

Universidade do Minho
Álgebra Linear e Geometria Analítica EC
Exercícios 4 - Sistemas de equações lineares

1. Use o método de eliminação de Gauss para resolver os seguintes sistemas de equações lineares e classifique-os quanto ao número de soluções:

$$\text{a) } \begin{cases} x - 2y + z = 2 \\ x + 5y - z = 1 \\ x + y + z = 3 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} -x + y + z = 1 \\ 3x + 2y - z = 2 \\ x + y + z = 3 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x + y + z + u = 0 \\ 2x - y + z - u = 0 \\ 5x - y + 3z = 0 \\ -x + 5y + z + 2u = 0 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} 2x + 3y = y + 3x \\ x - 3z = 2y + 1 \\ 3y + z = 2 - 2x \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_3 + 2x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = -1 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 8 \end{cases}$$

$$\text{g) } \begin{cases} x - 3y + z = 2 \\ 2x - 4y + 3z = 7 \\ -3x + y + 2z = 9 \end{cases}$$

$$\text{h) } \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 2x - y + 3z = 13 \\ 3x - 3y + 7z = 23 \end{cases}$$

$$\text{i) } \begin{cases} -2x + y + 3z = 10 \\ 10x - 5y - 15z = 30 \\ x + y - 3z = 25 \end{cases}$$

$$\text{j) } \begin{cases} 2x - 5y + 4z = -3 \\ x - 2y + z = 5 \\ x - 3y + 3z = -8 \end{cases}$$

2. Calcule a característica das seguintes matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 2 \\ 6 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Discuta, em função dos valores de α e β , a característica das seguintes matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & \alpha - 1 & \alpha \\ \alpha & 0 & \alpha \\ \alpha + 1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \beta & -\alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \\ 0 & \beta & 0 \end{bmatrix}$$

4. Considere os seguintes sistemas, nas incógnitas x, y e z , e classifique-os quanto ao número de soluções, em função dos valores dos parâmetros reais α e β (em cada caso, indique a característica da matriz dos coeficientes e da matriz ampliada do sistema).

$$\text{a) } \begin{cases} x - y + z = -1 \\ 2x + z = 2 \\ x - y + \alpha z = \beta \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - y + z = -3 \\ -x + 4y - z = 3\alpha \\ \beta x + z = 3 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x - \alpha y + z = -\beta \\ x - y + (\beta + 1)z = 1 \\ x - y + z = 3 \end{cases} \qquad \text{d) } \begin{cases} -2x + \alpha y - \beta z = -3 \\ x + \beta z = 1 \\ 2x + 4y + 3\beta z = -\beta \end{cases}$$

5. Use o método de Gauss para calcular a inversa das seguintes matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & 2 \\ -2 & -4 & 4 \end{bmatrix}$$

6. Use a regra de Cramer para resolver os seguintes sistemas:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y = 6 \\ 4x + 5y = 2 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} x + y + z = -1 \\ 3x - 4y + 2z = -5 \\ 3x - 2y + z = 2 \end{cases} \qquad \text{c) } \begin{cases} -x + y + z = 1 \\ 3x + 2y - z = 2 \\ x + y + z = 3 \end{cases}$$