EXAME DA ÉPOCA ESPECIAL DE
ÁLGEBRA LINEAR E GEOMETRIA ANALÍTICA EC

14 de julho de 2021 Duração: 2h

Nome ____ Nº __________ Curso __________

Relativamente às questões seguintes notar que nas suas respostas:

i) devem ser apresentados os cálculos essenciais e uma justificação, quando adequado, nos espaços indicados.

ii) a resolução de sistemas de equações lineares deve ser feita pelo método de Gauss, de Gauss-Jordan ou pela regra de Cramer;

iii) o cálculo de determinantes só deve ser feito por aplicação do teorema de Laplace ou através da condensação de Gauss.

1. (a) Quais dos pontos $(1,0,0)$, $(1,7,1)$, $(1,2,0)$ e $(2,3,0)$ pertencem à reta de $\mathbb{R}^3$ que contém os pontos (1,3,0) e (1,1,0)?

   (b) Calcule a área do paralelogramo de $\mathbb{R}^3$, que tem vértices nos pontos de coordenadas $(2,1,0)$, $(1,1,0)$ e $(0,1,1)$.

2. Considere a matriz de entradas reais $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -2 & -2 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

(a) Calcule $\det(A - 2I)$ e determine os valores próprios de A.

(b) Verifique se A é invertível e, em caso afirmativo, determine A^{-1}.

3. Sejam $\mathcal{U} = \{\, (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2w = 0,\ x + y + z = 0 \,\}$ e $\mathcal{W} = \langle\, (2, 1, -4, 2),\ (2,\ -1,\ -2,\ 1),\ (1, -1, 0, 3) \,\rangle$.

   (a) Calcule uma base de $\mathcal{U}$.

   (b) Verifique se $(0,\ 2,\ -2,\ 0) \in (\mathcal{U} \cap \mathcal{W})$.

4. Sejam $\alpha \in \mathbb{R}$ e $C_\alpha = \big\langle\, (\alpha, 1, 1),\ (1, \alpha, 2),\ (1, -1, \alpha+1)\,\big\rangle$.

(a) Calcule a dimensão do espaço C_α em função de α.

(b) Classifique e resolva o sistema de equações lineares $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$.

.

. COTAÇÃO: **1 a)** 2.5 **b)** 2.5 ; **2 a)** 2.5 **b)** 2.5 ; **3 a)** 2.5 **b)** 2.5 ; **4 a)** 2.5 **b)** 2.5 . .