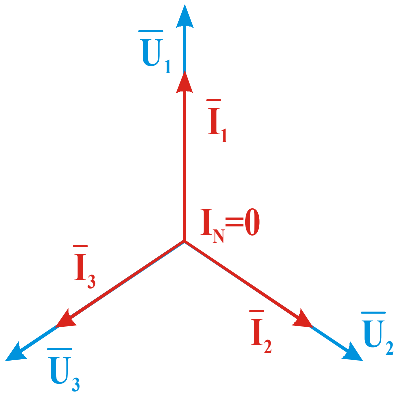
De que tipo de receptor se trata?

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

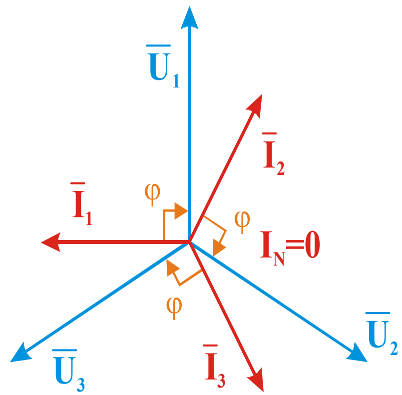




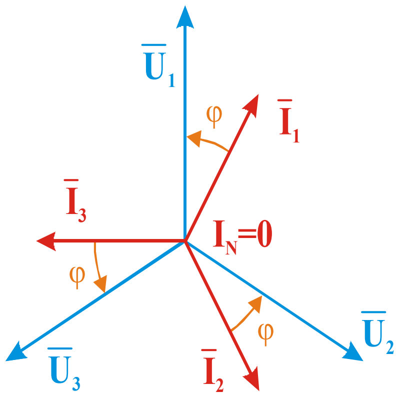
Receptor puramente indutivo



Receptor puramente resistivo



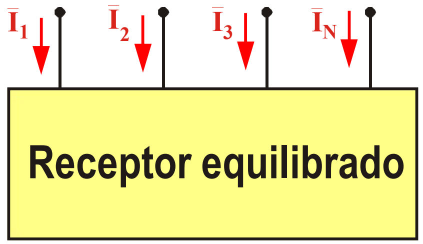
Receptor puramente capacitivo

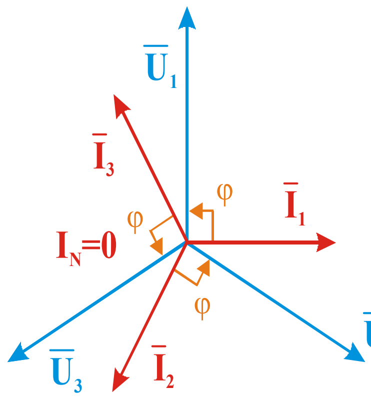


Receptor indutivo

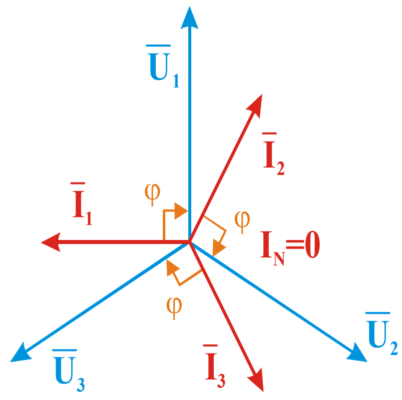
De que tipo de receptor se trata?

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

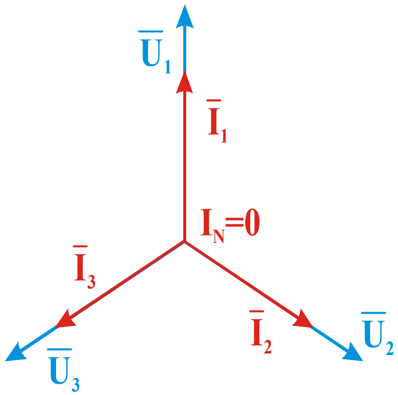




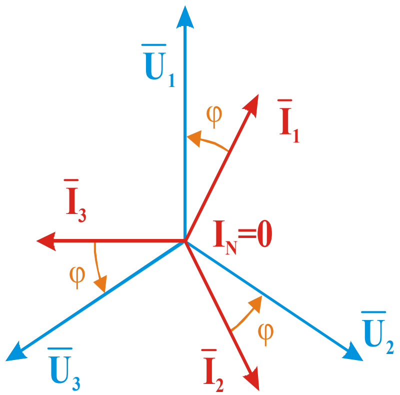
Receptor puramente indutivo



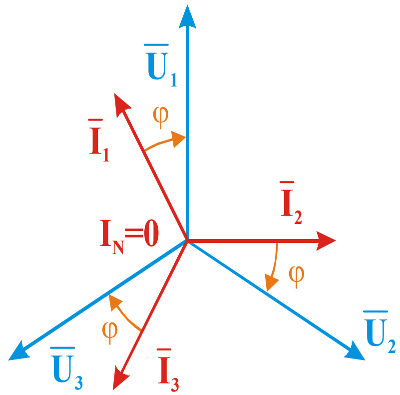
Receptor puramente capacitivo



Receptor puramente resistivo

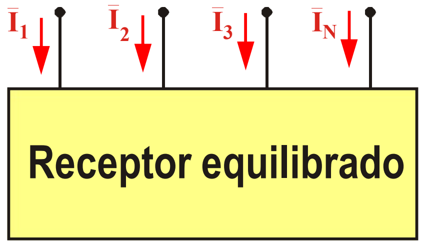


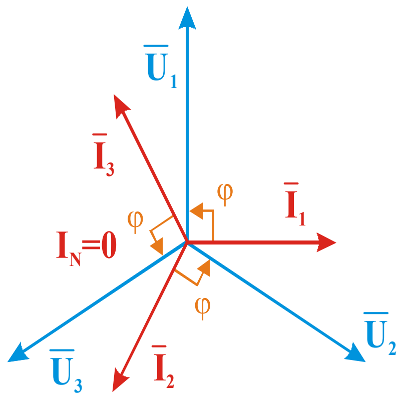
Receptor indutivo



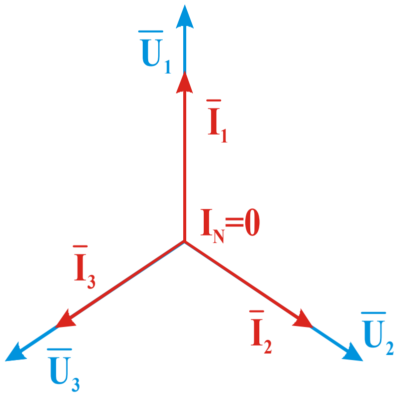
De que tipo de receptor se trata?

Universidade do Minho
Dep. de Electrónica Industrial

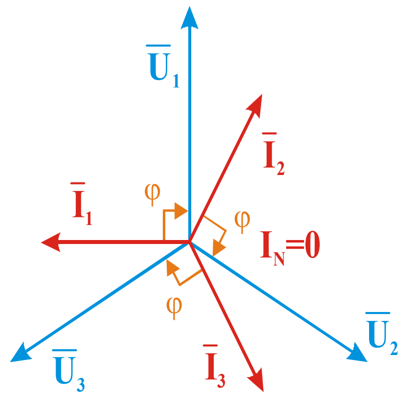




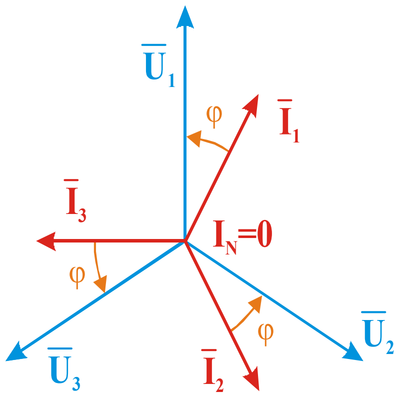
Receptor puramente indutivo



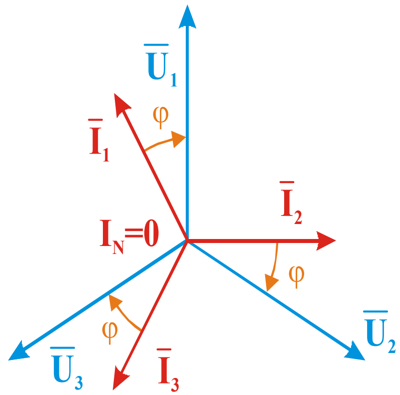
Receptor puramente resistivo



Receptor puramente capacitivo



Receptor indutivo



Receptor capacitivo