Problemas de cinemática

Ricardo Mendes Ribeiro

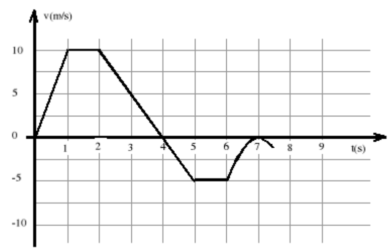
11 de Fevereiro de 2018

Cinemática da Partícula

Casos abstractos

1. Quanto tempo demora a luz do Sol a chegar à Terra? ($c = 3 \times 10^8$ m/s; distância Terra-Sol: 149.6×10^6 km)

2. O gráfico da figura representa a velocidade escalar de um ponto material, em função do tempo. A trajectória é uma linha recta e inicialmente, o ponto material desloca-se de Sul para Norte.



   (a) Indicar em qual dos três intervalos de tempo, [2, 3] s, [4, 5] s e [6, 7] s:
   i) é máximo o módulo da velocidade média.
   ii) é mínimo o espaço percorrido.

   (b) Determinar a aceleração no instante t = 3 s.

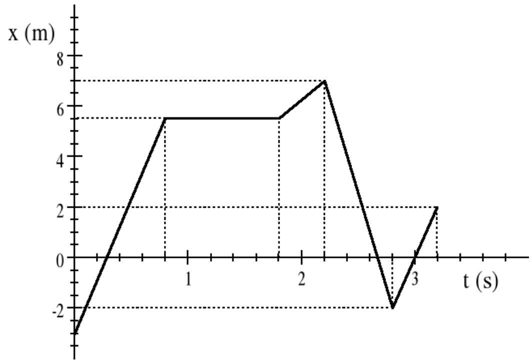
   (c) Durante o intervalo de tempo [2, 5] s indicar o espaço percorrido e o deslocamento do ponto material.

   (d) Em que instante esteve o ponto material mais distante do ponto de partida?

   (e) Construir o gráfico a(t) para o movimento deste ponto no intervalo de 0 a 7 s.

   R: [1]

3. A posição de um corpo em função do tempo é dada na figura abaixo.



(a) Indique:

  i. onde é que o movimento tem o sentido positivo do eixo dos xx e onde tem sentido negativo.
  ii. quando é que o movimento é acelerado e quando é retardado.
  iii. quando é que o corpo passa pela origem.
  iv. quando é que a velocidade é zero.

(b) Fazer um esboço da velocidade e da aceleração em função do tempo. Estimar, a partir do gráfico, a velocidade média nos intervalos:

  i. [1, 3] s.
  ii. [1, 2.2] s.
  iii. [1, 1.8] s.

R: [2]

4. O movimento de um ponto material é definido pela equação: $x = 2t^2 - 8t - 1$ (SI)

   (a) Qual é a forma da trajectória?
   (b) Qual a coordenada da posição no início do movimento?
   (c) Qual a posição quando a velocidade se anula?
   (d) Determine a aceleração do ponto material.
   (e) Caracterize o movimento.

   R: [3]

5. A aceleração de uma partícula é definida pela relação $a = -2$ m/s^2. Sabendo que $v = 8$ m/s e $x = 0$, quando $t = 0$, determine a velocidade e a posição quando $t = 6$ s e a distância total percorrida desde o instante inicial até $t = 6$ s.

   R: [4]

6. Uma partícula move-se ao longo de um eixo tal que a sua posição em qualquer instante é dada por (SI):

$$s = 2t^2 - 10t$$

   Determine:

   (a) a velocidade média da partícula no intervalo de tempo [2, 4] s.
   (b) a velocidade instantânea para t = 2 s.

(c) a aceleração no instante t = 2 s.

(d) o intervalo de tempo durante o qual o movimento é acelerado.

(e) o intervalo de tempo durante o qual o movimento é retardado.

7. Uma partícula desloca-se ao longo de uma trajectória rectilínea. A posição da partícula em cada instante é dada pela equação (SI):

$$x = 2t^3 - 24t + 6$$

Determine:

(a) o tempo necessário para a partícula atingir a velocidade de 72 m/s.

(b) a aceleração da partícula quando a sua velocidade é 30 m/s.

8. O movimento de uma partícula é definido pela expressão: $x = t^3 - 9t^2 + 24t - 8$ na qual x e t são expressos, respectivamente em milímetros e em segundos. Determine:

(a) o instante em que a velocidade é zero.

(b) a posição, o deslocamento e o espaço total percorrido quando a aceleração é nula.

R: [5]

9. O movimento de um ponto material é definido pela relação

$$x = \frac{t^3}{3} - 3t^2 + 8t + 2$$

onde, x é expresso em metros e t em segundos. Determine:

(a) O instante em que a velocidade se anula.

(b) A posição e a distância total percorrida quando a aceleração se anula.

R: [6]

10. Uma partícula oscila entre os pontos correspondentes a $x = 40$ mm e $x = 160$ mm com uma aceleração $a = k(100 - x)$, com k constante. A velocidade da partícula é de 18 mm/s quando $x = 100$ mm e torna-se nula para as posições $x = 40$ mm e $x = 160$ mm. Determine:

(a) o valor de k

(b) a velocidade quando $x = 120$ mm.

11. A aceleração de uma partícula é definida através da relação:

$$a = 0.4(1 - kv)$$

onde k é uma constante. Sabendo que em $t = 0$ a partícula parte do repouso em $x = 4$ m, e que quando $t = 15$ s, $v = 4$ m/s, determine:

(a) a constante k.

(b) a posição da partícula quando $v = 6$ m/s.

(c) o valor máximo da velocidade.

12. A aceleração de uma partícula é definida pela expressão: $a = A - 6t^2$, em que A é uma constante. No instante $t = 0$, a partícula parte da posição $x = 8$ m com $v = 0$. Sabendo que em $t = 1$ s, $v = 30$ m/s, determine:

    (a) os instantes para os quais a velocidade é nula.

    (b) o espaço total percorrido até $t = 7$ s.

    R: [7]

13. A aceleração de um ponto material é definida pela relação $a = kx^{-2}$. O ponto material parte com velocidade nula em $x = 0.3$ m e observa-se que a sua velocidade quando se encontra muito longe da origem (no infinito) é de $v = 0.2$ m/s. Determine o valor de k.

    R: [8]

14. Sabe-se que desde $t = 2$ s até $t = 10$ s a aceleração de uma partícula é inversamente proporcional ao cubo do tempo t. Quando $t = 2$ s, $v = -15$ m/s, e quando $t = 10$ s, $v = 0.36$ m/s. Sabendo que em $t = 2$ s, a partícula está duas vezes mais distante da origem do que em $t = 10$ s, determine:

    (a) as posições da partícula para $t = 2$ s e para $t = 10$ s.

    (b) a distância total percorrida pela partícula desde $t = 2$ s até $t = 10$ s.

    R: [9]

Casos práticos

15. Um camião move-se a uma velocidade constante de 64 km/h ao longo de uma estrada. O camião é seguido por um carro (de comprimento 4.8 m) com a mesma velocidade, que inicia a ultrapassagem com uma aceleração constante de 1.5 m/s^2. O camião tem 18 metros de comprimento, e é necessário que haja 12 metros de distância entre os veículos para se iniciar uma ultrapassagem segura. A ultrapassagem só é considerada terminada quando o carro se tiver distanciado 12 metros do camião.

    (a) Quanto tempo demorará o carro a ultrapassar o camião?

    (b) Que distância percorrerá o carro na ultrapassagem?

    (c) Com que velocidade o carro terminará a ultrapassagem?

    R: [10]

16. Para determinar a profundidade de um poço, um rapaz deixou cair dentro do poço uma pedra e cronometrou o intervalo de tempo desde que largou a pedra até que ouviu o som produzido pela pancada no fundo do poço. Esse intervalo de tempo foi de 3 s. Considerando a velocidade do som igual a 340 m/s, determine a profundidade do poço e a velocidade com que a pedra embateu no fundo do poço.

    R: [11]

17. Dois comboios partem, no mesmo instante, de duas cidades afastadas 75 km; os dois comboios aproximam-se um do outro e movem-se com velocidade de 15 km/h, em linhas paralelas. Imagine que um pássaro se move entre os dois comboios, para a frente e para trás, com uma velocidade constante de 20 km/s, até que os comboios se encontram. Calcule a distância percorrida pelo pássaro.

    R: [12]

18. Um electrão com velocidade inicial $v_0 = 1.5 \times 10^4$ m/s entra numa região de 1 cm de largura onde é acelerado pela acção do campo eléctrico. O electrão emerge do campo considerado com velocidade 5.0×10^6 m/s. Calcule a aceleração do electrão. Suponha que o movimento do electrão seja rectilíneo e que a aceleração seja constante. Compare este valor a que estamos sujeitos devido à gravidade.

Movimento no plano e no espaço

19. As coordenadas de uma partícula material, com movimento no plano xy, variam no tempo segundo as leis (SI):

$$x(t) = 3t \qquad (1)$$
$$y(t) = 6t^2 + 2 \qquad (2)$$

    (a) Escreva a equação da trajectória da partícula material.
    (b) Represente-a graficamente no plano xy.
    (c) Em que sentido é que a trajectória é percorrida?
    (d) Calcule a distância à origem no instante $t = 2$ s.
    (e) Calcule o instante de tempo em que a partícula se encontra mais perto da origem e a distância à origem nesse instante.

    R: [13]

20. As equações do movimento de uma partícula (x, y em m, quando t em s) são:

$$x = 20 - 3t^2 \qquad (3)$$
$$y = 2t + 5t^2 \qquad (4)$$

    Calcular em $t = 1$ s:

    (a) a distância da partícula à origem.
    (b) os vectores velocidade e aceleração.
    (c) as componentes normal e tangencial da aceleração.
    (d) o raio de curvatura da trajectória.

    R: [14]

21. As coordenadas de uma partícula que se move no plano xy são (SI):

$$x = 3t + 5 \qquad (5)$$
$$y = 0.5t^2 + 3t - 4 \qquad (6)$$

(a) Escreva a expressão do vector de posição da partícula em função do tempo.
(b) Calcule a grandeza da velocidade no instante de tempo $t = 4$ s.
(c) Determine o ângulo formado pelos vectores velocidade e aceleração no instante $t = 4$ s.

22. O movimento de um ponto material é descrito pelas equações:

$$x(t) = \frac{t^3}{2} - 2t^2 \tag{7}$$
$$y(t) = \frac{t^2}{2} - 2t \tag{8}$$

onde x e y são expressos em metros e t em segundos. Determine:

(a) a velocidade e a aceleração quando $t = 1$ s.
(b) a velocidade e a aceleração quando $t = 3$ s.
(c) o instante em que o valor da coordenada y é mínimo.
(d) a velocidade e a aceleração do ponto material nesse instante.

23. Num dado instante, a velocidade $\vec{v}$ e a aceleração $\vec{a}$ duma partícula, são dadas por:

$$\vec{v} = \vec{e}_x - \vec{e}_y + 2\vec{e}_z \tag{9}$$
$$\vec{a} = \vec{e}_y + \vec{e}_z \tag{10}$$

Sabe-se que o vector velocidade tem, em cada instante, a direcção da tangente à trajectória no ponto ocupado pela partícula nesse instante. Calcule:

(a)) para o instante considerado no enunciado, o versor da tangente à trajectória.
(b)) as componentes da aceleração segundo:
   i.) a direcção da tangente.
   ii.) uma direcção perpendicular à tangente e contida no plano definido por $\vec{v}$ e $\vec{a}$.

24. O vector de posição de uma partícula é ($|\vec{r}|$ em m e t em s)

$$\vec{r} = 5t\ \vec{e}_x + 10t^2\ \vec{e}_y$$

Determine:

(a) o vector velocidade em qualquer instante e a sua grandeza.
(b) a equação da trajectória e faça um esboço dela.
(c) o vector aceleração em qualquer instante e represente-o em alguns pontos da trajectória esboçada em b).

25. O vector posição de uma partícula é:

$$\vec{r} = (8t - 5)\vec{e}_x + (-5t^2 + 8t)\vec{e}_y$$

(a) Qual a posição da partícula no início do movimento?

(b) Em que instantes a partícula atravessa cada um dos eixos coordenados?

(c) Deduza o vector velocidade da partícula.

(d) Deduza o vector aceleração.

(e) Escreva a equação cartesiana da trajectória.

R: [15]

26. Uma partícula tem uma velocidade, em qualquer instante t, dada por (SI):

$$\vec{v} = \vec{e}_x + 3t\vec{e}_y + 4t\vec{e}_z$$

Sabendo que partiu do ponto A (10, 0, 0) em $t = 0$ s, determine, em qualquer instante:

(a) o raio vector de posição e a distância à origem.

(b) os vectores aceleração tangencial e normal.

R: [16]

27. Uma partícula movimenta-se de modo a que a sua aceleração seja dada por:

$$\vec{a}(t) = 2e^{-t}\vec{e}_x + 5\cos(t)\vec{e}_y - 3\sin(t)\vec{e}_z$$

Se a partícula está localizada em (1, -3, 2) no instante $t = 0$ e se move com velocidade dada por $\vec{v} = 4\vec{e}_x - 3\vec{e}_y + 2\vec{e}_z$, determine:

(a) a velocidade para qualquer instante t.

(b) o deslocamento para qualquer instante t.

R: [17]

Projecteis - Questões

28. Como varia a aceleração a que um projéctil está sujeito durante o tempo em que permanece em voo (considere desprezável a resistência do ar).

29. No movimento de um projéctil, desprezando-se a resistência do ar, será necessário, alguma vez, considerar o movimento como tridimensional em vez de bidimensional?

30. Numa competição de salto à distância, tem alguma importância quão alto é o salto? Quais os factores que determinam o alcance do salto?

31. Considere um projéctil no ponto mais alto da sua trajectória.

(a) Qual o valor da sua velocidade em termos de v_0 e θ?

(b) Qual a sua aceleração?

(c) Qual a relação entre as direcções da sua velocidade e da sua aceleração?

32. Por que razão os electrões de um feixe electrónico não caem, em virtude da gravidade, tanto quanto a molécula da água no jacto de uma mangueira? Suponha o movimento inicialmente horizontal em ambos os casos.

33. Em que ponto um projéctil alcança, durante a sua trajectória, a sua velocidade mínima? E máxima?

34. Poderia a aceleração de um projéctil ser representada em termos de uma componente normal (radial) e outra tangencial em cada ponto da sua trajectória? Em caso afirmativo, há alguma vantagem em usar essa representação?

35. Deduza as expressões da força normal e tangencial que actuam num projéctil lançado horizontalmente. Apresente o resultado em função da velocidade inicial de lançamento v_0, da massa do projéctil m, da aceleração da gravidade g e do tempo t.

36. Um índio pretende atingir com uma flecha um macaco que está pendurado num ramo de uma árvore. O índio aponta a arma directamente para o macaco, sem saber que a flecha seguirá uma trajectória parabólica e que cairá abaixo do macaco. No entanto, o macaco, assustando-se com o lançamento da flecha, salta do ramo, para baixo, na perpendicular. Demonstre que nesta situação o macaco será atingido, qualquer que seja a velocidade inicial da flecha desde que o seu alcance seja superior à distância entre o índio e a árvore.

Projecteis - Problemas

37. Dois corpos são lançados com um intervalo de tempo de 1.5 s, de uma mesma altura. Quanto tempo depois do primeiro começar a cair estarão os dois corpos separados por 15 m?

38. Uma bola é lançada verticalmente para baixo do topo de um edifício com velocidade 10 m/s.

    (a) Qual será a sua velocidade depois de cair durante 1 s?

    (b) Quanto é que ela cairá em 2 s?

    (c) Qual será a sua velocidade depois de cair 10 m?

    (d) Se a bola partiu de um ponto a 40 m de altura, em quantos segundos ela atingirá o chão? Qual será a velocidade e aceleração ao atingi-lo? (apresente o resultado na forma vectorial).

    R: [18]

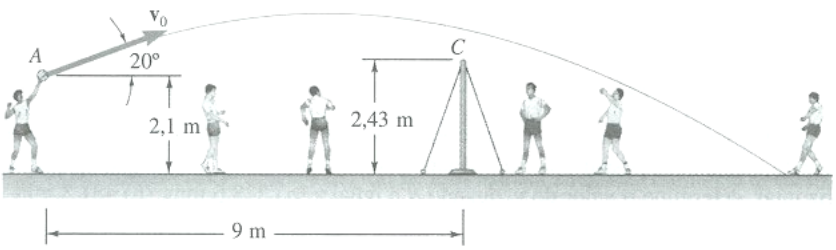
39. Um foguete é lançado verticalmente e sobe com aceleração vertical constante de 21 m/s^2 durante 30 s. O seu combustível é inteiramente consumido e ele continua a viajar somente sob a acção da gravidade.

    (a) Qual a altitude máxima por ele atingida ?

    (b) Qual o tempo total decorrido desde o lançamento até que o foguete volte à Terra ?

40. Para determinar a profundidade de um poço, um rapaz deixou cair dentro do poço uma pedra e cronometrou o intervalo de tempo desde que largou a pedra até que ouviu o som produzido pela pancada no fundo do poço. Esse intervalo de tempo foi de 3 s. Considerando a velocidade do som igual a 340 m/s, determine a profundidade do poço e a velocidade com que a pedra embateu no fundo do poço.

41. Um jogador de voleibol executa o serviço do jogo imprimindo à bola uma velocidade v_0, cujo módulo é 13.4 m/s e faz um ângulo de 20° com a horizontal. Determine:



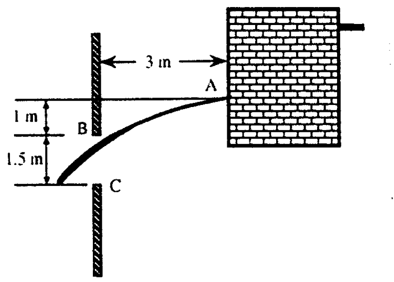
(a) se a bola passa a rede.

(b) A distância da rede a que a bola toca no solo.

R: [19]

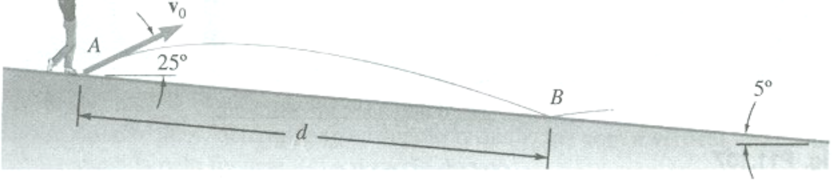
42. Um avião voa horizontalmente a uma altitude de 1450 m com uma velocidade de 75.0 m/s. Um míssil terra-ar é disparado verticalmente com uma velocidade inicial de 375.0 m/s. A que distância do míssil (medida na horizontal) se deve encontrar o avião no momento do disparo para este poder ser atingido por baixo?

43. A água escoa por A de um tanque de pressão com velocidade horizontal v_0. Para que valores de v_0 ela atravessará a abertura BC?



R: [20]

44. Um jogador de golfe dá uma tacada na bola, fazendo um ângulo de 25° com a horizontal e com uma velocidade inicial de 48.8 m/s. Sabendo que o campo tem um declive de 5°, determine a distância d entre o jogador e o ponto onde se dá o primeiro impacto da bola com o solo.



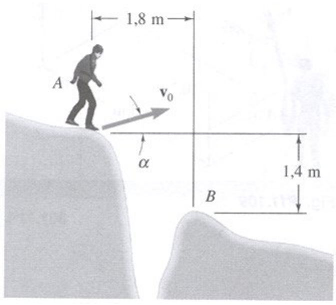
R: [21]

45. Um projéctil é lançado para cima, com velocidade de 98 m/s, do topo de um edifício cuja altura é 100 m. Determinar:

   (a) o tempo necessário para atingir a altura máxima.
   (b) A altura máxima do projéctil acima da rua.
   (c) O tempo total decorrido desde o lançamento até ao momento em que atinge o solo.
   (d) A velocidade ao atingir a rua.

   R: [22]

46. Um alpinista tenciona saltar de A para B por cima de uma fenda. Determine o menor valor da velocidade inicial v_0 e o respectivo ângulo α, de modo que possa alcançar B.



   R: [23]

47. Um corpo é largado de uma altura h sem velocidade inicial e percorre a terça parte do seu trajecto no último segundo da sua queda.

   (a) Determine as duas raízes da equação necessária para obter a velocidade final e mostre que uma delas é fisicamente inaceitável.
   (b) Calcule a altura h.

   R: [24]

48. Um jogador de bate numa bola a 1.00 m do solo, lançando-a com um ângulo de 37° com a horizontal, com uma velocidade inicial de 48 m.s^{-1}. Um segundo jogador, a 100 m do primeiro, avança na direcção da bola no instante em que ela é lançada. Com que velocidade deve correr para alcançá-la, no momento em que bate no chão?

49. Um avião militar que voa horizontalmente com uma velocidade constante de 72.0 m/s à altitude de 103 m, quer atingir um alvo no solo com uma bomba que transporta.

   (a) Quanto tempo antes de sobrevoar o alvo e a que distância do alvo (medida na horizontal) deve o avião largar a bomba?
   (b) Se o alvo fosse um camião com 3.0 m de altura deslocando-se com uma velocidade de 44.2 m/s na mesma direcção e sentido do avião, qual deveria ser a distância (medida na horizontal) entre o avião e o camião no instante em que o avião larga a bomba?

(c) Indique, justificando, qual a trajectória da bomba vista pelo piloto do avião.

50. Deixa-se cair uma bola de uma altura de 39.0 m. O vento sopra segundo a horizontal comunicando à bola uma aceleração horizontal constante de 1.20 $\mathrm{m.s^{-2}}$.

    (a) Mostre que nas condições anteriores a trajectória da bola é rectilínea.
    (b) Calcule a distância que a bola percorreu, segundo a horizontal, ao chegar ao solo.
    (c) Calcule a velocidade com que chega ao solo (grandeza e inclinação horizontal).

Movimento Circular

51. Um disco gira num gira-discos a 33 rpm (rotações por minuto). Determine a velocidade linear de um ponto do disco:

    (a) no começo do disco, a uma distância de 13 cm do eixo de rotação.
    (b) no fim do disco, a uma distância de 7 cm do eixo de rotação.

52. Uma roda fixa a um motor gira com uma frequência angular de 240 rpm. A partir deste momento o motor pára de funcionar e a roda passa a girar com velocidade angular que decresce uniformemente até parar. Seis segundos depois do motor parar, a roda possui uma frequência angular de 180 rpm. Calcule o tempo total que a roda leva a parar.

53. Um disco homogéneo gira em torno de um eixo fixo, partindo do repouso e acelerando com uma aceleração constante. Num determinado instante, ele gira com frequência de 10 rps (rotações por segundo). Após executar mais 65 rotações completas, a sua frequência passa para 18 rps. Nestas condições, determine:

    (a) a aceleração angular.
    (b) o tempo necessário para completar as 65 rotações mencionadas.
    (c) o tempo necessário para atingir a frequência de 10 rps.
    (d) o número de rotações efectuadas no intervalo de tempo decorrido desde o instante inicial e o momento em que atinge a frequência de 10 rps.

    R: [25]

54. A órbita da Terra em volta do Sol é aproximadamente circular com raio $R = 1.5 \times 10^{11}$ m. Determine a grandeza da velocidade angular e da velocidade linear correspondentes.

55. Uma partícula tem, em cada instante, o vector de posição (r em metros e t em segundos)

$$\vec{r}\,(t) = 2\vec{e}_x + 4\cos\left(5t - \frac{\pi}{3}\right)\vec{e}_y + 4\sin\left(5t - \frac{\pi}{3}\right)\vec{e}_z$$

    Determine, em qualquer instante t:

    (a) os vectores velocidade e aceleração e as respectivas grandezas.
    (b) o ângulo entre a aceleração e a velocidade.

(c) os vectores aceleração tangencial e normal. Classifique o movimento.

(d) a equação cartesiana da trajectória.

R: [26]

56. Um disco gira horizontalmente realizando 75 rpm (rotações por minuto). Dois corpos, A e B, situados na mesma vertical que passa por um ponto do disco, são soltos ao mesmo tempo. Os dois pontos em que os corpos chocam com o disco são diametralmente opostos. O corpo A estava 80 cm acima do disco no momento de ser solto. No mesmo instante, a que distância do disco se encontrava o corpo B? Sabe-se que o corpo B se encontrava num ponto acima do corpo A.

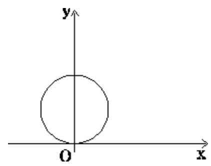
    R: [27]

57. Uma centrífugadora tem uma velocidade de rotação, constante, de 600 rotações por minuto.

    (a) Qual a aceleração de uma partícula à distância de 15 cm do eixo de rotação ?

    (b) Qual deverá ser a velocidade de rotação se se pretender que a referida partícula tenha uma aceleração de valor igual à aceleração da gravidade ?

58. Uma partícula descreve uma trajectória de raio $R = 2$ m como mostra a figura. A lei do movimento é: $s(t) = t^2 + 2t$ (S.I.)



Determine:

(a) a velocidade no instante $t = 1$ s.

(b) a aceleração no instante em que o ângulo da aceleração com a velocidade é de $60°$.

(c) o ângulo ao centro (expresso em graus) descrito entre os instantes $t = 1$ s e $t = 4$ s.

(d) a velocidade angular e a aceleração angular no instante $t = 4$ s.

(e) o vector de posição da partícula no instante $t = 2$ s, sabendo que o movimento tem início na origem do sistema de coordenadas.

R: [28]

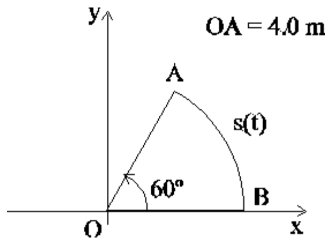
59. Uma partícula descreve uma trajectória circular de raio 18 m e parte do repouso com uma velocidade que cresce proporcionalmente à raiz quadrada do tempo. Ao fim de 3.0 s o vector aceleração faz um ângulo da $60°$ com o raio vector no ponto onde se encontra a partícula.

    (a) Ao fim de quanto tempo estará esse ângulo reduzido a $45°$?

    (b) Quais serão nesse instante, as grandezas da velocidade e da aceleração?

R: [29]

60. A figura representa uma trajectória de uma partícula, P, no plano Oxy. Os pontos A e B estão situados sobre uma circunferência de raio OA. A partícula parte do ponto O e em toda a trajectória obedece à lei: $s(t) = 2t^2$ (SI). Determine:



    (a) os instantes em que a partícula P passa pelos pontos A e B.

    (b) o vector posição $\vec{r}(t)$ nos instantes $t_1 = 1.0$ s e $t_2 = (2 + \pi/3)^{1/2}$ s, medido em Oxy.

    (c) o vector aceleração $\vec{a}(t_2)$.

    (d) o vector velocidade média correspondente ao intervalo $[t_1, t_2]$.

R: [30]

61. Calcular a velocidade angular, a velocidade linear e a aceleração da Lua, considerando que a Lua leva 28 dias para fazer uma revolução completa, e que a distância da Terra à Lua é 38.4×10^4 km.

62. O raio da Terra é de 6.37×10^6 m.

    (a) Qual é o deslocamento de um ponto no equador ao fim de um dia?

    (b) E ao fim de 6 h?

    (c) Com que velocidade se desloca uma pessoa no equador, se estiver sentada à sombra de uma árvore?

    (d) Determine a velocidade de um ponto da superfície da Terra em função da latitude

63. Determine o raio da curvatura do ponto mais alto da trajectória de um projéctil disparado com um ângulo inicial α com a horizontal. (Sugestão: no ponto máximo a velocidade é horizontal e a aceleração é vertical).

64. De pé, na encosta de uma colina, um arqueiro atira uma flecha com uma velocidade inicial de 75 m/s, num ângulo $\alpha = 15°$ com a horizontal.

    (a) Determine a distância , medida na horizontal, percorrida pela flecha antes de atingir o solo.

    (b) Calcule o raio de curvatura da trajectória:

        i. imediatamente após ter sido lançada.

        ii. Quando a flecha passa pelo ponto de elevação máximo.

R: [31]

65. Um automóvel atravessa uma lomba na estrada com movimento uniforme. Sabendo que o raio de curvatura da lomba é 100 m e o módulo da aceleração do automóvel é 4.91 m/s^2, determine o módulo da velocidade do automóvel no cimo da lomba.

    R: [32]

66. Uma bicicleta move-se com uma aceleração constante. Ao fim de 5 segundos a bicicleta percorreu uma distância igual a dez vezes o raio das suas rodas e duplicou a sua velocidade. Determine a aceleração angular das rodas desta bicicleta.

    R: [33]

67. Um automóvel viaja com uma velocidade constante numa curva com raio de 1000 m. Se a componente normal da aceleração não puder exceder 1.2 m/s^2, determine a máxima velocidade possível.

    R: [34]

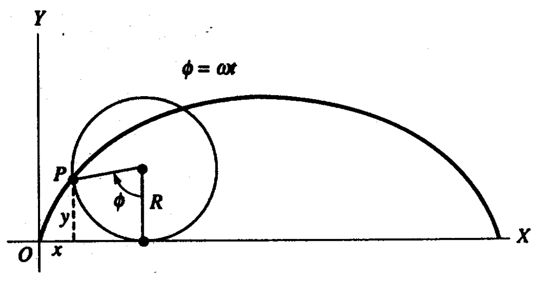
68. Uma partícula, que inicialmente estava em repouso, começa a mover-se com uma trajectória circular de raio R com uma aceleração tangencial constante (a_t).

    (a) Determine a aceleração normal e a aceleração total da partícula em função de tempo de movimento.

    (b) Calcule o ângulo entre a aceleração total da partícula e o seu vector-posição num instante $t > 0$.

    (c) Tomando $R = 1$ m e $a_t = 1$ cm/s^2 calcule a aceleração normal no instante em que a partícula completa uma volta.

69. Uma roda de raio R roda com uma velocidade constante v_0 ao longo de um plano horizontal (ver Figura).



    (a) Verifique que a posição de um ponto da sua periferia, inicialmente em O, é dada pelas equações

$$x(t) = R\,(\omega t - \sin(\omega t)) \tag{11}$$
$$y(t) = R\,(1 - \cos(\omega t)) \tag{12}$$

    onde $\omega = v_0/R$ é a velocidade angular da roda e t é medido desde o instante em que o ponto está inicialmente em contacto com o plano.

    (b) Ache as componentes da velocidade e da aceleração do ponto.

    (c) Trace a velocidade e a aceleração do ponto em função do tempo.

Movimento Relativo

70. Um passageiro, sentado numa carruagem de um comboio, que se move com velocidade constante, atira uma bola verticalmente para cima. Onde cairá esta bola? Atrás dele, na frente ou de volta nas suas mãos? O que acontecerá se o comboio acelerar ou fizer uma curva enquanto a bola estiver no ar?

71. Um homem na plataforma de observação de um comboio que se move com velocidade constante, deixa cair uma moeda ao inclinar-se. Descreva a trajectória da moeda do ponto de vista:

    (a) deste mesmo passageiro.

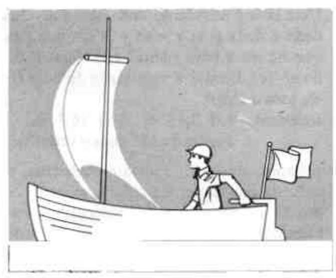
    (b) de um observador situado de pé junto ao trilho.

    (c) de um observador situado num segundo comboio, que se move na via paralela, em sentido contrário ao primeiro.

72. Um autocarro, com um pára-brisas vertical, viaja sob uma tempestade com velocidade v_b. A chuva cai verticalmente com velocidade v_c. Qual o ângulo entre as gotas de chuva e o pára-brisas no momento da colisão?

73. Num dia de chuva bastante intensa, verificou-se que as gotas de chuva caíam verticalmente. Para ir de um local para outro, sob a chuva, de tal forma que se encontre o menor número de gotas, você mover-se-ía com a maior velocidade possível, a menor velocidade possível ou com algum valor de velocidade intermédio?

74. O que está errado na figura (o marinheiro está viajando a favor do vento)?



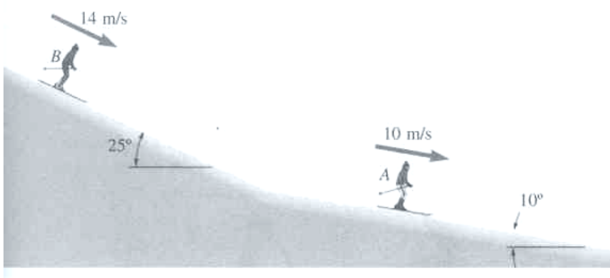
75. Um elevador está a descer a uma velocidade constante. Um passageiro tira do bolso uma moeda e deixa-a cair no piso. Que acelerações seriam observadas no movimento da moeda:

    (a) pelo passageiro.

    (b) por uma pessoa em repouso relativamente ao poço do elevador.

76. Um remador decide, para fazer exercício, remar entre o percurso fluvial da cidade A para a cidade B e regressar. Durante todo o trajecto ele rema a uma velocidade constante em relação à corrente, que flui de A para B. Um amigo acompanha-o a pé ao longo da margem, caminhando no chão à mesma velocidade que a do barco em relação à corrente. Na ida, o barco, levado pela corrente, adquire avanço. O peão consola-se, certo de que no regresso a corrente irá atrasar o remador de maneira a voltarem exactamente ao mesmo tempo a A. Terá ele razão?

77. As velocidades dos esquiadores A e B estão indicadas na figura. Determine a velocidade de A relativamente a B.



R: [35]

78. Uma partícula A desloca-se relativamente a outra partícula B com uma velocidade dada por: $\vec{v}_{AB} = 2\vec{e}_x - \vec{e}_y$. A partícula B desloca-se em relação a uma outra partícula C com uma velocidade dada por: $\vec{v}_{BC} = \vec{e}_x - 2\vec{e}_y$. Determine a velocidade da partícula A relativamente à partícula C.

R: [36]

79. Um nadador capaz de nadar a uma velocidade de 0.7 m/s em relação à água quer atravessar um rio de 50 m de largura e com uma corrente de 0.5 m/s.

    (a) Em que direcção deve nadar se quiser atingir a margem em frente ao ponto de partida? Qual a sua velocidade relativamente à margem? Quanto tempo demora a travessia?

    (b) Em que direcção deve nadar para atravessar o rio no menor tempo possível? Qual a sua velocidade relativamente à margem? Quanto tempo demorará a travessia? A que distância a jusante atingirá a outra margem?

R: [37]

80. Um barco a motor viaja num rio cuja corrente pode supor-se constante. O motor do barco comunica-lhe uma velocidade constante e tal que as velocidades do barco, em relação à margem, são respectivamente de 45 km.h^{-1} e 63 km.h^{-1} na subida e na descida do rio.

    (a) Calcule as velocidades da corrente e comunicada ao barco pelo motor.

    (b) Mantendo-se as condições de funcionamento e a velocidade da corrente, o barco atravessa o rio, cuja largura são 5 km, apontando perpendicularmente às margens.

        i. Represente esquematicamente os vectores velocidade do barco e velocidade da corrente.

        ii. Calcule a que distância da perpendicular do ponto de partida, o barco alcança a outra margem.

R: [38]

81. Um comboio viaja à velocidade de 25 m/s, num dia em que a chuva, soprada pelo vento, cai de tal modo que a trajectória das gotas de água forma com a vertical um ângulo de 40°, quando vista por um observador parado na plataforma da estação. Um passageiro, viajando sentado no interior de uma carruagem, vê as gotas de água caírem segundo a vertical. Determine a velocidade das gotas de chuva em relação à Terra.

R: [39]

82. Um avião desloca-se em linha recta à velocidade de 358 m/s. Determine a velocidade do avião em relação a um observador que se move à mesma altitude a 90 km/h:

    (a) na mesma direcção e mesmo sentido.

    (b) na mesma direcção e sentidos opostos.

    (c) perpendicularmente à trajectória do avião.

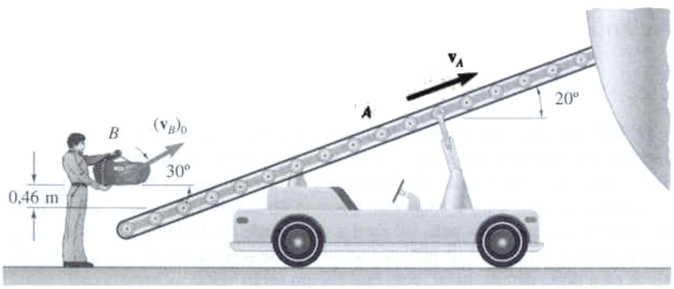
    (d) segundo uma direcção tal que o avião pareça deslocar-se transversalmente em relação ao observador móvel.

R: [40]

83. Um tubo está montado sobre uma plataforma que se move horizontalmente com $v = 2$ m/s. Qual deve ser o ângulo de inclinação do tubo relativamente à horizontal para que as gotas de chuva, que caiem verticalmente à velocidade de 6 m/s, alcancem o fundo do tubo sem tocar nas paredes? (Nota: a velocidade das gotas de chuva é aproximadamente constante devido à resistência do ar).

R: [41]

84. A correia transportadora A, que faz um ângulo de 20° com a horizontal, move-se com uma velocidade constante de 1.22 m/s e destina-se ao carregamento de um avião. Sabendo que o operário atira o saco B com uma velocidade inicial de 0.76 m/s e com um ângulo de 30° com a horizontal, determine a velocidade do saco relativamente à correia, quando este toca na correia.



R: [42]

85. Um helicóptero está sobrevoando, em linha recta, uma planície com uma velocidade constante de 6 m/s a uma altitude constante de 8 m. Um fardo é atirado para fora (horizontalmente) com uma velocidade de 10 m/s relativamente ao helicóptero e numa direcção perpendicular ao seu movimento. Determine:

    (a) a velocidade inicial do fardo relativamente ao solo.

(b) a distância horizontal entre o helicóptero e o fardo no instante em que este cai ao solo.

(c) o ângulo que o vector velocidade do fardo faz com o solo no instante imediatamente anterior ao impacto.

R: [43]

86. Um homem quer atravessar um rio de 700 m de largura. O barco, no qual ele rema, possui uma velocidade relativamente à água de 4 km/h. A velocidade da corrente é de 2 km/h. Quando o homem caminha em terra firme a sua velocidade é de 4.8 km/h. Ao atravessar o rio a remo, ele atinge um ponto a jusante do local inicial; a seguir ele retorna a pé até ao ponto oposto ao ponto onde ele se encontrava na outra margem do rio. Determine:

    (a) a direcção seguida pelo barco e a distância total percorrida (entre atravessar o rio e andar), para que o tempo do percurso seja mínimo (para atingir o ponto considerado).

    (b) o valor desse tempo.

    R: [44]

87. Considere umas partículas com velocidade de 50m/s relativa à Terra a moverem-se:

    - para Sul na latitude de 45° Norte;

    - para Sul na latitude de 45° Sul;

    - para Leste no equador.

    Calcule para cada um dos casos:

    (a) a aceleração centrífuga da partícula;

    (b) a aceleração de Coriolis da partícula.

    (Dados: velocidade angular da Terra: 7.292×10^{-5} rad/s; raio da Terra: 6.37×10^{6} m)

    R: [45]

88. Calcule para um corpo que cai de um prédio de 100 m, o desvio devido à aceleração de Coriolis se o prédio estiver no Equador.

    R: [46]

89. Um corpo na latitude de 41° N cai de uma altura de 200 m. Calcule o desvio para Leste em relação ao ponto sobre a Terra directamente abaixo do corpo.

    R: [47]

Soluções

Notes

[1]a) a) i) [2, 3] s; ii) [6, 7] s ; b) - 5m/s2; c) Δs = 12.5m, $|\Delta\vec{r}| = 7.5m$; d) t = 4 s, 25 m, para N

[2]a.1) +x $\rightarrow$ t $\in$ [0, 0.8[$\cup$ [1.8, 2.2[$\cup$ [2.8, 3.2].-x $\rightarrow$ t $\in$ [2.2, 2.8[a.2) a = 0 m/s2. a.3) t = 0.3 s; t = 2.7 s; t = 3 s. a.4) v = 0 $\rightarrow$ t $\in$ [0.8, 1.8[

[3]b) -1 m; c) -9 m; d) 4 m/s^2.

[4]v = - 4 m/s; x = 12 m; d = 20 m

[5]a) t = 2 s e t = 4 s; b) x = 10 mm; Δx = 18 mm;Δs = 22 mm

[6]a) t=2s, t=4s; b) x=8.7m;s=7.3m

[7]a) $t = 0$ e $t = 4$ s; b) 672.5 m

[8]6×10^{-3} m^3/s^2)

[9]a) a) $x(t = 2) = 35.2$ m; $x(t = 10) = 17.6$ m b) $\Delta s = 18.4$ m

[10]a) 7.9 s; b) 187.3 m; c) 29.6 m/s

[11]40.7 m; 28.2 m/s

[12]50 km

[13] a) $y = 2x^2/3 + 2$; d) 26.7 m; e) 2 m, $t = 0$ s

[14]a) 18.4 m; b) $\vec{v} = -6\vec{e}_x + 12\vec{e}_y$ m/s; $\vec{a} = -6\vec{e}_x + 10\vec{e}_y$ m/s^2; c) ; d) 201 m

[15] a) $\vec{r}_0 = -5\vec{e}_x$; b) 5/8 s; c) $\vec{v} = 8\vec{e}_x +$ (-10t + 8)$\vec{e}_y$; d) $\vec{a}= {}^{-1}\vec{e}_y$; e) $y = -5(x + 5)2/64 + (x + 5)$

[16] a)$(t + 10)\vec{e}_x + (3/2)\, t^2\vec{e}_y + 2t^2\vec{e}_z$; $d = \sqrt{(t + 10)^2 + (1.5t^2)^2 + (2t^2)^2}$. b) $\vec{a} = 3\vec{e}_y + 4\vec{e}_z$; $\vec{a}_t = \left[25t/\left(1 + 25t^2\right)\right]\vec{v}$; $\vec{a}_n = \left(-25t\vec{e}_x + 3\vec{e}_y + 4\vec{e}_z\right)/\left(1 + 25t^2\right)$

[17]a) $\left(6 - 2e^{-t}\right)\vec{e}_x + \left[5\sin(t) - 3\right]\vec{e}_y + \left[3\cos(t) - 1\right]\vec{e}_z$ b) $\left(6t + 2e^{-t} - 1\right)\vec{e}_x + \left[2 - 5\cos(t) - 3t\right]\vec{e}_y + \left[3\sin(t) - t + 2\right]\vec{e}_z$

[18]a) 19.8 m/s b) 39.6 m c) 17.2 m/s d) 2.013s, 29.73 m/s

[19]a) Sim; b) 7.01 m

[20]4.2m/s ¡ v_0 ¡ 6.64m/s

[21]221.92 m

[22]a) 10 s b) 590 m c) 21 s d) -107.54 m/s

[23]$\alpha = 26°$, v0 = 2.94 m/s

[24]$h = 145.515$ m

[25]a) 10.8 rad/s^2; b) 4.64 s; c) 5.80 s; d) 29 rot

[26]a) a)$\vec{v}(t) = -20\sin(5t - \pi/3)\,\vec{e}_y + 20\cos(5t - \pi/3)\,\vec{e}_z$; $\vec{a}\,(t) = -100\cos(5t - \pi/3)\,\vec{e}_y - 100\sin(5t - \pi/3)\,\vec{e}_z$; $v = 20$ m/s; $a = 100$ m/s2. b) 90°. c) $at = 0$; $\vec{a}_n = \vec{a}$; M.C.U. d) $x = 2$ m, $y2 + z2 = 16$

[27]3.94 m

[28]a) 4 m/s; b) 4m/s^2; c) 601.6°; d) 5 rad/s; 1rad/s2; e) $-1.51\vec{e}_x + 3.3\vec{e}_y$

[29]a) 1.324 s; b) 2.08 m/s; 0.34 m/s^2

[30]a) $t_A = \sqrt{2}$ s; $t_B = 2.02$ s b) $\vec{r}_1 = \vec{e}_x + 1.732\vec{e}_y$; $\vec{r}_2 = 3.464\vec{e}_x$. c) $\vec{r}_1 = -8.56\vec{e}_x - 9.56\vec{e}_y$; d)$2\vec{e}_x - 12.76\vec{e}_y$.

[31]a) 475m; b)594.2 m; 535.5m

[32]79.8 km/h

[33]0.267 rad/s^2

[34]34.6 m/s

[35]5.05 m/s; $\alpha = 124.2°$

[36]$\vec{v}_{AC} = 3\vec{e}_x - 3\vec{e}_y$

[37]a) 45.6°; 0.49 m/s; 102 s b) 0.86 m/s; 71.4 s; 35.7 m

[38]a) 54 km/h; 9 km/h; b2) 833.3 m

[39]38.9 m/s

[40]a) 333 m/s; b) 383 m/s

[41]71.6°

[42]3.2 m/s; α = - 98.7°

[43]a) $v_0 = \sqrt{136}m/s \simeq 11.7m/s$; b) 12.8 m; c) 42.96°

[44]a) $-36°$, 780.5 m; b) 200.5 s

[45]a) 2.4×10^{-2}, 2.4×10^{-2}, 3.4×10^{-2} m/s^2 b) 5.2×10^{-3} m/s^2, leste ; 5.2×10^{-3} m/s^2, leste ; 7.3×10^{-3} m/s^2 , radial

[46]2.2×10^{-2} m

[47]4.7×10^{-2} m