

## Introdução a Física Moderna Conjunto 7

Para discutir na aula TP de 9 dezembro 2020

1. A experiência do Compton confirma que um fóton individual com energia  $E$  é portador dum momento linear  $p = E/c$ . Imagine que um feixe laser com uma potência de 1 W é incidente num objeto preto durante 1000 segundos.

- (a) Assumindo que o objeto absorve toda a radiação incidente calcule a energia total absorvida e momento total absorvido.

Resposta: A energia absorvida =  $P_{in} \cdot \Delta t = 1W \cdot 1000s = 1000J$

- (b) Se o objeto, com uma massa = 1 grama, se encontra inicialmente em repouso numa superfície com atrito desprezável (por exemplo uma pista de gelo), determinar a velocidade final adquirida pelo objeto.

[Pista: considere a conservação do momento]

Resposta: cada fóton é portador dum momento  $p_{fotão} = h / \lambda$  e uma energia  $E_{fotão} = hc / \lambda$ . Se uma energia total  $E$  é absorvida temos

$$E = N_{fotões} \frac{hc}{\lambda}$$

E o momento total transferido ao objeto seria

$$p_{total} = N_{fotões} \frac{h}{\lambda} = \frac{E}{c}$$

Finalmente a velocidade adquirida pelo objeto é

$$v = \frac{p_{total}}{m} = \frac{E}{mc} = \frac{1000J}{10^{-3}kg(3 \times 10^8 m/s)} \approx 3.3 mm/s$$

- (c) Calcule a energia cinética final do objeto que deve ser bastante inferior a energia inicial dos fótons. O que aconteceu a maior parte da energia inicial no feixe laser?

Resposta a energia cinética do objeto é

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}10^{-3}kg(3.3 \times 10^{-3} m/s)^2 \approx 5.5 \times 10^{-9} J$$

A maior parte da energia absorvida acaba aquecer o objeto.

2. Nas aulas argumentei que a resolução espacial de um microscópio é aproximadamente dada pela relação  $\Delta x \approx \lambda f / D$  onde  $f$  é o comprimento focal do objetivo e  $D$  é o seu diâmetro. Imagine que quer resolver os átomos num pedaço de ouro que se arranja num cristal de estrutura cúbica com um constante de rede (distância até o átomo mais próximo) igual a 0.4 nm. Na prática o diâmetro efetivo da lente objetiva dum microscópio eletrónica é bastante menor do que o comprimento focal; tipicamente  $f / D$  é da cerca 100. (Nota na versão original este valor está invertido). Usando este valor estimar a energia cinética que seria necessário fornecer aos eletrões para obter uma resolução espacial de 0.4nm.

[Pista: os eletrões terão uma velocidade elevada.]

Resposta: Se  $\Delta x = 0.4 \text{ nm} = \lambda f / D$  e  $f / D = 100$  então o comprimento de onda de Broglie dos eletrões seria  $\lambda = 4 \text{ pm}$ . Segundo a relação de de Broglie o momento linear de cada eletrão seria

$$p = h / \lambda = 6.63 \times 10^{-34} \text{ Js} / 4 \times 10^{-12} \text{ m} \approx 1.66 \times 10^{-22} \text{ kgm} / \text{s}$$

Para saber se isso corresponde a uma situação em que temos de tomar em conta a relatividade, podemos comparar isso com

$$mc = (9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}) (3 \times 10^8 \text{ m} / \text{s}) \approx 2.73 \times 10^{-22} \text{ kgm} / \text{s}$$

Que é comparável. Então devemos usar a expressão da relatividade restrita

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

$$E = \sqrt{(1.66 \times 10^{-22} \text{ kgm} / \text{s})^2 (3 \times 10^8 \text{ m} / \text{s})^2 + (9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})^2 (3 \times 10^8 \text{ m} / \text{s})^4}$$

$$E \approx 9.6 \times 10^{-14} \text{ J} \approx 600 \text{ keV}$$