

Trabalho 5: Circuitos de corrente contínua

Introdução à Física Experimental - 2020/21

Cursos: Engenharia Física e Física

Departamento de Física - Universidade do Minho

Este trabalho laboratorial tem por objectivo fornecer evidência experimental para a Lei de Ohm e confirmar experimentalmente a validade das Leis de Kirchhoff num circuito de três resistências com duas malhas. Dá-se ênfase, do ponto de vista da análise de resultados, à comparação de valores numéricos obtidos experimentalmente e calculados algebricamente. Pretende-se que os alunos sejam confrontados com a medida de grandezas físicas como Intensidade de Corrente Elétrica, Diferença de Potencial e Resistência Elétrica. Introduce-se o multímetro como aparelho de medida de grandezas elétricas em circuitos de corrente contínua, a fonte de tensão e seu uso em segurança. Faz-se uso do código de cores de resistências. Finalmente, é dado grande ênfase aos cuidados a ter num laboratório de eletricidade e às medidas de segurança que devem ser adoptadas tendo em vista evitar acidentes pessoais e a danificação do equipamento.

Leituras

Ao longo deste guia far-se-à referência a alguns textos das seguintes referências:

- Ref. [1], capítulo 27
- Ref. [2], Leitura e Apêndices 2 e 3.

I. INTRODUÇÃO

A. Diferença de Potencial Eléctrico

Sabemos da mecânica que a variação de energia potencial é igual ao trabalho necessário para deslocar, sem atrito, um objecto de uma posição para outra, num campo gravitacional. De modo análogo, a energia potencial eléctrica varia quando se realiza trabalho para deslocar uma carga eléctrica de um ponto para outro num campo eléctrico.

Define-se *diferença de potencial eléctrico* (ddp) como a variação de energia potencial eléctrica entre dois pontos por unidade de carga. A unidade do *sistema internacional* (S.I.) para ddp é, assim, o Joule/Coulomb¹ [J/C]. Dada a sua importância na Física, assim como no nosso dia-a-dia, esta unidade tem um nome específico, o volt [V].

Tal como no caso do campo gravitacional, também

num campo eléctrico a ddp entre dois pontos não depende do caminho percorrido mas apenas da localização relativa desses pontos². Assim, no caso de termos um campo eléctrico constante E , a ddp entre dois pontos distanciados de uma distância d , será igual a³ $V = Ed$. A ddp é também usualmente designada por *tensão eléctrica* e representada pela letra V ⁴.

B. Corrente eléctrica

A aceleração de um feixe de electrões (no vácuo) numa região onde existe um campo eléctrico uniforme é o exemplo mais simples do efeito de um campo eléctrico sobre uma partícula carregada. Neste caso, os electrões descrevem um movimento uniformemente acelerado⁵. Um outro exemplo comum é a passagem de corrente eléctrica num fio metálico quando se ligam as extremidades deste aos terminais de uma *fonte de tensão*, como por exemplo uma pilha⁶: a tensão aos terminais da pilha diz-nos qual é o valor da energia disponível por unidade de carga, quando estas se deslocam num circuito exterior como, por exemplo, o fio condutor. Por outro lado, um condutor apresenta, sempre, uma oposição à passagem da corrente eléctrica:

¹ Aqui, Joule [J] é a unidade S.I. de trabalho/energia e Coulomb [C] a unidade S.I. de carga eléctrica.

² A energia potencial de um grave à altura h é, na aproximação do campo gravitacional constante, igual a mgh . Esta quantidade não depende da forma como o grave percorreu o trajecto entre o chão (supostamente a energia potencial nula) e a sua posição final, com uma altura h : depende apenas de h , a distância entre o ponto de partida e o ponto de chegada. Neste tipo de situações, dizemos estar perante um campo conservativo.

³ Esta expressão é usada para definir a unidade S.I. para campo eléctrico: o volt por metro [V/m].

⁴ É também frequente o uso da letra U para referir d.d.p.,

especialmente nas áreas da engenharia.

⁵ Sabemos da lei de Coulomb que a força eléctrica aplicada a uma partícula de carga q num campo eléctrico uniforme E é igual a $F = qE$. Assim, se a massa da partícula for m , a aceleração devido ao campo eléctrico é constante e igual a eE/q .

⁶ Na gíria eletrotécnica, ligar um fio condutor entre os terminais de uma fonte chama-se fazer um *curto-circuito* pois, normalmente, a resistência eléctrica de um condutor é muito pequena, dando origem a correntes eléctricas muito elevadas. No mundo real, assim como no laboratório, **deve-se evitar sempre esta situação**.

o movimento ordenado dos eletrões em aceleração constante que se observa acontecer no vazio é substituído, num condutor real, pelo movimento em zigzag dos eletrões entre sucessivas colisões com os átomos do condutor. Ainda assim, e entre as muitas colisões pelo caminho, os eletrões vão progredindo na direcção de maior potencial eléctrico. A quantidade de carga positiva⁷ que passa por unidade de tempo numa secção recta do condutor, a que se dá o nome de intensidade de corrente eléctrica, referida habitualmente por I (que tem em conta o valor médio da progressão dos vários eletrões), é igual a (Serway: §27.1)

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \quad (1)$$

Em unidades S.I., a corrente eléctrica tem dimensão de coulomb/segundo. Tal como para a ddp, também a intensidade de corrente eléctrica *merece* ter uma unidade própria: o ampère [A]⁸. Assim, 1 A é a corrente eléctrica que corresponde à passagem de um Coulomb de carga num intervalo de tempo de um segundo: note que a corrente de 1 A corresponde à situação física de termos cerca de 6×10^{18} eletrões a passar no condutor por segundo!

C. Resistência eléctrica e Lei de Ohm

Ao contrário do caso do movimento dos eletrões no vazio e num campo eléctrico uniforme, que é caracterizado por ser um movimento com uma aceleração constante, na maioria dos condutores, os eletrões, se sujeitos também a um campo eléctrico uniforme, progridem a uma *velocidade média* constante, a *velocidade de deriva* (em inglês, *drift speed*)⁹. Sendo esta velocidade constante, também o é a corrente eléctrica I . Como a velocidade de deriva é proporcional à ddp aplicada entre as extremidades do condutor, então temos que I é directamente

proporcional a V . Ou seja, (Serway: §27.2; *Física Experimental: Lei de Ohm* na Leitura 4)

$$V = RI \quad (2)$$

onde R , a constante de proporcionalidade, é a *resistência eléctrica* do condutor, independente da tensão aplicada¹⁰. À expressão da Eq.2 dá-se o nome de lei de Ohm. A unidade S.I. de resistência eléctrica é o ohm e é representada pela letra grega Ω . Assim, se se aplicar uma d.d.p de 1 V aos terminais de um condutor com uma resistência eléctrica de 1 Ω , teremos uma corrente eléctrica de 1 A a percorrer esse condutor.

No contexto do estudo da dinâmica de fluidos a lei de Poiseuille assemelha-se bastante à lei de Ohm, relacionando a *intensidade de fluxo*, ou caudal, de um fluido através de um tubo, em [m³/s], com a diferença de pressão entre as extremidades do tubo e a *resistência* oferecida por esse à passagem do fluido. Esta semelhança dá origem à analogia hidráulica de circuitos eléctricos.

A resistência eléctrica de um condutor depende não só do material de que é feito como também das suas características geométricas, tais como o seu comprimento e a sua secção recta: de facto, quanto **mais comprido e mais fino for o condutor, maior será a sua resistência** (Serway: §27.2). Se quisermos separar a influência da geometria do condutor da do material de que é feito, é necessário introduzir a noção de resistividade. Esta grandeza é usualmente representada pela letra grega ρ , e relaciona-se com a resistência R pela expressão

$$R = \rho l/A \quad (3)$$

onde l e A são o comprimento e a secção transversal do condutor, respectivamente. A unidade S.I. da resistividade é o ohm-metro [Ωm].

Uma característica importante de ρ é que varia fortemente com a temperatura. Nos metais, por exemplo, ρ normalmente aumenta com o aumento da temperatura¹¹, seguindo de forma aproximada uma lei de proporcionalidade linear com a temperatura dada

⁷ Aqui vale a pena chamar a atenção de que o *sentido convencional* da corrente eléctrica, do maior para o menor potencial, é o sentido contrário ao do movimento de progressão dos eletrões que são, de facto, os responsáveis pela condução eléctrica nos materiais condutores mais comuns. Diz-se habitualmente que este sentido, o dos eletrões, é o *sentido real* da corrente eléctrica (ver §27.1 do Serway).

⁸ Na realidade é o Ampère que é uma unidade básica do sistema S.I. e define o Coulomb. Um ampère é definido como a corrente necessária para produzir uma força atractiva, de origem magnética, de 2×10^{-7} newton por metro, de comprimento entre dois condutores infinitos e de secção transversal desprezável, dispostos paralelamente a 1 metro de distância entre si (ver http://en.wikipedia.org/wiki/International_System_of_Units para uma revisão sobre as unidades base do sistema S.I.)

⁹ A velocidade de deriva num condutor de cobre, por exemplo, é de apenas 200 $\mu\text{m/s}$ (ver Exemplo 27.1 do Serway). Esta

velocidade contrasta fortemente com a velocidade de transmissão de informação num cabo de cobre que se aproxima da velocidade da luz no vazio, i.e. $\approx 3 \times 10^8$ m/s. Este aparente paradoxo é facilmente resolvido se não se confundir a velocidade com que as cargas progridem no condutor com a velocidade de propagação do campo eléctrico nesse mesmo condutor. (Ver §27.3 do Serway sobre o *modelo de Drude* para a condução eléctrica.)

¹⁰ Esta é a definição de *material ohmico*: um material com uma resistência eléctrica que não depende da ddp aplicada aos seus terminais.

¹¹ Isto pode ser entendido como um aumento do número de colisões, por unidade de tempo, dos eletrões com os átomos da rede cristalina do metal. Com o aumento da temperatura, dá-se um aumento da agitação térmica da rede cristalina, aumentando com isso o número de colisões por segundo. Quanto maior for esta taxa de colisões menor é a velocidade de deriva dos eletrões e, logo, menor é o valor de I . Finalmente, e de acordo com a lei de Ohm, isto corresponde a um aumento do valor da resistência R .

por (Serway: §27.4)

$$\rho = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)] \quad (4)$$

Neste última expressão, T_0 é uma temperatura de referência (normalmente igual a 20°C) e α é o coeficiente (linear) térmico da resistividade.

Por exemplo, a resistência de um filamento de tungsténio de uma lâmpada incandescente varia notoriamente com a temperatura. Um comportamento muito diferente do da lâmpada acontece nas vulgares resistências usadas em circuitos eletrónicos¹² que são fabricadas com o propósito específico de ter um valor ohmico que varie muito pouco com a temperatura: disso depende o bom funcionamento dos circuitos eletrónicos! Na primeira parte do trabalho prático faremos uso de um destes componentes para verificar experimentalmente a lei de Ohm.

D. Potência elétrica

Quando ligamos uma lâmpada incandescente, observamos que esta, além de emitir luz também aquece bastante. Mas porque aquece a lâmpada?

Ao se deslocarem no condutor, os eletrões são sujeitos a uma espécie de força *efectiva* de atrito, fruto do elevado número de colisões com a rede cristalina¹³. Durante uma colisão, parte da energia cinética do eletrão é transferida para a rede, sendo posteriormente dissipada para fora do condutor, ou seja, parte do trabalho realizado pelo campo sobre a carga é transformada em energia térmica. No caso da lâmpada, o filamento aquece, ficando incandescente e irradiando energia (e apenas uma pequena parte desta sob a forma de luz visível). A este fenómeno dá-se o nome de **efeito Joule**.

A ddp (ou tensão) V é, como vimos, igual à quantidade de trabalho realizado por unidade de carga e a corrente I é a quantidade de carga que passa no condutor por unidade de tempo. A análise dimensional simples mostra que

$$[J/C] [C/s] = [J/s],$$

ou seja, que VI tem dimensão física de potência i.e., *trabalho por unidade de tempo*. Pode-se demonstrar de forma rigorosa que, de facto, a potência eléctrica dissipada por um condutor é igual a (Serway: §27.6)

$$P = VI = RI^2 = V^2/R \quad (5)$$

¹² Note que aqui o termo 'resistência' é usado para designar um componente usado em eletrónica. Esta dupla utilização da palavra *resistência* pode, por vezes, levar ao uso de uma linguagem confusa. Assim, é preferível dizer, p. ex., 'o valor ohmico desta resistência (o componente) é 10 Ω' em vez de 'a resistência (grandeza física) desta resistência (o componente) é 10 Ω'.

A unidade S.I. para potência é o watt [W].

E. Ordem de grandeza da corrente eléctrica e cuidados a ter no laboratório.

É sempre importante ter uma ideia, mesmo que apenas aproximada, sobre a magnitude das grandezas físicas envolvidas numa experiência. Este trabalho laboratorial não é excepção a esta regra, bem pelo contrário. A corrente eléctrica de 1 A é, na maior parte dos casos, considerada uma corrente elevada: por exemplo, nos equipamentos eletrónicos que usamos no nosso dia a dia a corrente eléctrica que percorre os seus componentes (resistências, díodos, transístores, etc) é em geral muito inferior a 1 A. Nestes casos é usual usarem-se sub-múltiplos do ampère¹⁴ como o mili-ampère [mA], igual a 10^{-3} A ou mesmo o micro-Ampère [μ A], igual a 10^{-6} A. Neste trabalho, assim como nos que se seguem, a corrente eléctrica será sempre, no máximo, de algumas centenas de mA. **Ter sempre em atenção que não se deve aumentar I muito além desta ordem de grandeza evitando portanto acidentes pessoais e a danificação de equipamento do laboratório**, em especial o amperímetro (ver Apêndice A).

O valor típico da ddp usado em circuitos eletrónicos é à volta de 10 V. Assim, contrariamente ao caso da corrente, não é necessário fazer uso de sub-múltiplos para a ddp, sendo *confortável* utilizar o volt como unidade. Da lei de Ohm, vemos que para intensidades de correntes eléctricas e ddp de, respetivamente, centenas de mA e alguns volt, a resistência eléctrica deverá ser da ordem de grandeza de dezenas de Ω ou de alguns kilo-ohm [$k\Omega$] (este último igual a $10^3 \Omega$). O uso de resistências muito superiores a 10 $k\Omega$ dá origem a correntes eléctricas muito fracas e difíceis de medir (da ordem de μ A); usar resistências de alguns Ω ou inferiores resultará, se for de forma inadvertida, em acidente! Um bom conselho é

Estimar sempre a magnitude das várias grandezas físicas envolvidas antes de ligar a fonte de tensão!

F. Associação de resistências

Recomenda-se a leitura atenta da Secção §28.2 do Serway. Aqui apenas resumimos os resultados.

¹³ O tempo médio entre duas colisões, por exemplo no cobre à temperatura ambiente, é de apenas 2.5×10^{-14} s! (Ver Exemplo 27.5 do Serway).

¹⁴ Ver também a Tabela 1.4 do Serway, para uma enumeração de todos os múltiplos e sub-múltiplos usados como prefixo das unidades S.I.

Associação de resistências em série

Se montarmos N resistências tal como se esquematiza na parte superior da Figura 1, onde uma dada resistência R_{i-1} é ligada, por um dos seus terminais, a apenas uma outra resistência R_i , estando esta, por sua vez, ligada a uma outra resistência R_{i+1} e assim sucessivamente, dizemos ter uma associação em série de resistências.

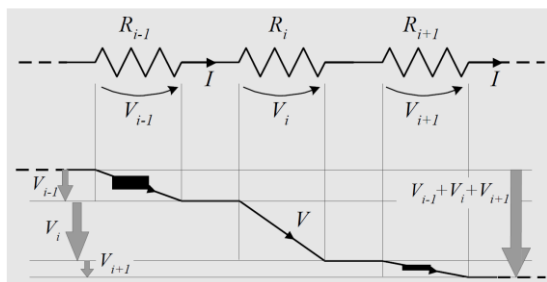


Figura 1 - Associação em série de resistências (em cima): a intensidade da corrente é a mesma em qualquer uma das resistências; no diagrama de potencial (em baixo), põe-se em evidência que a queda de potencial que resulta da associação de resistências em série é igual à soma das quedas de potencial em cada uma delas individualmente.

Numa associação em série de resistências, a corrente que passa em qualquer uma das resistências é a mesma¹⁵:

$$I = \dots = I_{i-1} = I_i = I_{i+1} = \dots \quad (1)$$

Contrariamente à intensidade da corrente, a ddp aos terminais das várias resistências é diferente: o potencial elétrico que cai aos terminais de uma resistência depende do seu valor óhmico. A soma de todas as quedas de potencial nas sucessivas resistências é igual à ddp total entre as duas extremidades da associação (tal como se indica no diagrama na parte inferior da Figura 1). Ou seja, num circuito série de resistências, as quedas de potencial somam-se:

$$V_T = \dots + V_{i-1} + V_i + V_{i+1} + \dots \quad (2)$$

Dividindo os termos desta expressão pela intensidade de corrente elétrica e usando a lei de Ohm, chega-se facilmente ao resultado, para N resistências:

$$R_T = \sum_{i=1}^N R_i \quad (\text{associação em série}), \quad (3)$$

ou seja:

O valor ohmico total de uma associação série de

resistências é igual à soma dos valores de cada uma delas

Associação de resistências em paralelo

Se montarmos N resistências tal como se indica no lado esquerdo da Figura 2, unindo uma das extremidades das N resistências num nó e a outra num outro nó, temos um circuito de resistências *associadas em paralelo*.

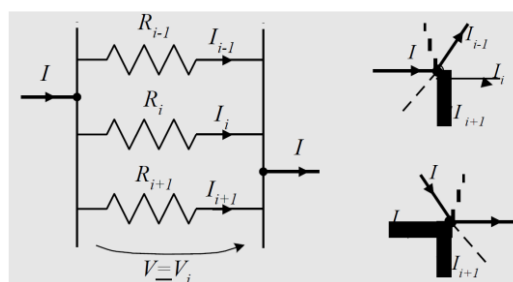


Figura 2 - Numa associação em paralelo de resistências, a ddp aos terminais das resistências é igual em todas as resistências e igual à ddp entre os dois nós da associação. A intensidade de corrente que entra num nó é igual à soma das intensidades de corrente que saem (esquema do lado direito).

Neste caso, como todas as resistências têm as suas extremidades ligadas a um mesmo ponto, a ddp aos terminais de uma qualquer resistência é igual à ddp aos terminais de qualquer outra e igual a V_T , a ddp entre os dois nós, i.e.,

$$V_T = \dots = V_{i-1} = V_i = V_{i+1} = \dots \quad (4)$$

Por outro lado, como se ilustra no esquema no lado direito da Figura 2, a soma das correntes que saem (entram) num nó é igual à intensidade total da corrente que chega (parte) desse nó. Ou seja

$$I = \dots + I_{i-1} + I_i + I_{i+1} + \dots \quad (5)$$

Se dividirmos esta expressão por V_T e usarmos a lei de Ohm, vemos que

$$\frac{1}{R_T} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i} \quad (\text{associação em paralelo}). \quad (6)$$

Ou seja:

O inverso do valor ohmico de uma associação de resistências em paralelo é igual à soma dos inversos dos valores de cada uma das resistências.

mesma em qualquer ponto desse circuito. Vale a pena chamar a atenção que o efeito da resistência é fazer diminuir a intensidade da corrente em todo o ramo de circuito onde essa resistência está incluída e não apenas na parte depois dela!

¹⁵ Trata-se de aplicar o princípio de conservação da carga elétrica. Não existe qualquer evidência experimental que mostre que a carga elétrica não é conservada. De facto, é a conservação da carga que garante a estabilidade do mundo físico, que depende do equilíbrio electrostático entre cargas positivas e negativas. Assim, se não se perdem nem se ganham electrões em parte alguma de um circuito de resistências em série, a quantidade de carga que passa por unidade de tempo, ou seja, a intensidade da corrente elétrica, deve ser sempre a

No caso simples (mas muito frequente) em que se tem apenas duas resistências em paralelo, a equação 6 simplifica-se para¹⁶

$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (7)$$

Simplificação de circuitos com resistências usando as expressões para a associação em série e em paralelo

Se quisermos saber qual é a intensidade de corrente total que percorre um determinado circuito de resistências ligado a uma fonte de tensão com uma determinada ddp, podemos usar a lei de Ohm; mas, primeiro, é necessário calcular R_T , a resistência total do circuito. Para se calcular R_T de um circuito com várias resistências (associadas em várias configurações diferentes) deve-se começar sempre por substituir as associações série ou paralelo elementares do circuito por resistências equivalentes. Tomemos como exemplo o esquema da Figura 3: um circuito com duas resistências em paralelo (R_2 e R_3) em série com uma terceira (R_1).

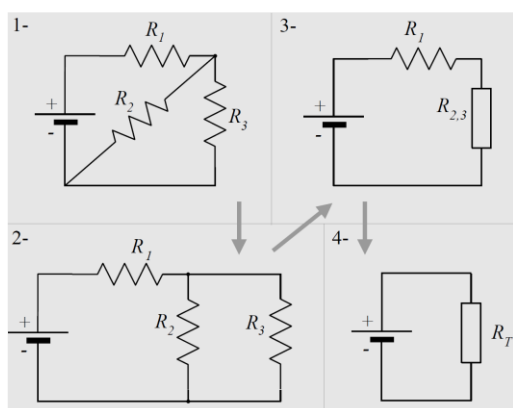


Figura 3 - Exemplo do modo de proceder para simplificar em passos sucessivos um circuito com várias resistências. Num primeiro passo, havendo necessidade disso, deve-se redesenhar o circuito numa forma equivalente que evidencie as associações série e paralelo (no esquema, este é o passo 1 → 2). Neste caso concreto, é fácil ver que se trata de um circuito com duas resistências em paralelo, em série com uma terceira. No segundo passo e demais passos subsequentes, deve-se substituir todos os conjuntos de resistências associadas em série ou em paralelo por uma resistência equivalente. O processo acaba quando se consegue obter apenas uma resistência equivalente para todo o circuito, R_T , a resistência total do circuito.

Aqui, o procedimento a seguir para simplificar o circuito é começar por substituir as resistências associadas em paralelo por uma resistência equivalente, $R_{2,3}$. O circuito

resultante fica reduzido a apenas um circuito série de duas resistências, R_1 e $R_{2,3}$. Num passo seguinte, substitui-se esta associação em série de resistências por uma outra resistência equivalente que, neste caso simples, é já a resistência total do circuito, R_T .

Algebricamente, este procedimento traduz-se da seguinte forma: primeiro calcula-se a resistência equivalente do paralelo de R_2 com R_3

$$R_{2,3} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3},$$

e, depois, a resistência equivalente da série R_1 e $R_{2,3}$:

$$R_T = R_1 + R_{2,3}$$

Ou seja:

$$R_T = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

G. Leis de Kirchhoff

(Para completar a leitura desta secção, recomenda-se a leitura da secção §28.3 do *Serway*.)

As Leis de Kirchhoff sistematizam as regras usadas na secção anterior que, juntamente com a lei de Ohm, permitiram deduzir as expressões para as associações de resistências. Estas regras, que podemos aceitar resultarem de apenas bom senso, foram as seguintes: i) a intensidade da corrente que passa num circuito série de resistências é igual em todas as resistências; ii) a soma das intensidades de corrente que saem dum (entram num) nó é igual à intensidade de corrente que entra nesse (sai desse) nó; iii) a ddp aos terminais de varias resistências em paralelo é a mesma em qualquer uma delas e, finalmente; iv) a queda de potencial total numa associação em série é igual à soma das várias quedas de potencial individuais.

No essencial, estas regras são (estão contidas) no enunciado das Leis de Kirchhoff:

• Lei dos nós:

A soma das intensidades das correntes que entram num nó é igual à soma das intensidades das correntes que saem desse nó:

$$\sum I_{\text{entrar}} = \sum I_{\text{sair}}$$

• Lei das malhas:

A soma algébrica das ddp (V) numa malha (fechada) de um dado circuito é igual a zero:

¹⁶ Note que a dimensão física do termo do lado direito desta expressão é, obviamente, $[\Omega]$. Esta verificação pode evitar

escrevermos mal esta expressão com o produto em vez da soma em denominador.

$$\sum_{\text{malha}} V_i = 0$$

Pode-se provar formalmente estes dois enunciados usando leis mais gerais da Electrodinâmica¹⁷: não resultam, portanto, de apenas bom senso!

O que é uma malha fechada?

Uma malha fechada é uma parte do circuito, constituída por componentes dispostos num percurso fechado. Um exemplo de uma malha está representado no lado direito da Figura 4.

Para analisar uma malha temos que convencionar um sentido (o dos ponteiros do relógio ou o sentido contrário), ao longo do qual se vão somar as várias quedas de potencial. Com o sentido da malha escolhido, as quedas de potencial podem ser positivas ou negativas dependendo do sentido no qual o potencial cai em relação ao sentido da malha (ver Figura 4).

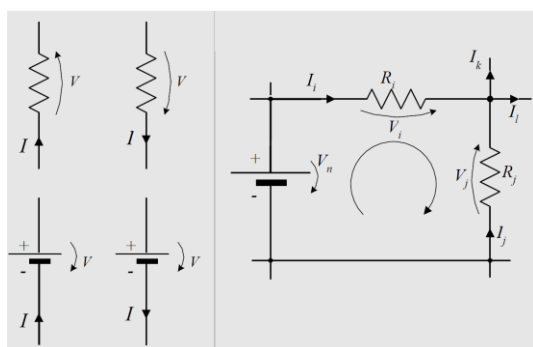


Figura 4 - No lado esquerdo da figura esquematiza-se como indicar as quedas de potencial em resistências e fontes de tensão: nas resistências as quedas de potencial são sempre no sentido da corrente elétrica; nas fontes de tensão, são sempre e independentemente do sentido da corrente, do maior para o menor potencial. Lado direito: exemplo de uma malha onde se escolheram os sentidos das correntes I_i , I_j , I_k e I_l . Para o sentido de análise da malha arbitrou-se o sentido dos ponteiros do relógio (ver texto).

Evidentemente que o sentido de uma queda de potencial é sempre do maior para o menor potencial. Numa resistência o sentido da queda de potencial é no mesmo sentido do da corrente; numa fonte de tensão, o sentido da queda de potencial é independente da corrente e é sempre do terminal positivo para o negativo¹⁸.

Escolher o sentido das correntes na malha

No caso geral, o sentido da corrente em cada um dos

componentes de uma malha é, inicialmente, desconhecido. Por outro lado, é esse sentido que determina como cai o potencial nas resistências, sendo esta uma informação necessária para se poder usar a lei das malhas. Este aparente problema é resolvido, escolhendo arbitrariamente um sentido para a corrente em cada um dos ramos da malha.

Se se escolher o sentido no qual a corrente realmente flui, depois de feitas as contas, obteremos um valor positivo para o valor calculado para a intensidade dessa corrente; escolhendo o outro sentido para a corrente resultaria num valor calculado negativo: nesta altura, sabemos que escolhemos mal o sentido da corrente e então, teremos que trocar o sentido da seta da corrente correspondente no esquema e tomar para a sua intensidade o módulo do valor calculado.

No exemplo da malha que se mostra na Figura 4 convencionou-se o sentido da malha no sentido dos ponteiros de um relógio. Escolheram-se também os sentidos das correntes nas resistências tal como se mostra na Figura. Para este caso, a lei das malhas escreve-se como

$$-\Delta V_n + R_i I_i - R_j I_j = 0$$

Há dois componentes, a fonte de tensão e a resistência R_j , que têm uma queda de potencial ao contrário do sentido convencionado para a malha. Isto faz com que na Equação 8, os respectivos termos venham afectados de um sinal negativo. No terceiro componente, a resistência R_i , a queda de potencial é no sentido da malha e, logo, é um termo aditivo na Equação 8.

Note que, se se considerasse esta malha separadamente (com $I_k = I_l = 0$), o valor calculado para a corrente I_j seria negativo (e igual, em módulo, a I). No entanto, se esta malha é apenas uma parte de um circuito maior com outras malhas, tanto I_i como I_j podem ser valores calculados positivos ou negativos. O que se pode dizer, apenas, é que, para os sentidos das correntes escolhidos,

$$I_i + I_j = I_k + I_l$$

Esta expressão não é mais do que a lei dos nós aplicada ao nó no canto superior direito do circuito.

Quantas malhas e quantos nós independentes existem num circuito?

Num circuito qualquer com N nós e M malhas, nem todas as $N+M$ equações que resultam das Leis de Kirchhoff são linearmente independentes, i.e., algumas equações resultam de uma combinação das outras. Por outro lado,

¹⁷ Essencialmente, a lei dos nós resulta da conservação da carga discutida na nota de rodapé 1 e, a lei das malhas reflecte a conservação da energia, i.e., que o trabalho realizado pelo conjunto das fontes de tensão deve ser igual à energia dissipada nas várias resistências

¹⁸ De facto, numa fonte real, existe sempre uma resistência interna na qual o potencial cai, também, no sentido da corrente. Para sermos mais exactos, deveríamos falar sempre de fonte de força eletromotriz em vez de fonte de tensão.

num circuito que inclua apenas fontes de tensão¹⁹⁷, o número de incógnitas pode ser contado como o número de intensidades de corrente desconhecidas. Claro que, sabendo a intensidade de corrente numa determinada resistência, pode-se também calcular a respectiva queda de potencial. Assim, se n for o número de correntes desconhecidas, n deve ser o número de equações a considerar!

Outra forma de contar o número de equações linearmente independentes, válida para qualquer tipo de circuito, é usando a regra seguinte:

- escrever $N-1$ equações para a lei dos nós, sendo N o número total de nós;
- escrever tantas equações para a lei das malhas quantas malhas não sobrepostas houver no circuito.

Nos exemplos dos circuitos mostrados na Figura 5, há 3 correntes desconhecidas, logo teremos que considerar 3 equações. Nestes exemplos os circuitos têm dois nós e duas malhas. Usando a regra enunciada em cima, vemos que precisamos escrever:

- uma equação da lei dos nós para apenas um dos nós do circuito; a expressão para lei dos nós para o outro nó é linearmente dependente desta (aqui, é mesmo igual!)
- duas equações que resultam da lei das malhas para duas das três malhas do circuito; a terceira malha é linearmente dependente das outras duas.

Assim, para o circuito a) da Figura 5, o sistema de três equações que resultam das Leis de Kirchhoff, pode ser escrito, por exemplo, como:

$$\begin{cases} 0 = -V + R_1 I_{1,2} + R_2 I_{1,2} \\ 0 = -V + R_3 I_3 \\ I = I_{1,2} + I_3 \end{cases}$$

Finalmente, para o circuito b) da Figura 5, podia-se escrever, por exemplo, o sistema de equações

$$\begin{cases} 0 = -V + R_1 I_1 + R_2 I_2 \\ 0 = -R_2 I_2 + R_3 I_3 \\ I_1 = I_2 + I_3 \end{cases}$$

Mais à frente, no desenvolvimento do *modelo teórico* para a análise de resultados, será necessário resolver um destes sistemas de equações ou, alternativamente, usar a simplificação de circuitos descrita na Secção I.A, para se calcularem as correntes e as ddp nos circuitos montados.

II. GUIA PARA O TRABALHO LABORATORIAL

A. Material necessário

O equipamento necessário para este trabalho laboratorial é o listado a seguir:

- módulo com resistências fixadas a bornes (para ligação a fios com banana)
- placa de furos
- três resistências soltas de 330 Ω , 470 Ω e 1.2 k Ω (para montagem na placa de furos)
- uma fonte de tensão contínua
- dois multímetros
- fios de ligação com banana (5 unifilares e 5 multifilares)
- fios unifilares simples

Uma descrição breve sobre estes equipamentos é dada nos Apêndices deste guia. Informação mais detalhada pode (e deve!) ser encontrada nos Apêndices 2 e 3 do livro *Física Experimental*[2].

B. Procedimento Experimental

Consulte o professor após efectuadas as várias etapas propostas para este trabalho. Desligue sempre a fonte de tensão antes de desmontar um circuito. Sempre que tiver dúvidas sobre o bom funcionamento do circuito que montou, consulte o professor antes de ligar a fonte. Se precisar de ligar ou desligar a fonte, reduza primeiro até zero a tensão aos seus terminais. Quando ligar a fonte pela primeira vez, certifique-se que esta tem a regulação de tensão e de controle de corrente no mínimo. Depois, aumente gradualmente a tensão até ao valor máximo que se pretenda (neste trabalho, ≈ 12 V), rectificando sempre que seja necessário, atuando no controle de limite de corrente a fim de manter a fonte em controlo de tensão. Note que este procedimento só funciona se a fonte puder debitar alguma corrente, ou seja, deverá ter uma carga (uma resistência) aos seus terminais.

Evite aumentar em demasia o limite de corrente, mantendo sempre no mínimo indispensável ao bom funcionamento do circuito: evitará prejuízos maiores caso aconteça um curto-circuito.

Registe convenientemente todas as observações experimentais, valores medidos e cálculos efectuados. Antes de começar o trabalho, verifique com o ohmímetro ou o “buzzer” se todos os fios a utilizar se

¹⁹ Note-se que isto não é verdade se existirem no circuito fontes de

corrente.

encontram em bom estado e fazem bom contacto.

1. PARTE 1

Nesta primeira parte do trabalho pretende-se verificar experimentalmente a lei de Ohm, usando uma resistência de carbono. A questão à qual queremos responder é: qual é o valor ohmico da resistência e qual a melhor forma de a medir?

Experiência 1

1. Comece por medir o valor ohmico da resistência que vai usar, assim como o das resistências internas do voltímetro e do amperímetro. Não se esqueça de estimar sempre a incerteza das medidas.
2. Confirme o valor ohmico da resistência, lendo o seu código de cores: compare o valor medido usando o ohmímetro com o do código de cores, tendo em atenção tanto o erro de medida devido a precisão finita do aparelho de medida como a tolerância do valor da resistência (também dado pelo código de cores).
3. Faça uma estimativa rápida de qual é a corrente máxima que vai medir, sabendo que $V_{max} \approx 12$ V. Escolha, de acordo com a sua estimativa, a escala do amperímetro apropriada.
4. Monte o circuito da Figura 1-a).
5. Ligue a fonte de tensão, certificando-se primeiro de que o controle de corrente está no mínimo. Após ligada a fonte, aumente lentamente o controle de tensão e de corrente até atingir o valor máximo de tensão desejado.
6. Faça variar a tensão eléctrica da fonte desde 0 V até 12 V e meça o correspondente valor da intensidade de corrente e da ddp usando dois multímetros. Registe um conjunto de 10 pares $\{I \text{ vs } V\}$. Não se esqueça de ir estimando a incerteza de cada um dos valores registados

Experiência 2

7. Depois de reduzir os controles de tensão e corrente da fonte, desmonte o circuito e monte o circuito mostrado na Figura 1 b). Repita todos os procedimentos anteriores.

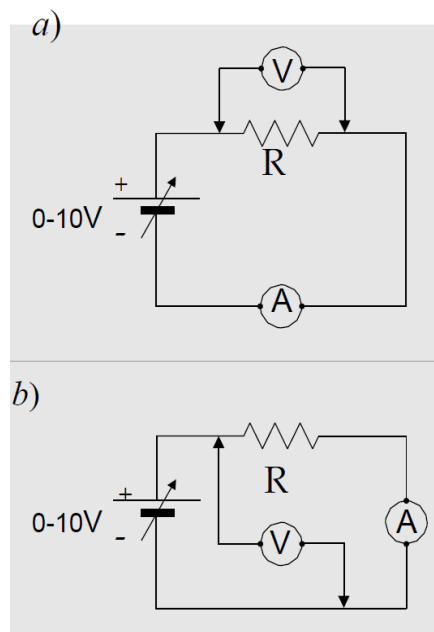


Figura 1 - Os dois circuitos a serem montados na 1ª parte do trabalho laboratorial.

Experiência 3

Desligue sempre a fonte de tensão antes de desmontar um circuito. Sempre que tiver dúvidas sobre o bom funcionamento do circuito que montou, consulte o professor antes de ligar a fonte. Se precisar de ligar ou desligar a fonte, reduza primeiro até zero a tensão aos seus terminais. Quando ligar a fonte pela primeira vez, certifique-se que esta tem a regulação de tensão e de controle de corrente no mínimo. Depois, aumente gradualmente a tensão até ao valor máximo que se pretenda (neste trabalho, ≈ 10 V), rectificando sempre o controle de limite de corrente a fim de manter a fonte em controlo de tensão. Note que este procedimento só funciona se a fonte puder debitar alguma corrente, ou seja, deverá ter uma carga aos seus terminais. Evite aumentar em demasia o limite de corrente, mantendo-o sempre no mínimo indispensável ao bom funcionamento do circuito: evitará prejuízos maiores caso aconteça um curto-circuito. Registe convenientemente todas as observações experimentais, valores medidos e cálculos efectuados. Antes de começar o trabalho, verifique com o ohmímetro ou o *buzzer* se todos os fios a utilizar se encontram em bom estado e fazem bom contacto.

Nesta experiência pretende-se verificar experimentalmente as leis de Kirchhoff num circuito constituído por três resistências de carbono, montadas em duas malhas independentes. Para isso será necessário medir as ddp e as intensidades das correntes em todos os componentes. A questão à qual queremos responder em cada um dos casos estudados é: são os valores medidos

consistentes com os valores calculados tendo em consideração (claro!) as respetivas margens de erro?

1. Comece por medir o valor ohmico das três resistências que vai usar. Não se esqueça de estimar sempre a incerteza das medidas.
2. Confirme se o valor ohmico medido para cada uma das resistências é compatível com o seu código de cores.
3. Escolha um dos circuitos da Figura 5 para ser montado.

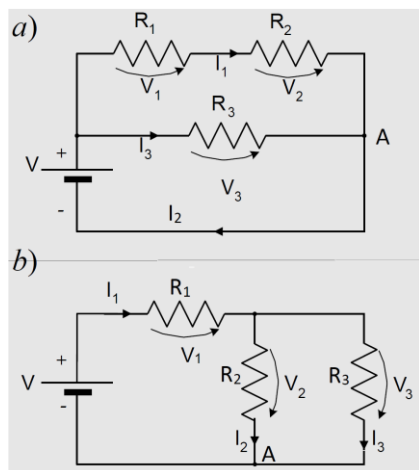


Figura 5 - Os dois circuitos possíveis com três resistências e duas malhas independentes: em cima, *duas resistências em série com uma em paralelo*; em baixo, *duas resistências em paralelo com uma em série*.

4. Faça uma estimativa rápida para a intensidade de corrente máxima que atravessa o circuito, sabendo que a tensão da fonte é $V \approx 10 \text{ V}$ e que

- $R_1 = 330 \, \Omega$
- $R_2 = 470 \, \Omega$
- $R_3 = 1.2 \text{ k}\Omega$

Escolha, de acordo com a sua estimativa, a escala do amperímetro apropriada.

5. Monte o circuito, respeitando a escolha do valor das resistências do ponto anterior.

6. Ligue a fonte de tensão, certificando-se primeiro que o controle de corrente está no mínimo. Após ligada a fonte, aumente lentamente os controles de tensão e de corrente até ao valor de tensão de $V = 10 \text{ V}$. Registe o valor desta tensão medida com o multímetro.

7. Registe os valores de I e V em cada uma das resistências e o V da fonte. Não se esqueça de estimar a incerteza de cada um dos valores registados.

Nota: Sempre que pretenda inserir o amperímetro no circuito, desligue a fonte de tensão reduzindo primeiro o controle de corrente até zero e não altere o valor de

tensão da fonte; após ter incluído o amperímetro no circuito, volte a ligar a fonte de tensão e aumente o controle do limite de corrente até a fonte ficar em controle de tensão; nesse momento a fonte deverá ter a mesma ddp aos seus terminais que tinha antes de ser desligada.

Apêndice A: O multímetro.

O multímetro é um aparelho de medida que, tal como o seu nome indica, é usado para medir várias grandezas eléctricas (*Física Experimental: Apêndice 2*). Dependendo da função do multímetro seleccionada, este aparelho pode ser usado (entre outras funções não especificadas aqui) como

- Voltímetro - mede a ddp (ou tensão) aos terminais de uma fonte ou condutor (normalmente referida por queda *de potencial*).
- Amperímetro - mede a intensidade de corrente eléctrica que percorre o condutor.
- Ohmímetro - mede a resistência eléctrica.

Note que o nome de cada um destes aparelhos de medida deriva da unidade S.I. da respectiva grandeza física que mede.

1. Princípio de funcionamento do multímetro em corrente contínua.

Os multímetros analógicos baseiam o seu funcionamento num dispositivo designado por *galvanómetro*. Um galvanómetro faz uso da existência da força magnética (a força de Lorentz) que é aplicada a um condutor se for atravessado por uma corrente eléctrica e quando imerso num campo magnético (homogéneo). Medindo de forma adequada essa força magnética, e sabendo *à priori* a magnitude do campo magnético, é possível aferir a intensidade de corrente eléctrica que atravessa o condutor. A leitura da corrente eléctrica com um galvanómetro é feita observando a rotação de um ponteiro, rotação essa proporcional à força magnética e logo à corrente eléctrica (*Física Experimental: Apêndice 2*).

Para medir outras grandezas eléctricas que não uma intensidade de corrente, o multímetro faz uso da lei de Ohm! O esquema de funcionamento simplificado é mostrado na Figura A.1.

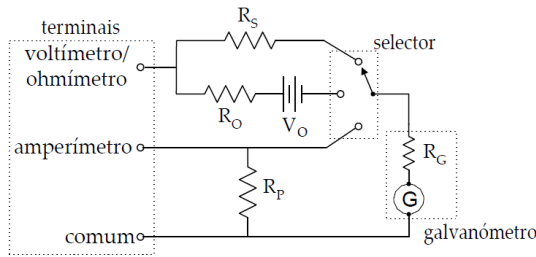


Figura A.1: Esquema de funcionamento de um multímetro baseado num galvanómetro. Ver detalhes no texto.

Assim, por exemplo, o valor V da medida de uma ddp é feita no multímetro, medindo a corrente eléctrica i_G que atravessa o galvanómetro quando os terminais *comum* e *voltímetro* são colocados em paralelo com V . Com o selector na posição do voltímetro essa corrente será igual a (ver Figura A.1) $i_G = V/(R_S + R_G)$, onde R_S é uma resistência ligada em série de valor ohmico elevado (da ordem de 10 MΩ) e R_G a resistência interna do galvanómetro. Sabendo o valor destas duas resistências (normalmente, resistências de precisão!) e do valor da corrente I , o multímetro dá o valor de V .

Querendo-se medir uma corrente eléctrica, os terminais a serem usados são o *comum* e o *amperímetro* da Figura A.1. Neste caso, a resistência R_P , de valor ohmico reduzido, é incluída em paralelo com o galvanómetro de forma a manter a resistência interna do amperímetro reduzida: isto fará com que as características do circuito externo não sejam muito alteradas com a inclusão do aparelho de medida (ver Apêndice B). A corrente a ser medida, I , relaciona-se com a corrente medida pelo galvanómetro como $i_G = (R_P/R_G)I$.

Finalmente, o ohmímetro é conseguido incluindo uma ddp V_0 em série com o galvanómetro e uma resistência de calibração R_0 , com o selector na posição intermédia na Figura A.1. Se se fechar este circuito com uma resistência externa R entre os terminais *comum* e *ohmímetro*, a corrente do galvanómetro será igual a $i_G = V_0/(R + R_0 + R_G)$ e, então, o valor medido para a resistência igual a $R = V_0/i_G - R_0 - R_G$. Note que os terminais *ohmímetro* e *voltímetro* coincidem no mesmo *borne*, sem que haja conflito entre os dois circuitos. O mesmo não acontece com o amperímetro que, devido à existência da resistência R_P , necessita ter o seu terminal isolado do terminal *voltímetro/ohmímetro*.

2. Multímetro digital. Estimativa de erros nas medidas com o multímetro digital

Os multímetros usados no laboratório de Introdução à Física Experimental são multímetros digitais. O princípio de funcionamento de um multímetro digital é algo diferente daquele descrito atrás pelo facto de o elemento central não ser um sensor de corrente (o galvanómetro), mas um Conversor Analógico-Digital (ADC): este dispositivo mede tensões (analógicas) e *devolve* um sinal digital. Este sinal digital é depois reconvertido adequadamente (digitalmente) para ser mostrado num ecrã, usualmente de cristais líquidos.

Tipicamente, o número de dígitos que um multímetro digital apresenta é 4. Assim, medidas possíveis de ddp são, por exemplo, 0.123 V, 12.34 V ou ainda 123.4 V.

A **resolução** da medida para cada um destes casos é, respectivamente, 1 mV, 10 mV e 0.1 V e corresponde à casa decimal do último dígito. É preciso ter em atenção que na maior parte dos multímetros a resolução da medida é diferente (menor) que a **precisão** da medida. Esta última é fornecida pelo fabricante do multímetro, descrita normalmente por uma expressão que envolve dois termos,

$$\delta X = X \cdot E_{rel} + n \cdot R \quad (B.1)$$

onde X é a medida efectuada, E_{rel} é um erro relativo (normalmente fornecido em valor percentual), R a resolução da medida e n um número inteiro. Nesta expressão, o primeiro termo é proporcional ao valor medido enquanto que o segundo é um termo *residual*, igual a um certo número n de dígitos de resolução: esta *imprecisão* está sempre presente, independentemente da magnitude do valor medido, X . Para valores de X pequenos, i.e., comparáveis à resolução, este segundo termo *domina* δX . Para valores grandes de X , o termo dominante é o que calcula a precisão da medida como proporcional ao valor medido.

Os parâmetros E_{rel} e n na Equação B1 variam, em geral, com a função e a escala que se escolha do multímetro. São, como se disse, fornecidos pelo fabricante do multímetro. Na Tabela I mostram-se estes parâmetros para um dos multímetros usados neste trabalho laboratorial. As tabelas para cada um dos aparelhos utilizados podem ser consultadas no laboratório.

Tabela I Tabela para o cálculo da precisão do multímetro para várias escalas das funções *voltímetro* e *amperímetro* (em corrente contínua) e ohmímetro. A precisão é referida como $\pm(a\% + b)$, onde a é o erro relativo em percentagem do valor medido e b a precisão mínima (absoluta) da medida em número de *algarismos de resolução* do aparelho.

Voltímetro		
escala	resolução	precisão
40.00 mV	0.01 mV	$\pm(0.3\% + 5)$
400.0 mV	0.1 mV	$\pm(0.3\% + 1)$
4.000 V	0.001 V	$\pm(0.3\% + 1)$
40.00 V	0.01 V	$\pm(0.3\% + 1)$

Amperímetro		
escala	resolução	precisão
4.000 mA	0.001 mA	$\pm(0.5\% + 5)$
40.00 mA	0.01 mA	$\pm(0.5\% + 2)$
4.000 A	0.001 A	$\pm(0.3\% + 5)$

Ohmímetro		
escala	resolução	precisão
40.00 k Ω	0.01 k Ω	$\pm(0.4\% + 1)$
4.000 k Ω	0.001 k Ω	$\pm(0.4\% + 1)$
400.0 Ω	0.1 Ω	$\pm(0.4\% + 2)$
400.0 k Ω	0.1 k Ω	$\pm(0.4\% + 1)$

Exemplos:

1- Medida: 2.220 V - Escala: 3.200 V

Fórmula da precisão (retirada da tabela): $\pm(0.3\% + 1)$

Nesta escala o dígito menos significativo equivale a 0.001V. Assim, de acordo com as especificações do multímetro, a precisão desta medida é:

$$\delta V = (0.3/100) \times 2.220 + 1 \times 0.001 = 0.00766$$

2- Medida: 12.22 V - Escala: 32.00 V

Fórmula da precisão (retirada da tabela): $\pm(0.3\% + 1)$

Nesta escala o dígito menos significativo equivale a 0.01V. Assim, de acordo com as especificações do multímetro, o erro máximo desta medida é:

$$\delta V = (0.3/100) \times 12.22 + 1 \times 0.01 = 0.04666$$

Incerteza na medida com um multímetro.

Será o **erro** ou **incerteza da medida** igual à **precisão** do aparelho? Não necessariamente! A **incerteza da medida** pode ser afectada, por exemplo, por outros factores como:

- flutuação do valor observado no mostrador do multímetro
- um erro sistemático devido à influência não desprezável da resistência interna do aparelho de medida.

Assim, é importante saber distinguir entre **resolução**, **precisão** e **erro de medida** ao usarmos um multímetro.

3. Como usar um multímetro digital

Para seleccionar cada uma das funções do multímetro digital é necessário acionar um seletor que, na maior parte das vezes, é semelhante ao mostrado no lado esquerdo da Figura A.2. Utilizar o multímetro numa determinada função envolve não só escolher adequadamente a posição do seletor da função desejada, mas também (e muito especialmente!) na forma como o inserimos no circuito e na escolha dos seus terminais de ligação.

Normalmente um multímetro tem 4 terminais de ligação ou, na gíria eletrotécnica, bornes (ver imagem da direita da Figura A.2).

Figura A.2 Na lado esquerdo desta figura mostra-se o



comutador de um multímetro digital semelhante aos usados nas aulas laboratoriais. As funções de voltímetro e amperímetro para *corrente contínua* correspondem às posições do comutador com os símbolos V e A respetivamente (note que, neste caso, o voltímetro tem duas escalas, uma delas para medir tensões fracas até 300 mV.) Outras funções úteis neste trabalho são a do ohmímetro, símbolo Ω no seletor, e do *buzzer*, a função que se segue (no sentido da rotação dos ponteiros dum relógio) a seguir à do ohmímetro. Do lado direito da imagem, mostra-se um (outro) multímetro digital, onde se podem observar os quatro bornes de ligação (ver texto).

Um destes bornes, tipicamente identificado com a cor preta, chama-se *borne comum* e é usado por todas as funções (i.e., deve estar sempre ligado!). As funções de voltímetro/ohmímetro usam o mesmo borne de ligação, devidamente identificado (tipicamente colocado

do lado direito ou por cima do borne comum).

Uma outra função que usa o mesmo borne do voltímetro é o *medidor de continuidade*, normalmente referido por *buzzer* por fazer um ruído contínuo quando os seus terminais são ligados a um circuito de reduzida resistência eléctrica: serve, essencialmente, para ver se uma determinada ligação eléctrica está bem estabelecida.

O amperímetro, além do terminal comum, tem geralmente dois terminais, um para ser usado quando se medem correntes elevadas (até 10 A) e um outro para correntes eléctricas até centenas de mA.

Ao contrário do terminal V/Ω , estes dois terminais do amperímetro estão protegidos com fusíveis. A resistência interna de amperímetro é da ordem de apenas alguns ohm (a do voltímetro à volta de 10 M Ω !) e se, inadvertidamente, se colocar um amperímetro *em paralelo* com uma ddp (i.e., aplicar uma tensão entre os terminais do amperímetro), a corrente eléctrica resultante seria suficiente para danificar o aparelho. Assim, caso se cometa este tipo de imprudência, (considerado **um dos pecados capitais neste laboratório!**), o resultado é queimar um fusível.

Apêndice B: Inserção do voltímetro/amperímetro em circuitos eléctricos. Resistências internas dos aparelhos.

Como foi referido na secção anterior (§B), o voltímetro e o amperímetro têm resistências internas muito diferentes. De facto, caso fosse tecnicamente possível, o ideal seria que a resistência do voltímetro fosse infinita e a do amperímetro nula. Se assim fosse, a inserção dos aparelhos de medida num circuito não modificaria as suas características eléctricas. Na realidade isto não acontece e existe sempre uma pequena perturbação da grandeza medida devido à inclusão do aparelho de medida.

O voltímetro mede uma diferença de potencial! Assim, os seus dois terminais devem ser colocados em pontos do circuito com potenciais eléctricos diferentes. Se não quisermos modificar as propriedades do circuito (e assim também da medida), o ideal é que nenhuma corrente eléctrica flua através do voltímetro. Ou seja, seria ideal que a resistência interna do voltímetro fosse infinita!

O amperímetro mede uma corrente eléctrica que passa instantaneamente num determinado ponto do circuito. Neste caso, e ao contrário do voltímetro, a medida é *local* e, para inserirmos o amperímetro num qualquer ponto do circuito, temos que *abrir* primeiro o circuito nesse ponto e inserir o amperímetro *em série* (ver Figura B.1)²⁰. Neste caso, como o amperímetro é

inserido em série no circuito, ele só não teria influência no circuito se a sua resistência interna fosse zero.

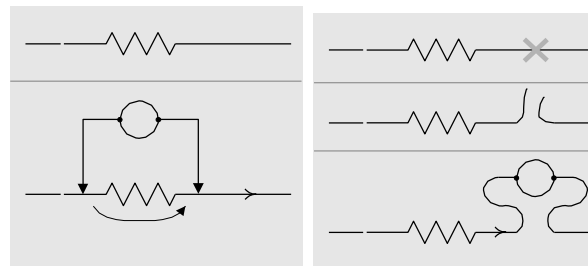


Figura B.1 Procedimento a seguir para se incluir um voltímetro (à esquerda) e um amperímetro (à direita) num circuito. A inclusão do voltímetro para medir a queda de potencial ΔV não oferece grande dificuldade: é apenas necessário ligar os seus terminais (ou pontas de prova) aos terminais da resistência. No caso da inclusão do amperímetro no circuito para medir a corrente que passa na resistência, é forçoso abrir primeiro o circuito (o que envolve, seguramente, desligar alguns dos seus fios ou cabos!)

A influência das resistências internas dos aparelhos de medida nos circuitos pode ser tomada em consideração nos cálculos que tenhamos que fazer, conhecendo os respectivos valores ohmicos e substituindo no esquema cada um dos aparelhos de medida pelo seu circuito equivalente. Assim, um voltímetro real pode ser visto como um voltímetro ideal (isto é, com resistência interna infinita) em paralelo com uma resistência R_V , a resistência interna real do aparelho (ver Figura B.2). O mesmo pode ser feito também para o amperímetro: aqui, o aparelho real é substituído pelo conjunto amperímetro ideal em série com a resistência r_A , a resistência interna do amperímetro.

Também as fontes de tensão apresentam resistências internas. Neste caso, a fonte real é formada por uma *força eletromotriz* em série com uma resistência. A queda de potencial nesta *resistência interna* reduz a tensão disponível aos terminais da fonte à medida que a corrente fornecida aumenta (*Física Experimental: Apêndice 2*). Neste trabalho vamos considerar que esta

²⁰ Note que o uso do voltímetro pode ser feito sem nunca ter que alterar o circuito: é apenas necessário *encostar* as pontas de prova do aparelho nos pontos onde se pretende medir a ddp. É impossível medir uma corrente eléctrica de um circuito com um

amperímetro sem ter de o modificar: temos sempre que incluir este aparelho de medida *dentro* do circuito, de forma que a corrente flua também através dele.

resistência interna é desprezável.

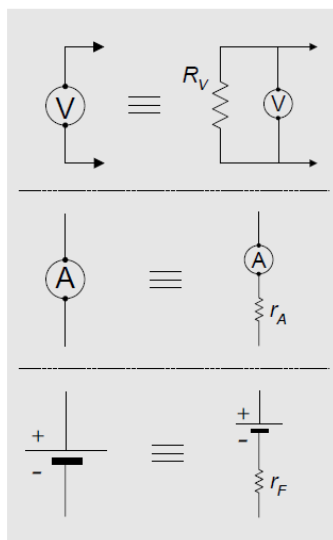


Figura B.2 Os instrumentos reais (lado esquerdo da figura) têm sempre uma resistência interna associada. Para cada um dos casos, é possível desenhar um circuito equivalente contruído à custa de instrumentos ideais e as suas resistências internas. Assim, um voltímetro ideal tem uma resistência infinita; um voltímetro real deve ser visto como tendo uma resistência elevada R_V em paralelo com um voltímetro ideal, R_V é tipicamente da ordem de 10 M Ω . Já o amperímetro real deve ser visto como um amperímetro ideal em série com a resistência interna r_A .

Apêndice C: Placas de montagem

As *placas de montagem* (ou *placas de teste*) foram concebidas para montar e testar circuitos elétricos e eletrónicos de forma expedita. Na Figura 9 apresenta-se uma fotografia de uma placa de montagem típica. Na Figura 10 apresenta-se um esquema dessa placa.



Figura 9 - Placa de montagem de circuitos de eletrônica.

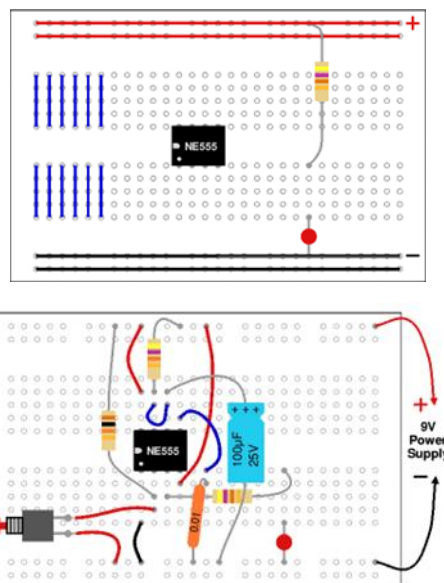


Figura 10 - Esquema de uma placa de montagem (em cima) e exemplo de montagem de um circuito sobre a placa de teste (em baixo).

Cada um dos buracos das placas de teste tem associado um sistema de mola que permite um bom contacto elétrico com o fio de ligação. Certos grupos de buracos estão internamente ligados entre si. Por exemplo, no caso da placa mostrada na parte superior da Figura 10 os cinco buracos das linhas verticais estão ligados internamente como se indica no esquema com traços contínuos. Os buracos que formam linhas horizontais (em cima e em baixo na placa) estão também interligados (linhas contínuas horizontais). A ligação entre buracos pode ser sempre confirmada recorrendo a um ohmímetro ou ao *buzzer*. Note-se ainda que a zona central tem um espaçamento entre buracos que permite montar directamente circuitos integrados. Na parte de baixo da Figura 10 apresenta-se um exemplo de montagem de um circuito numa placa de montagem. Constitui um bom hábito de trabalho a ligação dos terminais da fonte de tensão às linhas horizontais, que atravessam toda a placa tal como se indica nas duas imagens da Figura 10.

Apêndice D: Notas sobre análise dos resultados

Na análise dos resultados deve incluir os seguintes pontos.

Experiências 1 e 2 (Lei de Ohm)

- Construa os gráficos V versus I . Verifique a proporcionalidade entre V e I , ajustando uma recta ao conjunto de pontos.

- Compare o valor da resistência assim obtido com o valor lido com o multímetro. Analise aos erros de medida em ambos os casos.

- Compare os resultados obtidos nas duas experiências. Qual das montagens é a mais adequada para medir a resistência R ?

Experiência 3

- Desenhe o circuito que montou
- Com os valores medidos, verifique a lei dos nós para o nó A.
- Verifique a lei das malhas para a malha que inclui as resistências R_2 e R_3 .
- Verifique a lei das malhas para uma malha que inclua a fonte de tensão.
- Usando os valores medidos de R_1 , R_2 , e R_3 e de V , a ddp da fonte de tensão na Experiência 1, calcule, com base nas leis de Kirchhoff e/ou com as expressões para associação de resistências, as correntes I_1 , I_2 e I_3 , e as quedas de tensão V_1 , V_2 e V_3 , em cada uma das resistências.
- Faça uma estimativa da propagação das incertezas das medidas de R_1 , R_2 , R_3 e V nos valores calculados.
- Compare os valores calculados e medidos. Calcule os desvios percentuais.
- Calcule a resistência equivalente total do circuito.

Referências

- [1] *Physics for scientists and engineers with modern physics* (4th Edition), Raymond A. Serway, Saunders College Publishing (1996)
- [2] *Física Experimental - Uma introdução*, M. C. Abreu, L. Matias, L. F. Peralta, Presença (1994)