Trabalho 9: Circuitos de Corrente Alternada

Introdução à Física Experimental - 2019/20
Cursos: Lic. Física e M. I. Eng. Física
Departamento de Física - Universidade do Minho

Este trabalho laboratorial tem por objetivo estudar o circuito RC em corrente alternada sinusoidal, determinando a sua impedância, e determinar a frequência de ressonância do circuito RLC série. Faz-se uso da tensão e intensidade de corrente eficazes e da notação complexa para lidar com a corrente alternada sinusoidal. As medidas são realizadas recorrendo ao osciloscópio e ao multímetro.

Objectivos deste trabalho laboratorial:

- Estudar circuitos de corrente alternada sinusoidal sinusoidal usando o osciloscópio
- Observar tensões sinusoidais nos terminais de resistências, condensadores e bobines.
- Determinar impedâncias em circuitos de corrente alternada sinusoidal.
- Determinar a frequência de ressonância de um circuito RLC série.

I. Introdução

I.1. Corrente alternada sinusoidal: notação complexa

As fontes de tensão contínua, como o nome indica, são preparadas para manterem uma diferença de potencial constante entre os seus terminais. Deste modo, para caracterizarmos totalmente a tensão fornecida ao circuito só precisamos de medir o seu valor.

Quando a tensão fornecida é variável, a medição do seu valor não é só por si suficiente, uma vez que esse valor é função do tempo. Mais do que o seu valor num dado instante, precisamos de saber qual a sua forma ao longo do tempo, ou seja, a maneira como varia ao longo do tempo.

Neste trabalho apenas vamos utilizar tensões alternadas sinusoidais, e, neste caso, precisamos de conhecer a sua amplitude, a sua frequência e a sua fase para determinar a forma como a tensão ($V(t)$) e a intensidade de corrente ($I(t)$) variam com o tempo (t):

$$V(t) = V_{máx} \cos(\omega t + \alpha_V) \tag{1}$$

$$I(t) = I_{máx} \cos(\omega t + \alpha_I) \tag{2}$$

em que:

- $V_{máx}$ e $I_{máx}$ são as amplitudes da tensão ($= V_{pp}/2$) e da intensidade, respectivamente
- ω é frequência angular comum a todas as funções do circuito ($= 2\pi f$)
- α_V é a fase inicial de tensão (ângulo de fase quando $t = 0$)
- α_I é a fase inicial da corrente (ângulo de fase quando $t = 0$)

Utilizando a notação de números complexos e a fórmula de Euler ($e^{jx} = \cos x + j \sin x$, onde j é a unidade imaginária, $j^2 = -1$) estas funções passam a escrever-se:

$$\begin{aligned} V(t) &= V_{máx} \cos(\omega t + \alpha_V) \\ &= V_{máx} \operatorname{Re}\left(e^{j(\omega t + \alpha_V)}\right) \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} I(t) &= I_{máx} \cos(\omega t + \alpha_I) \\ &= I_{máx} \operatorname{Re}\left(e^{j(\omega t + \alpha_I)}\right) \end{aligned} \tag{4}$$

Nestes circuitos, onde a frequência é comum a todas as funções (tensão e corrente), é suficiente indicar a amplitude e a fase para identificar cada sinal. A expressão (3) pode ser escrita:

$$V(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re}\left(\frac{V_{máx}}{\sqrt{2}} e^{j\alpha_V} e^{j\omega t}\right) \tag{5}$$

onde o fator $\frac{1}{\sqrt{2}}$ é destacado por assim convir para cálculos que envolvam energia ou potência, passando somente a interessar determinar:

$$\bar{V} = \frac{V_{máx}}{\sqrt{2}} e^{j\alpha_V} \qquad (6)$$

Analogamente, para a expressão (4)

$$I(t) = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\left(\frac{I_{máx}}{\sqrt{2}} e^{j\alpha_I} e^{j\omega t}\right) \qquad (7)$$

com:

$$\bar{I} = \frac{I_{máx}}{\sqrt{2}} e^{j\alpha_I} \qquad (8)$$

em que $\frac{V_{máx}}{\sqrt{2}}$ e $\frac{I_{máx}}{\sqrt{2}}$ são, respetivamente, tensão eficaz e intensidade de corrente eficaz, e são os valores da média quadrática da respetiva função. Podem ser obtidos por medição direta nos multímetros e correspondem aos valores que teriam de ser usados num circuito de tensão contínua para que este libertasse a mesma energia, por efeito Joule.

I.2. Lei de Ohm em corrente alternada sinusoidal

Contrariamente aos circuitos de corrente contínua (DC), nos circuitos de corrente alternada (AC) existem outros componentes ativos além das resistências. Como pudemos observar em trabalhos anteriores, os condensadores são componentes capazes de armazenar energia eléctrica e cuja tensão aos seus terminais varia com o tempo até atingir uma tensão igual à da fonte. A partir desse momento, se a fonte for de corrente contínua (DC), o condensador comporta-se como um circuito aberto, deixando de haver corrente no circuito. De modo similar, uma bobine só produz algum efeito num circuito enquanto houver variação da corrente que a percorre. Deste modo, num circuito AC, o condensador e a bobina são componentes ativos.

Num circuito AC, composto apenas por componentes lineares (resistências, bobines e condensadores), a relação entre a tensão e a corrente é dada por uma expressão equivalente à lei de ohm para circuitos DC, e traduz-se por:

$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} \qquad (15)$$

onde $\bar{Z}$ representa a impedância do circuito. Quando a impedância é mínima, a corrente é máima.

Por se tratar de um número complexo, a impedância total do circuito é da forma:

$$\bar{Z} = R + jX \qquad (16)$$

sendo R a resistência total do circuito (componente real da impedância) e X a sua reatância (componente imaginária da impedância).

Ou, usando a notação de números complexos:

$$\bar{Z} = |\bar{Z}| e^{j\alpha_Z} \qquad (17)$$

com:

$$\alpha_Z = arctg\, {}^{X}\!/_{R} \qquad \text{e} \qquad |\bar{Z}| = \sqrt{(R^2 + X^2)}$$

Então, a Lei de Ohm ($\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}}$) vem

$$\frac{V_{ef}\, e^{j\alpha_V}}{I_{ef}\, e^{j\alpha_I}} = |\bar{Z}| e^{j\alpha_Z} \qquad (18)$$

onde $\alpha_Z = \alpha_V - \alpha_I$.

$$\frac{V_{ef}}{I_{ef}} = |\bar{Z}|$$

ou

$$\frac{|\bar{V}|}{|\bar{I}|} = |\bar{Z}| \qquad (19)$$

Logo:

$$\frac{\sqrt{2}V_{ef}}{\sqrt{2}I_{ef}} = |\bar{Z}| \qquad \text{ou} \qquad \frac{|\bar{V}_{máx}|}{|\bar{I}_{máx}|} = |\bar{Z}| \qquad (20)$$

O efeito de cada um dos componentes (resistências, bobines e condensadores) sobre o circuito é dado pela sua **impedância** que se traduzirá para cada um por:

Impedância resistiva	$\bar{Z}_R = R$	(puramente real)
Impedância indutiva	$\bar{Z}_L = j\omega L$ ou $\bar{Z}_L = \omega L e^{j\frac{\pi}{2}}$	(puramente imaginário)
Impedância capacitiva	$\bar{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$ ou $\bar{Z}_C = \frac{1}{\omega C} e^{-j\frac{\pi}{2}}$	(puramente imaginário)

em que:

L é a indutância da bobine

C é a capacidade do condensador.

Em corrente alternada, as leis de associação de impedâncias são similares às leis de associação de resistências em corrente contínua:

- associação em série:

$$\overline{Z}_{total} = \overline{Z}_1 + \overline{Z}_2 + \overline{Z}_3 + \ldots \qquad (24)$$

- associação em paralelo:

$$\frac{1}{\overline{Z}_{total}} = \frac{1}{\overline{Z}_1} + \frac{1}{\overline{Z}_2} + \frac{1}{\overline{Z}_3} + \ldots \qquad (25)$$

O ângulo de desfasamento, ou fator de potência, é dado por:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}(\overline{Z})}{\mathrm{Re}(\overline{Z})}\right). \qquad (26)$$

Por exemplo, num circuito em que a resistência, condensador e bobine estão em série (circuito RLC série) a impedância do circuito é dada por

$$\begin{aligned}\overline{Z} &= R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \\ &= R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\end{aligned} \qquad (27)$$

e a diferença de fase entre a corrente e a tensão vem

$$\phi = \arctan\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right) \qquad (28)$$

I.3. Ressonância num circuito RLC

Como foi referido, as impedâncias dos condensadores e das bobinas dependem da frequência angular (ω) da tensão aplicada ao circuito. Também foi visto que são imaginárias e que os sinais algébricos dessas impedâncias são opostos; as impedâncias das bobines e dos condensadores estão em oposição de fase (diferença de fase de 180°).

Num circuito RLC série haverá um valor de ω para o qual a componente imaginária da sua impedância se anula. Essa frequência é denominada "**frequência de ressonância**". Nessa situação a tensão e a corrente estão em fase e a impedância do circuito é apenas real e é mínima. Consequentemente, para essa frequência e para esse valor de tensão aplicada, a intensidade de corrente é máxima.

De facto, em ressonância, a equação (27) reduz-se a $\overline{Z} = R$. Neste caso a frequência para a qual isso acontece (ω_0, frequência de ressonância), será tal que

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0,$$

de onde se conclui que

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (29)$$

Utilizando a expressão (28) para a situação de ressonância vem

$$\phi_{resson} = \arctan(0) = 0.$$

Isto é, em ressonância a tensão e a corrente no circuito estão em fase.

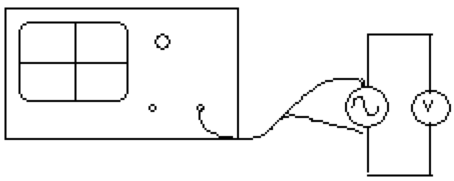
II. Procedimento experimental

II.1. Material:

- Osciloscópio
- Bobine de 39 mH
- Condensador de 4,7μF
- Resistência de ~330Ω
- Multímetro
- Gerador de funções
- Fios de ligação

II.2. Análise de uma tensão sinusoidal

Ligue em paralelo o multímetro e o osciloscópio ao seu gerador de funções como se indica na figura seguinte e, usando o osciloscópio, regule o último para um sinal sinusoidal com uma frequência de 500 Hz e uma tensão V_{pp} = 3 V.



Meça os seguintes valores de tensão aos terminais do gerador de funções utilizando o osciloscópio ou o voltímetro.

$V_{máx}$ = ____________

V_{pp} = ____________

$V_{ef} =$ ______________

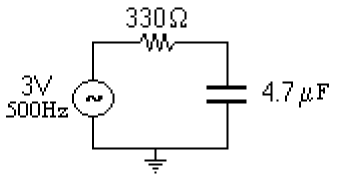
$T=$ ______________

Verifique se os valores experimentais da tensão confirmam a relação esperada:

$$V_{ef} = \frac{V_{máx}}{\sqrt{2}}$$

II.3. Estudo de um circuito RC série

a) Monte o circuito RC seguinte:



b) Meça a tensão aos terminais do condensador e o seu desfasamento em relação à tensão da fonte, usando o osciloscópio.

$\left|\overline{V_C}\right| =$ ______________

$Arg(\overline{V_C}) =$ ______________

c) Meça a corrente no circuito e o seu desfasamento em relação à tensão da fonte, usando o osciloscópio.

$\left|\overline{I}\right| =$ ______________

$Arg(\overline{I}) =$ ______________

Note que:

- a corrente no circuito pode ser determinada a partir da medida da tensão aos terminais da resistência, uma vez que na resistência a corrente e a tensão estão em fase:

$$|\bar{I}| = |\overline{V_R}|/R; Arg(\bar{I}) = Arg(\overline{V_R})$$

- para observar simultaneamente no osciloscópio a tensão na resistência e a tensão no gerador (com as terras do gerador e dos dois canais do osciloscópio em comum) é necessário mudar a posição da terra indicada na figura.

d) Usando o multímetro meça a tensão aos terminais do condensador, $\left|\overline{V_C}\right|$, a intensidade de corrente que atravessa o circuito, $\left|\overline{I}\right|$, e compare com os valores obtidos nas alíneas b) e c).

$\left|\overline{V_C}\right| =$ ______________

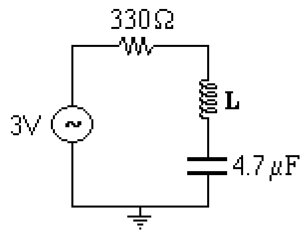
$\left|\overline{I}\right| =$ ______________

e) Usando os valores obtidos na alínea anterior calcule a módulo da impedância do condensador.

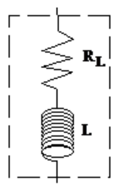
f) A partir das características do condensador e do sinal, calcule o módulo da impedância do condensador e compare com os valores obtidos em e).

II.4. Estudo de um circuito RLC série

a) Monte o circuito (RLC) seguinte:



Note que a parte real da impedância deste circuito é maior que 330 Ω, uma vez que a bobine real é equivalente a uma bobine ideal de indutância L em série com a resistência R_L do fio que a constitui:



b) Visualize no osciloscópio a tensão aos terminais da resistência e a tensão aos terminais do gerador.

c) Determine a frequência de ressonância do circuito, variando a frequência do gerador até que a corrente no circuito (proporcional à tensão nos terminais da resistência) passe por um máximo.

$f_{ressonância}=$ ______________

d) Determine a frequência de ressonância usando o desfasamento entre a corrente no circuito e tensão no gerador.

$f_{ressonância} =$ ______________

d) Compare os valores obtidos em c) e d) com o valor teórico.

Referências

[1] *Física Experimental - Uma introdução*, M. C. Abreu, L. Matias, L. F. Peralta, Presença (1994)