# 30. Energia e Potência em Circuitos de Corrente Alternada

Recordar que...

- Um componente inserido num circuito pode receber energia do circuito ou fornecer energia ao circuito. A **energia w(t)** recebida ou fornecida pelo componente tem como unidade o **joule** (**J**). Em Electrotecnia também é frequente usar como unidade de energia o **quilowatt-hora** (**kWh**):

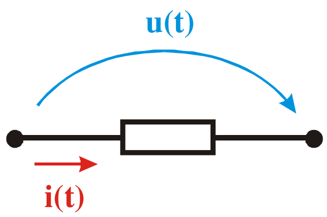
$$1\,\mathrm{kWh} = 3{,}6\,\mathrm{MJ}$$

- A **potência instantânea p(t) em jogo num componente de um circuito** é a derivada em ordem ao tempo da energia recebida ou fornecida pelo componente ao circuito e tem como unidade o **watt** (**W**). O seu valor (em watts) é igual ao produto do valor da **tensão** que existe entre terminais desse componente (em volts) pelo valor da **corrente** que o atravessa (em amperes).

## 30.1 Potência instantânea em jogo num receptor monofásico

**Potência instantânea**: **p(t) [W]** $\quad p(t) = \dfrac{dw(t)}{d(t)} \quad$ **w(t) [J]**: energia absorvida pelo receptor.

- Para um receptor monofásico submetido a uma tensão alternada sinusoidal u(t):




$$\begin{cases} u(t) = U_{Máx} \cdot \operatorname{sen}(\omega t) \\ i(t) = I_{Máx} \cdot \operatorname{sen}(\omega t - \varphi) \end{cases} \rightarrow \quad p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

$$\operatorname{sen}\alpha \cdot \operatorname{sen}\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)\right]$$

$$\begin{aligned} p(t) &= u(t) \cdot i(t) \\ &= U_{Máx} \cdot \operatorname{sen}(\omega t) \cdot I_{Máx} \cdot \operatorname{sen}(\omega t - \varphi) \\ &= U_{Máx} \cdot I_{Máx} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)\right] \\ &= \underbrace{\frac{U_{Máx}}{\sqrt{2}}}_{U} \cdot \underbrace{\frac{I_{Máx}}{\sqrt{2}}}_{I} \cdot \left[\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)\right] \\ &= UI \cdot \cos\varphi - UI \cdot \cos(2\omega t - \varphi) \\ &= \underbrace{UI \cdot \cos\varphi}_{\substack{\text{Valor médio} \\ \text{(constante)}}} + \underbrace{UI \cdot \cos(2\omega t - \varphi + \pi)}_{\substack{\text{Componente alternada} \\ \text{(valor médio = 0)}}} \end{aligned}$$

**Resistência:**

$$\varphi = 0 \quad \Rightarrow \quad \cos\varphi = 1$$

$$p(t) = UI + UI \cdot \cos(2\omega t + \pi)$$

Verifica-se sempre que $p(t) \geq 0$

Valor médio de p(t) é positivo

**Bobina ideal:**

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad \cos\varphi = 0$$

$$\begin{aligned} p(t) &= UI \cdot \cos\left(2\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= -UI \cdot \operatorname{sen}(2\omega t) \end{aligned}$$

Valor médio de p(t) é nulo

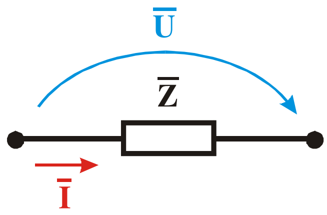
**Condensador ideal:**

$$\varphi = -\frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad \cos\varphi = 0$$

$$\begin{aligned} p(t) &= UI \cdot \cos\left(2\omega t + \frac{3\pi}{2}\right) \\ &= UI \cdot \operatorname{sen}(2\omega t) \end{aligned}$$

Valor médio de p(t) é nulo

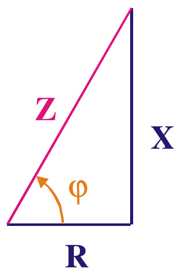
## 30.2 Potências activa, reactiva e aparente em jogo num receptor monofásico




$$\overline{Z}(Z,\varphi) \quad \leftrightarrow \quad \overline{Z}(R,X)$$

$$Z = \frac{U}{I}$$

$$R = Z \cdot \cos\varphi$$
$$X = Z \cdot \text{sen}\varphi$$




**Potência activa:** **P** [W] $P = UI \cdot \cos\varphi$ $P \geq 0$

- Também chamada **potência real** ou **potência verdadeira**, a potência activa é o **valor médio da potência instantânea**.

**Potência reactiva:** **Q** [VAr] $Q = UI \cdot \text{sen}\varphi$

$Q > 0$ se $\varphi > 0$ (receptor indutivo)
$Q = 0$ se $\varphi = 0$ (receptor resistivo)
$Q < 0$ se $\varphi < 0$ (receptor capacitivo)

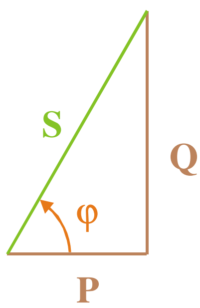
**Potência aparente:** **S** [VA] $S = UI$ $S \geq 0$

**Factor de potência:** **fp** $fp = \frac{P}{S}$

- É o factor pelo qual é necessário multiplicar a potência aparente para se obter a potência activa.
- No **caso particular** de **um receptor monofásico**: $fp = \frac{P}{S} = \frac{UI \cdot \cos\varphi}{UI} = \cos\varphi$

Entre as potências activa, reactiva e aparente em jogo num receptor monofásico verificam-se as seguintes relações:

$$\left.\begin{aligned} P^2 + Q^2 &= (UI)^2 \cdot \cos^2\varphi + (UI)^2 \cdot \text{sen}^2\varphi \\ &= (UI)^2 \cdot \underbrace{\left(\cos^2\varphi + \text{sen}^2\varphi\right)}_{1} \\ &= (UI)^2 \\ &= S^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$




$$\cos\varphi = \frac{P}{S}$$

$$\text{sen}\varphi = \frac{Q}{S}$$

$$\text{Tg}\varphi = \frac{Q}{P}$$

## 30.3 Energia activa e energia reactiva absorvidas por um receptor monofásico num dado intervalo de tempo

**Energia activa:** $W_a$ [kWh] $W_a = P \cdot \Delta t$

**Energia reactiva:** $W_r$ [kVArh] $W_r = Q \cdot \Delta t$

$W_r > 0$ se o receptor for indutivo.
$W_r = 0$ se o receptor for resistivo.
$W_r < 0$ se o receptor for capacitivo.

- **P** [kW] – Potência activa em jogo no receptor.
- **Q** [kVAr] – Potência reactiva em jogo no receptor.
- **Δt** [horas] – Intervalo de tempo considerado.

## 30.4 Potências em jogo, factor de potência e energias absorvidas por um conjunto de n receptores monofásicos a funcionar simultaneamente num dado intervalo de tempo

**Potência activa:** $P_{conj}$ [W] $P_{conj} = \sum_{i=1}^{n} P_i$

**Potência reactiva:** $Q_{conj}$ [VAr] $Q_{conj} = \sum_{i=1}^{n} Q_i$

$Q_{conj} > 0$ se o conjunto for indutivo.

$Q_{conj} = 0$ se o conjunto for resistivo.

$Q_{conj} < 0$ se o conjunto for capacitivo.

**Potência aparente:** $S_{conj}$ [VA] $S_{conj} = \sqrt{P_{conj}^2 + Q_{conj}^2}$

Importante: $S_{conj} \neq \sum_{i=1}^{n} S_i$

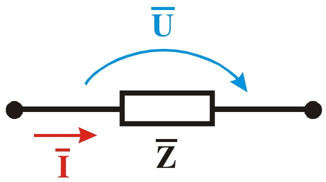
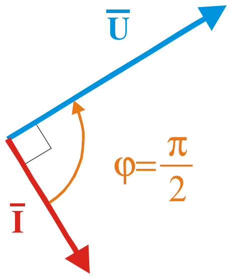
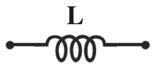
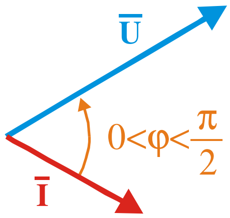
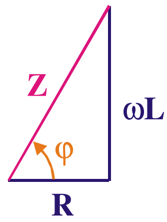
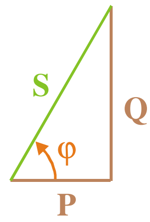
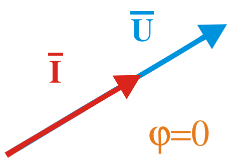
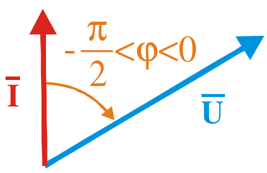
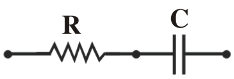
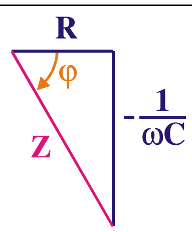
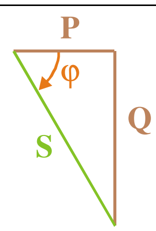
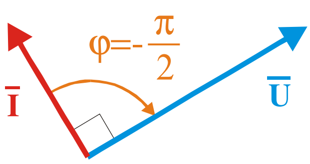
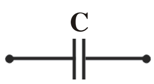
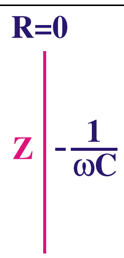
**Factor de potência:** $fp_{conj}$ $fp_{conj} = \dfrac{P_{conj}}{S_{conj}}$

**Energia activa:** $W_{a\ conj}$ [kWh] $W_{a\ conj} = P_{conj} \cdot \Delta t$

**Energia reactiva:** $W_{r\ conj}$ [kVArh] $W_{r\ conj} = Q_{conj} \cdot \Delta t$

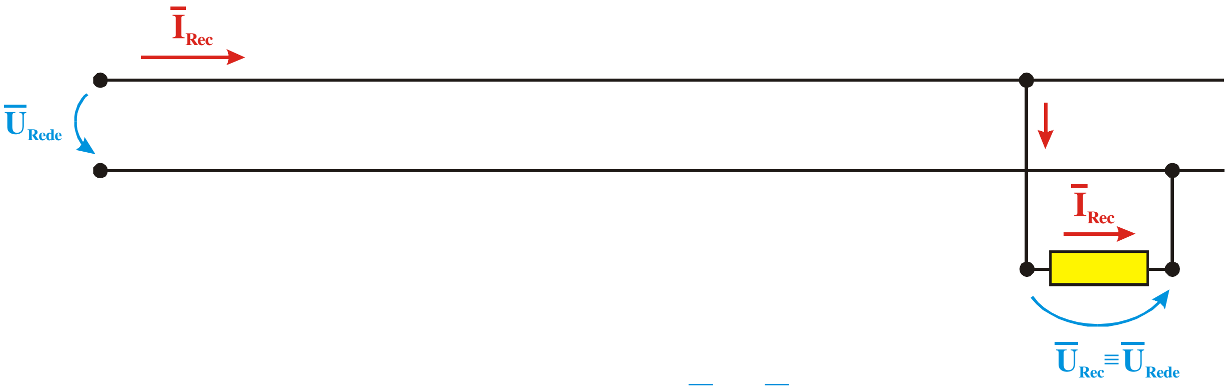
$W_r > 0$ se o conjunto for indutivo.
$W_r = 0$ se o conjunto for resistivo.
$W_r < 0$ se o conjunto for capacitivo.

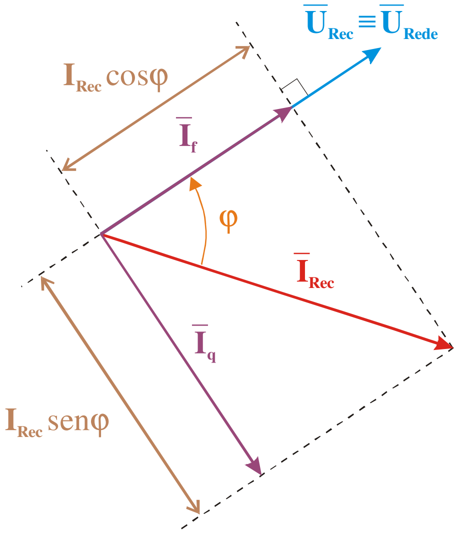
- **Δt** [horas] – Intervalo de tempo considerado.

| | | | |
|---|---|---|---|
|  | Circuito equivalente com o número mínimo de componentes em série | $\overline{Z}(Z,\varphi)\leftrightarrow\overline{Z}(R,X)$<br>$Z=\frac{U}{I}$<br>$R=Z\cdot\cos\varphi$<br>$X=Z\cdot\mathrm{sen}\varphi$<br>$Z=\sqrt{R^2+X^2}$ | $P=UI\cdot\cos\varphi$<br>$Q=UI\cdot\mathrm{sen}\varphi$<br>$S=UI$<br>$S=\sqrt{P^2+Q^2}$ |
|  |  | $Z=\sqrt{(\omega L)^2}=\omega L$ | $S=\sqrt{Q^2}=Q$ |
|  |  | $Z=\sqrt{R^2+(\omega L)^2}$ | $S=\sqrt{P^2+Q^2}$ |
|  |  | $Z=\sqrt{R^2}=R$ | $S=\sqrt{P^2}=P$ |
|  |  | $Z=\sqrt{R^2+\left(-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$ | $S=\sqrt{P^2+Q^2}$ |
|  |  | $Z=\sqrt{\left(-\frac{1}{\omega C}\right)^2}=\frac{1}{\omega C}$ | $S=\sqrt{Q^2}=\lvert Q\rvert$ |

# 31. Eliminação ou Redução do Consumo de Energia Reactiva

Nos exemplos que se seguem, o receptor consumidor de energia reactiva é **indutivo** (o seu símbolo encontra-se sombreado a amarelo).




- $\overline{I}_f$ é a componente de $\overline{I}_{Rec}$ que está em fase com a tensão. O seu valor é dado por

$$I_f = I_{Rec} \cdot \cos\varphi$$

- $\overline{I}_q$ é a componente de $\overline{I}_{Rec}$ que está em quadratura com a tensão. O seu valor é dado por

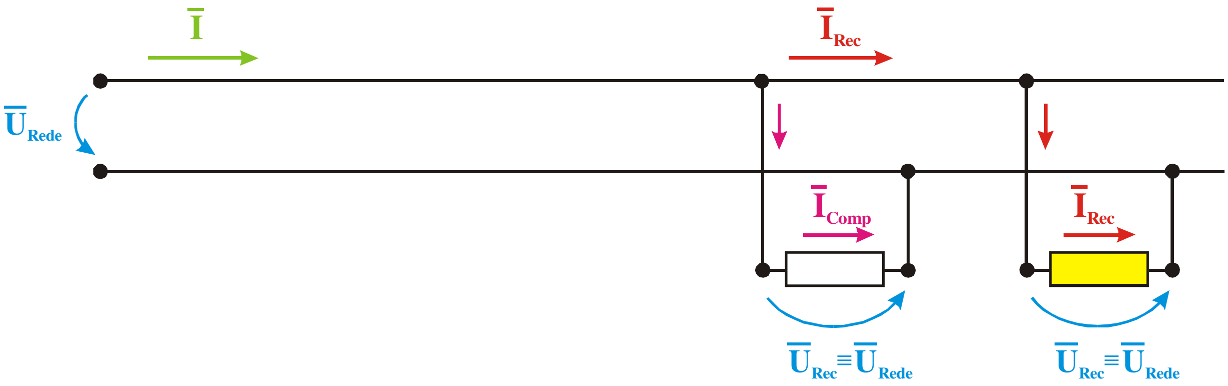
$$I_q = I_{Rec} \cdot \mathrm{sen}\varphi$$

- Tanto $\overline{I}_f$ como $\overline{I}_q$ contribuem para o valor da corrente $\overline{I}_{Rec}$, mas só $\overline{I}_f$ contribui para o valor da potência activa.

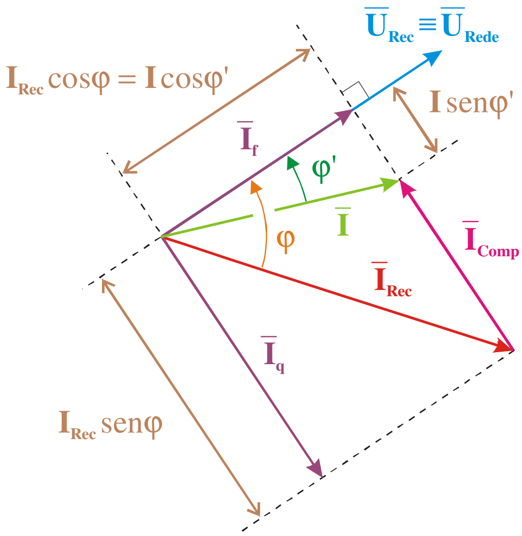
$$I_{Rec} = \sqrt{I_f^2 + I_q^2}$$

$$P = U_{Rec} \cdot I_{Rec} \cdot \cos\varphi = U_{Rec} \cdot I_f$$

$$Q = U_{Rec} \cdot I_{Rec} \cdot \mathrm{sen}\varphi = U_{Rec} \cdot I_q$$




## Redução da Potência Reactiva



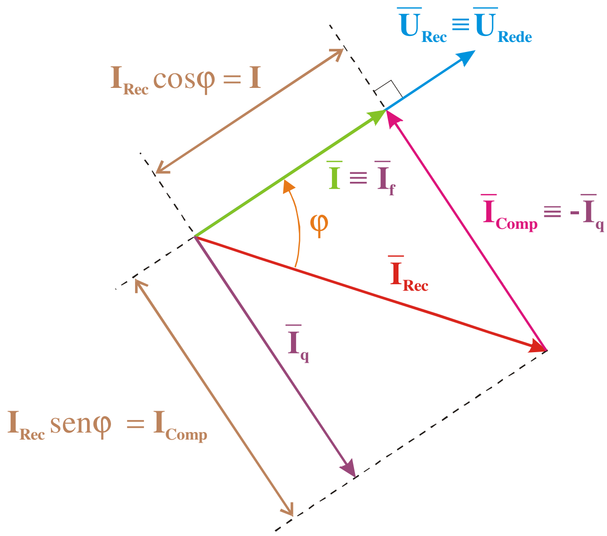

$$I_{Comp} < I_q = I_{Rec} \cdot \text{sen}\varphi$$

$$\begin{aligned} P &= U_{Rec} \cdot I \cdot \cos\varphi' \\ &= U_{Rec} \cdot I_{Rec} \cdot \cos\varphi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q &= U_{Rec} \cdot I \cdot \text{sen}\varphi' \\ &= U_{Rec} \cdot \left(I_{Rec} \cdot \text{sen}\varphi - I_{Comp}\right) \end{aligned}$$

$$Q < U_{Rec} \cdot I_{Rec} \cdot \text{sen}\varphi$$

## Eliminação da Potência Reactiva




$$I_{Comp} = I_q = I_{Rec} \cdot \text{sen}\varphi$$

$$\begin{aligned} P &= U_{Rec} \cdot I \cdot \underbrace{\cos\varphi'}_{=1} \\ &= U_{Rec} \cdot I \\ &= U_{Rec} \cdot I_{Rec} \cdot \cos\varphi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q &= U_{Rec} \cdot I \cdot \underbrace{\text{sen}\varphi'}_{=0} \\ &= 0 \end{aligned}$$

Em ambos os casos, como o receptor é indutivo, o novo componente é puramente capacitivo. Está sujeito à tensão $U_{Rede}$ e é percorrido pela corrente $I_{Comp}$. Resta calcular a sua capacidade:

$$\frac{U_{Rede}}{I_{Comp}} = Z_{Comp} = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \boxed{C = \frac{I_{Comp}}{\omega \cdot U_{Rede}} = \frac{I_{Comp}}{2\pi f \cdot U_{Rede}}}$$

A capacidade C é directamente proporcional à corrente $I_{Comp}$. Por isso, a eliminação da potência reactiva requer um condensador de maior capacidade que a redução dessa potência.

## 31.1 Onde ligar o novo componente?...