Teste de Mecânica Newtoniana

Aluno: Carlos Miguel Passos Ferreira

Nº: A92846

Ano: 1

$\boxed{17/04/2020}$

Curso: Engenharia Física

Pergunta 14/15:

$$\vec{F} = \underbrace{(2.x.y+z^3)}_{F_x}.\hat{i} + \underbrace{(x^2)}_{F_y}.\hat{j} + \underbrace{(3.x.z^2)}_{F_z}.\hat{k} \quad (N)$$

- $F = -\nabla U$:

$$\frac{dU}{dx} = -F_x \Leftrightarrow \frac{dU}{dx} = -(2.x.y+z^3) \Leftrightarrow U = -x^2.y - x.z^3 + C_1$$

$$\frac{dU}{dy} = -F_y \Leftrightarrow \frac{d}{dy}(-x^2.y - x.z^3 + C_1) = -x^2 \Leftrightarrow -x^2 + \frac{dC_1}{dy} = -x^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{dC_1}{dy} = 0$$

$$\frac{dU}{dz} = -F_z \Leftrightarrow \frac{d}{dz}\cdot(-x^2.y - x.z^3 + C_1) = -3.x.z^2 \Leftrightarrow -3.x.z^2 + \frac{dC_1}{dz} = -3.x.z^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{dC_1}{dz} = 0$$

Como $\frac{dC_1}{dy} = \frac{dC_1}{dz} = 0$, $C_1 = 0$ e o potencial é $U_{(x,y,z)} = -x^2.y - x.z^3$ (J)

- Para o campo ser conservativo, $\nabla \times \vec{F} = 0$

$$\nabla \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{d}{dx} & \frac{d}{dy} & \frac{d}{dz} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{dF_x}{dy} - \frac{dF_y}{dz}\right).\hat{i} + \left(\frac{dF_z}{dx} - \frac{dF_x}{dz}\right).\hat{j} +$$

$$+ \left(\frac{dF_y}{dx} - \frac{dF_x}{dy}\right).\hat{k} =$$

$$= (0-0).\hat{i} + (0-0).\hat{j} + (0-0).\hat{k} =$$

$$= 0$$

Como $\nabla \times \vec{F} = 0$, então $\vec{F}$ é um campo de forças conservativo.

Resposta: O campo de forças é conservativo e o potencial num ponto $P(x,y,z)$ é $U_{(x,y,z)} = -x^2.y - x.z^3$ (J)

Pergunta 12/13:

- mola 1 : $\Delta x = 0,2$ m
- $M_{corpo} = 1$ Kg

Considerando desprezável o atrito :

$$E_{m_1} = E_{m_2} \Leftrightarrow m_{corpo} \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot k_1 \cdot \Delta x_1^2 = \frac{1}{2} \cdot k_2 \cdot \Delta x_2^2 \Leftrightarrow$$

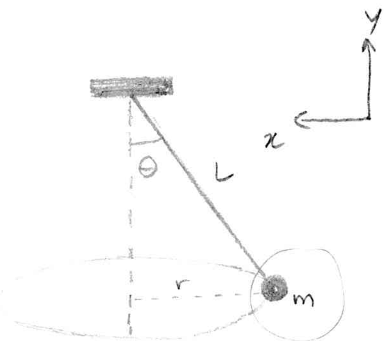
$$\Leftrightarrow 1 \times 9,8 \times 0,6 + \frac{1}{2} \times 200 \times (0,2)^2 = \frac{1}{2} \cdot 300 \times \Delta x^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \Delta x := \sqrt{\frac{2}{300} \cdot \left[9,8 \times 0,6 + \frac{1}{2} \times 200 \times (0,2)^2 \right]} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \Delta x \cong 0,26 \text{ m}$$

Resposta : O corpo provoca na 2ª mola uma deformação máxima de, aproximadamente, 0,26 m.

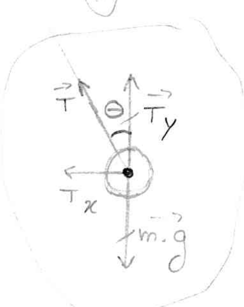
Pergunta 10 :



- m = 5 Kg
- T = 100 N

a) L = 2 m

Sabendo que $F_r = T - P$ e que $\frac{r}{L} = \text{sen } \theta \Leftrightarrow r = L \cdot \text{sen } \theta$



$$\begin{cases} T_x = F_{r_x} \\ F_{r_y} = T_y - P \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \cdot a_c = T_x \\ T_y = P \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \cdot \frac{v^2}{r} = T \cdot \text{sen } \theta \\ T \cdot \cos \theta = m \cdot g \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} v^2 = \frac{100 \times \text{sen } \theta \times L \times \text{sen } \theta}{5} \\ \cos \theta = \frac{5 \times 9,8}{100} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v^2 \cong \frac{100 \times 2 \times \text{sen}^2 (60,66°)}{5} \\ \theta \cong 60,66° \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v \cong \sqrt{\frac{100 \times 2 \times \text{sen}^2 (60,66°)}{5}} \\ \theta \cong 60,66° \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} v \cong 5,51 \text{ m/s} \\ \theta \cong 60,66° \end{cases}$$

Resposta : A velocidade máxima permitida é, aproximadamente, 5,51 m/s.

b) (através da alínea anterior)

Resposta: O valor correspondente ao ângulo θ é de, aproximadamente, $60,66°$.

Pergunta 8/9:

- $\vec{a}(t) = [2.e^{-t}].\hat{i} + [5.\cos(t)].\hat{j} - [3.\mathrm{sen}(t)].\hat{k}$
- $r(0) = (1; -3; 2)$
- $\vec{v} = 4.\hat{i} - 3.\hat{j} + 2.\hat{k}$

a)

Lei das velocidades: $v(t) = v(0) + a.t$

$$\vec{v}(t) = (4, -3, 2) + (2.e^{-t}, 5.\cos(t), -3.\mathrm{sen}(t)).t \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\vec{v}(t) = (4 + 2.t.e^{-t}, -3 + 5.t.\cos(t), 2 - 3.t.\mathrm{sen}(t))} \Rightarrow \text{Resposta}$$

b)

Lei dos Movimentos: $x(t) = x_0 + v_0.t + \frac{a.t^2}{2}$

$$x(t) = (1; -3; 2) + (4; -3; 2).t + \left(e^{-t}; \frac{5}{2}.\cos(t); -\frac{3}{2}.\mathrm{sen}(t)\right).t^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x(t) = \left(1 + 4.t + t^2.e^{-t}; -3 - 3.t + \frac{5}{2}.t^2.\cos(t); 2 + 2.t - \frac{3}{2}.t^2.\mathrm{sen}(t)\right)}$$

$\Uparrow$

Resposta

Pergunta 6/7 :

- $\vec{v} = \hat{i} - \hat{j} + 2 . \hat{k}$
- $\vec{a} = \hat{j} + \hat{k}$
- vetor velocidade tem a mesma direção da tangente à trajetória no ponto ocupado pela partícula.

a) versor da tangente à trajetória → versor da velocidade

$$\hat{v} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$$

$\hookrightarrow |\vec{v}| = \sqrt{(1)^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{6}$

$$\hat{v} = \frac{\hat{i} - \hat{j} + 2 . \hat{k}}{\sqrt{6}} \Leftrightarrow \boxed{\hat{v} = \frac{\sqrt{6}}{6} . \hat{i} - \frac{\sqrt{6}}{6} . \hat{j} + \frac{\sqrt{6}}{3} . \hat{k}}$$

⇑

Resposta

b) i) $\vec{v} = \hat{i} - \hat{j} + 2 . \hat{k} \Rightarrow \vec{v} = (1, -1, 2)$

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}_t . \vec{u}_t + \vec{a}_n . \vec{u}_n}$$

$\vec{a} = \hat{j} + \hat{k} \Rightarrow \vec{a} = (0, 1, 1)$

$|\vec{v}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{6}$

$|\vec{a}| = \sqrt{0^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

Considerando α como o ângulo formado entre $\vec{a}$ e $\vec{v}$:

$\hookrightarrow \vec{a} . \vec{v} = |\vec{a}| \times |\vec{b}| \times \cos(\alpha) \Leftrightarrow \cos(\alpha) = \frac{\vec{a} . \vec{v}}{|\vec{a}| \times |\vec{v}|} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cos(\alpha) = \frac{0 - 1 + 2}{\sqrt{6} \times \sqrt{2}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cos(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{12} \Leftrightarrow \cos(\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{6}$

$\hookrightarrow \cos(\alpha) = \frac{|\vec{a}_t|}{|\vec{a}_n|} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{|\vec{a}_t|}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow |\vec{a}_t| = \frac{\sqrt{6}}{6}$

Considerando $b.\vec{v} = \vec{a}_t$, então

- $b.|\vec{v}| = |\vec{a}_t| \Leftrightarrow b = \dfrac{\frac{\sqrt{6}}{6}}{\frac{\sqrt{6}}{1}} \Leftrightarrow b = \frac{1}{6}$

- $\frac{1}{6}.(\hat{i} - \hat{j} + 2.\hat{k}) = \vec{a}_t \Leftrightarrow \boxed{\vec{a}_t = \frac{1}{6}.\hat{i} - \frac{1}{6}.\hat{j} + \frac{1}{3}.\hat{k} \quad (m/s^2)}$

$\Downarrow$

Resposta

ii)

$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n \Leftrightarrow \vec{a} - \vec{a}_t = \vec{a}_n \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \vec{a}_n = \hat{j} + \hat{k} - \frac{1}{6}.\hat{i} + \frac{1}{6}.\hat{j} - \frac{1}{3}.\hat{k} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \boxed{\vec{a}_n = -\frac{1}{6}.\hat{i} + \frac{7}{6}.\hat{j} + \frac{2}{3}.\hat{k} \quad (m/s^2)}$

$\Downarrow$

Resposta