Pergunta 1

2 em 2 pontos

Calcule o grupo a um parâmetro e^{tA} gerado pela matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Resposta Selecionada:

$$A = 2I + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$N^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Logo,\ e^{tN} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ t & 1 \end{pmatrix}$$

Portanto,

$$e^{tA} = e^{2t} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ t & 1 \end{pmatrix}$$

Pergunta 2

2 em 2 pontos

Calcule os comprimentos dos semi-eixos principais do elipsoide definido pela equação

$$2x^2 + 2xy + 2y^2 = 1$$

Resposta Selecionada:

$Q = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

Calculando os valores próprios:

$\lambda = 3$ *ou* $\lambda = 1$

Portanto,

o comprimento dos semieixos é:

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ *e* 1.

Pergunta 3

1 em 2 pontos

Determine a solução geral da equação diferencial

$$\ddddot{x} + 2\ddot{x} + x = 0$$

Resposta Selecionada:

$x = e^{zt}$

Por isso,

$\ddot{x} = z^2 e^{zt}$

$\ddddot{x} = z^4 e^{zt}$

Logo, substituindo temos que:

$z = \pm i$

Portanto, a solução é:

$x(t) = a \cos(t) + b \sin(t)$

Pergunta 4

0 em 2 pontos

Determine a solução do sistema linear

$$\dot{q} = -p$$

$$\dot{p} = q$$

com condições iniciais $q(0) = -1$ e $p(0) = 1$.

Resposta Selecionada: $\begin{cases} \dot{p} = q \\ \dot{q} = -p \end{cases}$

Condições iniciais: $p(0) = 1$ e $q(0) = -1$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Calculando os valores próprios:

$\lambda = \pm 1$

Solução:

$$\begin{pmatrix} p(t) \\ q(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{t} & 0 \\ 0 & e^{-t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Pergunta 5

0 em 2 pontos

Determine uma solução do sistema linear não homogéneo

$$\dot{q} = p$$
$$\dot{p} = -q + e^{-t}$$

Resposta Selecionada:

$$\begin{pmatrix} \dot{q} \\ \dot{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q \\ p \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} 1 \\ e^{-s} \end{pmatrix}$$

Valores próprios: $\lambda = \pm 1$

Solução:

$$\begin{pmatrix} q(t) \\ p(t) \end{pmatrix} = \int_0^t \begin{pmatrix} e^{t-s} \\ e^{s-t} \end{pmatrix} ds$$

Pergunta 6

0 em 0 pontos

Declaro, por minha honra, que o conteúdo relativo à resolução deste teste é da minha integral autoria. Limitei-me a usar pesquisa bibliográfica permitida e a calculadora científica ou gráfica. Em nenhuma resposta tive ajuda de pessoa alguma ou software adicional.

Resposta Selecionada: Sim

Pergunta 7

2 em 2 pontos

Considere o sistema linear $\begin{cases} \dot{x} &= -5x + 10y \\ \dot{y} &= -4x + 7y \end{cases}$.

A origem é

Resposta Selecionada: C. um foco instável.

Pergunta 8

2 em 2 pontos

A álgebra de Lie (o espaço tangente na identidade) do grupo linear geral real $\boldsymbol{GL}(n, \mathbb{R})$ é

Resposta Selecionada: o espaço linear das matrizes reais $n \times n$.

Pergunta 9

1 em 1 pontos

Se A é uma matriz quadrada auto-adjunta então e^A é unitária.

Resposta Selecionada: Falso

Pergunta 10 1 em 1 pontos

Se A é uma matriz quadrada com determinante nulo então o traço de e^A é igual a um.

Resposta Selecionada: Falso

Pergunta 11 1 em 1 pontos

Seja A uma matriz quadrada real $n \times n$. O mínimo de $x^T A x$ sobre todos os vetores $x \in \mathbb{R}^n$ de norma $\|x\| = 1$ é o menor dos valores próprios de A .

Resposta Selecionada: Verdadeiro

Pergunta 12 1 em 1 pontos

Duas formas quadráticas positivas $x^T A x$ e $x^t B x$ (definidas pelas matrizes simétricas A e B) no espaço euclidiano real de dimensão n são linearmente equivalentes, ou seja, existe uma matriz invertível U tal que $B = U^T A U$.

Resposta Selecionada: Verdadeiro

Pergunta 13 2 em 2 pontos

A equação cartesiana

$$3x^2 - 2xy + 2y^2 - 3x + y - 16 = 0$$

define

Resposta Selecionada: elipse