

Cinemática da partícula

1. O movimento de uma partícula é definido pela expressão:

$$x = t^3 - 6t^2 - 36t - 40 \quad (\text{SI})$$

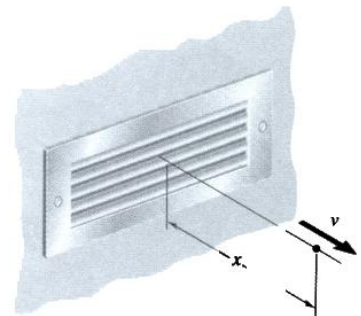
na qual x e t são expressos, respectivamente em metros e em segundos. Determine:

- o instante em que a velocidade é zero.
 - a velocidade, aceleração e a distância total percorrida quando $x = 0$.
2. A aceleração de uma partícula é definida pela expressão: $a = A - 6t^2$, em que A é uma constante. No instante $t = 0$, a partícula parte da posição $x = 8$ m com $v = 0$. Sabendo que em $t = 1$ s, $v = 30$ m/s, determine:
- os instantes para os quais a velocidade é nula.
 - a distância total percorrida quando $t = 7$ s.

3. Uma partícula move-se em linha recta, de acordo com

$$x = 16t - 6t^2 \quad (\text{SI})$$

- Verifique se a partícula tem um movimento uniforme, uniformemente acelerado, retardado, ou com aceleração variável ?
 - Calcule a sua posição ao fim de 1 s.
 - Em que instantes passa o ponto na origem ?
 - Calcule a velocidade média no intervalo $[0, 2]$ s.
 - Calcule a sua velocidade inicial.
 - Em que instantes e posições pára a partícula ?
 - Calcule a aceleração instantânea em qualquer instante.
 - Em que intervalos de tempo é o movimento acelerado e em que intervalos é retardado ?
4. Uma esfera, com uma velocidade de $v_0 = 10$ m/s, penetra num líquido viscoso passando a sofrer uma aceleração de sentido contrário à velocidade e de grandeza $0.2v$.
- Determine a lei das velocidades no referido meio e represente-a graficamente.
 - Calcule o intervalo de tempo necessário para que a velocidade seja 1/100 da inicial.
 - Qual o espaço percorrido no intervalo de tempo referido em b) ?
5. Os dados experimentais indicam que, numa região onde se situa uma grelha difusora, a velocidade do ar emitido é definida por $v = 0.18v_0/x$, na qual v e x são, respectivamente, expressos em m/s e em m, sendo v_0 a velocidade inicial de descarga do ar. Para $v_0 = 3.6$ m/s, determine:
- a aceleração do ar em $x = 2$ m.
 - o tempo necessário para o ar percorrer o espaço entre $x = 1$ m e $x = 3$ m.



6. As coordenadas de uma partícula material, com movimento no plano Oxy , variam no tempo segundo as leis (unidades SI):

$$x(t) = 3t$$

$$y(t) = 6t^2 + 2$$

- a) Escreva a equação da trajectória da partícula material.
- b) Represente-a graficamente no plano Oxy .
- c) Em que sentido é que a trajectória é percorrida ?
- d) Calcule a distância à origem no instante $t = 2$ s.
- e) Calcule o instante de tempo em que a partícula se encontra mais perto da origem e a distância à origem nesse instante.

7. Num dado instante, a velocidade, \vec{v} , e a aceleração, \vec{a} , duma partícula, são dadas por:

$$\vec{v} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k} \qquad \vec{a} = \hat{j} + \hat{k}$$

Sabe-se que o vector velocidade tem, em cada instante, a direcção da tangente à trajectória no ponto ocupado pela partícula nesse instante. Calcule:

- a) para o instante considerado no enunciado, o versor da tangente à trajectória.
- b) as componentes da aceleração segundo:
 - i) a direcção da tangente.
 - ii) uma direcção perpendicular à tangente e contida no plano definido por \vec{v} e \vec{a} .

8. O vector posição de uma partícula é: $\vec{r} = (8t - 5)\hat{i} + (-5t^2 + 8t)\hat{j}$

- a) Qual a posição da partícula no início do movimento ?
- b) Em que instante a partícula atravessa um dos eixos coordenados ?
- c) Deduza o vector velocidade da partícula.
- d) Deduza o vector aceleração.
- e) Escreva a equação cartesiana da trajectória.

9. Uma partícula movimenta-se de modo a que a sua aceleração seja dada por:

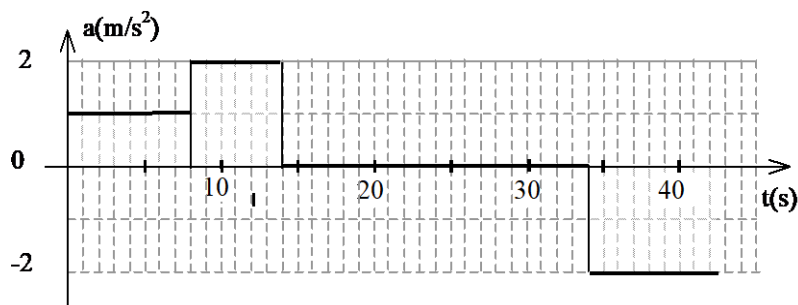
$$\vec{a}(t) = [2\exp(-t)]\hat{i} + [5\cos(t)]\hat{j} - [3\sin(t)]\hat{k}$$

Se a partícula está localizada em (1, -3, 2) no instante $t = 0$ e se move com velocidade dada por $\vec{v} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$, determine:

- a) a velocidade para qualquer instante t .
- b) o deslocamento para qualquer instante t .

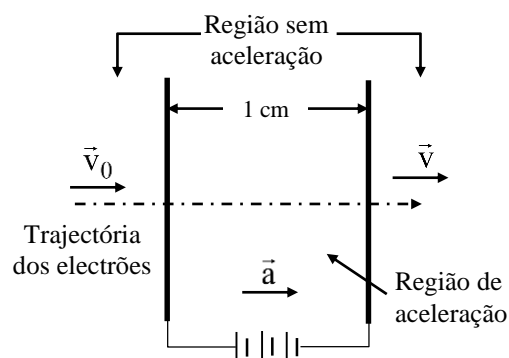
10. O metropolitano viaja entre duas paragens consecutivas descrevendo uma trajectória rectilínea com a aceleração indicada na figura. Determine:

- a) o intervalo de tempo Δt durante o qual o metropolitano trava até parar com uma desaceleração de 2.0 m/s^2 ;
- b) a distância percorrida pelo metropolitano até iniciar a travagem.



- 11.** Não confunda velocidade média com a média de um conjunto de velocidades (média das velocidades). Calcule a velocidade média de um atleta nos seguintes casos:
- o atleta anda 150 m com velocidade 1.5 m/s e depois corre 100 m com velocidade 4 m/s ao longo de uma pista rectilínea;
 - o atleta anda 2 minutos com velocidade 1.5 m/s e a seguir corre durante 3 minutos com velocidade 4.5 m/s ao longo de um caminho em linha recta.

- 12.** Um electrão com velocidade inicial $v_0 = 1.5 \times 10^4$ m/s entra numa região de 1 cm de largura onde é acelerado pela acção do campo eléctrico. O electrão emerge do campo considerado com velocidade 5.0×10^6 m/s. Calcule a aceleração do electrão. Suponha que o movimento do electrão seja rectilíneo e que a aceleração seja constante. Compare este valor a que estamos sujeitos devido à gravidade.



- 13.** Um avião voa horizontalmente a uma altitude de 1450 m com uma velocidade de 75.0 m/s. Um míssil terra-ar é disparado verticalmente com uma velocidade inicial de 375.0 m/s. A que distância do míssil (medida na horizontal) se deve encontrar o avião no momento do disparo para este poder ser atingido por baixo ?
- 14.** Um automóvel está parado num semáforo vermelho. Quando se acende a luz verde, o automóvel inicia um movimento rectilíneo com uma aceleração de 2.0 m/s^2 e mantém esta aceleração durante os primeiros 6.0 segundos, seguindo depois com uma velocidade constante. No instante em que o automóvel iniciou o seu movimento, este foi ultrapassado por um camião, movendo-se na mesma direcção e sentido do automóvel, com uma velocidade de 10.0 m/s. A que distância da posição de partida do automóvel se dará uma nova ultrapassagem ?
- 15.** Deixa-se cair uma bola de uma altura de 39.0 m. O vento sopra segundo a horizontal comunicando à bola uma aceleração horizontal constante de 1.20 m.s^{-2} .
- Mostre que nas condições anteriores a trajectória da bola é rectilínea.
 - Calcule a distância que a bola percorreu, segundo a horizontal, ao chegar ao solo.
 - Calcule a velocidade com que chega ao solo (grandeza e inclinação horizontal).

16. Para determinar a profundidade de um poço, um rapaz deixou cair dentro do poço uma pedra e cronometrou o intervalo de tempo desde que largou a pedra até que ouviu o som produzido pela pancada no fundo do poço. Esse intervalo de tempo foi de 3 s. Considerando a velocidade do som igual a 340 m/s, determine a profundidade do poço e a velocidade com que a pedra embateu no fundo do poço.

17. Um meteorito entra verticalmente na atmosfera Terrestre e passa a “cair” em direcção ao centro da Terra com uma aceleração variável dada por:

$$a = kg t^{1/2}$$

onde g é a aceleração da gravidade na superfície Terrestre, t é o tempo em segundos e $k = 1 \text{ s}^{-1/2}$. Considere a velocidade inicial do meteorito igual a 40 m/s. determine:

a) a aceleração do meteorito para $t = 100 \text{ s}$.

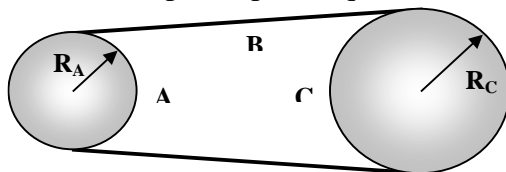
b) a velocidade do meteorito para $t = 100 \text{ s}$.

18. A frequência angular do motor de um automóvel aumenta 1000 rpm para 3500 rpm em 18 s.

a) Calcule a aceleração angular do motor, supondo que ela seja uniforme.

b) Quantas rotações completas efectua o motor durante esse período ?

19. Observe a figura. A roda A de raio $R_A = 10 \text{ cm}$ está acoplada por uma correia B a uma roda C de raio $R_C = 25 \text{ cm}$, como se ilustra na figura. A roda A desenvolve, a partir do repouso, uma velocidade angular à taxa uniforme de $\pi/2 \text{ rad/s}^2$. Determine o tempo necessário para a roda C atingir a velocidade angular de 100 rpm, supondo que a correia não desliza.



20. Um motorista entra numa curva de 150 m de raio, com uma velocidade de 72 Km/h. Ao travar, diminui a velocidade numa razão constante de 1.5 m/s^2 . Determine o do módulo da aceleração total do automóvel, quando a sua velocidade é de 64 Km/h.

21. Uma partícula tem, em cada instante, o vector de posição (r em metros e t em segundos)

$$\vec{r}(t) = 2\hat{i} + 4\cos\left(5t - \frac{\pi}{3}\right)\hat{j} + 4\sin\left(5t - \frac{\pi}{3}\right)\hat{k}$$

Determine, em qualquer instante t :

a) os vectores velocidade e aceleração e as respectivas grandezas.

b) o ângulo entre a aceleração e a velocidade.

c) os vectores aceleração tangencial e normal. Classifique o movimento.

d) a equação cartesiana da trajectória.

22. A posição de uma partícula em função do tempo é dada por:

$$\vec{r}(t) = 4\sin(2\pi t)\hat{i} + 4\cos(2\pi t)\hat{j}$$

- a) Mostre que a trajetória desta partícula é uma circunferência de raio 4 m centrada na origem.
- b) Determine o vector velocidade em qualquer instante e mostre que $v_x/v_y = -y/x$.
- c) Determine o vector aceleração em qualquer instante e mostre que tem a direcção radial e grandeza v^2/r .

23. Uma centrífugadora tem uma velocidade de rotação, constante, de 600 rotações por minuto.

- a) Qual a aceleração de uma partícula à distância de 15 cm do eixo de rotação ?
- b) Qual deverá ser a velocidade de rotação se se pretender que a referida partícula tenha uma aceleração de valor igual à aceleração da gravidade ?

24. Uma partícula parte do repouso e descreve uma trajetória circular de raio 2 m, com uma velocidade angular proporcional ao tempo. Sabendo que ao fim de $\sqrt{3}$ segundos a aceleração é de $2\sqrt{10} \text{ m.s}^{-2}$, qual será nesse mesmo instante:

- a) a velocidade da partícula ?
- b) O ângulo descrito ?