

Elaboração de relatório de um trabalho laboratorial.

Relatório exemplo.

Um relatório de um trabalho prático deve ser visto como um protótipo de um artigo científico.

O relatório é baseado nas notas tomadas aquando da realização da experiência (normalmente registadas no caderno de laboratório), mas, se por um lado não deve conter todos os detalhes que aí aparecem, por outro, deve ter em conta que o leitor pode não estar familiarizado com o assunto. A seleção de informação deve refletir bem a experiência efetuada, mas não é necessário que o leitor conheça todas as tentativas por que o autor (ou autores) passou até chegar ao resultado final. Em contrapartida há que fornecer certas informações que ajudem o leitor a perceber a experiência, mesmo que possam parecer óbvias para quem passou muitas horas dedicado ao assunto.

O relatório deve ser escrito de forma clara para que possa ser compreendido pelos outros sem ambiguidades. Note-se que a clareza na exposição só é possível se o autor compreender bem o que está a comunicar. Além disso, o relatório será mais inteligível se a sua estrutura obedecer a um conjunto de regras de escrita relativamente simples e universais, nomeadamente a divisão em secções que facilitam a leitura. A divisão mais comum é a seguinte: introdução, método experimental, resultados, discussão e conclusão. A preceder estas secções deve existir um título, um sumário e o nome do autor (ou autores) e a parte final deve conter a bibliografia e, eventualmente, apêndices. Seguidamente apresentam-se alguns aspetos importantes a ter em consideração na escrita de cada um destas secções.

1. Título

O título deve dar uma ideia geral do tema do trabalho.

2. Sumário

O sumário resume o trabalho dando ênfase aos resultados. O sumário serve essencialmente para que o leitor possa selecionar rapidamente os trabalhos que para ele são interessantes. Não existe um tamanho definido para o sumário, mas os valores típicos variam entre 50 e 200 palavras.

3. Introdução

A introdução contextualiza o trabalho realizado dentro do conhecimento existente, apresentando com clareza o problema investigado. Assim, é aqui que se deve apresentar os objetivos do trabalho, tornando claro:

- (i) o interesse físico do problema;
- (ii) o papel desempenhado pela experiência na investigação;
- (iii) a relação do trabalho/experiência com trabalhos anteriores.

Deve admitir-se que o leitor tem conhecimentos de base na área, mas deve dar-se informação bibliográfica que lhe permita pôr-se a par da área específica tratada.

4. Método experimental

Explicação do método experimental usado e dos detalhes e cuidados necessários à execução da experiência. A informação fornecida deve ser suficiente para que outra pessoa (competente) possa repetir a experiência.

A montagem deve ser descrita cuidadosamente. Se os aparelhos ou montagem forem “standard” é suficiente apresentar o modelo e referência (de modo que qualquer pessoa possa encontrar os

detalhes do fabricante). Mas se a montagem contiver inovações ou adaptações, estas devem ser descritas detalhadamente. A melhor maneira de fornecer muitas destas informações é, quase sempre, através de esquemas da montagem.

Os cuidados tidos nas medidas são muito importantes para que outros as possam reproduzir. Por exemplo, tempos de espera para atingir o equilíbrio térmico, verificações preliminares de aparelhos ou causas possíveis de erros sistemáticos.

5. Resultados

Nesta secção apresentam-se os resultados e os cálculos dos valores das grandezas em estudo (e correspondentes erros).

Em geral não é possível, nem desejável, fornecer no relatório todos os dados adquiridos numa experiência. A apresentação de demasiados dados levaria o leitor a gastar muito tempo a extrair a informação mais relevante; essa é a função de quem escreve o relatório. Quando existe uma quantidade de dados muito grande, deve fornecer-se no relatório apenas uma amostra representativa das medidas e os resultados mais importantes.

A forma mais simples de apresentar os resultados é em tabelas (quando a quantidade de informação for suficientemente pequena para que isso seja viável) e em gráficos, sempre acompanhados das respetivas incertezas.

6. Discussão

O principal objetivo da discussão é mostrar a relação entre observações da própria experiência relatada e também com aquelas que são apresentadas noutros trabalhos. Assim, a discussão deve incluir:

- (i) comparação com outras experiências semelhantes, medidas semelhantes ou valores de referência (se existirem);
- (ii) comparação com modelos ou teorias.

7. Conclusão

Na conclusão deve responder-se às questões colocadas na introdução. A introdução e a conclusão devem completar-se e, por isso, é comum que a redação destas duas secções seja deixada para o fim. As conclusões devem ser apresentadas de forma clara e concisa. Por vezes os autores de um relatório optam por não apresentar as conclusões numa secção independente, expondo-as na mesma secção da discussão.

8. Bibliografia

A bibliografia deve ser numerada e citada de acordo no corpo do texto.

9. Apêndices

Adicionalmente, poderão ser incluídos apêndices com tabelas ou detalhes de cálculos que dificultariam a leitura fluente do corpo principal do relatório (um exemplo típico num trabalho prático são detalhes dos cálculos de incertezas).

Apresenta-se em seguida um exemplo de um relatório. Note-se que, embora os dados apresentados neste relatório sejam verosímeis, a experiência apresentada não foi efetivamente realizada, não sendo os dados verdadeiros resultados experimentais (resultaram de simulação).

Estudo do período de oscilação de um pêndulo simples para determinação da aceleração da gravidade

Luís Vieira

Departamento de Física, Escola de Ciências, Universidade do Minho, Campus de Gualtar, 4710-057 Braga
Portugal

11 de Setembro de 2017

Sumário

Estuda-se a variação do período com a amplitude de um pêndulo simples no regime de oscilações de amplitude angular intermédia (menor que 45°). Esta variação é usada para determinar a aceleração da gravidade, tendo-se obtido o valor $g = 9.80 \pm 0.02 \text{ m/s}^2$.

1. Introdução

O pêndulo simples é definido como um ponto material de massa m suspenso através de um fio inextensível de comprimento L e sem massa. Experimentalmente o pêndulo simples é constituído por um corpo de reduzidas dimensões e um fio de massa desprezável e módulo de Young elevado (ver figura 1). O comprimento do pêndulo, L , é dado pela distância entre o ponto de fixação e o centro de massa do corpo.

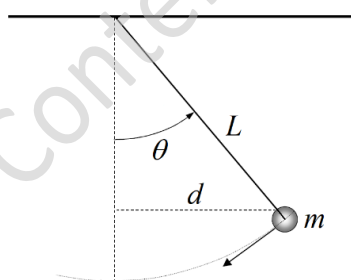


Figura 1: Esquema do pêndulo simples

Desprezando o efeito da resistência do ar e para oscilações de pequena amplitude, o pêndulo descreve, aproximadamente, um movimento harmónico simples (as oscilações são isócronas)^{1, 2, 3}.

Mas no caso mais geral o período das oscilações depende da amplitude angular, sendo dado pela expressão (ver, por exemplo, as referências^{2, 3, 4, 5}):

$$T = T_0 \left[1 + \left(\frac{1}{2} \right)^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} + \left(\frac{1 \times 3}{2 \times 4} \right)^2 \sin^4 \frac{\theta}{2} + \left(\frac{1 \times 3 \times 5}{2 \times 4 \times 6} \right)^2 \sin^6 \frac{\theta}{2} + \dots \right], \quad (1)$$

onde

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (2)$$

e θ é o ângulo que o pêndulo faz com a direção vertical no instante em que é largado. Os termos dependentes da amplitude angular, na expansão da equação (1), são correções à aproximação do período do movimento harmónico simples, T_0 , válida para pequenos ângulos. Estas correções são tanto mais importantes quanto maior for a amplitude das oscilações. Para oscilações de amplitude intermédia uma boa aproximação do período é conseguida retendo apenas os dois primeiros termos da expansão: $T = T_0 [1 + (1/4) \sin^2(\theta/2)]$. Nestas condições espera-se observar uma relação linear entre T e $\sin^2(\theta/2)$. Esta relação permite, em princípio, determinar o valor de g de forma simples a partir

das medições do período das oscilações para várias amplitudes, usando a ordenada na origem ou o declive da reta ajustada aos dados experimentais. Com este trabalho pretende-se avaliar a adequação deste método para determinar a aceleração da gravidade.

2. Material utilizado e procedimento

O pêndulo utilizado era constituído por uma esfera de latão, homogênea, pendurada por um fio de nylon, fino, num suporte. A esfera possuía uma pequena argola para atar o fio. A esfera era suficientemente pequena, mas pesada, para garantir que a força de atrito do ar é desprezável comparativamente com a componente tangencial da força gravítica ($mg\sin\theta$). Para que o atrito no ponto de fixação do fio seja pequeno, o fio foi atado a um pequeno cutelo com uma aresta assente sobre superfícies horizontais, como se ilustra na figura 2 (a montagem permite que o cutelo execute um movimento oscilatório com atrito muito reduzido).

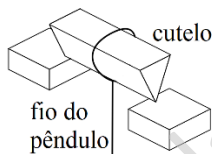


Figura 2: Esquema da parte superior do pêndulo (em que o fio é atado a um pequeno cutelo) que garante atrito reduzido junto ao ponto de fixação.

Todas as medidas de distâncias foram efetuadas com uma fita métrica vulgar (graduada em mm), exceto o diâmetro da esfera, que foi medido utilizando um paquímetro com um erro de leitura de 0.05 mm. O ângulo θ foi medido indiretamente recorrendo à relação $\sin\theta = d/s$, onde s é o comprimento do fio (medido desde o ponto de fixação à superfície da esfera) e d está marcado na figura 1.

Para um dado ângulo, o tempo de meia oscilação (metade do período) foi medido fazendo uso de duas fotocélulas Pasco® (ligadas a um computador através da interface universal 550). O sistema permite fazer medidas do tempo com uma precisão de 0.05%. A interrupção do feixe de infravermelho das fotocélulas, que aciona o início e fim da contagem do tempo, é

efetuada por uma pequena máscara de cartolina retangular (de 2 mm de largura) presa no fio, imediatamente acima da esfera (ver figura 3). As fotocélulas foram colocadas nas posições de amplitude máxima do pêndulo e ligeiramente acima da trajetória da esfera, de modo a serem atuadas pela máscara (ver figura 3). Este procedimento foi repetido para vários valores de θ .

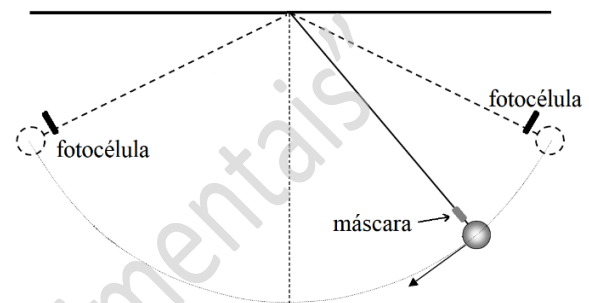


Figura 3: Ilustração do posicionamento das fotocélulas e da máscara de cartão que aciona as fotocélulas.

3. Apresentação dos resultados e cálculos

Os resultados das medições estão apresentados nas tabelas 1 e 2.

Tabela 1: Dimensões do pêndulo

Comprimento do fio (s):	0.729 ± 0.001 m
Diâmetro da esfera (D):	30.00 ± 0.05 mm
Raio da esfera ($R = D/2$):	15.00 ± 0.03 mm
Comprimento do pêndulo ($L = s + R$):	0.744 ± 0.001 m

Tabela 2: Medições de ângulos e períodos. A incerteza de d é de 0.001 m e foi estimada com base no erro de leitura da fita métrica e nas condições de medida. A incerteza de $T/2$ devida ao instrumento de medida é de 0.0005 s.

d (m)	θ (rad)	θ (grau)	$T/2$ (s)	T (s)
0.100	0.138	7.9	0.8667	1.7334
0.194	0.270	15.4	0.8689	1.7378
0.255	0.357	20.5	0.8730	1.7460
0.318	0.451	25.9	0.8763	1.7526
0.388	0.561	32.1	0.8831	1.7662
0.443	0.653	37.4	0.8885	1.7770
0.485	0.728	41.7	0.8947	1.7894
0.515	0.784	44.9	0.9002	1.8004

Na figura 4 apresenta-se o gráfico de T em função de $\sin^2(\theta/2)$ e a reta que melhor se ajusta aos pontos experimentais.

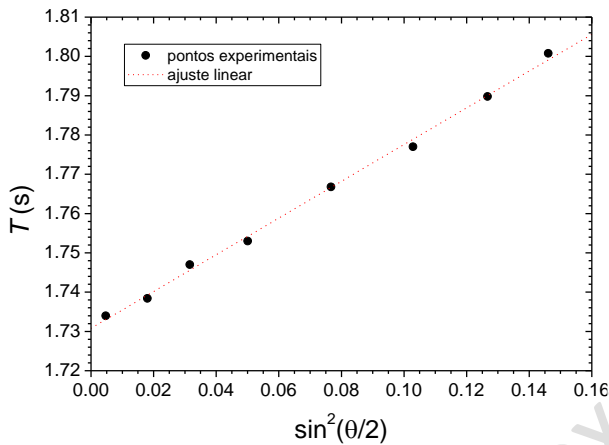


Figura 4: Representação gráfica dos pontos experimentais (T versus $\sin^2(\theta/2)$) e reta que melhor se ajusta.

Os parâmetros de ajuste são apresentados na tabela 3.

Tabela 3: Parâmetros do ajuste linear de T em função de $\sin^2(\theta/2)$

Declive:	$a = 0.467545 \pm 0.010170 \text{ s}$
Ordenada na origem:	$b = 1.730805 \pm 0.000864 \text{ s}$
Coef. de correlação ao quadrado:	$R^2 = 0.9972$

Na aproximação adotada neste trabalho o período do pêndulo simples está relacionado com a amplitude angular através da expressão:

$$T = T_0 + \frac{1}{4} T_0 \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad \text{onde} \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}.$$

Num gráfico de T em função de $\sin^2(\theta/2)$, a ordenada na origem e o declive são dados por

$$b = T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

e

$$a = \frac{1}{4} T_0 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{L}{g}},$$

respetivamente.

A ordenada na origem (b) fornece diretamente T_0 , que pode ser usado para determinar g :

$$g = \left(\frac{2\pi}{T_0} \right)^2 L = 9.804743 \text{ m/s}^2.$$

Recorrendo à equação de propagação dos erros (ver apêndice, equação (A.3)), obtém-se para a incerteza de g :

$$\delta g = \sqrt{\left(\frac{\delta L}{L} \right)^2 + 4 \left(\frac{\delta b}{b} \right)^2} g = 0.016416 \text{ m/s}^2.$$

Fazendo uso da ordenada na origem da reta que melhor se ajusta obtém-se, então, $g = 9.80 \pm 0.02 \text{ m/s}^2$.

Por outro lado, usando o declive (a), vem:

$$g = \left(\frac{\pi}{2a} \right)^2 L = 8.397794 \text{ m/s}^2.$$

Recorrendo à equação de propagação dos erros (ver apêndice, equação (A.4)), obtém-se para a incerteza de g :

$$\delta g = \sqrt{\left(\frac{\delta L}{L} \right)^2 + 4 \left(\frac{\delta a}{a} \right)^2} g = 0.365499 \text{ m/s}^2.$$

Fazendo uso do declive da reta que melhor se ajusta obtém-se, então, $g = 8.4 \pm 0.4 \text{ m/s}^2$.

4. Discussão dos resultados e conclusão

A relação linear de T versus $\sin^2(\theta/2)$ posta em evidência pelo gráfico da figura 4, sugere, em primeira análise, que para a gama de amplitudes angulares estudada (até 45°) a aproximação adotada descreve razoavelmente bem a variação do período do pêndulo simples com a amplitude angular. No entanto, existe uma grande discrepância entre os valores encontrados para a aceleração da gravidade usando a ordenada na origem ($g = 9.80 \pm 0.02 \text{ m/s}^2$) ou o declive ($g = 8.4 \pm 0.4 \text{ m/s}^2$). Note-se também que só o primeiro valor está de acordo com o valor de referência ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$).

Para compreender a origem da discrepância construíram-se os gráficos de T em função de $\sin^2(\theta/2)$ usando as aproximações à equação (1) que consistem em utilizar apenas um termo de correção ($T = T_0[1 + (1/4)\sin^2(\theta/2)]$) ou dois

termos de correção ($T = T_0[1 + (1/4)\sin^2(\theta/2) + (9/64)\sin^4(\theta/2)]$). Os gráficos, apresentados na figura 5, foram obtidos usando $L = 0.744$ m e $g = 9.81$ m/s². Na mesma figura representam-se novamente os pontos experimentais e reta de ajuste.

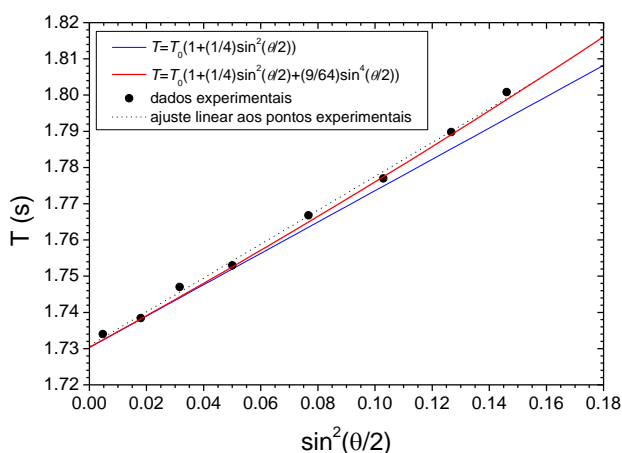


Figura 5: Representação gráfica de T versus $\sin^2(\theta/2)$ para as funções $T = T_0[1 + (1/4)\sin^2(\theta/2)]$ e $T = T_0[1 + (1/4)\sin^2(\theta/2) + (9/64)\sin^4(\theta/2)]$. Estão também representados os pontos experimentais e a respetiva reta de ajuste.

A figura 5 torna claro que a função $T = T_0[1 + (1/4)\sin^2(\theta/2)]$ apenas consegue descrever bem os resultados experimentais para os primeiros quatro pontos (ângulos inferiores a $\sim 26^\circ$). Por outro lado, a função $T = T_0[1 + (1/4)\sin^2(\theta/2) + (9/64)\sin^4(\theta/2)]$ faz uma boa descrição para toda a gama de valores experimentais de θ . No entanto, é de notar que, num gráfico de T versus $\sin^2(\theta/2)$, somente medições de elevada precisão poderiam permitir distinguir esta segunda função de uma reta. Como se põe em evidência na figura 5, os resultados experimentais do presente trabalho são bem descritos por uma reta, mas o declive desta reta de ajuste é diferente do da função $T = T_0 + (1/4)T_0\sin^2(\theta/2)$, enquanto a sua ordenada na origem fornece o valor correto de T_0 . Por isso, a utilização de uma reta ajustada aos dados experimentais de T em função de $\sin^2(\theta/2)$ para a determinação de g é fiável quando se utiliza a ordenada na origem, mas não o declive.

Podemos concluir que, para amplitudes angulares intermédias (menores que 45°), o ajuste da função $T = T_0(1 + (1/4)\sin^2(\theta/2))$ aos

dados do período do pêndulo simples é adequado para a determinação da aceleração da gravidade quando se utiliza a ordenada na origem do gráfico de T em função de $\sin^2(\theta/2)$. A medida da aceleração da gravidade usando este método é de 9.80 m/s², com um erro relativo de 0.2% ($g = 9.80 \pm 0.02$ m/s²).

Este valor pode ser comparado com o valor de referência da aceleração da gravidade à latitude ϕ e à altitude h (expressa em metro, em relação ao nível do mar), que é dado por²

$$g = 9.78032[1 + 0.0053025\sin^2\phi - 0.0000058\sin^2(2\phi)] - 0.196h \times 10^{-5} \text{ m/s}^2.$$

Usando a latitude e altitude da cidade de Braga ($\phi = 41^\circ 33'$, $h = 200$ m), obtém-se como valor de referência $g = 9.80539$ m/s². O valor medido no laboratório está de acordo com o valor esperado, pois este último encontra-se dentro do intervalo de incerteza.

Apêndice

Expressões das incertezas da aceleração da gravidade

Como vimos, na aproximação adotada neste trabalho, a aceleração da gravidade, g , está relacionada com o declive (a) e ordenada na origem (b) da reta que resulta de traçar T em função de $\sin^2(\theta/2)$:

$$g = \left(\frac{2\pi}{b}\right)^2 L \quad (\text{A.1})$$

e

$$g = \left(\frac{\pi}{2a}\right)^2 L. \quad (\text{A.2})$$

As incertezas do comprimento do pêndulo (δL), da ordenada na origem (δb) e do declive (δa) permitem determinar a incerteza de g para cada um dos casos, aplicando a expressão geral da propagação dos erros às expressões (A.1) e (A.2).

Aplicação à equação (A.1):

$$\begin{aligned}
(\delta g)^2 &= \left(\frac{\partial g}{\partial L} \right)^2 (\delta L)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial b} \right)^2 (\delta b)^2 \\
&= \left(\frac{4\pi^2}{b^2} \right)^2 (\delta L)^2 + \left(\frac{8\pi^2 L}{b^3} \right)^2 (\delta b)^2 \\
\left(\frac{\delta g}{g} \right)^2 &= \left(\frac{\delta L}{L} \right)^2 + 4 \left(\frac{\delta b}{b} \right)^2 \\
\delta g &= \sqrt{\left(\frac{\delta L}{L} \right)^2 + 4 \left(\frac{\delta b}{b} \right)^2} g \quad (\text{A.3})
\end{aligned}$$

Aplicação à equação (A.2):

$$\begin{aligned}
(\delta g)^2 &= \left(\frac{\partial g}{\partial L} \right)^2 (\delta L)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial a} \right)^2 (\delta a)^2 \\
&= \left(\frac{\pi^2}{4a^2} \right)^2 (\delta L)^2 + \left(\frac{\pi^2 L}{2a^3} \right)^2 (\delta a)^2 \\
\left(\frac{\delta g}{g} \right)^2 &= \left(\frac{\delta L}{L} \right)^2 + 4 \left(\frac{\delta a}{a} \right)^2 \\
\delta g &= \sqrt{\left(\frac{\delta L}{L} \right)^2 + 4 \left(\frac{\delta a}{a} \right)^2} g \quad (\text{A.4})
\end{aligned}$$

Bibliografia

- [1] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fundamentals of Physics*, 8th edition, John Wiley & Sons, Inc., New York (2008)
- [2] M.C. Abreu, L. Matias, L.F. Peralta, *Física Experimental – Uma introdução*, 1^a edição, Editorial Presença, Lisboa (1994)
- [3] A. Sommerfeld, *Mechanics (Lectures on Theoretical Physics, Vol.1)*, Academic Press, New York (1952).
- [4] L. P. Fulcher and B. F. Davis, "Theoretical and Experimental Study of the Motion of the Simple Pendulum", *American Journal of Physics*, 44, 51 (1976).
- [5] S. D. Schery, "Design of an Inexpensive Pendulum for Study of Large-Angle Motion", *American Journal of Physics*, 44, 666 (1976).