

**Universidade do Minho**  
**Escola de Engenharia**  
Departamento de Electrónica Industrial

# Mestrado Integrado em Engenharia Física

## UC de Análise de Circuitos

Departamento de Electrónica Industrial e Computadores

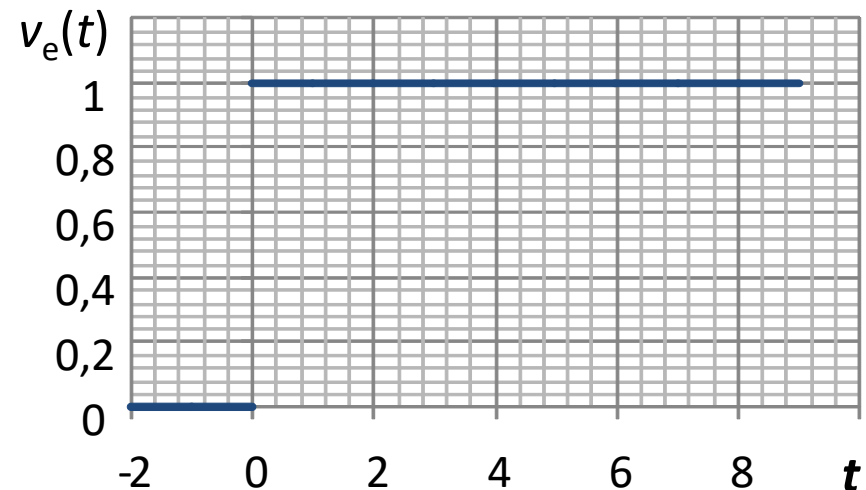
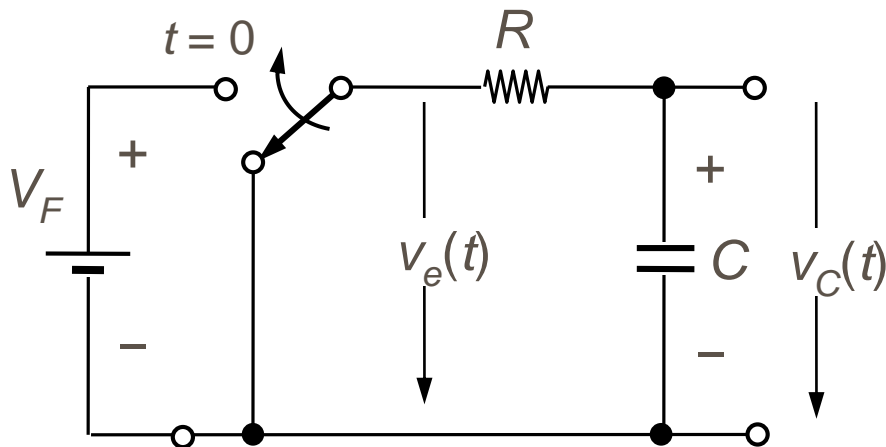
Paulo Carvalho  
[pcarvalho@dei.uminho.pt](mailto:pcarvalho@dei.uminho.pt)

## ■ Filtros Passivos

Aproveitando o fato de a impedância variar com a frequência, os filtros passivos (construídos apenas com **componentes passivos**), aceitam ou rejeitam sinais em determinadas faixas espectrais.

Dado que não possuem componentes com capacidade de amplificar o sinal de entrada (com ganho de tensão superior a 1), este tipo de filtros apresenta um **ganho de tensão** menor ou igual a 1

## ■ Circuito RC - Resposta ao Degrau Carga



Na carga do condensador, a fonte faz com que os eletrões se desloquem de uma armadura (que fica polarizada positivamente) para a outra armadura (que fica polarizada negativamente) do condensador.

Aparece então um campo elétrico, resultante da energia (elétrica) armazenada entre as armaduras.

## ■ Circuito RC - Resposta ao Degrau

$$V_F = v_R + v_C = Ri + \frac{1}{C} \int_0^t i dt + v_C(0^+)$$

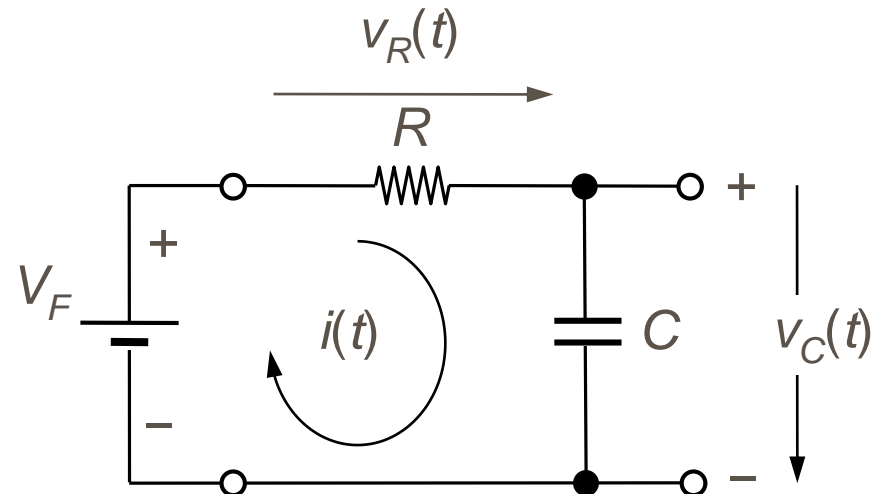
Solucionando a equação diferencial  
(para  $v_C(0^+) = 0V$ ) e fazendo  $\tau = RC$ ,

$$\rightarrow i(t) = \frac{V_F}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\rightarrow v_R = R \cdot i = V_F e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\rightarrow v_C = V_F - v_R = V_F (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

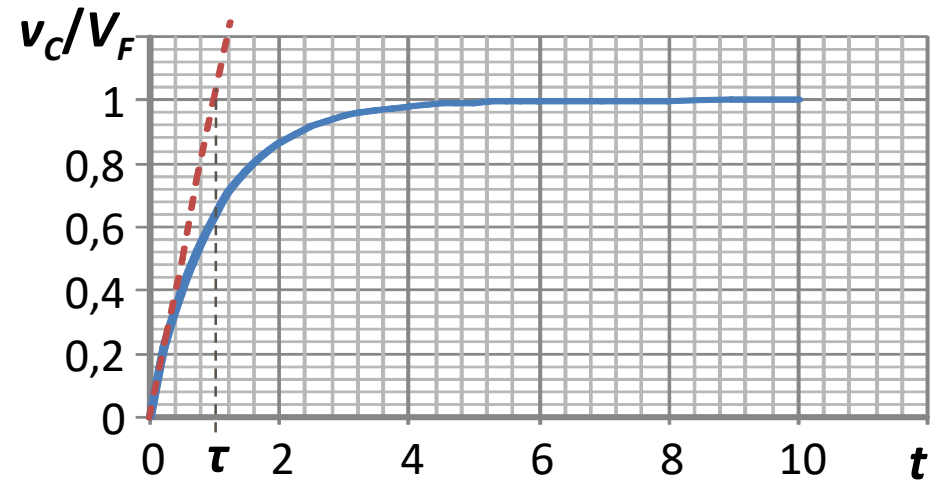
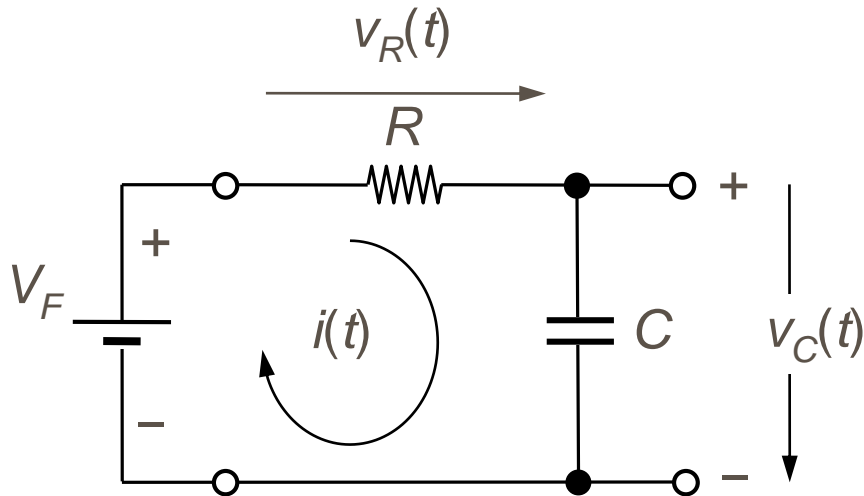
Repare-se que  $i(t)$  e  $v_C(t)$  têm o mesmo sentido  
Ou seja, o condensador comporta-se como um receptor



$\tau \rightarrow$  “constante de tempo” do circuito [s]

$$[\tau] = [\Omega] \times [F] = \left[ \frac{V}{A} \right] \times \left[ \frac{C}{V} \right] = \left[ \frac{A \cdot s}{A} \right] = [s]$$

## ■ Circuito RC - Resposta ao Degrau



$$v_C = V_F(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

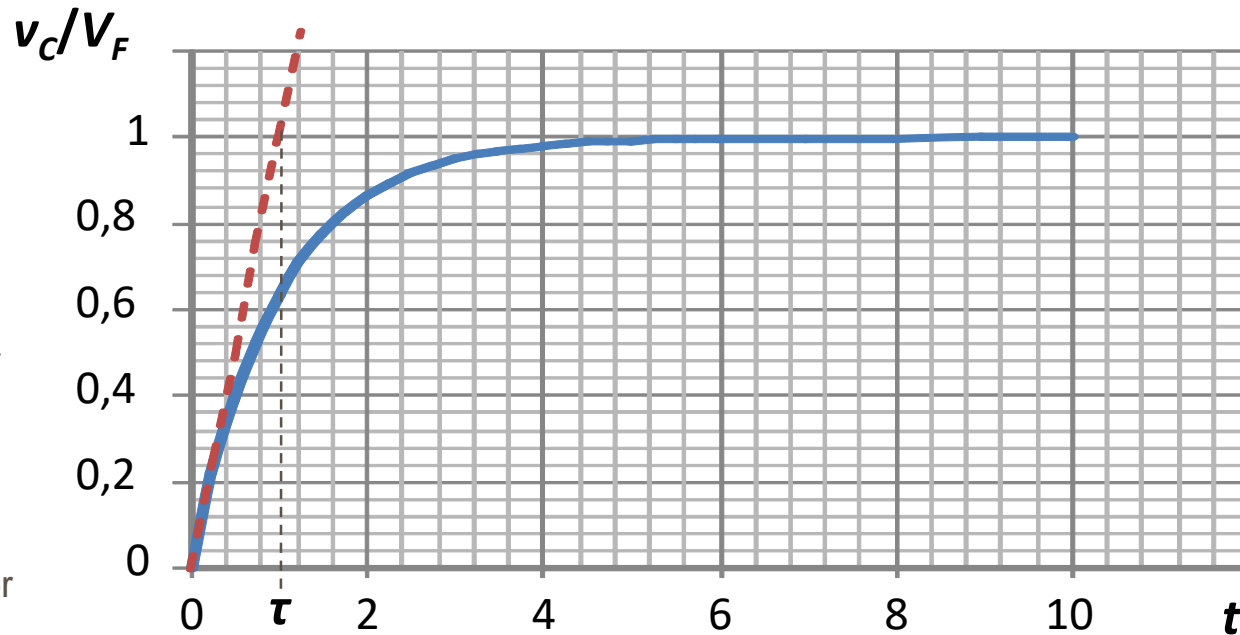
## ■ Circuito RC - Resposta ao Degrau

### Significado físico de $\tau$

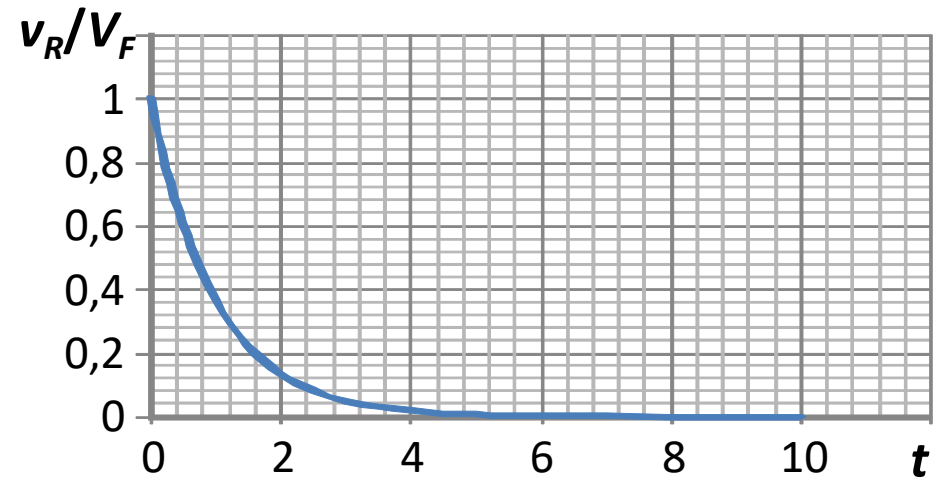
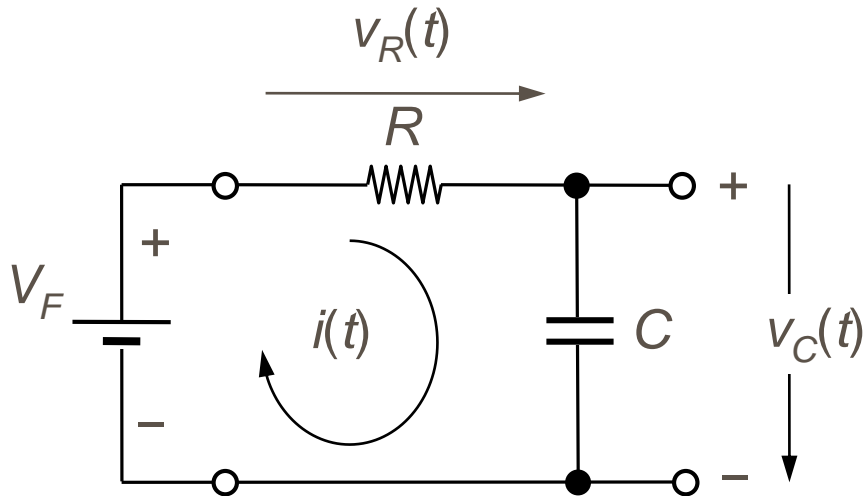
Tempo que demoraria a carga do condensador se a velocidade de carga fosse constante

Tempo no fim do qual a tensão no condensador atinge 63,2% do valor final, ou seja, para  $t=\tau$ ,

$$v_C = V_F(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = V_F(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}) = V_F \times 0,632$$

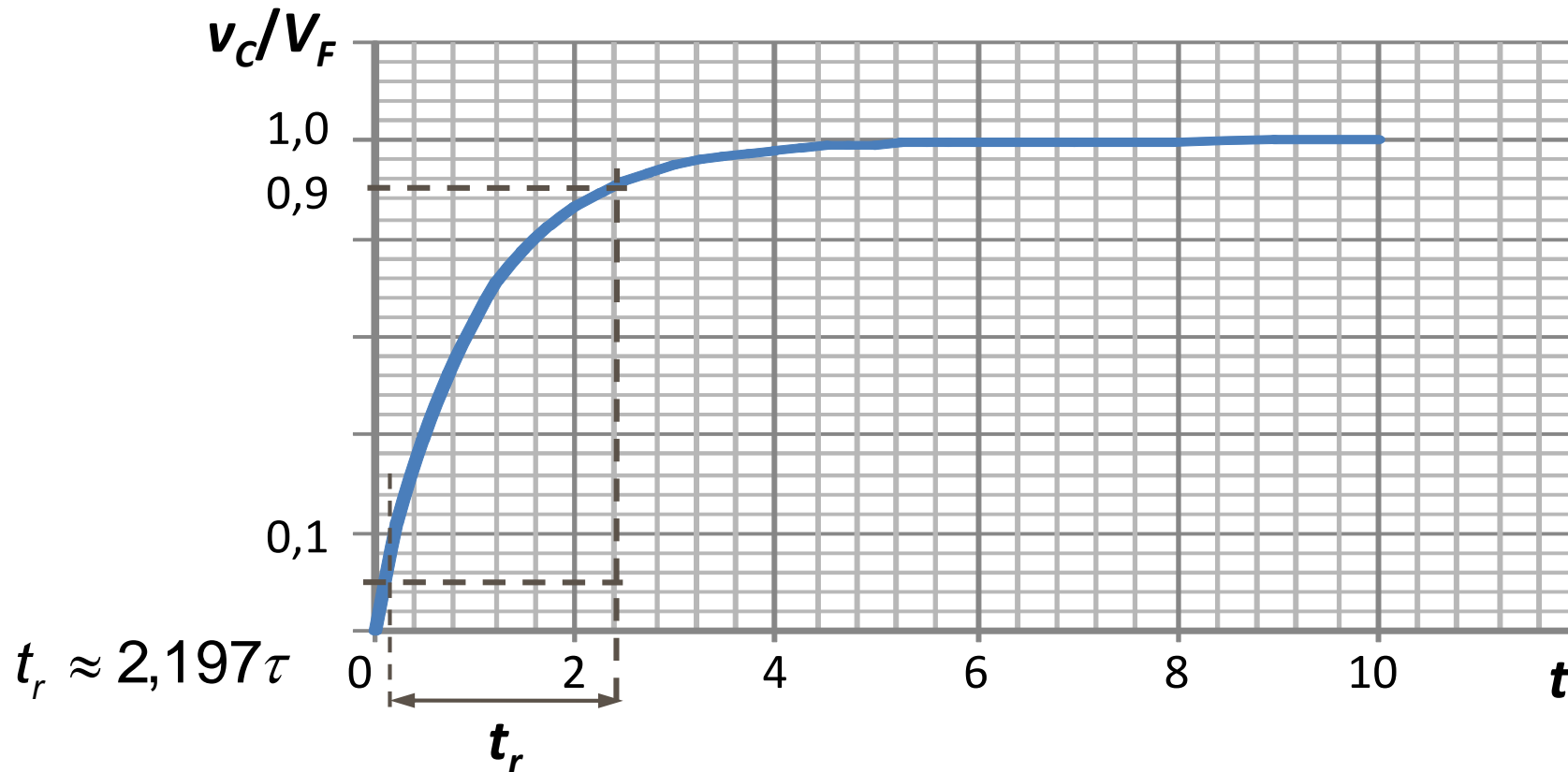


## ■ Circuito RC - Resposta ao Degrau



$$v_R = V_F e^{-\frac{t}{\tau}}$$

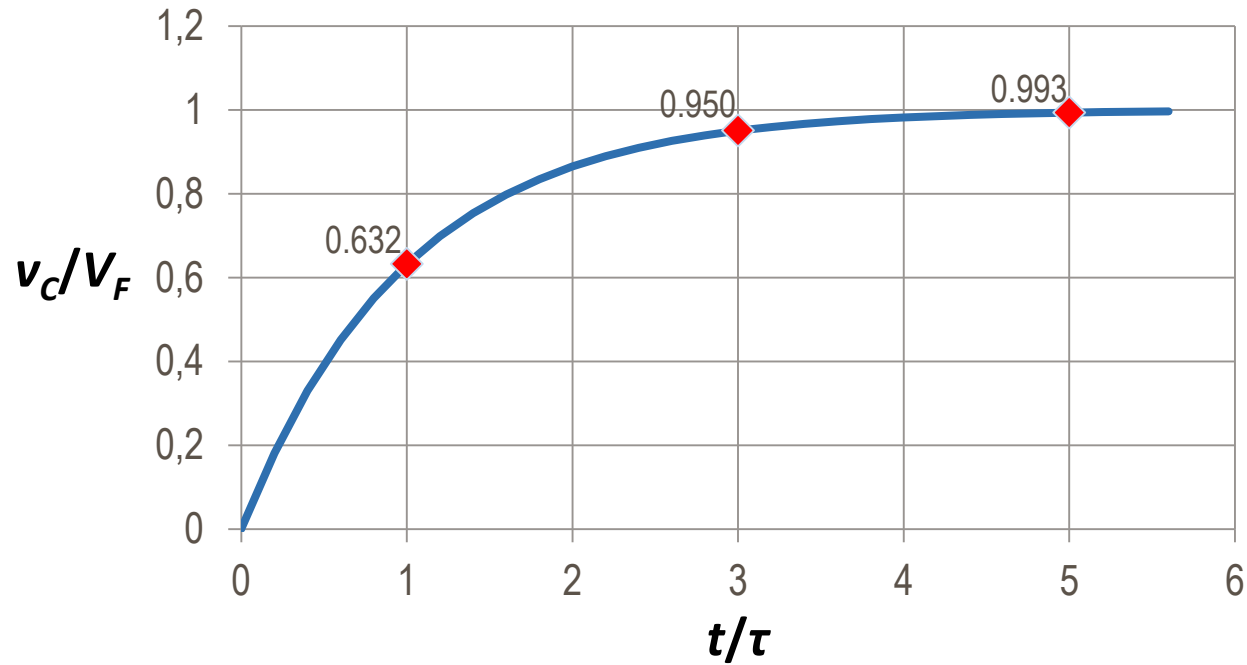
## ■ Circuito *RC* - Resposta ao Degrau



Tempo de subida – Corresponde ao tempo necessário para que a resposta passe de 10% para 90%

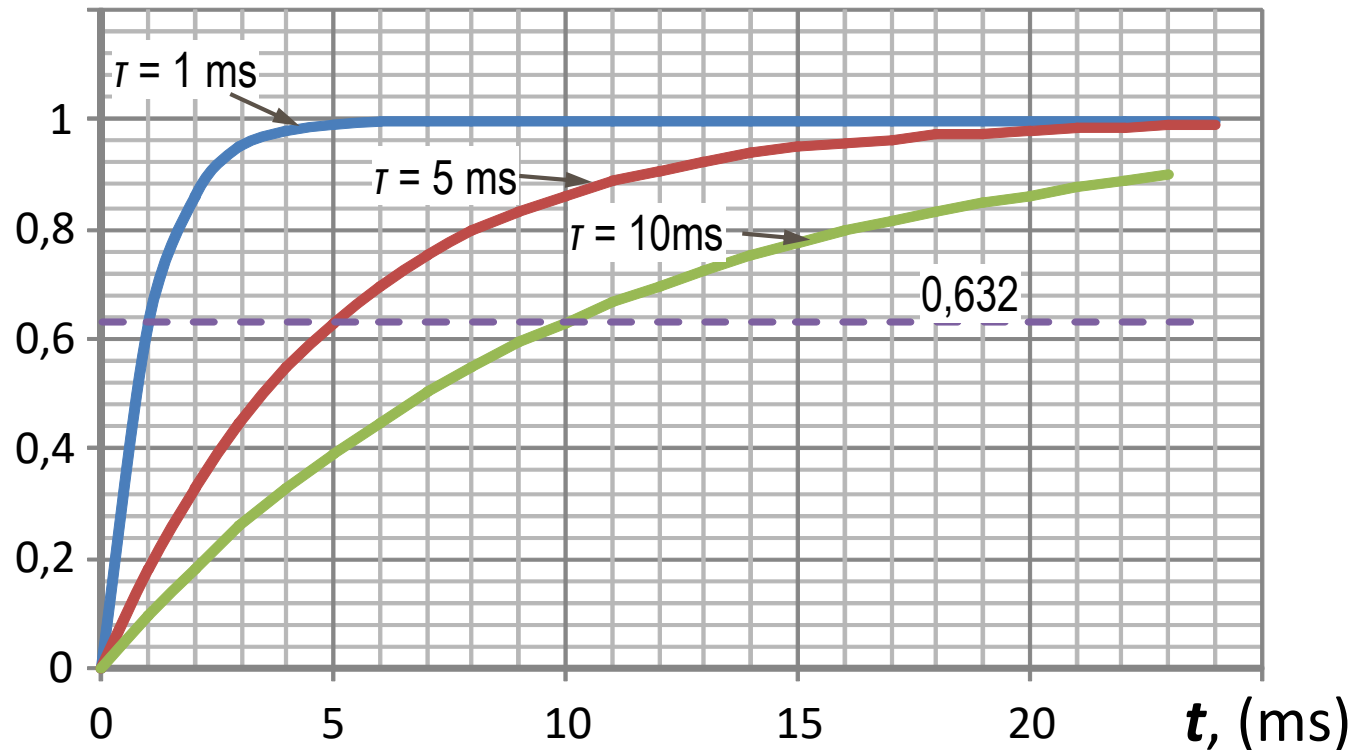


# Circuito RC - Resposta ao Degrau



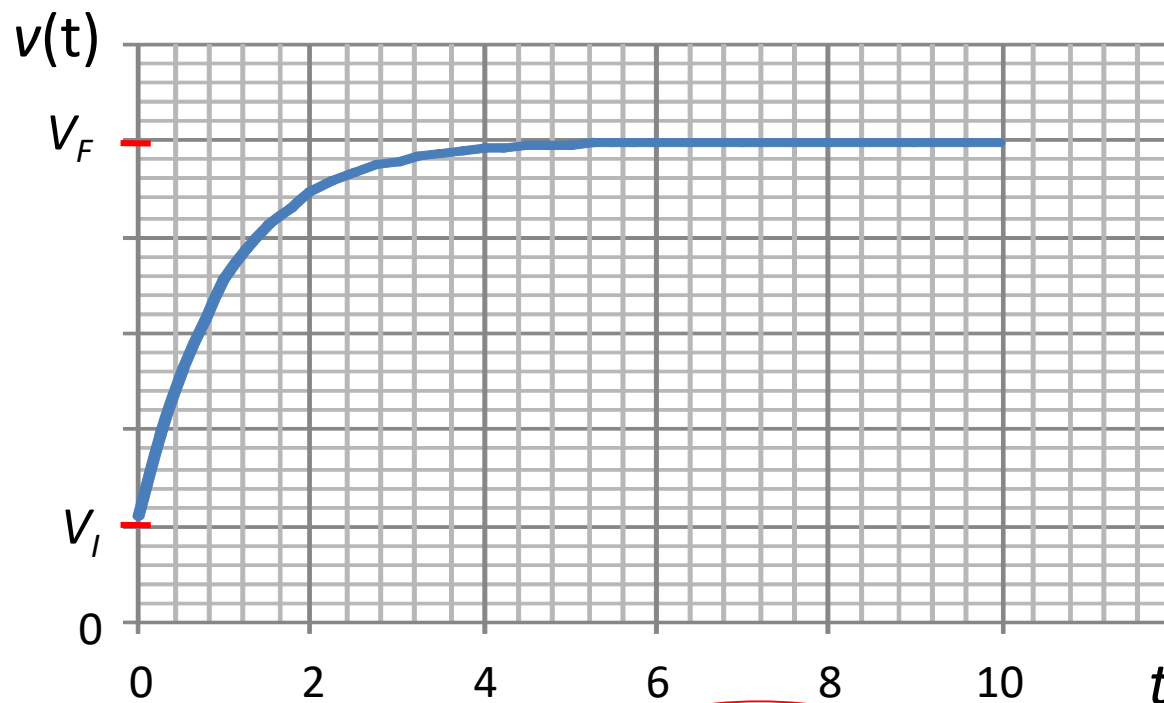
$t$	$v_C/V_f$
$\tau$	0.632
$3\tau$	0.950
$5\tau$	0.993

## ■ Circuito *RC* - Resposta ao Degrau



Para  $t = \tau \rightarrow v_C \approx 0,632V_F$

# (Evolução Exponencial – Caso Geral)



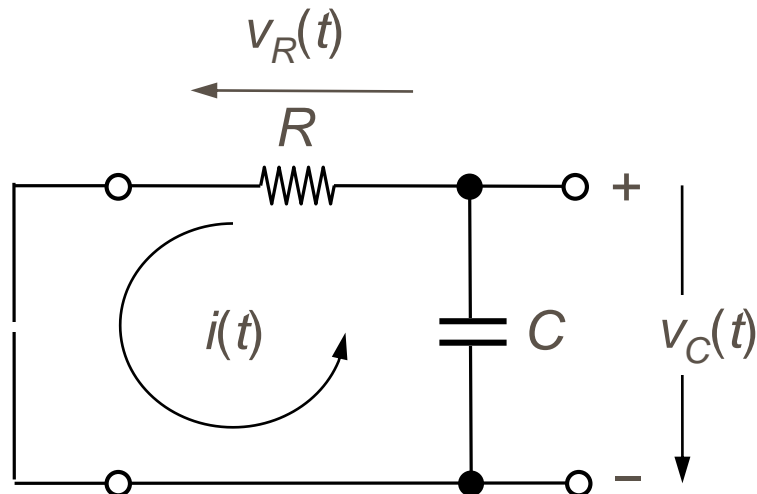
$$v(t) = V_F + (V_I - V_F) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Estado permanente

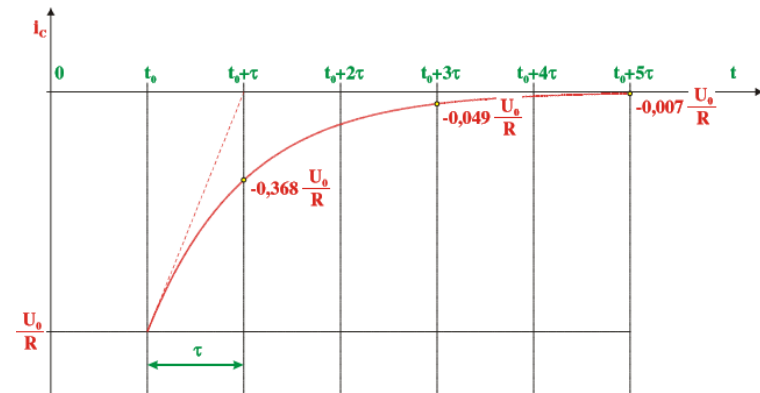
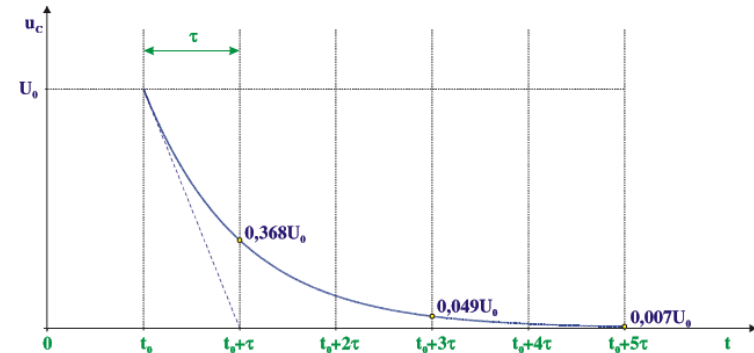
Estado transitório

## ■ Circuito RC - Resposta ao Degrau

### Descarga

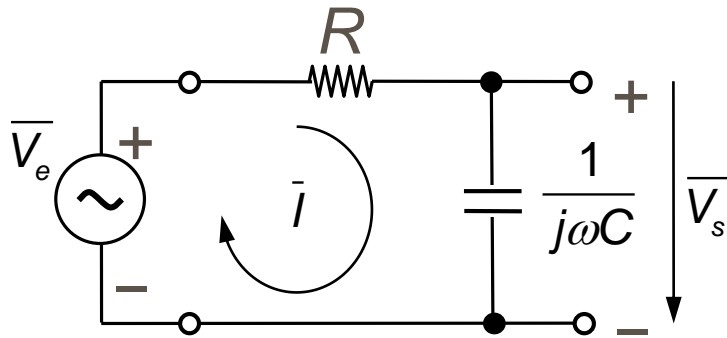


Repare-se que  $i(t)$  e  $V_C(t)$  têm sentidos opostos ou seja, o condensador comporta-se como uma fonte, entregando a energia que tinha armazenada na altura da carga



# Circuito RC – Análise e Corrente Alternada

## ■ (Filtro passivo passa-baixo de 1ª ordem)

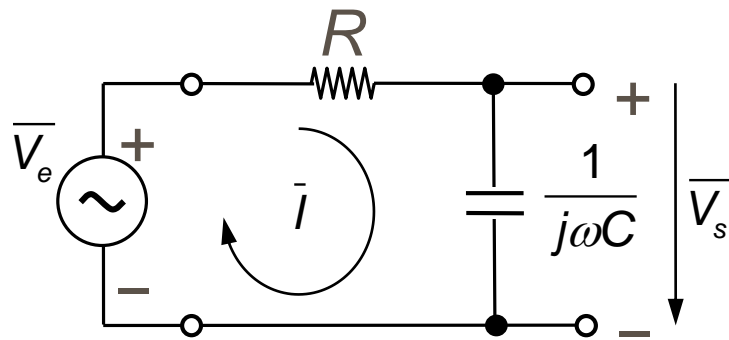


A baixa frequência, a impedância do condensador é elevada, não provocando atenuação significativa no sinal de saída.

A alta frequência a impedância do condensador é muito baixa, Atenuando fortemente o sinal de saída

# Circuito RC – Análise e Corrente Alternada

## ■ (Filtro passivo passa-baixo de 1ª ordem)



$$\bar{V}_s = \bar{V}_e \frac{\bar{Z}_C}{R + \bar{Z}_C} = \bar{V}_e \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$\bar{V}_s = \bar{V}_e \frac{1}{1 + j\omega RC} = \bar{V}_e \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\frac{1}{RC}}}$$

Para  $\omega_c = \frac{1}{RC}$ ,  $\rightarrow \bar{V}_s = \bar{V}_e \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} = \bar{V}_e \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_c}}$

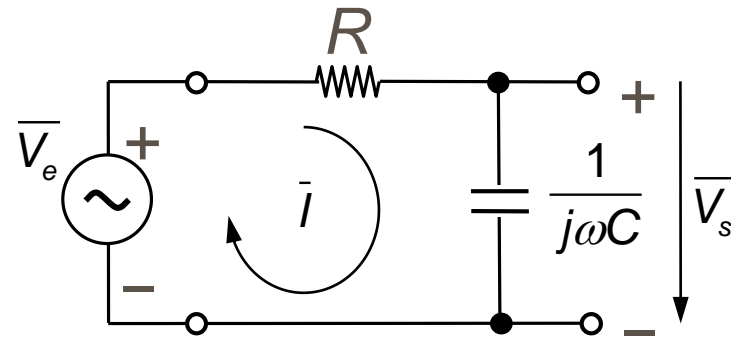
$\omega_c$  – Frequência de corte [RAD/s]  
 $f_c$  [Hz]

Ganho de tensão

# Circuito RC – Análise e Corrente Alternada

## ■ (Filtro passivo passa-baixo de 1ª ordem)

$$\overline{V}_s = \overline{V}_e \frac{1}{1 + j \frac{f}{f_c}}$$
$$\overline{V}_s = \overline{V}_e \underbrace{\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}}}_{\text{módulo}} \underbrace{\left| -\arctan\left(\frac{f}{f_c}\right) \right|}_{\text{fase}}$$



Para  $f \ll f_c$ ,

$$\rightarrow \overline{V}_s \approx \overline{V}_e$$

a tensão de saída **não sofre atenuação** e está em fase com a tensão de entrada,

# Circuito RC – Análise e Corrente Alternada

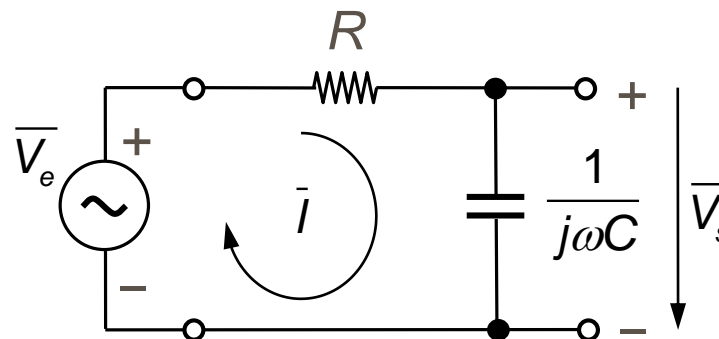
## ■ Circuito RC – Análise e Corrente Alternada

- Filtro passivo passa-baixo de 1ª ordem

$$\overline{V}_s = \overline{V}_e \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_{sc}}\right)^2}} \left| -\arctan\left(\frac{f}{f_{sc}}\right) \right|$$

Para  $f \gg f_{sc}$ ,

$$\rightarrow \overline{V}_s \approx \overline{V}_e \cdot \frac{1}{f} \left| -90^\circ \right|$$



(a tensão de saída tende para zero com um atraso de  $90^\circ$  relativamente à de entrada)

Para  $f = f_{sc}$ ,

$$\rightarrow \overline{V}_s = \overline{V}_e \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \left| -45^\circ \right| = \overline{V}_e \cdot 0,707 \left| -45^\circ \right|$$

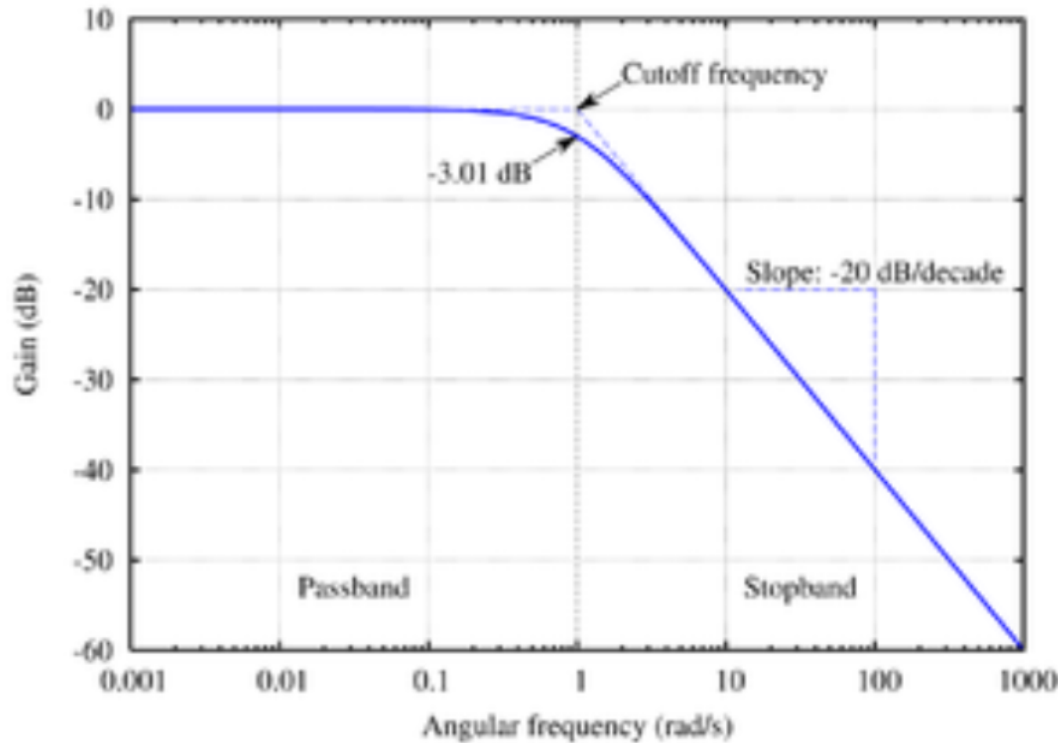
(a tensão de saída sofre uma atenuação de 30% e apresenta um atraso de  $45^\circ$  relativamente à de entrada)



# Circuito RC – Análise e Corrente Alternada

## ■ Circuito RC – Análise e Corrente Alternada

- Filtro passivo passa-baixo de 1ª ordem



Ganho em tensão à frequência de corte:

Para  $f = f_{sc}$ ,

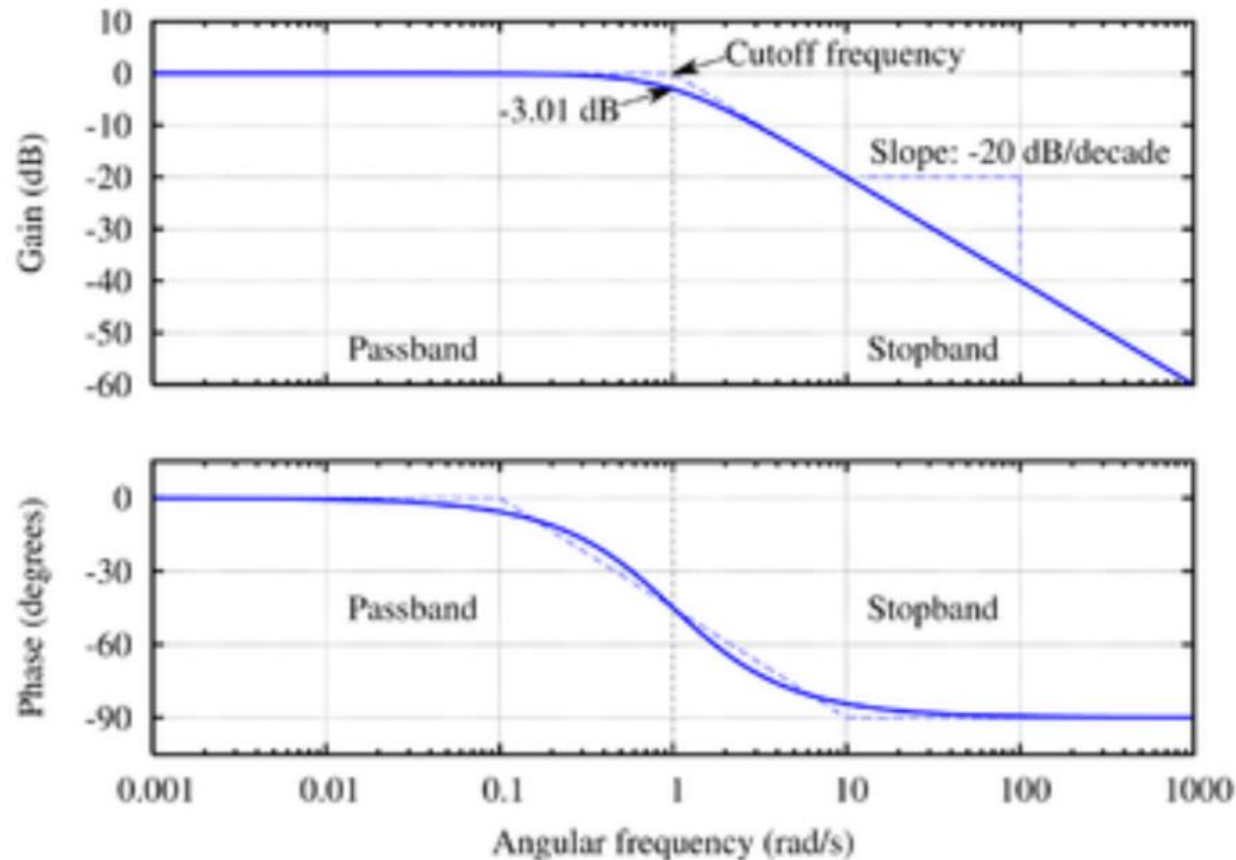
$$\rightarrow \bar{V}_s = \bar{V}_e \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \angle -45^\circ = \bar{V}_e \cdot 0,707 \angle -45^\circ$$

$$G(dB) = 20 \cdot \log(0,707) = -3 \text{ dB}$$

# Circuito RC – Análise e Corrente Alternada

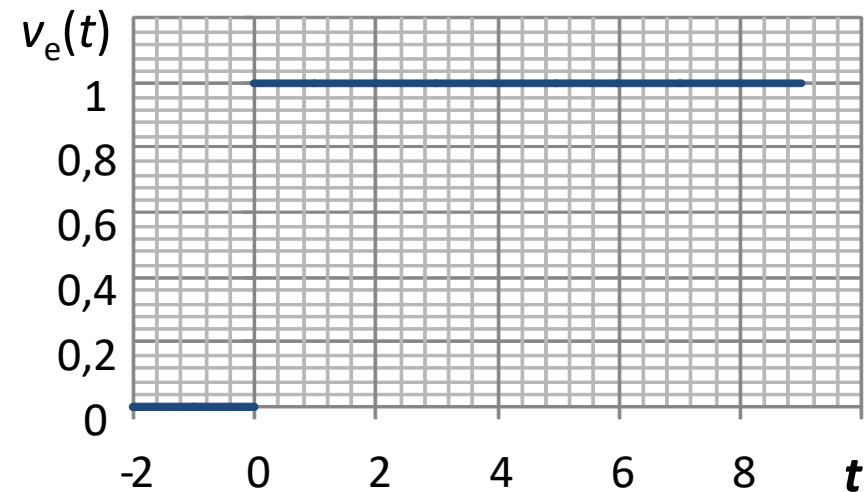
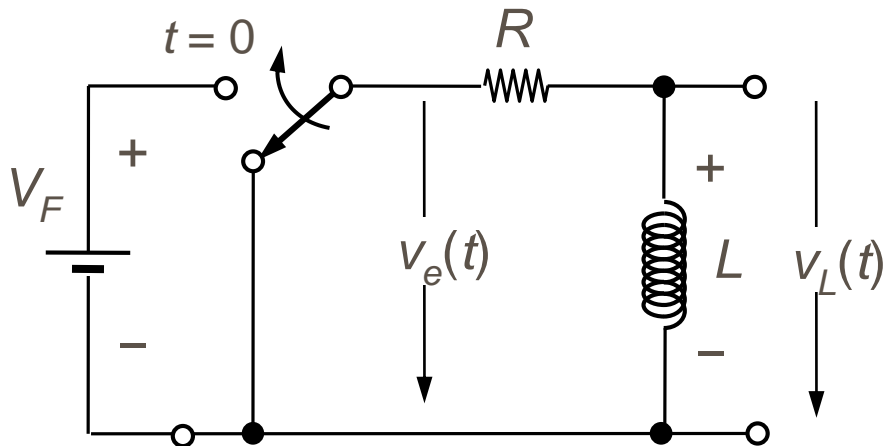
## ■ Circuito RC – Análise e Corrente Alternada

- Filtro passivo passa-baixo de 1ª ordem



# Circuito $RL$ – Análise e Corrente Alternada

## ■ Circuito $RL$ - Resposta ao Degrau



# Circuito $RL$ – Análise e Corrente Alternada

## ■ Circuito $RL$ - Resposta ao Degrau

$$V_F = v_R + v_L = Ri + L \frac{di}{dt}$$

Solucionando a equação diferencial

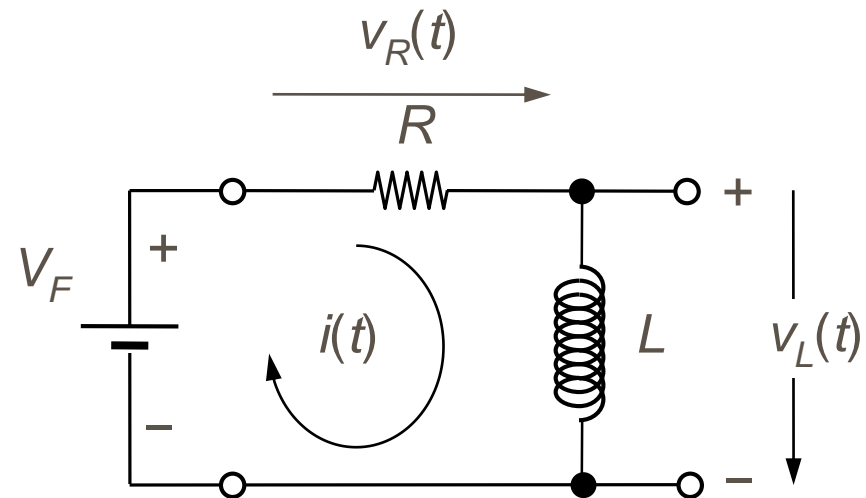
(para  $i_L(0^+) = 0A$ ) e fazendo  $\tau = \frac{L}{R}$ ,

$$\rightarrow i(t) = \frac{V_F}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$\rightarrow v_R = R \cdot i = V_F (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$\rightarrow v_L = V_F - v_R = V_F e^{-\frac{t}{\tau}}$$

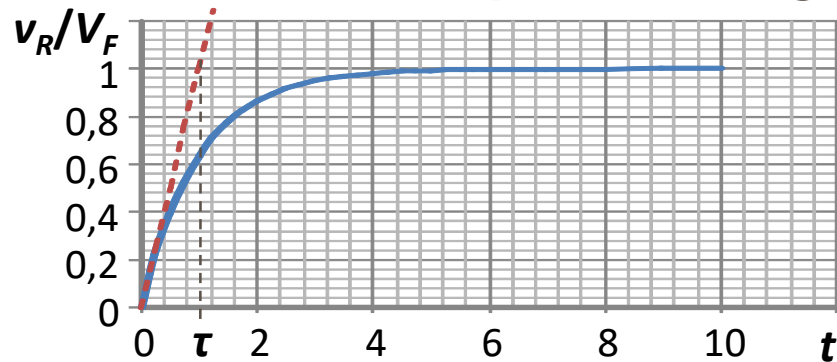
Repare-se que  $i(t)$  e  $v_L(t)$  têm o mesmo sentido  
Ou seja,  $L$  comporta-se como um receptor



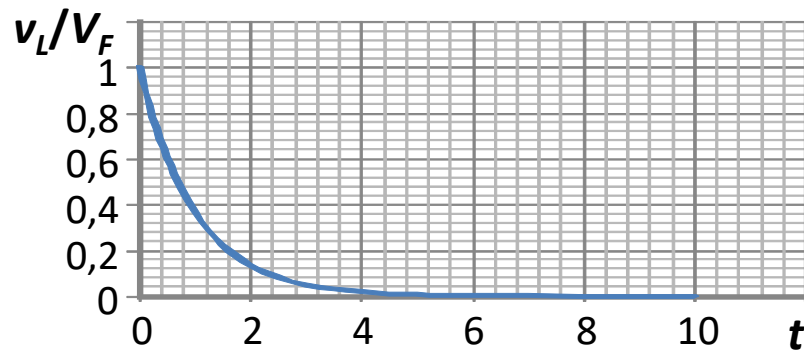
$\tau \rightarrow$  “constante de tempo” do circuito [s]

# Circuito $RL$ – Análise e Corrente Alternada

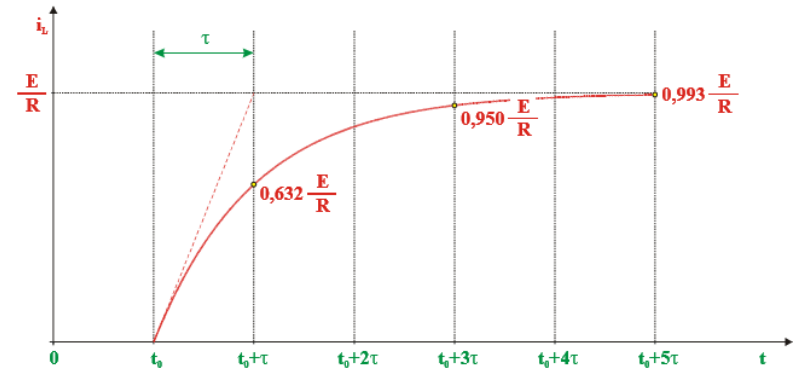
## ■ Circuito $RL$ - Resposta ao Degrau



$$v_R = V_F(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$



$$v_L = V_F e^{-\frac{t}{\tau}}$$

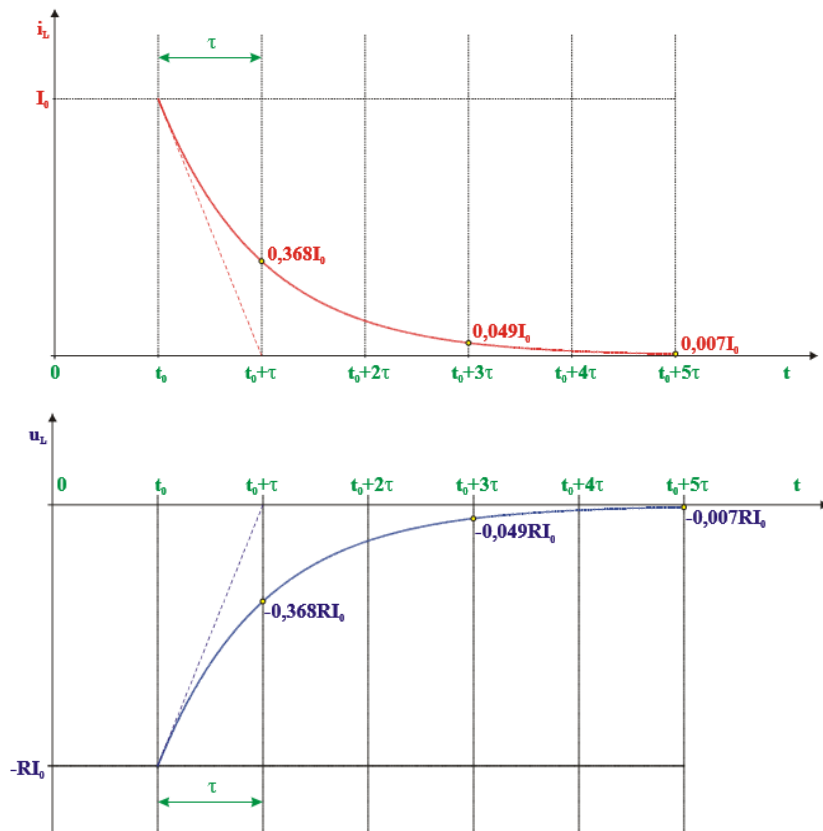


$$i(t) = \frac{V_F}{R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

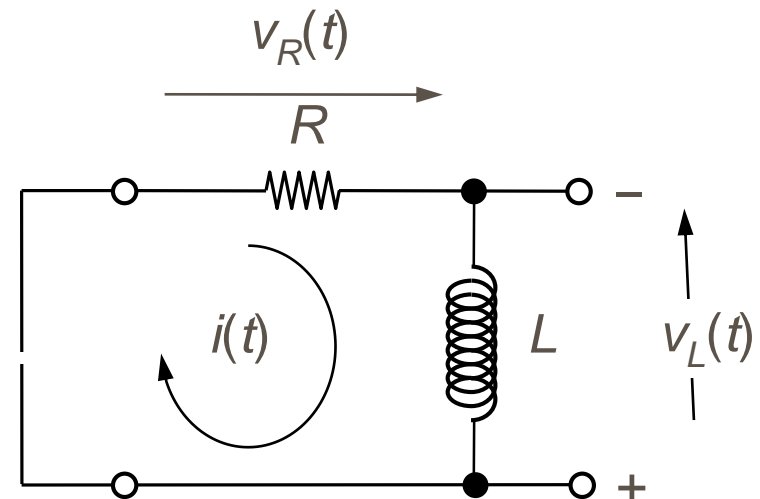
# Circuito $RL$ – Análise e Corrente Alternada

## ■ Circuito $RL$ - Resposta ao Degrau

Interrupção de uma corrente numa bobine

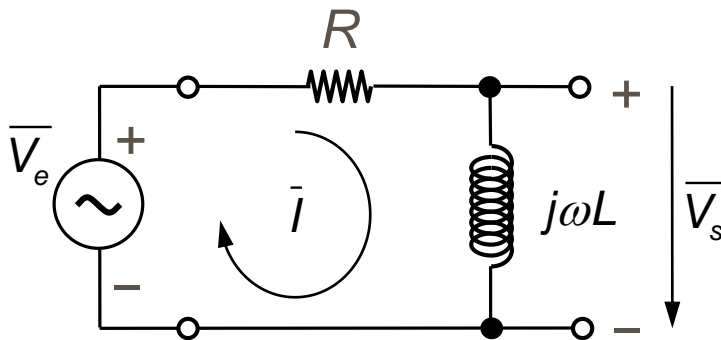


Repare-se que  $i(t)$  e  $V_L(t)$  têm sentidos opostos ou seja, a indutância comporta-se agora como uma fonte, entregando a energia que tinha armazenada na altura da carga



# Circuito $RL$ – Análise e Corrente Alternada

## ■ (Filtro passivo passa-alto de 1ª ordem)

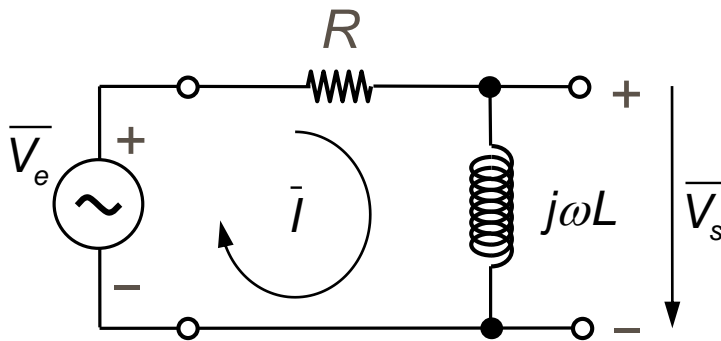


A baixa frequência a impedância do indutor é muito baixa, provocando forte atenuação no sinal de saída

A alta frequência a impedância do indutor é muito alta, não afetando significativamente o sinal de saída

# Circuito $RL$ – Análise e Corrente Alternada

## ■ (Filtro passivo passa-alto de 1ª ordem)



$$\bar{V}_s = \bar{V}_e \frac{\bar{Z}_L}{R + \bar{Z}_L} = \bar{V}_e \frac{j\omega L}{R + j\omega L} = \bar{V}_e \frac{j\omega \frac{L}{R}}{1 + j\omega \frac{L}{R}}$$

$$\text{Para } \omega_c = \frac{1}{L/R}, \rightarrow \bar{V}_s = \bar{V}_e \frac{j \frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} = \bar{V}_e \frac{j \frac{f}{f_c}}{1 + j \frac{f}{f_c}}$$

$\omega_c$  – Frequência de corte

Ganho de tensão



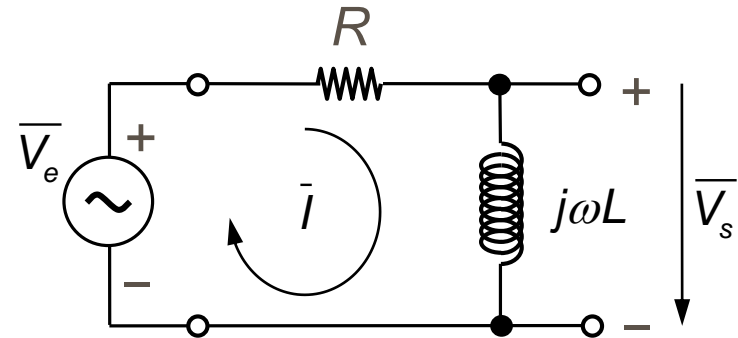
# Circuito $RL$ – Análise e Corrente Alternada

$$\overline{V}_s = \overline{V}_e \frac{j \frac{f}{f_c}}{1 + j \frac{f}{f_c}}$$
$$\overline{V}_s = \overline{V}_e \underbrace{\frac{\frac{f}{f_c}}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}}}_{\text{módulo}} \underbrace{\left| 90^\circ - \arctan\left(\frac{f}{f_c}\right) \right|}_{\text{fase}}$$

Para  $f \ll f_c$ ,

$$\rightarrow \overline{V}_s \approx \overline{V}_e \cdot \frac{f}{f_c} \angle +90^\circ$$

a tensão de saída tende **para zero** com um avanço de  $90^\circ$  relativamente à de entrada

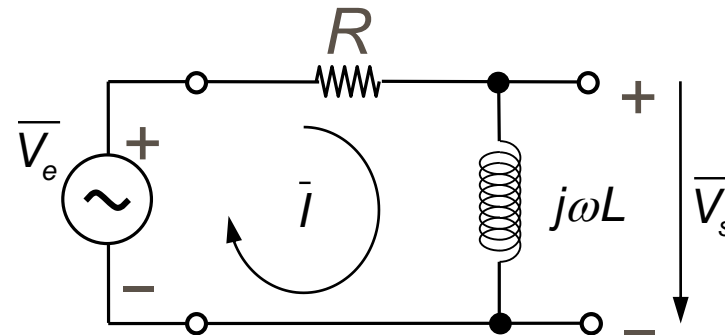


# Circuito $RL$ – Análise e Corrente Alternada

## ■ (Filtro passivo passa-alto de 1ª ordem)

$$\overline{V}_s = \overline{V}_e \frac{\frac{f}{f_{ic}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}} \left| 90^\circ - \arctan\left(\frac{f}{f_c}\right) \right|$$

Para  $f \gg f_c$ ,  
 $\rightarrow \overline{V}_s \approx \overline{V}_e$



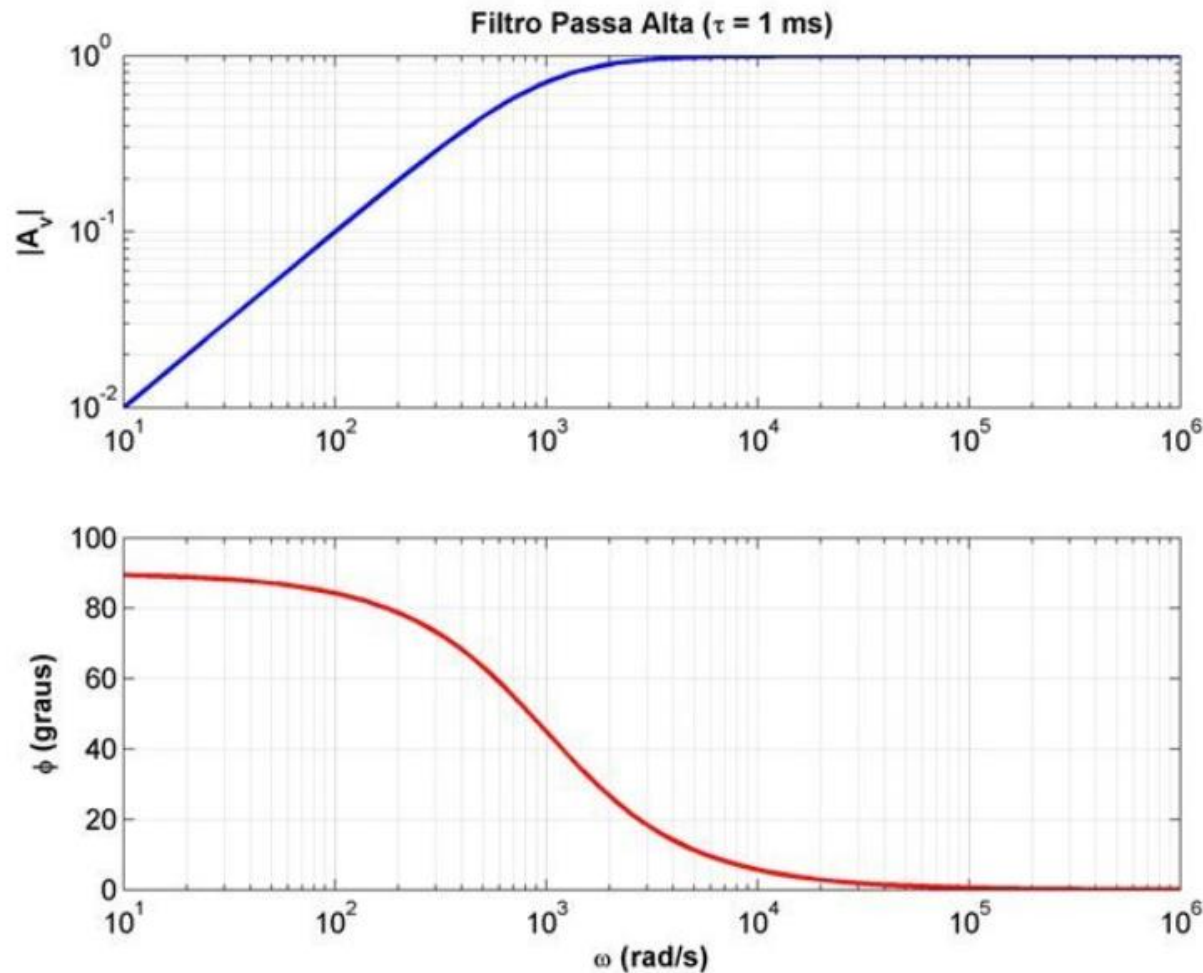
(a tensão de saída não sofre atenuação significativa e está em fase com a tensão de entrada)

Para  $f = f_c$ ,  
 $\rightarrow \overline{V}_s = \overline{V}_e \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} |90^\circ - 45^\circ| = \overline{V}_e \cdot 0,707 | +45^\circ$

(a tensão de saída sofre uma atenuação de 30% e apresenta um avanço de  $45^\circ$  relativamente à de entrada)

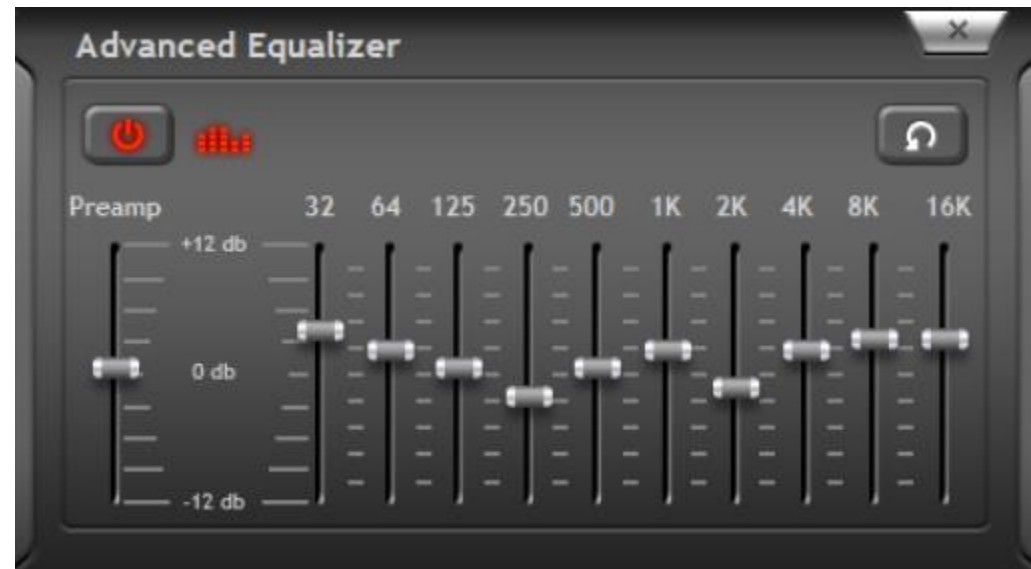
# Circuito $RL$ – Análise e Corrente Alternada

## ■ (Filtro passivo passa-alto de 1ª ordem)



## Aplicações

### Equalizadores áudio



## Aplicações

### Sintonizadores de rádio



## Aplicações

Colunas de Som

