

Trabalho 7: Exponenciais: descarga de um condensador

Introdução à Física Experimental - 2021/22

Cursos: Lic. Física e Lic. Eng. Física

Departamento de Física - Universidade do Minho

Objetivos

Este trabalho pretende atingir os seguintes objetivos principais:

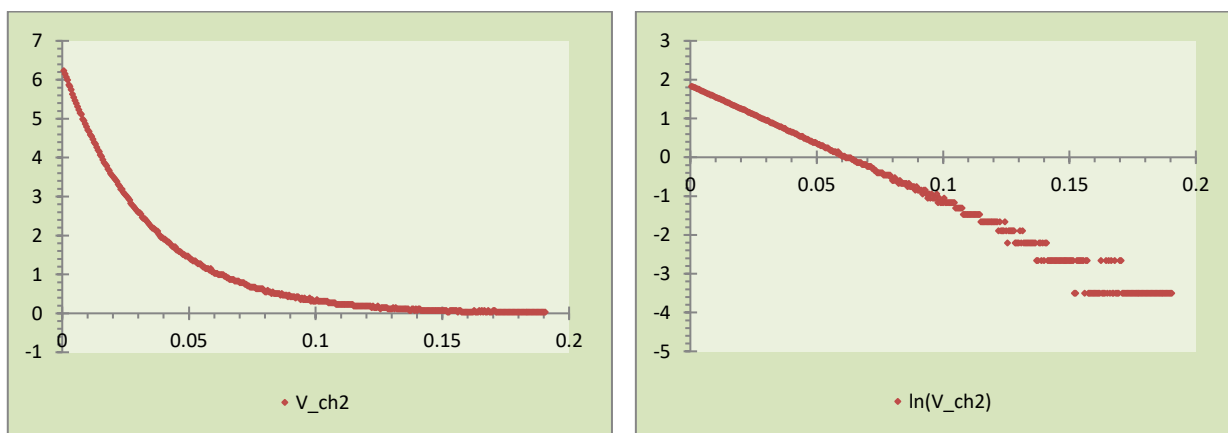
- Contactar com a aquisição e processamento digital de dados (uso de um osciloscópio digital)
- Identificar e aprender a resolver deficiências associadas ao ajuste automático de exponenciais quando se usa uma regressão linear sobre a linearização da exponencial (método usado pelo Excel)
- Usar representações gráficas lin-lin e log-lin e interpretar a qualidade do ajuste da exponencial com base nestas duas representações

Representação linear e log-lin

Uma exponencial decrescente pode ser linearizada calculando o logaritmo:

$$y = a \cdot e^{-bx} \xrightarrow{\text{transforma-se em}} Y = \ln y = \ln a - bx \quad (1)$$

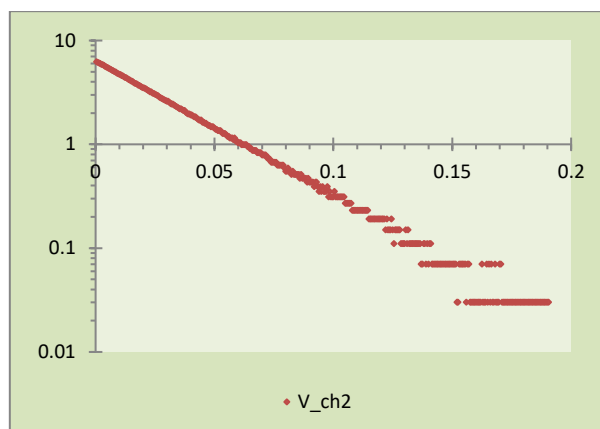
Usando dados experimentais similares aos que irão obter e tratar neste trabalho, o resultado da transformação é mostrado nos seguintes gráficos:



Comparando os gráficos verificamos que:

- Para linearizar a curva, a função logaritmo natural (\ln) diminuiu o declive para valores grandes de y e aumentou-o para valores próximos de zero. O resultado foi que os degraus que se observam no gráfico da esquerda para valores de y próximos de 6 desapareceram no gráfico da direita. Em contrapartida, os degraus para y próximo de zero, pouco visíveis no gráfico da esquerda, foram muito amplificados no da direita.
- Os gráficos são úteis para inspeção visual. Por exemplo, no gráfico da esquerda podemos ver que, para $x = 0.05$ o valor de y é ligeiramente superior a 1. Se quisermos obter a mesma informação no gráfico da direita teremos que calcular a exponencial (função inversa do logaritmo) da ordenada lida o que torna o gráfico menos prático.

Para resolver o segundo problema é habitual marcar as graduações das abcissas já com a exponencial calculada, o que resulta no gráfico seguinte (chamado gráfico log-lin):



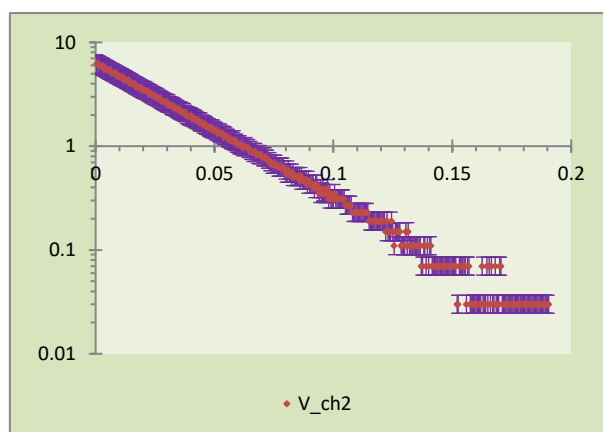
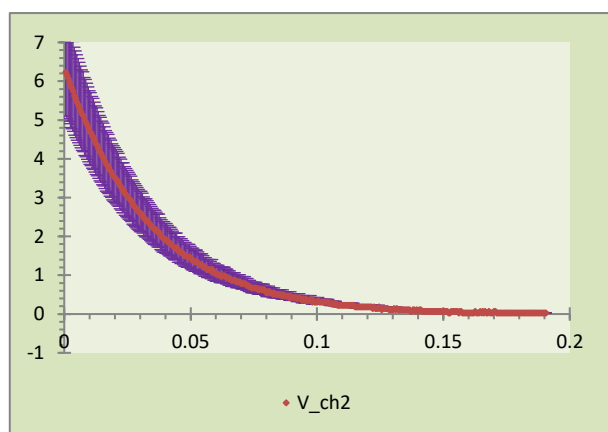
Comparando este gráfico com os anteriores verificamos que:

- O gráfico aparece linearizado, como era de esperar, com as vantagens e desvantagens já referidas.
- Ficou particularmente fácil de ler as abcissas dos pontos próximos de zero (conseguimos, neste caso, estimar centésimas) mas perdemos resolução nos pontos de maior valor (o gráfico não linearizado tinha graduações de 0.2 em 0.2, este só de 1 em 1).

Ajuste de uma exponencial

Uma vez linearizado o gráfico podemos ajustar uma reta aos pontos experimentais. No entanto surge uma dúvida: uma vez que as variações nas abcissas foram muito amplificadas numa zonas do gráfico e reduzidas noutras, em que é que nos devemos basear para fazer o ajuste, ou seja avaliar qual reta passa mais próximo dos pontos experimentais?

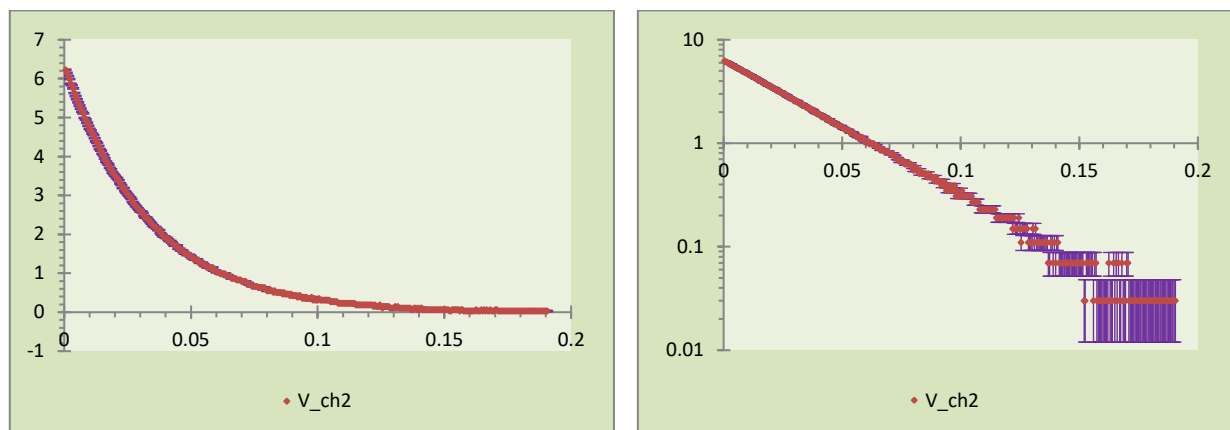
A função automática disponível nos gráficos do Excel usa uma regressão linear sobre o logaritmo para ajustar os pontos experimentais. Isso equivale a atribuir a mesma incerteza a todas as ordenadas no gráfico do logaritmo, ou seja, uma incerteza relativa constante nos valores originais, o que, como se pode ver nos gráficos abaixo, resulta numa muito maior incerteza nos valores grandes e muito menor nos valores próximos de zero.



Nota: o Excel faz exatamente as mesmas contas quando se seleciona o ajuste exponencial (ou qualquer outro para o efeito) quer o gráfico seja linear ou log-lin.

Esta forma do Excel fazer o ajuste significa que este vai passar muito próximo dos valores próximos de zero mas pode afastar-se bastante da curva exponencial para valores grandes das abcissas. No caso dos

vossos valores experimentais, uma vez que serão obtidos com um osciloscópio digital, terão uma incerteza nas ordenadas aproximadamente constante (e logo não constante no logaritmo) como mostram os seguintes gráficos:



Nota: os pontos representados nestes gráficos têm uma incerteza absoluta constante e, portanto, uma incerteza relativa variável. Esta situação da incerteza absoluta ser constante é bastante comum, mas, infelizmente, o justé automático do Excel não contempla esta situação o que implica introduzir fórmulas na folha de cálculo que façam o ajuste pretendido ou então recorrer a outro software mais apropriado.

O efeito da função de medição no ajuste da exponencial

Os dados experimentais que vamos estudar resultam da carga / descarga de um condensador. Em termos práticos isso significa que, partindo de uma tensão inicial V_1 , a tensão aproximar-se-á exponencialmente de uma segunda tensão V_2 . O modelo teórico correspondente é representado pela seguinte equação:

$$V_{\text{condensador}} = V_2 + (V_1 - V_2) \cdot e^{-t/RC} \quad (2)$$

O produto RC é uma constante que depende dos componentes usados e corresponde ao inverso do parâmetro b na equação 1. O parâmetro a da equação 1 é agora representado por $(V_1 - V_2)$. Quando t aumenta, $V_{\text{condensador}}$ tende para V_2 .

Este modelo é uma boa aproximação do circuito que vai ser usado. Como o Excel só ajusta exponenciais que tendam para zero, teremos que subtrair V_2 aos valores experimentais resultando na nova função:

$$V = V_{\text{condensador}} - V_2 = (V_1 - V_2) \cdot e^{-t/RC} \quad (3)$$

Se $V_1 > V_2$ a função da equação 3 pode ser ajustada pelo Excel. Contudo a função de medição de V terá provavelmente o aspeto seguinte:

$$V_{\text{condensador}} = V_{\text{osciloscópio}} + \delta V \quad (4)$$

Nesta função de medição, δV representa correções que não teremos em conta. O valor lido pelo osciloscópio tem uma incerteza associada que se adiciona à função exponencial. Quando a tensão se aproxima do valor limite, V_2 , essa incerteza faz com que alguns valores ultrapassem esse limite e, em consequência, a função V tomará valores negativos. Uma vez que não é possível calcular o logaritmo de números não positivos, o Excel não consegue ajustar a exponencial, a não ser que eliminemos os valores negativos do ajuste.

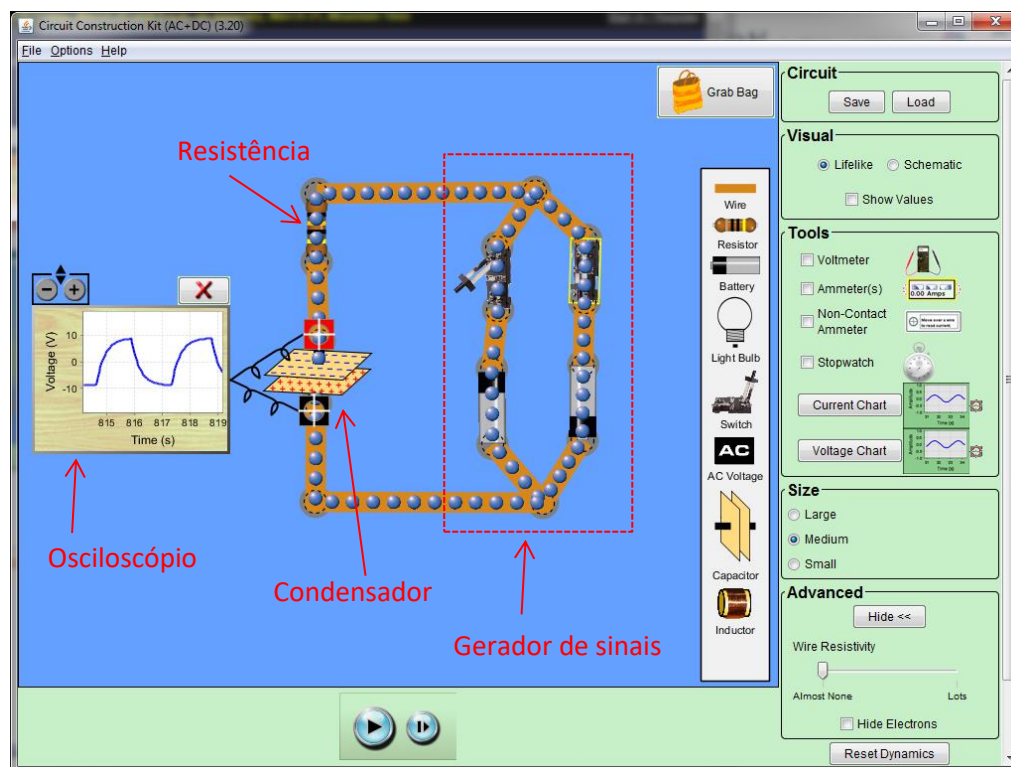
Use a folha Excel anexa a este guião para verem uma simulação do efeito que a assíntota da exponencial tem na qualidade do ajuste. V_2 tem de ser escolhido judiciosamente para garantir um “bom” ajuste. Mesmo assim, o ajuste feito pelo Excel nunca será perfeito pois ele pressupõe uma incerteza relativa constante nos valores da exponencial e estes aproximam-se mais de uma incerteza absoluta constante.

Procedimento experimental

Tarefa 1: simular a carga e a descarga de um condensador

Nota: *esta tarefa é opcional.*

Abra o simulador (também disponível em <https://phet.colorado.edu/en/simulation/circuit-construction-kit-ac>)¹. Construa o seguinte circuito (ou carregue-o a partir do ficheiro disponibilizado). O aspeto deverá ser o seguinte:



Este simulador não inclui um gerador de onda quadrada. Em alternativa o gerador de sinais foi substituído por duas baterias com as polaridades invertidas em série com dois interruptores. Antes de ligarem um interruptor devem desligar o outro para não criarem um curto-circuito.

Procurem reproduzir o sinal mostrado no osciloscópio. Sugestão: a melhor forma de o conseguirem é o *play* imagem a imagem em vez de contínuo.

Como se movimentam os eletrões quando o condensador é carregado / descarregado?

Como são armazenadas as cargas elétricas no condensador?

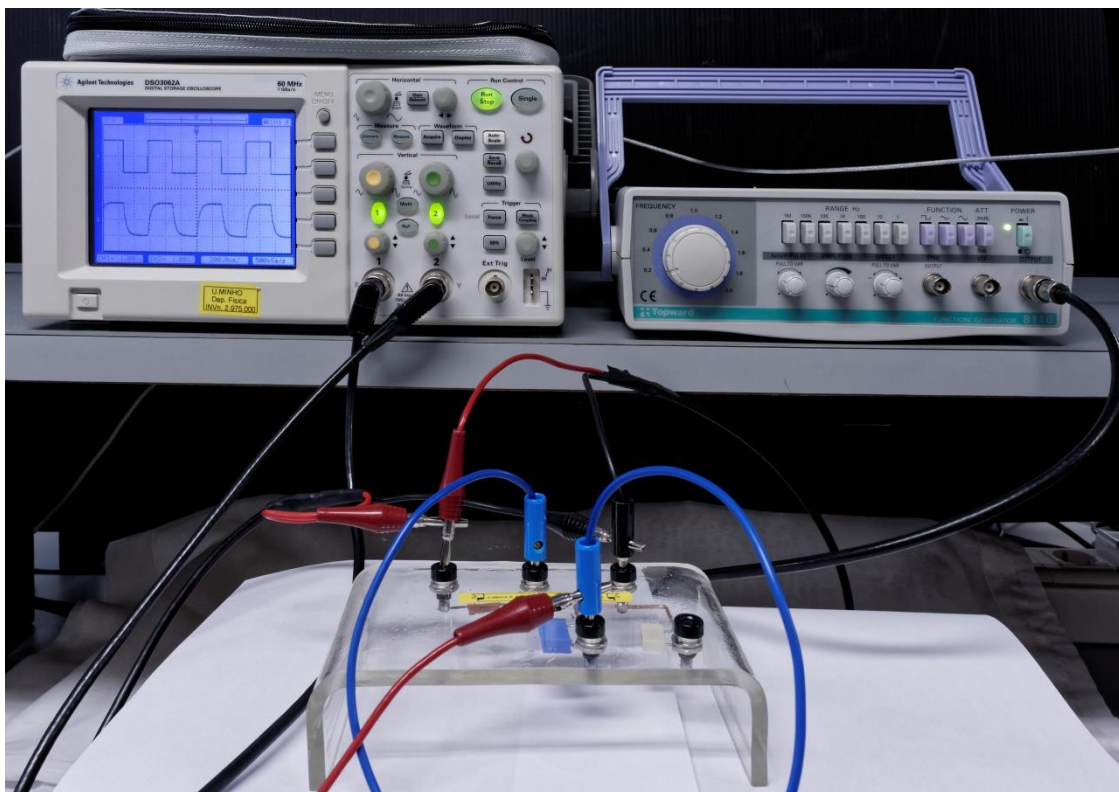
Tarefa 2: obter o sinal do osciloscópio

A figura seguinte mostra uma montagem experimental que poderão usar. Um gerador de sinais cria uma onda quadrada (visível no ecrã do osciloscópio, sinal de cima). O circuito que contém um condensador e uma resistência, apresenta uma tensão aos terminais do condensador que irá aproximar-se exponencialmente da tensão fornecida pelo gerador de sinais. Como este gera uma onda quadrada, o condensador estará permanentemente a carregar e a descarregar.

¹ Esta simulação funciona em JAVA que, provavelmente, o vosso computador não corre. O JAVA foi descontinuado por motivos de segurança, pelo que não é aconselhado instalá-lo. Para verem como funciona um condensador, há outra simulação mais simples: https://phet.colorado.edu/sims/html/capacitor-lab-basics/latest/capacitor-lab-basics_en.html.

O docente ajudará o grupo a montar o circuito se este não estiver previamente montado.

O osciloscópio está ligado a um computador através de uma porta USB, ou, em alternativa, poderão gravar o sinal numa *pen*. Abrindo o programa de controlo do osciloscópio é possível adquirir o sinal do osciloscópio e gravá-lo num ficheiro *.csvs.



O ficheiro *.csv é um ficheiro de texto (csv = comma separated values) que, uma vez aberto no Excel tem o seguinte aspeto:

	A	B	C	D	E	F
1	Agilent Technologies -[Data]					
2						
3						
4						
5	CH2 1.00V/div 50.00us/div Size=1200 [Date:17-03-2014]					
6						
7						
8	NO.	Voltage(NTime(NL3))				
9						
10		1	-2.96E+00	-3.00E-04		
11		2	-2.96E+00	-2.99E-04		
12		3	-2.96E+00	-2.99E-04		
13		4	-2.96E+00	-2.98E-04		
14		5	-2.96E+00	-2.98E-04		

Se o Excel usar o ponto como separador decimal o texto será automaticamente convertido para números. Se o separador decimal for uma vírgula terão de substituir os pontos por vírgulas para serem reconhecidos pelo Excel como números.

O software de controlo do osciloscópio só grava um canal de cada vez. Confirmem que obtiveram os dois sinais (canal 1 e canal 2) em boas condições. Sugestão: criem o gráfico da tensão (Voltage) em função do tempo e confirmem que é igual ao visualizado no ecrã do osciloscópio.

Tarefa 3: ajustar a exponencial no Excel

Com os sinais obtidos ajustem uma exponencial à descarga do condensador. Isso implicará:

- Selecionar a parte do sinal correspondente à descarga.
- Ajustar a assíntota (V_2)
- Eliminar os valores negativos (o Excel não ajustará a exponencial se houver valores negativos)
- Comparar o valor de RC obtido com o ajuste com os valores nominais do condensador e resistência usados (o docente poderá fornecer esses valores).

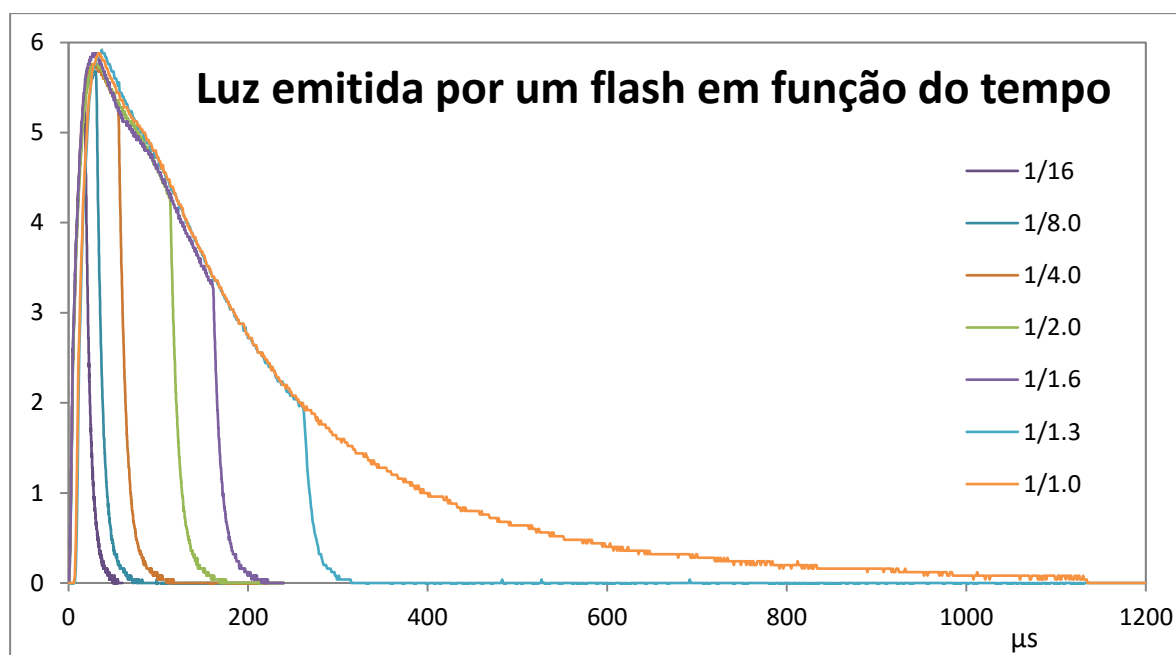
Anexo – Condensadores e energia

O condensador é um componente elétrico que permite armazenar energia tal como uma pilha. Mas há diferenças: a pilha armazena a energia em ligações químicas, o condensador armazena a energia num campo eletrostático. Algumas consequências desta diferença são:

- Para a mesma dimensão uma pilha armazena mais energia do que um condensador
- A tensão aos terminais da pilha mantém-se aproximadamente constante até esgotar a energia armazenada enquanto a tensão aos terminais do condensador vai diminuindo à medida que fornece corrente
- O condensador pode fornecer a mesma quantidade de energia muito mais rapidamente (= maior potência) do que uma pilha

Um exemplo prático do uso das vantagens das pilhas e dos condensadores pode encontrar-se nas máquinas fotográficas com flash. Uma pilha ou bateria é usada para garantir o funcionamento da máquina fotográfica fornecendo-lhe energia. Contudo ela não consegue alimentar o flash pois este vai emitir durante uma pequena fração de segundo muito mais luz do que as lâmpadas do laboratório de Física fornecem e a bateria não consegue fornecer tanta energia em tão pouco tempo. Para solucionar o problema, um circuito eletrónico permite que a bateria carregue o condensador com a energia necessária para o flash (processo que pode demorar vários segundos: é por isso que, depois de disparado um flash, leva um certo tempo até a câmara poder disparar um segundo flash). Uma vez o condensador carregado, este consegue fornecer a energia numa fração de segundo.

O gráfico seguinte mostra a variação da intensidade luminosa de um flash. Uma vez iniciado o flash a intensidade luminosa atinge um máximo ao fim de 30 μs a 35 μs , diminuindo a partir desse instante. Essa diminuição está relacionada com a tensão aos terminais do condensador ir diminuindo. Um circuito eletrónico permite cortar o fornecimento de energia ao flash e assim reduzir a quantidade total de energia emitida. Por exemplo, a linha verde foi interrompida por volta dos 120 μs e só emite metade ($1/2.0$) do máximo de luz que o flash consegue emitir. A quantidade mínima de luz que este flash consegue emitir é $1/64$ do valor máximo (não representado no gráfico) o que corresponde a uma duração do flash inferior a 20 μs .



Também é útil pensar a luz na perspectiva da sua origem. Do nariz do palhaço sai luz vermelha em diferentes direções. Alguma entra no olho pela pupila e permite-nos ver o nariz do palhaço.

Se a luz atravessar uma lente convergente (por vezes chamada lente de aumento ou lupa, embora estes termos se refiram a uma possível utilização da lente), os raios de luz que a atravessarem serão desviados e aparentarão divergir de outro ponto ou convergir para outro ponto. A esse outro ponto chama-se a imagem do ponto original criada pela lente.

No exemplo seguinte mostra-se a luz que sai do nariz do palhaço a desviar-se ao atravessar a lente e ir cruzar-se noutro ponto (a imagem do nariz do palhaço formada pela lente) e depois a incidir no olho. O olho tem a percepção de ver não o palhaço original mas a sua imagem (mais pequena e invertida neste caso). Use uma lente convergente para observar esta situação (o professor pode ajudar).