

Heurísticas Para Otimização Combinatória

Prof. Ademir A. Constantino

Departamento de Informática
Universidade Estadual de Maringá

www.din.uem.br/~ademir

Resumo

- As anotações desta apresentação reune informações coletadas em várias fontes, principalmente artigos científicos. Recomenda-se a leitura dos textos indicados para maiores informações.
- **Conteúdo:**
 - Otimização combinatória
 - Heurística
 - Algoritmo heurístico
 - Algoritmo Construtivo
 - Algoritmo Melhorativo, também conhecido como Algoritmo de Busca Local (ou na Vizinhança)
 - Meta-Heurística

O que é Otimização Combinatória (definição informal)

- Problemas de otimização combinatória
 - * Dentre um conjunto finito (grande) de soluções, escolher a melhor.
 - * Esses problemas são modelados como problemas de maximizar (ou minimizar) uma função cujas variáveis devem obedecer certas restrições.

Exemplos Clássicos

- Problema da Mochila

- Dados n objetos que posso armazenar em uma mochila, onde cada um tem um peso e uma utilidade, quanto de cada objeto devo escolher de tal modo que o peso total não seja maior que P e o somatório das utilidades seja o maior possível?

- Problema do Caixeiro Viajante

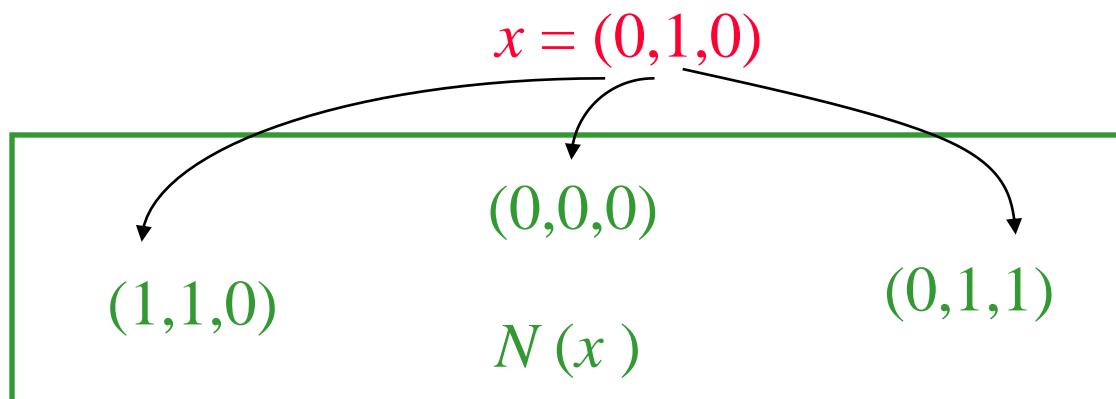
- Dadas n cidades, encontrar um caminho passando por todas elas de maneira que o percurso total seja o menor possível.

Aplicações de Otimização Combinatória

- projetos de sistemas de distribuição de energia elétrica,
- posicionamento de satélites,
- projetos de computadores e de chips VLSI,
- roteamento ou escalonamento de veículos,
- alocação de trabalhadores ou máquinas à tarefas,
- empacotamento de caixas em containers,
- corte de barras e placas,
- seqüenciamento de genes e DNA,
- classificação de plantas e animais,
- etc.

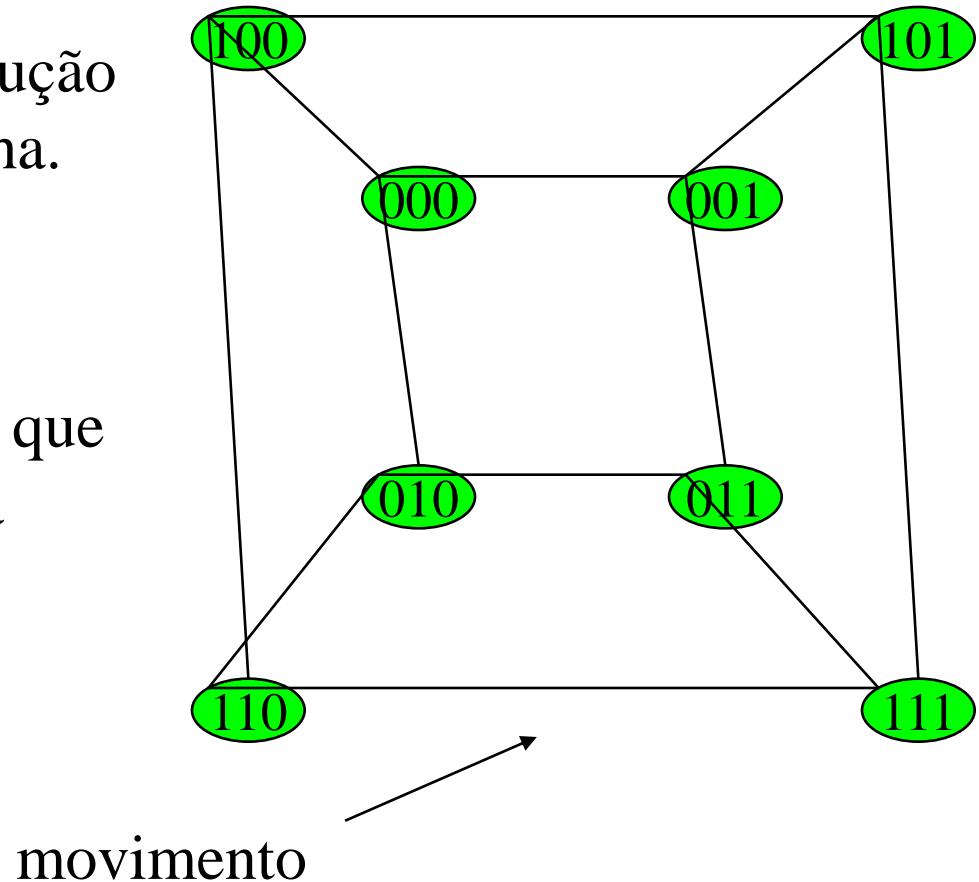
Conceitos básicos

- Espaço de soluções
 - * O conjunto de todas as soluções (viáveis) possíveis (satisfazendo as restrições do problema)
- Vizinhança
 - * Dada uma solução x , os elementos da vizinhança $N(x)$ de x são aquelas soluções y que pode ser obtida aplicando uma perturbação elementar sobre x .
 - * Exemplo: Considere $x = (0,1,0)$ e a vizinhança 1-flip de um vetor 0/1.



Espaço de busca

- Movimento
 - * É a transição de uma solução para outra solução vizinha.
- Espaço de busca
 - * O conjunto das soluções que obtidas por meio de uma vizinhança.

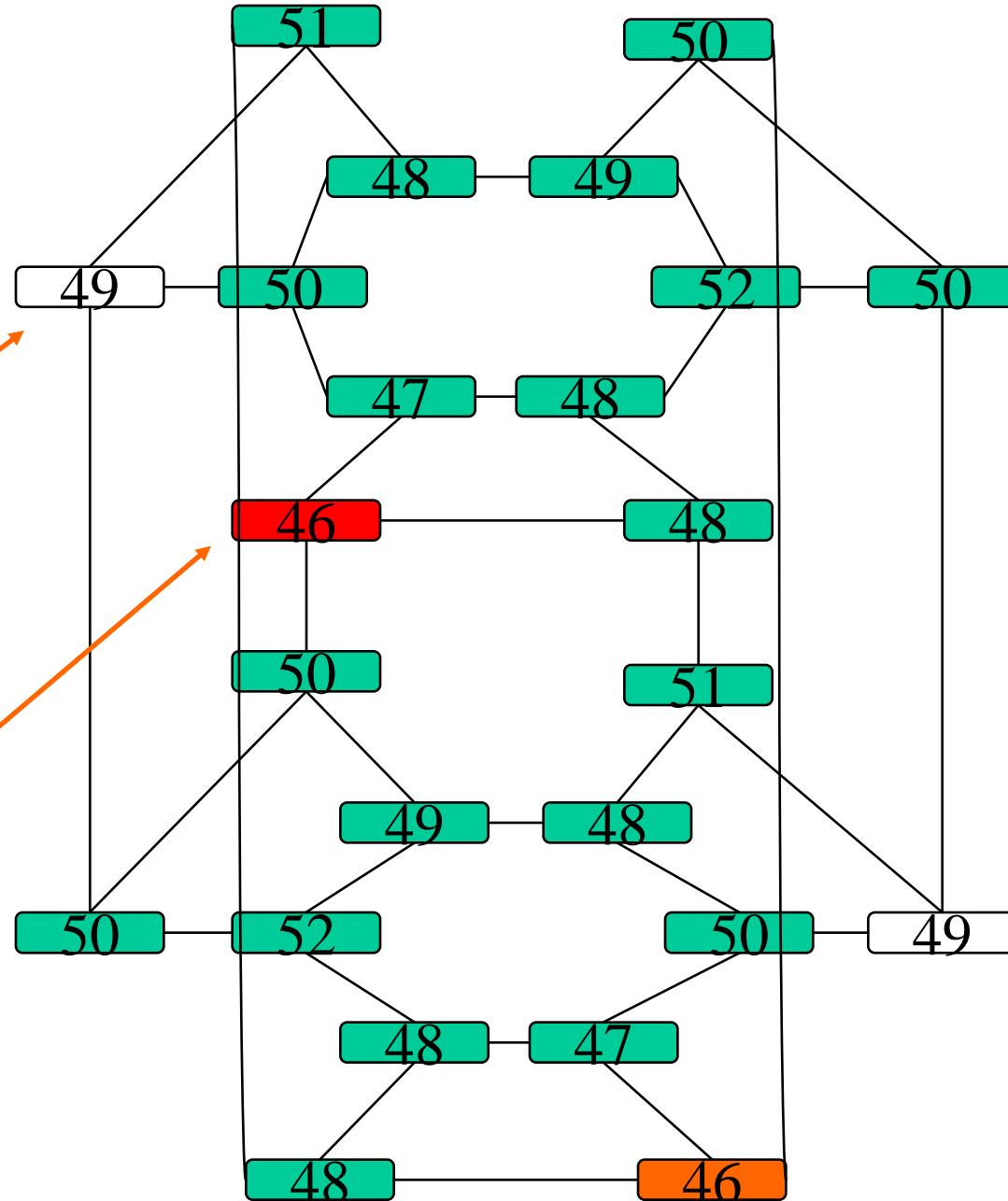


Conceitos

- Solução Incumbente;
 - * é a solução corrente mantida pelo algoritmo
- Ótimo local
 - * é uma solução tão boa ou melhor do que qualquer das soluções vizinhas
- Ótimo global (solução ótima).
 - * É a melhor solução dentre todos os ótimos locais.

Ótimo local

Ótimo global



Complexidade Computacional

- Problemas da classe:
 - NP-difícil ou NP-árduo (NP-hard)
 - NP-Completo.
- Todo NP-Completo é NP-Hard
- Nem todo NP-Hard é NP-Completo
- NP-Hard é tão difícil quanto NP-Completo

Desafios Computacionais

- Resolver problemas de otimização combinatória pertencentes a classe NP-hard ou NP-completo com pouco esforço computacional (tempo de execução).
- Encontrar soluções ótimas, ou mesmo aproximadas, para esses tipos de problemas é um desafio nem sempre fácil de ser vencido

Resolução de Problemas NP-difícil e NP-completo

- Algoritmos exatos não-polinomiais:
 - * programação dinâmica , *branch-and-bound*, *branch-and-cut* , planos-de-corte, *backtracking*, etc.
- Algoritmos aproximativos: é a denominação do algoritmo que fornece soluções dentro de um *limite de qualidade absoluto* ou assintótico, assim como um limite assintótico polinomial de complexidade (pior caso) comprovado matematicamente;

- **Algoritmos probabilísticos:** são algoritmos que convergem para a solução do problema dentro de um valor esperado.
- **Algoritmos heurísticos:** são denominações para o algoritmo que fornece soluções sem um limite formal de qualidade, tipicamente avaliado empiricamente em termos de complexidade (média) e qualidade das soluções.

Heurística

- **Etimologia:**
 - * a palavra **heurística** vem da palavra grega *Heuriskein*, que significa descobrir (e que deu origem também ao termo Eureca)
- **Heurística:** pode ser entendida como informação e intuição a respeito da instância do problema e da sua estrutura para resolvê-lo de forma rápida.
- Uma **heurística** é um conjunto de regras e métodos que conduzem à descoberta, à invenção e à resolução de problemas.

Algoritmo Heurístico

- Um algoritmo heurístico é um algoritmo que utiliza alguma heurística na sua concepção.
- Em geral, os algoritmos heurísticos não são capazes de garantir a solução ótima do problema de otimização.
- O objetivo de uma heurística é tentar encontrar uma solução “boa” de maneira simples e rápida.
- Existe algoritmo heurístico que garante a solução ótima de um problema? A resposta é **SIM**.
 - * Exemplos: Algoritmo A* com heurística admissível, algoritmos Prim e Kruskal para árvore expandida de custo mínimo.

Justificativas

- O que justifica o uso de um algoritmo heurístico sem garantia de solução ótima?
- Só é justificável o uso de algoritmo heurístico para um problema quando
 - * não é possível modelar o problema
 - (usando grafos, programação matemática, etc.)
 - * ou não é possível aplicar um algoritmo exato
 - (em função do tempo computacional excessivo).

Algoritmos Heurísticos

- Heurística
 - de propósito geral para domínios variados
 - para domínios específicos

Algoritmos Heurísticos (classificação)

1. Método construtivo

- processo iterativo que inicia com uma solução vazia e adiciona um novo elemento a cada iteração até a obtenção de uma solução.

2. Busca local (ou melhorativo)

- inicia em uma solução (podendo ser obtida a partir de outra heurística) e caminha sobre as soluções vizinhas.

3. Meta-heurísticas

estrutura genérica de heurística que podem ser adaptadas para diversos problemas.

Algoritmos Heurísticos (classificação)

4. Métodos de decomposição

- consistem em dividir o problema em subproblemas menores, de modo que a resolução de todos os subproblemas possam compor uma solução para o problema maior.

5. Relaxação

- modificar o modelo de tal forma que ele fique mais fácil de resolver.
- Ex. relaxação linear, relaxação lagrangeana.

Método Construtivo

- Problema de otimização combinatória:

Dado um conjunto finito de elementos $E = \{1, 2, \dots, n\}$
e uma função de custo $c: 2^E \rightarrow \mathbb{R}$

encontrar $s^* \in F$ tal que $c(s^*) \leq c(s) \quad \forall s \in F$

onde $F \subseteq 2^E$ é uma coleção de subconjuntos de E (soluções viáveis do problema).

S : conjunto de soluções viáveis (satisfaz as restrições do problema);

s^* : definida como solução ótima do problema.

- Exemplos:
- Problema do caixeiro viajante (PCV)

E : conjunto de arestas

F : subconjuntos de E que formam um ciclo hamiltoniano (CH)

$c(S) = \sum_{e \in S} c_e$, c_e = custo da aresta e .

- Problema da Mochila (Knapsack)

E : conjunto de itens

F : subconjuntos de E que satisfazem a restrição de peso

$\sum_{e \in S} u_e \leq b$, u_e = utilidade de e

Método Construtivo

- Forma geral de um algoritmo heurístico construtivo : selecionar sequencialmente elementos de E , eventualmente descartando alguns já selecionados, de tal forma que ao final se obtenha uma solução viável, i.e. pertencente a F .

Método Construtivo

- Exemplos de algoritmos construtivos:

1. Problema do Caixeiro Viajante

- Vizinho mais próximo
- Inserção do Mais Próxima
- Inserção do Mais Distante
- Método das economias (Clarke e Wright)

2. Árvore Geradora de Custo Mínimo

- Kruskal
- Prim
- Dijkstra

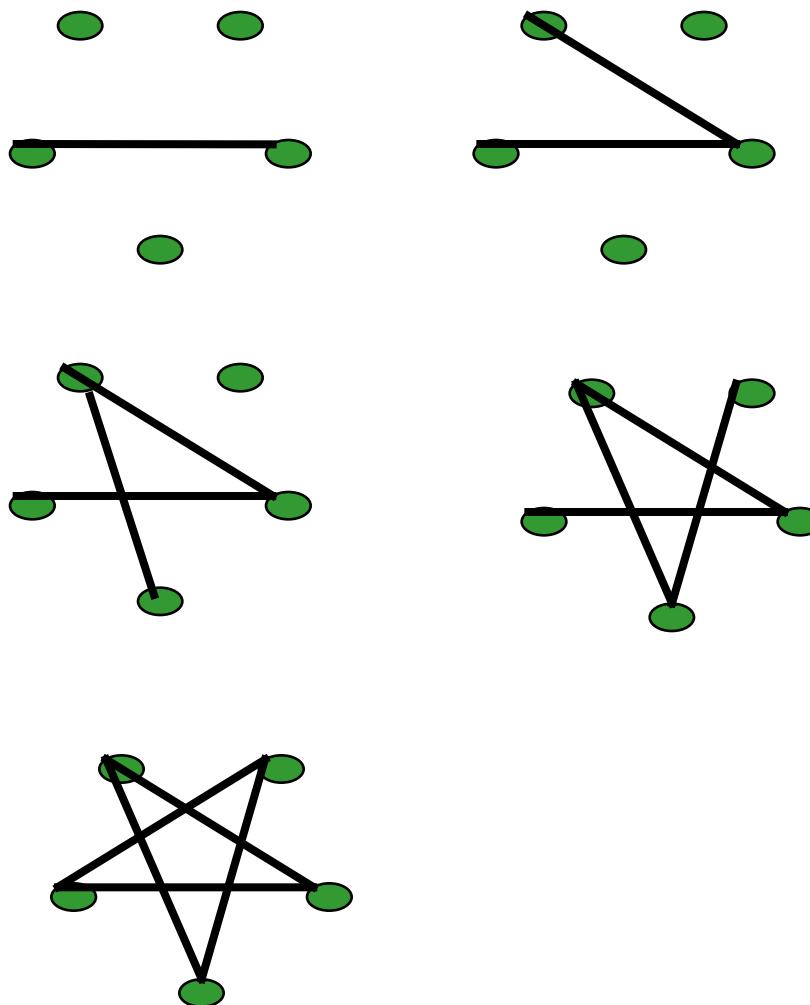
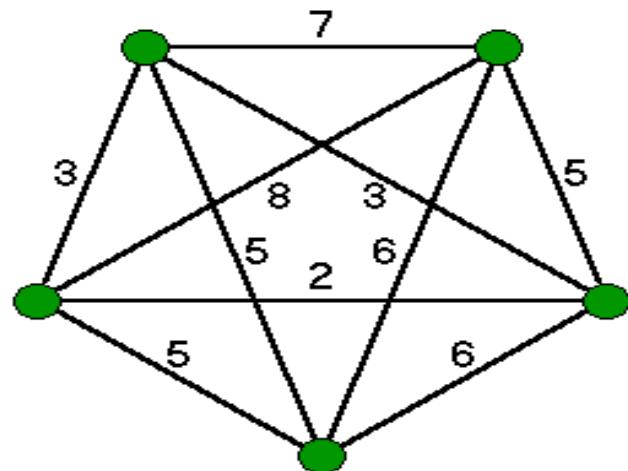
Continuação

3. Bin-packing (empacotamento)

- Botton Left
 - Ex: <http://www.cs.gmu.edu/~jarboe/bottomLeft.html>
- Next Fit
 - Ex: <http://www.cs.gmu.edu/~jarboe/nf.html>
- First Fit
 - Ex: <http://www.cs.gmu.edu/~jarboe/ff.html>

Método Construtivo

Heurística vizinho mais próximo



Algoritmos gulosos (greedy): uma classe de algoritmos construtivos

- Algoritmos gulosos (greedy): a construção de uma solução gulosa consiste em selecionar seqüencialmente um elemento de E que minimiza o incremento no custo da solução “parcial”, eventualmente descartando alguns já selecionados, de tal forma que ao final se obtenha uma solução viável. O custo de cada elemento é calculado por uma função denominada *função gulosa* definida como $g: E \rightarrow R$.
- O critério de otimização de um algoritmo guloso é meramente local, não sendo possível, portanto, garantir a solução ótima global, exceto para estruturas do tipo **MATROOIDES** que veremos mais tarde.
- Cada iteração o algoritmo considera apenas a próxima decisão, levando a ser chamado também de algoritmo **míope**, pois “enxerga” somente o que está mais próximo.

Esquema Geral de um Algoritmo Greedy (minimização)

- Passo 1. Ordene os elementos de E em ordem crescente: $g(e_1) \leq g(e_2) \leq \dots \leq g(e_n)$, sendo g uma função gulosa.
- Passo 2. $S \leftarrow \emptyset$
- Passo 3. Para $i=1$ até n faça:
Se $S \cup \{e_i\} \in F$ então $S = S \cup \{e_i\}$
- Passo 4. A Melhor solução é encontrada:
 $S^* \leftarrow S$ e $c(S^*) = \sum_{e \in S^*} c(e)$

Heurística - Método Construtivo

Exemplo: Problema da Mochila - *Knapsack Problem*

- Dada uma mochila de capacidade limitada de peso e um conjunto itens distintos com peso conhecido e cujo o transporte resulta num determinado lucro. Encontrar uma combinação dos itens a serem transportados maximizando o lucro total.

Heurística - Método Construtivo

- Exemplo: Problema da mochila (*Knapsack Problem*)

E : conjunto de itens

F : subconjuntos de E que satisfazem à

restrição $\sum_{e \in S} a_e \leq b$

custo de solução S : $c(S) = \sum_{e \in S} c_e$

c_e : lucro do item e

a_e : peso do item e

b : capacidade da mochila

Heurística - Método Construtivo

Exemplo de um algoritmo guloso problema da mochila

Passo 0:

Ordenar os elementos de E em ordem decrescente com base no valor da função gulosa para cada elemento. Suponha que: $c_1/a_1 \geq c_2/a_2 \geq \dots \geq c_n/a_n$;

$S \leftarrow \emptyset$;

Passo 1:

Para i de 1 a n faça

Se $S \cup \{e_i\} \in F$

então $S \leftarrow S \cup \{e_i\}$

Obs:

Função gulosa $g(e) = c_e/a_e$ (densidade do elemento, custo/benefício)

Exemplo: Ag. Guloso para o PM

Dados do problema:

$\frac{5}{3}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{9}{8}$
1	2	3	4	5	6	7	8

Capacidade da mochila: 15

c_e/a_e Função gulosa
 i Item

Iterações do algoritmo:

Item	Peso	Lucro (acumulado)
5	2	5
5, 1	5	10
5, 1, 8	13	19

Heurística - Método Construtivo

Outras funções gulosas para o problema da mochila

- Escolher os itens por ordem decrescente do valor (c_i).
- Escolher os itens por ordem crescente do valor (a_i).

Heurística - Método Construtivo

- Algoritmo guloso aleatorizado (maximização):

Passo 0:

Ordenar os elementos de E de modo que $c_1 \geq c_2 \geq \dots \geq c_n$;
 $S \leftarrow \emptyset$;

Passo 1:

Para i de 1 a n faça

Criar uma lista $L \subseteq \{1, 2, \dots, n\} \setminus S$ tal que

$$S \cup \{e\} \in F, \forall e \in L$$

Selecionar aleatoriamente um elemento $e \in L$

$$S \leftarrow S \cup \{e\}$$

Heurística - Método Construtivo

- Algoritmo guloso aleatorizado
 - * Algoritmo guloso encontra sempre a mesma solução para um dado problema, exceto por eventuais empates
 - * Aleatorização permite alcançar diversidade nas soluções encontradas
 - * Criar uma lista de candidatos L e forçar uma escolha aleatória a cada iteração
- A diversidade das soluções encontradas depende da cardinalidade da lista L

Heurística - Busca Local

- Algoritmos de busca local são construídos como uma forma de exploração do espaço de busca.
- Partida: solução inicial obtida através de um método construtivo
- Iteração: melhoria sucessiva da solução corrente através de uma busca na sua vizinhança
- Parada: primeiro ótimo local encontrado, ou seja, não existe solução vizinha aprimorante.

Representação de soluções

- Os métodos de busca local são dependentes da forma adotada para representar as soluções, pois a vizinhança de uma solução é obtida a partir da sua representação.
- Representação de uma solução: indicar quais elementos de E estão presentes e quais não estão.
- As formas mais adotadas são:
 - * Vetores de Pertinência
 - * Combinações
 - * Permutações

Representação de soluções

Vetores de pertinência

Vetores onde o mapeamento de cada elemento da solução é feito para cada uma das posições (ou dimensões) do vetor. A presença de um determinado elemento na resposta é representada pelo 1 na posição correspondente. Sua ausência é representada pelo 0 (ou vice-versa)

Combinações

Conjuntos contendo exatamente os elementos presentes na resposta (ou exatamente os elementos ausentes).

Permutações

Conjunto ordinal (contendo todos os elementos) indicando a ordem com que estes aparecem na solução. (ex.: lista de cidades visitadas para o problema do caixeiro viajante).

Representação de soluções

- Vetor de pertinência para o problema da mochila:
n itens, vetor 0-1 com n posições, $x_j = 1$ se o item j é selecionado, $x_j = 0$ caso contrário.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	0	0	0	1	0	1	1	0

$$S[i] = \begin{cases} 1 & \text{se o objeto } i \text{ está na resposta} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^{10} S[i]W_i \leq C$$

Representação de soluções

- Combinação para o problema da mochila:
Uma solução S é formada pelo conjunto de itens selecionados.

$$S = \{1, 2, 6, 8, 9\}$$

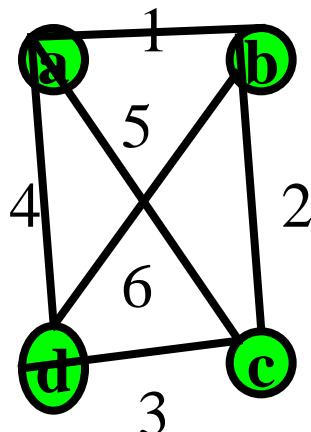
$$\sum_{i \in S} W_i \leq C$$

Representação de soluções

Vetor de pertinência para o PCV:

Solução é um vetor de $n = |E|$ posições

$v_e = \begin{cases} 1, & \text{se a aresta } e \text{ pertence ao CH} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$



Soluções viáveis:

$(1,1,1,1,0,0), (1,0,1,0,1,1), (0,1,0,1,1,1)$

Representação de soluções

Permutação para o PCV:

Cada solução é representada pela ordem em que os vértices são visitados, isto é, como uma permutação circular dos n vértices (já que o primeiro vértice é arbitrário)

- | | |
|---------|----------|
| (a) bcd | (b) bdc |
| (c) cbd | (d) cdb |
| (e) dbc | (f) dc b |

Vizinhança

Problema combinatório:

$$f(s^*) = \text{mínimo } \{ f(s) : s \in S\}$$

S é um conjunto discreto de soluções viáveis.

Vizinhança: elemento que introduz a noção de proximidade entre as soluções em S .

Uma vizinhança é um mapeamento

$$N: S \rightarrow 2^S$$

que associa as soluções de S em um subconjunto deste mesmo conjunto de soluções.

Vizinhança

$N(s) = \{s_1, s_2, \dots, s_k\}$ soluções vizinhas de s

Boas vizinhanças permitem representar de forma compacta/eficiente o conjunto de soluções vizinhas a qualquer solução s .

Espaço de busca: definido pelo conjunto de soluções S e por uma vizinhança N

Vizinhança

Exemplo de vizinhanças no espaço de permutações:

Solução $\pi = (\pi_1, \dots, \pi_{i-1}, \pi_i, \pi_{i+1}, \dots, \pi_j, \dots, \pi_n)$

$N1(\pi) = \{(\pi_1, \dots, \pi_{i+1}, \pi_i, \dots, \pi_n) : i=1, \dots, n-1\}$

Vizinhos de $(1,2,3,4) = \{(2,1,3,4), (1,3,2,4), (1,2,4,3)\}$

$N2(\pi) = \{(\pi_1, \dots, \pi_j, \dots, \pi_i, \dots, \pi_n) : i=1, \dots, n-1; j=i+1, \dots, n\}$

Vizinhos de $(1,2,3,4) = \{(2,1,3,4), (1,3,2,4), (1,2,4,3), (4,2,3,1), (3,2,1,4), (1,4,3,2)\}$

Vizinhança

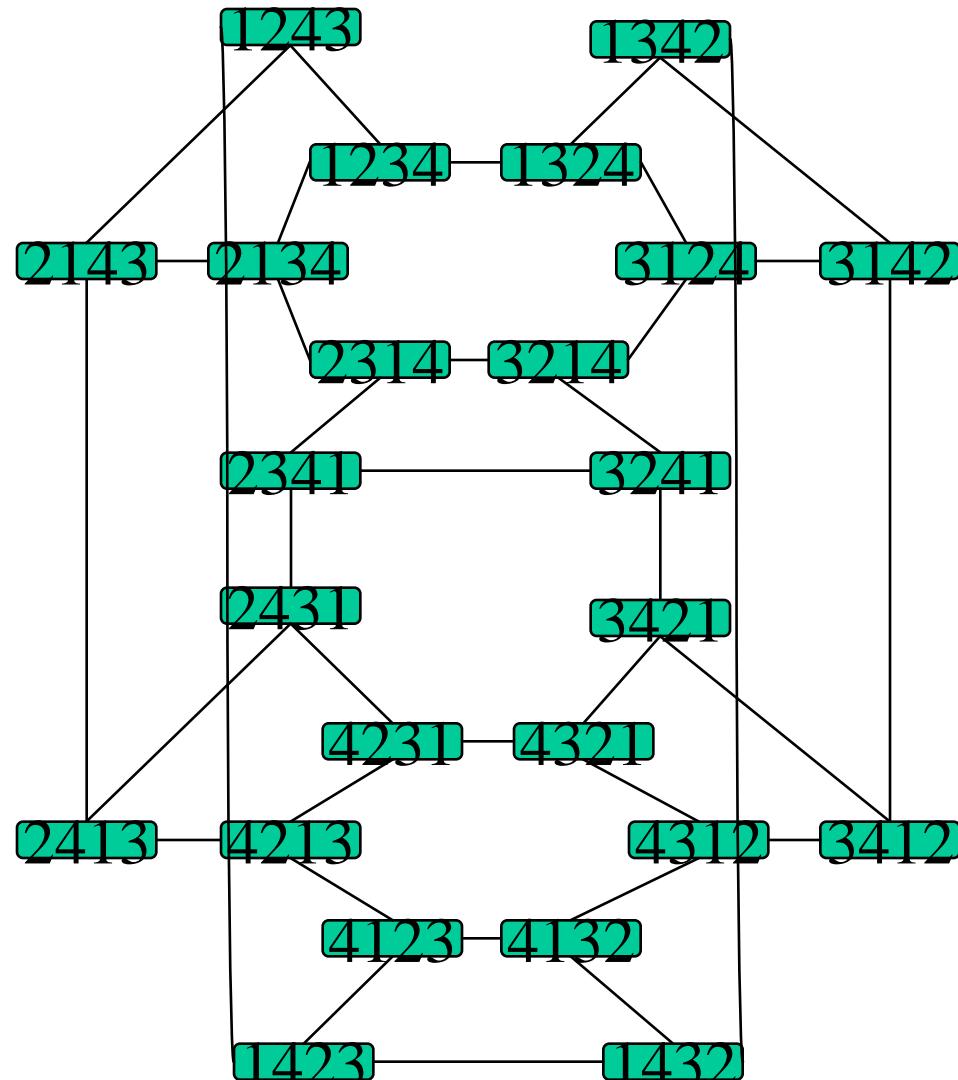
O espaço de busca pode ser visto como um grafo onde os vértices são as soluções e existem arestas entre pares de vértices associados a soluções vizinhas.

Um movimento é uma operação que transforma uma solução em uma solução vizinha.

Um caminho no espaço de busca consiste numa seqüência de soluções, onde duas soluções consecutivas quaisquer são vizinhas.

Vizinhança/Espaço de Busca

Exemplo 1: espaço de busca para a vizinhança N_1 sobre um conjunto solução de 4 dígitos.



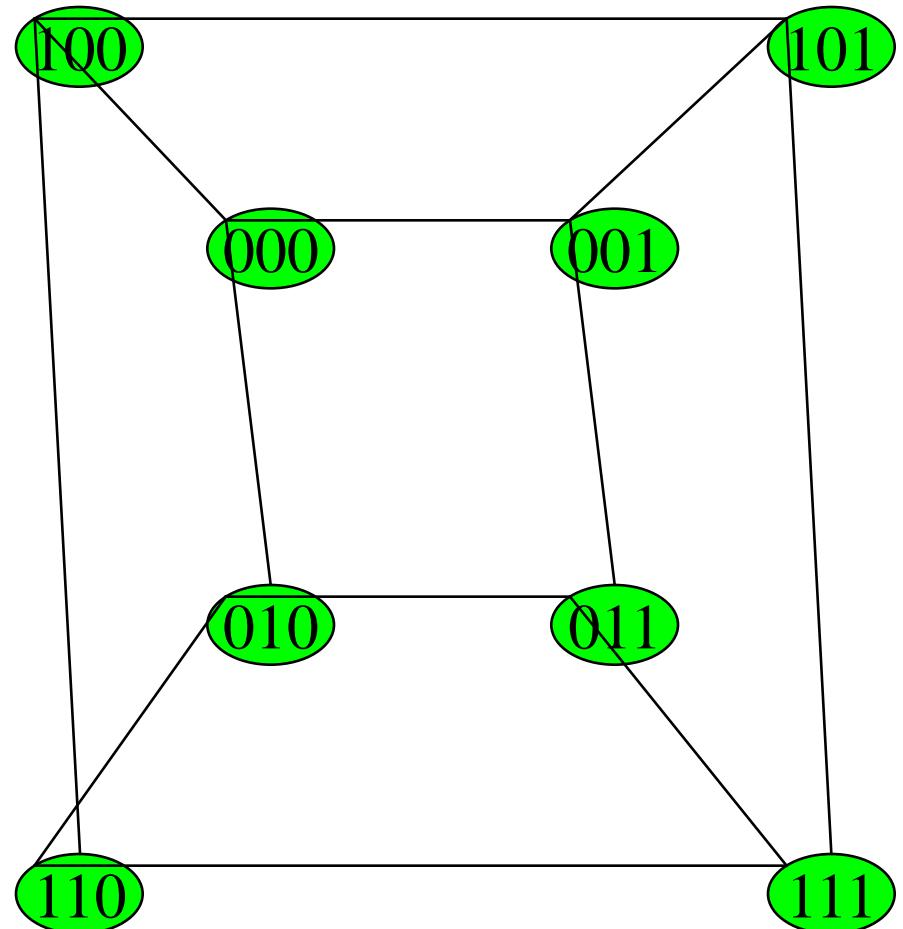
Vizinhança/Espaço de Busca

Exemplo 2: vetores de pertinência 0-1 com a vizinhança $N3$ definida como:

$$v = (v_1, \dots, v_i, \dots, v_n)$$

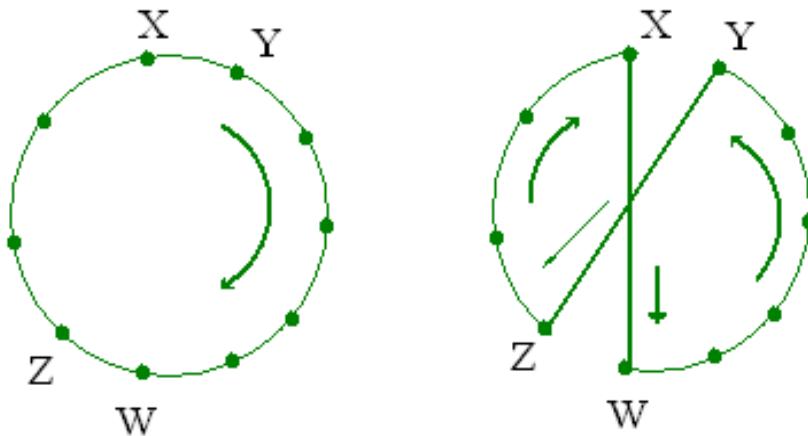
$$N3(v) = \{(v_1, \dots, 1-v_i, \dots, v_n) : i=1, \dots, n\}$$

Vizinhos de $(1,0,1) = \{(0,0,1), (1,1,1), (1,0,0)\}$



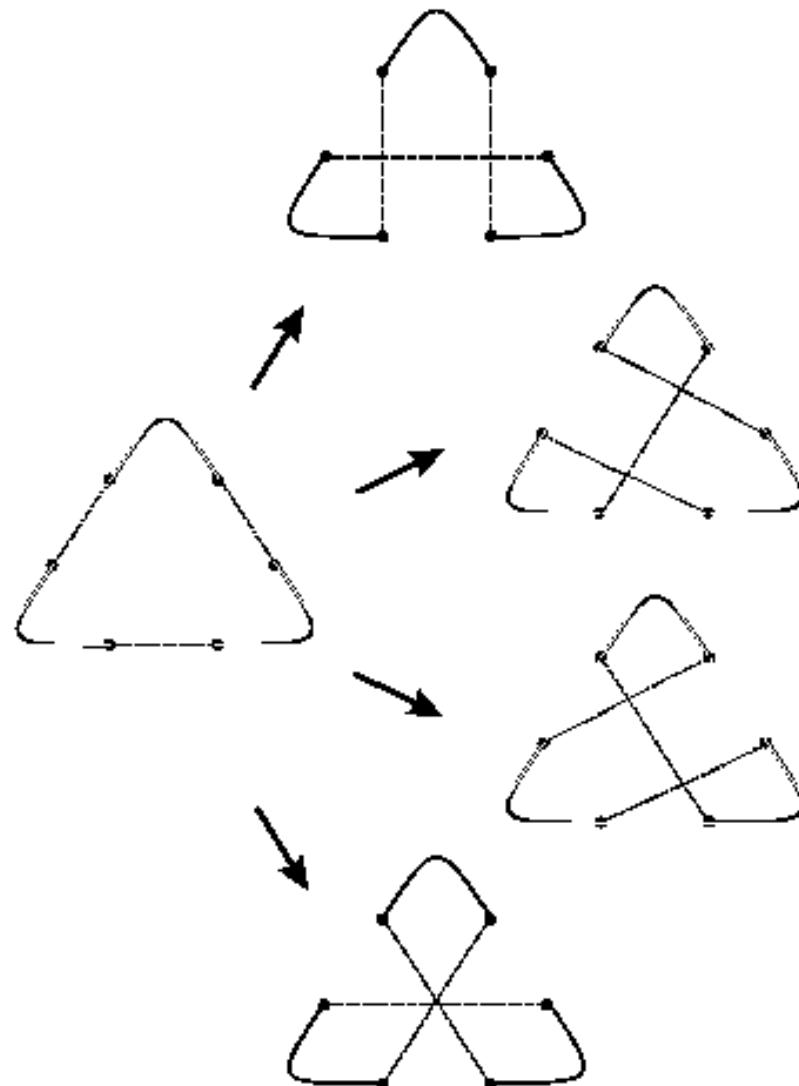
Vizinhança - mais exemplos

- K-opt: uma heurística de busca local aplicada no problema do caixeiro viajante. A vizinhança $N(s)$ é formada por ciclos obtidos pela substituição de k arestas do ciclo corrente S por k arestas que não estão no ciclo.
- Ex: 2-opt

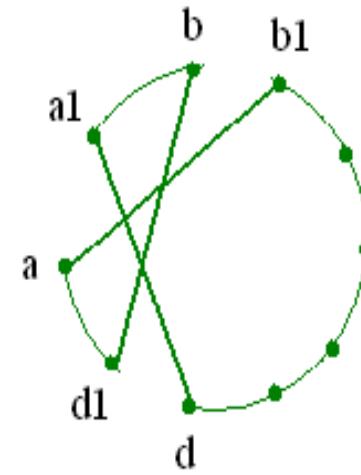
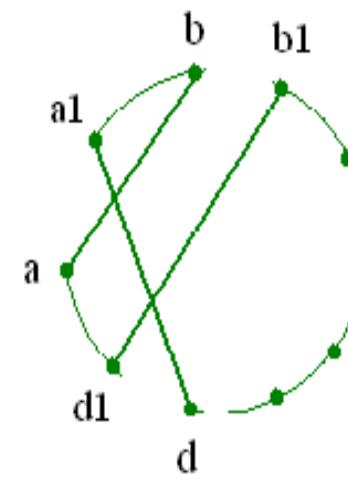
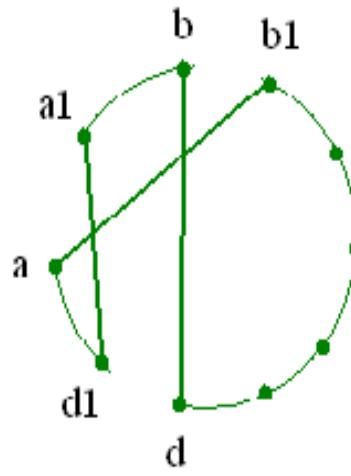
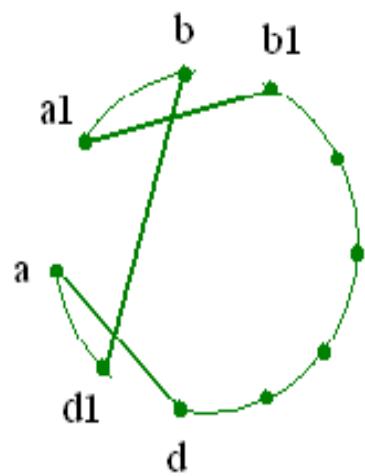
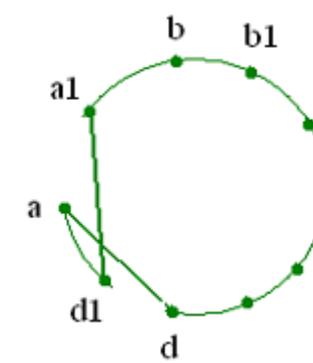
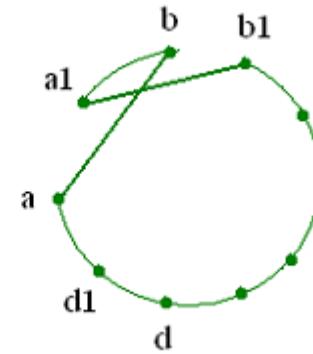
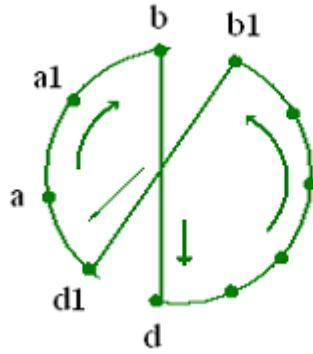
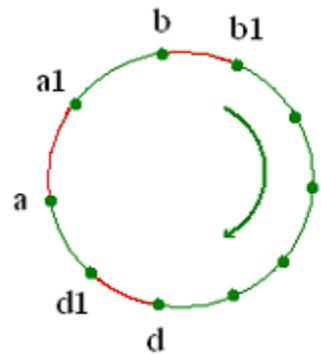


Vizinhança - mais exemplos

Ex: vizinhança 3-opt
para o PCV.



Vizinhança 3-Opt para o PCV



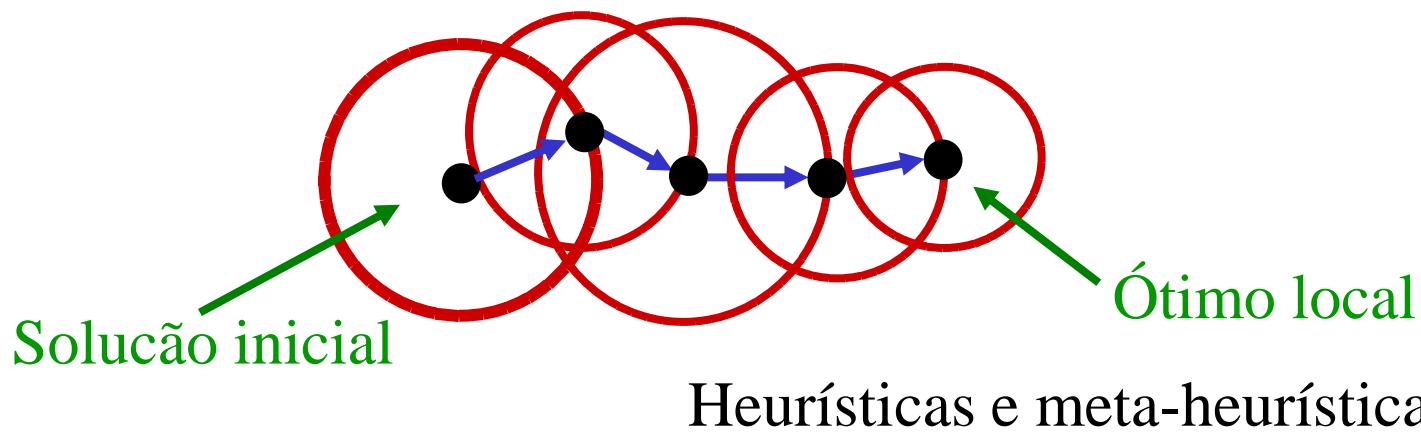
Busca Local

Um algoritmo de Busca Local explora a estrutura de vizinhança definida para o problema em questão.

Existem variações de algoritmos de Busca Local.
Dois exemplo clássicos:

First Improvement - Melhoria Iterativa;

Best Improvement - Descida Mais Rápida;



Busca Local

A principal questão envolvida:

Como utilizar (explorar) a vizinhança?

Busca Local

Métodos clássicos de busca local:

Best Improvement

First Improvement

Busca Local

- Melhoria iterativa: a cada iteração, selecionar qualquer (eventualmente a primeira) solução aprimorante na vizinhança

```
procedure FirstImprovement( $s_0$ )
     $s \leftarrow s_0$ ; melhoria  $\leftarrow$  .verdadeiro.
    while melhoria do
        melhoria  $\leftarrow$  .falso.
        for-all  $s' \in N(s)$  e melhoria = .falso. do
            if  $f(s') < f(s)$  then
                 $s \leftarrow s'$ ; melhoria  $\leftarrow$  .verdadeiro.
            end-if
        end-for-all
    end-while
    return  $s$ 
end Melhoria-Iterativa
```

Busca Local

Descida mais rápida (Steepest Descent – Best Improvement):
selecionar a melhor solução aprimorante na vizinhança

```
procedure BestImprovement( $s_0$ )
     $s \leftarrow s_0$ ; melhoria  $\leftarrow$  .verdadeiro.
    while melhoria do
        melhoria  $\leftarrow$  .falso.;  $f_{\min} \leftarrow +\infty$ 
        for-all  $s' \in N(s)$  do
            if  $f(s') < f_{\min}$  then
                 $s_{\min} \leftarrow s'$ ;  $f_{\min} \leftarrow f(s')$ 
            end-if
        end-for-all
        if  $f_{\min} < f(s)$  then
             $s \leftarrow s_{\min}$ ; melhoria  $\leftarrow$  .verdadeiro.
        end-if
    end-while
    return  $s$ 
end Descida-Mais-Rápida
```

Questões do que vimos até aqui

Como produzir uma solução vizinha de outra solução?

Usar algum algorimo para gerar vizinho?

Regra simples de movimento?

Por que usar busca na vizinhança em vez de busca exaustiva?

Usar busca na vizinhança garante encontrar a melhor solução?

Busca na vizinhança é usada para construir ou para melhorar uma solução?

Quando usar “first improviment” ou “best improviment”?

Busca Local

Exemplo: algoritmo de descida mais rápida aplicado ao problema de ordenação

Espaço de busca: permutações de n elementos

Solução $\pi = (\pi_1, \dots, \pi_{i-1}, \pi_i, \pi_{i+1}, \dots, \pi_j, \dots, \pi_n)$

Vizinhança: $N1(\pi) = \{(\pi_1, \dots, \pi_{i+1}, \pi_i, \dots, \pi_n) : i=1, \dots, n-1\}$

Custo de uma permutação: $f(\pi) = \sum_{i=1, \dots, n} i \cdot \pi_i$

Busca Local

procedure BL-Perm-N1(π_0)

$\pi \leftarrow \pi_0$; melhoria \leftarrow .verdadeiro.

while melhoria **do**

melhoria \leftarrow .falso.; $f_{\min} \leftarrow +\infty$

for $i = 1$ **to** $n-1$ **do**

$\pi' \leftarrow \pi$; $\pi'_i \leftarrow \pi_{i+1}$; $\pi'_{i+1} \leftarrow \pi_i$;

if $f(\pi') < f_{\min}$ **then**

$\pi_{\min} \leftarrow \pi'$; $f_{\min} \leftarrow f(\pi')$

end-if

end-for

if $f_{\min} < f(\pi)$ **then**

$\pi \leftarrow \pi_{\min}$; melhoria \leftarrow .verdadeiro.

end-if

end-while

$\pi^+ \leftarrow \pi$

return π^+

end BL-Perm-N1

Busca Local - Prob. da Mochila

- (H1)
 - * Iniciar com uma solução (aleatória ou com um método de construção).
 - * retirar da mochila o item que possui o menor custo.
 - * colocar na mochila o item que possui o maior custo, tal que
 - melhore o valor da função objetivo.
 - não torne a solução infactível.
 - * Termine quando não houver mais movimentos ou um determinado número fixo de movimentos tenha sido realizado

Busca Local - Prob. da Mochila

- (H2)
 - * Iniciar com uma solução (aleatória ou com um método de construção).
 - * colocar na mochila o item com maior custo que esteja fora da mochila.
 - * Se infactível, então retire os elementos com menor custo até que a solução fique factível.
 - * Termine quando não houver mais movimentos ou um determinado número fixo de movimentos tenha sido realizado

Busca Local

Diferentes aspectos do **espaço de busca** influenciam o desempenho de algoritmos de busca local

Conexidade: deve existir um caminho entre qualquer par de soluções no espaço de busca

Distância entre duas soluções: número de soluções visitadas ao longo de um caminho mais curto entre elas

Diâmetro: distância entre duas das soluções mais afastadas (diâmetros reduzidos)

Bacia de atração de um ótimo local: conjunto de soluções iniciais a partir das quais o algoritmo de **descida mais rápida** leva a este ótimo local.

Método Construtivo X Busca Local

- Sensível ao ponto de partida.
- Complexidade de tempo linear : $O(|E|)$.
- Sensível à solução de partida
- A complexidade de tempo pode ser exponencial
- Sensível à vizinhança escolhida
- Sensível à estratégia de busca

Extensões para contornar algumas dificuldades da busca local

Redução da vizinhança: investigar um subconjunto da vizinhança da solução corrente (e.g. por aleatorização)

Multi-partida: repetir a busca local a partir de diferentes soluções

Multi-vizinhança: considera mais de uma vizinhança. Ao atingir um ótimo local com relação a uma vizinhança, inicia uma outra busca local empregando outra vizinhança. O algoritmo termina quando a solução corrente é um ótimo local em relação a todas as vizinhanças empregadas.

Segmentação da vizinhança: utilizada para aumentar a eficiência quando vizinhanças muito grandes são utilizadas, pode ser vista como uma estratégia multi-vizinhança. $N(s) = N_1(s) \cup N_2(s) \cup \dots \cup N_p(s)$

Meta-heurística

- Meta-heurísticas são modelos gerais que servem como guia para construção de algoritmos heurísticos.
- Muitos dos modelos são baseados na natureza (físicos, biológicos, teoria da evolução)
- As estratégias meta-heurísticas tem como objetivo superar as falhas da busca local, como por exemplo, o término prematuro em um ótimo local.

Meta-heurística

Algoritmos Evolucionário:

- Algoritmos Genéticos
- Programação Genética
- Evolução Diferencial
- Algoritmos Culturais
- Algoritmos Meméticos

Algoritmos Físicos:

- Simulated Annealing*
- Busca Harmônica
- Electromagnetismo

Algoritmos Populacionais

- PSO - Particle Swarm Optimization*
- Ant System*
- Colônia de Formigas - Ant Colony System*
- Colméia de Abelhas - Bees Algorithm*
- Bacterial Foraging Optimization Algorithm*

Algoritmos Ad-hocs

- GRASP – Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*
- ILS - Iterated Local Search*
- GLS - Guided Local Search*
- VNS - Variable Neighborhood Search*
- Busca Dispersa - Scatter Search*
- Busca Tabu*
- Time Assíncrono*

Algumas Meta-heurísticas

- Variable Neighborhood Search (VNS)
- Variable Neighborhood Descent (VND)
- GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedures)
- *Simulated Annealing*
- Busca Tabu
- Algoritmos Genéticos
- *Ant System*

Vantagens das Meta-heurísticas

- Flexibilidade de adaptação à diversos problemas
- Facilidade de escapar de soluções locais

Bibliografia

- A. Diaz, F. Glover, H. M. Ghaziri, J. L. González, M. Laguna, P. Moscato e F. T. Tseng, *Optimización Heurística Y Redes Neurolales*, Editorial Paraninfo, Espanha, 1996.
- Z. Michalewicz, *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Springer-verlag, 1992.
- C. R. Reeves, *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems*, Blackwell, 1993.
- F. Glover e M. Laguna, *Tabu Search*, Kluwer Academic Publishers, USA, 1997.
- V. J. Rayward-smith, I. H. Osman, C. R. Reeves e G. D. Smith, *Modern Heuristic Search Methods*, Wiley, Inglaterra, 1996.
- <http://www.cleveralgorithms.com/nature-inspired/index.html>

Revisão

O que é heurística?

Algoritmo Heurístico (algoritmo que utiliza heurística) garante solução ótima?

Quando é justificável o uso de algoritmo heurístico?

Cite uma possível classificação dos algoritmos heurísticos.

Revisão

Uma solução pode ser representada (estrutura de dados) por diferentes formas?

O que é solução vizinha? Uma solução vizinha depende da forma de representação da solução?

Como uma solução vizinha é gerada? De forma determinística ou aleatória.

Quantas soluções vizinhas podem existir? O algoritmo deve analisar todas as soluções vizinhas?

Revisão

Ò que é meta-heurística?

Qual é o propósito de uma meta-heurística?

Cite algumas meta-heurísticas.