Universidade do Minho
Departamento de Matemática

LFIS e MIEFIS

Cálculo Vetorial

Folha 1 — fevereiro de 2020

Exercício 1. Faça um esboço das curvas seguintes:

a) $x = \operatorname{sen} t,\ y = \cos t,\ 0 \leq t \leq 2\pi$;

b) $x = 2\operatorname{sen} t,\ y = 4\cos t,\ 0 \leq t \leq 2\pi$;

c) $\boldsymbol{c}(t) = (2t-1, t+2, t),\ t \in \mathbb{R}$;

d) $\boldsymbol{c}(t) = (-t, 2t, 1/t),\ 1 \leq t \leq 3$.

Exercício 2. Calcule os vectores velocidade para as seguintes curvas:

a) $\boldsymbol{c}(t) = (6t, 3t^2, t^3),\ t \in \mathbb{R}$;

b) $\boldsymbol{c}(t) = (\operatorname{sen} 3t, \cos 3t, 2\sqrt{t^3}),\ t \in \mathbb{R}_0^+$;

c) $\boldsymbol{r}(t) = (\cos^2 t, 3t - t^3, t),\ t \in \mathbb{R}$;

d) $\boldsymbol{r}(t) = (4e^t, 6t^4, \cos t),\ t \in \mathbb{R}$.

Exercício 3. Se a posição de uma partícula no espaço, no instante t, é $(6t, 3t^2, t^3)$, qual é o vector velocidade no instante $t = 0$?

Exercício 4. Determine a equação da recta tangente à curva no ponto dado:

a) $(\operatorname{sen} 3t, \cos 3t, 2t^{5/2}),\ t = 1$;

b) $(\cos^2 t, 3t - t^3, t),\ t = 0$.

Exercício 5. Suponha que uma partícula seguindo a curva $\boldsymbol{c}(t)$ sai "disparada" no instante $t = t_0$. Calcule a posição que a partícula ocupará no instante $t = t_1$.

a) $\boldsymbol{c}(t) = (t^2, t^3 - 4t, 0)$, onde $t_0 = 2$ e $t_1 = 3$;

b) $\boldsymbol{c}(t) = (e^t, e^{-t}, \cos t)$, onde $t_0 = 1$ e $t_1 = 2$;

c) $\boldsymbol{c}(t) = (4e^t, 6t^4, \cos t)$, onde $t_0 = 0$ e $t_1 = 1$;

d) $\boldsymbol{c}(t) = (\operatorname{sen} e^t, t, 4 - t^3)$, onde $t_0 = 1$ e $t_1 = 2$.

Exercício 6. Para cada um dos conjuntos, identifique o interior, a aderência e diga se se trata de um conjunto aberto, fechado ou limitado:

a) $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$;

b) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y = 0,\ 0 < x < 1\}$;

c) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq 2\}$;

d) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x < 2\}$;

e) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x + y = 2\}$;

f) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x + y < 4\}$;

g) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 9\}$;

h) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \max\{|x|, |y|\} \leq 1\}$;

i) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| < 2\}$;

j) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 < 9\}$;

k) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy > 1\}$;

l) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy > 1\} \cap \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 5\}$;