

Introdução a Física Moderna Conjunto 2

1. **Tempo Próprio.** No CERN os tempos da vida das partículas de alta energia são determinados através dos rastos que deixam nos detetores. Considere uma partícula com uma velocidade de $0,995c$ (relativo ao detetor) que deixou um rasto com comprimento de $1,25\text{ cm}$. Determine o tempo de vida própria da partícula recorrendo ao efeito de dilatação do tempo e novamente usando o efeito de contração do comprimento.

No detetor o tempo da vida da partícula é

$$\tau_{\text{det}} = \frac{1,25 \times 10^{-2} \text{ m}}{0,995(3,0 \times 10^8 \text{ m/s})} \approx 4,19 \times 10^{-11} \text{ s}$$

O fator gama para uma velocidade de $0,995c$ é $\gamma = 1 / \sqrt{1 - (0,995)^2} \approx 10$.

Logo o tempo de vida próprio da partícula é cerca de $\tau_{\text{particula}} = \tau_{\text{det}} / \gamma \approx 4,2 \text{ ps}$.

No referencial da partícula, o rasto no detetor era apenas $1,25 \text{ cm} / \gamma \approx 1,25 \text{ mm}$ devido a contração do comprimento. Como o detetor passou a uma velocidade de $0,995c$, o tempo que a partícula viveu seria $1,25 \text{ mm} / 0,995c \approx 4,2 \text{ ps}$

2. **Paradoxo de Gémeos.** Dois gémeos, o Alberto e a Bernardina, se separarem no seu 20º aniversário: enquanto o Alberto permanece na Terra (que constitui muito aproximadamente uma referencia de inercial), a Bernardina parte com a velocidade $0,8c$ na direção do Planeta X, situado a 8 anos-luz da Terra. Segundo Alberto, 10 anos mais tarde a Bernardina chega ao Planeta X. Após uma curta estadia, a Bernardina regressa à Terra, novamente com uma velocidade de $0,8c$. Consequentemente, o Alberto tem 40 anos quando revê a sua irmã.

(a) O que idade tem Bernardina neste encontro?

Para Bernardina, a distância até planeta X parece ser mais curta devida contração do comprimento. O fator $\gamma = 1 / \sqrt{1 - (0,8)^2} = 5/3$ e a distância que a Bernardina mede entre a Terra e o planeta X é $8 \text{ anos-luz} / \gamma = 6,67 \text{ anos-luz}$. Como o sistema Terra – planeta X se desloca a uma velocidade $0,8c$ relativo a Bernardina, a sua viagem de ida demora $6,67 \text{ anos-luz} / 0,8c = 6 \text{ anos}$. A viagem ida e volta demora 12 anos segunda Bernardina. Ela tem 32 anos na altura de reencontro.

Segunda Bernardina, ela é imóvel durante as viagens de ida e volta enquanto a Terra se afasta e depois se aproxima. Segundo a Bernardina o Alberto não deveria ser mais novo quando os gémeos se reencontram? Vamos analisar este paradoxo de gémeos com algum cuidado.

Para facilitar as contas imagine que o Elon Musk criou um pare de tapetes rolantes que liga a Terra ao Planeta X. Cada um dos tapetes se desloca com uma velocidade $0,8c$ relativo ao referencial A (sistema Terra – Planeta X). Na altura da partida o Alberto e a Bernardina sincronizam os seus relógios – ambos a registar 0. No referencial A os relógios (tanto na Terra como no Planeta X) são todos sincronizados. Existem mais dois sistemas de referência, o do tapete rolante de ida B_{ida} e o sistema de referência do tapete rolante de volta B_{volta} .

- (b) Segunda Bernardina qual é o tempo que o relógio do Planeta X marca quando ela começa a viagem partindo da Terra?

Suponhamos que os relógios são sincronizados na altura de partida. O Alberto acha que na altura de saída da Terra o relógio do planeta X está sincronizado com o seu relógio, mas a Bernardina diria que os relógios na Terra e planeta X marcam tempos diferentes na altura de partida. Segundo do efeito “o relógio atras está adiantado” (que é o relógio de planeta X) A Bernardina observa que no planeta X os relógios marcam

$$\frac{uL_0}{c^2} = \frac{0.8c(8 \text{ anos} - \text{luz})}{c^2} = 6.4 \text{ anos}$$

na sua hora de partida de Terra,

- (c) Qual é o tempo marcado pelo relógio da Bernardina quando ela chega ao Planeta X?

Segunda Bernardina a viagem demorou 6 anos. (ver a resposta da alínea (a)). Mas para Bernardina os relógios de planeta X andam devagar por um fator γ devido o efeito da dilatação do tempo. Assim a Bernardina calcula que durante a viagem o relógio de planeta X iram marcar um tempo $6\text{anos}/\gamma = 3.6$ anos. Logo a Bernardina espera vero o relógio no planeta X indicar $6.4 \text{ anos} + 3.6 \text{ anos} = 10\text{anos}$.

- (d) Segundo Alberto qual tempo marca um relógio no planeta X quando a Bernardina chega lá?

Segundo o Alberto a distância é 8 anos-luz e como a velocidade da Bernardina é $0.8c$ a viagem demora $8 \text{ anos-luz}/0.8c = 10 \text{ anos}$.

- (e) Segunda Bernardina (ainda no referencial B_{Ida}) qual tempo marca o relógio no Planeta X quando a Bernardina lá chega?

Segunda Bernardina a viagem demorou 6 anos. Mas para Bernardina os relógios de planeta X andam devagar por um fator γ devido o efeito da dilatação do tempo. Assim a Bernardina calcula que durante a viagem o relógio de planeta X iram marcar um tempo $6\text{anos}/\gamma = 3.6$ anos. Logo a Bernardina espera vero o relógio no planeta X indicar $6.4 \text{ anos} + 3.6 \text{ anos} = 10\text{anos}$.

Logo que chega ao Planeta X a Bernardina, tendo saudades do Alberto, salta para o tapete rolante da volta e assim muda o seu referencial para B_{Volta} . Claro os relógios da Bernardina e do Planeta X não se alteram durante o salto.

- (f) Segunda Bernardina (agora no referencial B_{Volta}), qual é o tempo marcado no relógio do Alberto logo depois do salto?

Agora é o relógio do Alberto que sofre o efeito de “relógio aras estar adiantado”. A Bernardina espera que o relógio do Alberto marca 16.4 anos, 6.4 anos mais do que o relógio do planeta X.

- (g) Segunda Bernardina quanto tempo demora a viagem de regresso? Qual idade tem Bernardina quando ela chega novamente a Terra?

O tempo da volta é igual da ida, 6 anos. Ela chega de volta a Terra com $20+6+6=32$ anos.

- (h) Segunda Bernardina qual tempo mostra o relógio na Terra na altura da sua chegada? Qual idade tem Alberto?

A Bernardina calcula que o relógio do Alberto anda devagar por um fator γ . Se para ela a viagem demorou 6 anos, durante a viagem da volta o relógio do Alberto só avançara $6\text{anos}/\gamma = 3.6$ anos. Juntando o valor que a Bernardina calculou para o tempo no relógio do Alberto quando ela saiu do planeta X, a Bernardina espera observar que $16.4\text{ anos} + 3.6\text{ anos} = 20\text{ anos}$ passarem e Alberto terá 40 anos.