

Problemas- Movimento oscilatorio

7.1 Um corpo oscila com movimento harmónico simples sobre o eixo dos x. O seu deslocamento varia com o tempo, de acordo com a equação $x=(4.0\text{ m})\cos(\pi t+\pi/4)$, onde t está em s, e os ângulos entre parênteses estão em radianos. a) Determinar a amplitude, a frequência e o período do movimento. b) Calcular a velocidade e a aceleração do corpo em qualquer instante t. c) Usando os resultados obtidos em b), determinar a posição, a velocidade e a aceleração do corpo no instante $t=1\text{ s}$. d) Determinar a velocidade máxima e a aceleração máxima do corpo. e) Achar o deslocamento do corpo em $t=0$ e $t=1\text{ s}$. f) Qual a fase do movimento em $t=2\text{ s}$?

7.2 Um carro, de massa 1300 kg, foi construído com o chassi suportado por quatro molas helicoidais. Cada mola tem a constante de força igual a 20000 N/m. Se duas pessoas estiverem no carro, com a massa total de 160 kg, achar a frequência de vibração do carro, ao passar por um buraco na estrada.

7.3 Uma massa de 200 g está ligada a uma mola leve, com a constante de força igual a 5 N/m, e pode oscilar sobre uma superfície horizontal, sem atrito. Se a massa for deslocada 5 cm em relação à posição de equilíbrio (para a direita), a) achar o período do movimento. b) Determinar a velocidade máxima da massa. c) Qual a aceleração máxima da massa?. d) Expressar o deslocamento, a velocidade e a aceleração em função do tempo.

7.4 Uma massa de 0.5 kg, ligada a uma mola leve de constante de força igual a 20 N/m, oscila sobre uma superfície horizontal sem atrito. a) Calcular a energia total do sistema e a velocidade máxima da massa, se a amplitude do movimento for 3 cm. b) Qual a velocidade da massa quando o deslocamento for igual a 2 cm?. c) Calcular a energia cinética e a energia potencial do sistema quando o deslocamento for 2 cm.

7.5 Uma pessoa entra numa torre elevada e quer saber a altura da torre. Observa um comprido pêndulo que desce do teto da torre até quase o piso, e que oscila com o período de 12 s. a) Qual a altura da torre?. b) Se o pêndulo descrito nesse exemplo for levado para a Lua, onde a aceleração da gravidade é 1.67 m/s^2 , qual seria o período de oscilação.

7.6 Uma barra uniforme, de massa M e comprimento L, oscila num plano vertical em torno a um eixo que passa por uma das suas extremidades (Fig. 1). Achar o período de oscilação da barra se a amplitude da oscilação for pequena. Calcular o período de uma vara de um metro pivotada numa das suas extremidades e oscilando num plano vertical, como a barra da Fig. 1.

7.7 Uma partícula descreve, no sentido anti-horário, um círculo de raio 3.0 m, com velocidade angular constante de 8 rad/s. Em $t=0$, a partícula tem a coordenada $x=2.0\text{ m}$. a) Determinar a coordenada x em função do tempo. b) Achar a componente x da velocidade da partícula e a da aceleração da partícula num instante t qualquer.

Problemas adicionais

7.8 O deslocamento de um corpo é dado pela expressão $x=(8.0\text{ cm})\cos(2t+\pi/3)$, onde x está em cm, e t em s. Calcular a) a velocidade e a aceleração quando $t=\pi/2\text{ s}$, b) a

velocidade máxima e o primeiro instante ($t > 0$) em que a partícula atinge tal velocidade e c) a aceleração máxima e o primeiro instante ($t > 0$) em que a partícula tem essa aceleração.

7.9 Uma partícula, efectuando um movimento harmónico simples sobre o eixo dos x , parte da origem quando $t=0$ e se desloca para a origem. Se a amplitude do seu movimento for 2 cm e se a frequência for 1.5 Hz, a) mostrar que o seu deslocamento é dado por $x=(2 \text{ cm})\sin(3\pi t)$. Determinar b) a velocidade máxima e o primeiro instante ($t > 0$) em que a partícula alcança essa velocidade, c) a aceleração máxima e o primeiro instante ($t > 0$) em que a partícula tem essa aceleração e d) a distância total percorrida pela partícula entre $t=0$ e $t=1$.

7.10 Um corpo de massa 1 kg está preso a uma mola de constante de força 25 N/m, e oscila numa superfície horizontal, sem atrito. Em $t=0$, a massa é solta em repouso em $x=-3$ cm. (Isto é, a mola está comprimida de 3 cm). Achar a) o período do movimento, b) os valores máximos da velocidade e da aceleração e c) o deslocamento, a velocidade e a aceleração em função do tempo.

7.11 Uma massa de 0.5 kg, presa a uma mola de constante de força 8 N/m, vibra com um movimento harmónico simples que tem a amplitude de 10 cm. Calcular a) o valor máximo da sua velocidade e o da sua aceleração, b) a velocidade e a aceleração quando a massa estiver a $x=6$ cm da posição de equilíbrio e c) o intervalo de tempo que a massa leva para ir de $x=0$ até $x=8$ cm.

7.12 Uma partícula está pendurada numa mola ideal com frequência angular de oscilador $\omega_0=2.0$ rad/s. A mola, está pendurada no teto de um elevador, e está imóvel (em relação ao elevador), quando este desce com a velocidade constante 1.5 m/s. O elevador então pára subitamente. a) Com que amplitude irá a partícula a oscilar? b) Qual a equação do movimento da partícula? (Escolher a direcção para cima como a positiva).

7.13 Um corpo de 50 g, ligado a uma mola leve, que tem a constante de força 35 N/m, oscila sobre uma superfície horizontal com uma amplitude de 4 cm. O atrito é desprezível. Achar a) a energia total do sistema oscilante e b) A velocidade da massa quando o deslocamento for 1 cm. Quando o deslocamento for 3 cm, achar c) a energia cinética e d) a energia potencial.

7.14 Um corpo de 2 kg de massa, preso a uma mola, é colocado sobre uma superfície horizontal lisa. Uma força horizontal de 20 N é necessária para manter o corpo em repouso quando for puxado 0.2 m em relação à sua posição de equilíbrio (que é a origem do eixo dos x). A massa agora é libertada em repouso, com um deslocamento inicial $x_0=0.2$ m, efectuando depois oscilações harmónicas simples. Achar a) a constante de força κ da mola, b) a frequência f das oscilações e c) a velocidade máxima v_{\max} do corpo. Onde ocorre essa velocidade máxima? d) Determinar a aceleração máxima a_{\max} da massa. Onde ela ocorre? e) Achar a energia total E do sistema oscilante. Quando o deslocamento x for igual a um terço do seu valor máximo, achar f) a velocidade e g) a aceleração do corpo.

7. 15 Um pêndulo simples tem a massa de 0.25 kg e o comprimento de 1 m. O pêndulo é afastado 15° em relação à posição de equilíbrio e depois é solto. Qual é a) a velocidade máxima? b) A aceleração angular máxima? c) A força restauradora máxima?

7.16 A roda do balancim de um relógio tem o período de oscilação igual a 0.25 s. A roda foi construída de modo que tem 20 g de massa concentrada sobre um aro estreito de 0.5 cm de raio. Qual é a) o momento de inércia da roda? b) A constante de torção associada à mola do balancim.

7.17 Mostrar que a taxa temporal de variação da energia mecânica de um oscilador amortecido, livre, é dada por $dE/dt = -bv^2$, e é por isso, *sempre negativa*.

7.18 Um corpo de 2 kg de massa está ligado a uma mola que é activada por uma força externa $F = (3 \text{ N})\cos(2\pi t)$. Se a constante de força da mola for 20 N/m, determinar a) o período e b) a amplitude do movimento. (*Sugestão*: admitir que não há amortecimento).

7.19 Quando o pêndulo simples (Fig. 2), faz um ângulo θ com a vertical, a sua velocidade é v . a) Calcular a energia mecânica total do pêndulo em função de θ e de v . b) Mostrar que, quando θ for pequeno, a energia potencial pode ser expressa como $mgL\theta^2/2 = m\omega^2 s^2/2$. (*Sugestão*: Na parte b) aproximar $\cos\theta$ por $\cos\theta \approx 1 - \theta^2/2$.)

7.20 Uma prancha horizontal, de massa m e comprimento L , está articulada numa extremidade, e a extremidade oposta se liga a uma mola helicoidal de constante de força κ (Fig. 3). O momento de inércia da prancha em relação à articulação é $mL^2/3$. Se a prancha for afastada um pequeno ângulo θ em relação à posição horizontal e for depois solta, mostrar que efectuará um movimento harmónico simples com uma frequência angular dada por $\omega = (3\kappa/m)^{1/2}$.

7.21 Um pêndulo, de comprimento L e massa M , tem uma mola de constante de força κ , ligada a uma distância h do ponto de suspensão do pêndulo (Fig. 4). Achar a frequência de vibração do sistema quando a amplitude for pequena (θ pequeno). (Admitir que a suspensão vertical, de comprimento L , seja rígida, mas desprezar a respectiva massa).

7.22 Uma massa m oscila livremente, pendurada em uma mola vertical (Fig. 5). Quando $m = 0.81 \text{ kg}$, o período é 0.91 s. Um corpo de massa desconhecida, pendurado à mesma mola, proporciona um período de 1.16 s. Determinar a) a constante da mola κ e b) a massa desconhecida.

7.23 Uma chapa plana P efectua um movimento harmónico simples horizontal, escorregando sobre uma superfície sem atrito, com a frequência $f = 1.5 \text{ Hz}$. Um bloco B se encontra sobre a chapa (Fig. 6), e o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a chapa é $\mu_s = 0.60$. Que amplitude máxima de oscilação o sistema chapa-bloco pode ter, sem que o bloco escorregue sobre a chapa?

7.24 Uma barra comprida, delgada, de massa M e comprimento L , oscila em torno do seu centro, apoiada num cilindro de raio R (Fig. 7). Mostrar que, com os deslocamentos pequenos, o movimento é harmónico simples com o período $\pi L/(3gR)^{1/2}$.

7.25 Um pêndulo simples, com o comprimento 2.23 m e massa de 6.74 kg, recebe uma velocidade inicial de 2.06 m/s, na sua posição de equilíbrio. Admita que o movimento seja harmónico simples e determine a) o período, b) a energia total e c) o deslocamento angular máximo.

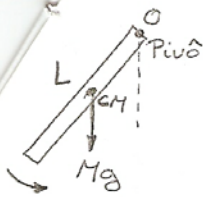


Fig. 1

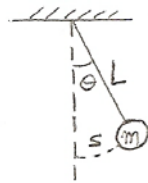


Fig. 2

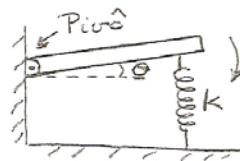


Fig. 3

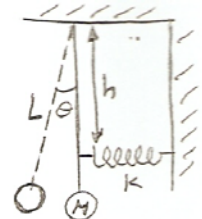


Fig. 4

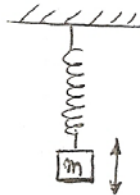


Fig. 5

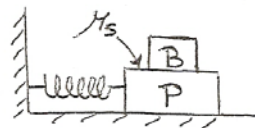


Fig. 6

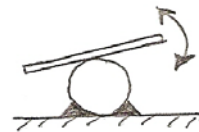


Fig. 7

- 7.1 a) $A = 4.0 \text{ m}$, $\omega = \pi \text{ rad/s}$
 $\delta = 0.50 \text{ s}$, $T = 2.0 \text{ s}$
 b) -2.83 m ; 8.83 m/s ; 27.9 m/s^2
 c) $4\pi \text{ m/s}$; $4\pi^2 \text{ m/s}^2$
 d) -5.66 m
 e) $9\pi/4 \text{ rad}$
- 7.2 1.18 Hz
- 7.3 a) 1.26 s ; b) 0.250 m/s ; c) 1.25 m/s^2
- 7.4 a) $9 \times 10^3 \text{ J}$; 0.190 m/s ; b) $\pm 0.141 \text{ m/s}$
 c) $5 \times 10^3 \text{ J}$; $4 \times 10^3 \text{ J}$
- 7.5 a) 35.7 m ; b) 29.1 s
- 7.6 a) $2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$; b) 1.64 s
- 7.7 $\delta = 48^\circ = 0.844 \text{ rad}$
- 7.8 a) 13.9 cm/s ; b) 16.0 cm/s ; c) 32.0 cm/s^2
 16.0 cm/s^2 ; $t = 0.262 \text{ s}$; $t = 1.05 \text{ s}$
- 7.9 a) $2 \sin 3\pi t \text{ cm}$; b) $6\pi \text{ cm/s}$; c) $18\pi^2 \text{ cm/s}^2$
 $t = 0.1/3 \text{ s}$; $t = 0.500 \text{ s}$
 d) 12.0 cm
- 7.10 a) 1.26 s ; b) 0.150 m/s ; c) 0.750 m/s^2 —
- 7.11 a) 40 cm/s ; 160 cm/s^2 ; b) 32.0 cm/s ; -96.0 cm/s^2
 c) 0.232 s
- 7.12 a) 0.750 m ; b) $-(0.750 \text{ m}) \sin 2.0 t$
- 7.13 a) 0.0283 ; b) 1.02 m/s ; c) 12.2 m/s ; d) 15.8 m/s
- 7.14 a) 100 N/m ; b) 1.13 Hz ; c) 1.44 m/s ; d) 10 m/s^2
 e) 23 ; f) 1.33 m/s ; g) 333 m/s^2
- 7.15 a) 0.817 m/s ; b) 2.54 rad/s ; c) 0.634 N
- 7.16 $3.16 \times 10^{-4} \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$
- 7.17 —
- 7.18 a) 1.0 s ; b) 5.09 cm
- 7.19 a) —; b) $\frac{m\omega^2 s^2}{2}$
- 7.20 —
- 7.21 $\delta = \frac{1}{2H} \sqrt{\frac{Mgk + kL^2}{ML^2}}$
- 7.22 a) 38.6 N/m ; b) 1.32 kg
- 7.23 6.62 cm
- 7.24 $T = \frac{HL}{\sqrt{3gR}}$
- 7.25 a) 3.00 s ; b) 14.3 s