Modelagem e Otimização Algorítmica Visão Geral da Disciplina

Prof. Dr. Ademir Aparecido Constantino
Departamento de Informática
Universidade Estadual de Maringá

http://www.din.uem.br/~ademir

ademir@din.uem.br

Moodlep

Senha: MOA2020

Não está autorizada a gravação das aulas desta disciplina.

Introdução

Apresentar casos reais usando programação matemática e algoritmos heurísticos

Ilustrar casos de automação operacional por software

Programação matemática e modelos baseados em grafos

Ilustrar casos

Programação Matemática

Modelagem de problemas (formulação)

Resolução computacional de problemas de programação linear

Algoritmo para resolução de programação linear (introdução ao método simplex)

Formulação e resolução de problemas de programação linear inteira

Introdução ao método branch-and-bound

Problema de transporte

Problema de designação

Problema do caixeiro viajante

Problema da mochila

Problema de cobertura de conjuntos

Outros problemas

Apresentar ferramentas comerciais e software livre para programação matemática

Programação Dinâmica (projeto de algoritmos)

Programação Dinâmica

Elementos da programação multi-estágios

Modelos recursivos

O paradigma para projeto de algoritmo

Complexidade computacional do paradigma de programação dinâmica

Algoritmos Heurísticos

Definição de algoritmo heurístico

Representação computacional de soluções

Vizinhanças, espaço de busca, ótimo global e ótimo local

Classificação heurísticas

Algoritmos heurísticos construtivos (algoritmo guloso)

Algoritmos de busca local (hill climbing)

Algoritmo A*

Meta-heurística (projeto de algoritmos heurísticos)

Introdução, definições e taxinomia

Busca na Vizinhança Variável (VNS)

Estrutura de vizinhança

Estrutura de um algoritmo VNS e VND

Aplicações

GRASP: Greedy Randomized Adaptive Search Procedures

Algoritmos semi-greedy

Escolha de candidatos: restricted candidate list (RCL)

Busca local a partir da solução semi-greedy

Calibragem da RCL (método reativo e método bias)

Aplicações

Simulated Annealing

Componentes principais

Parâmetros do algoritmo: temperatura (inicial e final), taxa de resfriamento, etc

Esquemas de arrefecimento e sua implicação no desempenho do algoritmo

Sistemas Fórmicos (ACO – Ant Colony Optimization))

Analogia com o comportamento das formigas

Analogia com o paradigma guloso

Elementos de algoritmos baseados em ACO

Aplicações

Algoritmos Genéticos (AG) e Algoritmos Meméticos

Elementos de algoritmos baseados em AG

Representação das soluções (indivíduos)

Operadores genéticos

Aplicações

Busca Tabu

Conceito de intensificação e diversificação

Elementos de algoritmos baseados em Busca Tabu

AVALIAÇÃO

Avaliação 1 – Prova escrita (Peso 1)

Avaliação 2 – Trabalho Prático (Peso 1)

Avaliação 3 – Trabalho Prático(Peso 1)

Contextualização

- Algoritmos I Fundamentos de Algoritmos
- Algoritmos II Estrutura de Dados
- Algoritmos III Projeto e Análise de Algoritmos
- Algoritmos IV Algoritmos em Grafos
- Algoritmos V Modelagem e Otimização Algoritmica

O que é Programação?

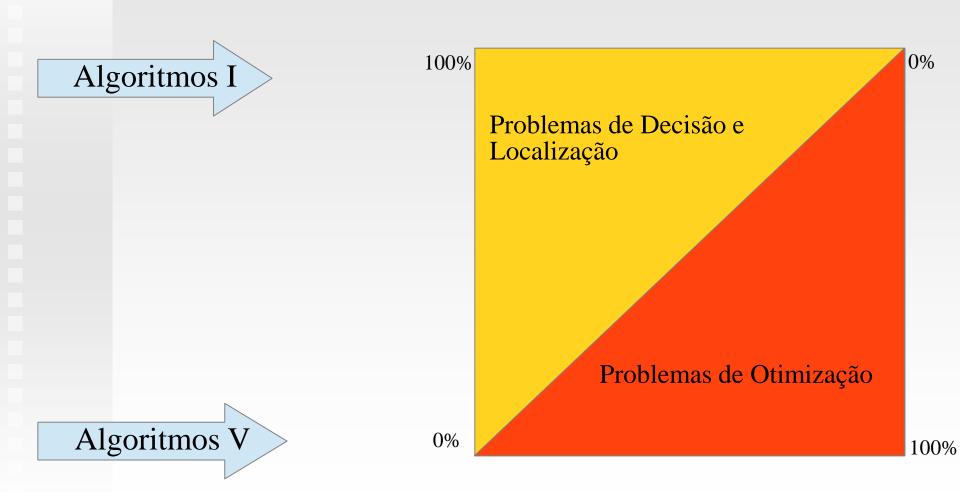
O que é Codificação?

Coding Vs Programming

Problema X Algoritmo

- ■Quantos tipos de problemas podem ser resolvidos por algoritmos?
 - Resposta: a literatura classifica os problemas existentes em apenas 3 (três) tipos.
- ■Tipos de problemas existentes:
 - Problema de Decisão;
 - Problemas de Localização;
 - Problemas de Otimização

Distribuição do Conteúdo no Curso

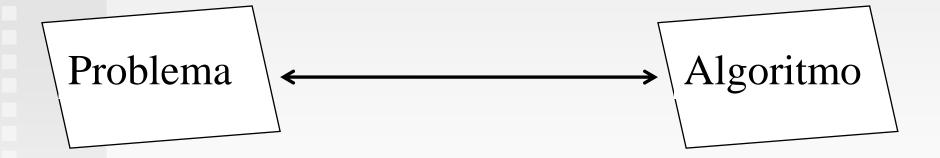


Tópicos

- ■Modelagem de Problemas
- ■Programação Matemática
 - -Programação Linear
 - -Programação Dinâmica
- ■Algoritmos Heurísticos
 - -Algoritmo A*
 - -Meta-heurísticas:
 - •Algoritmos Genéticos
 - •GRASP
 - •Simulated Annealing
 - Ant System
 - •Busca Tabu

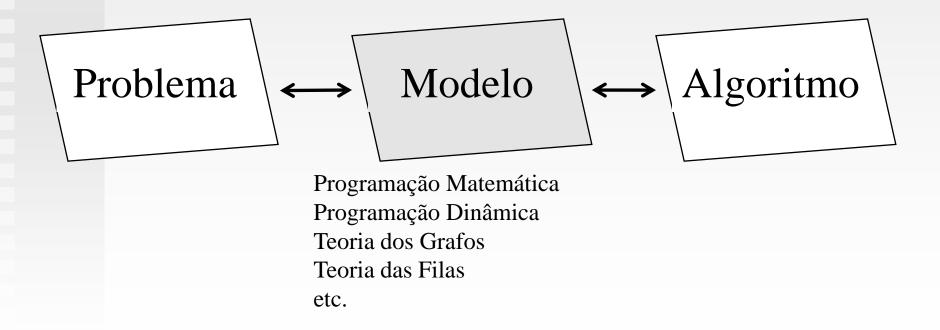
Disciplinas Introdutória de Algoritmos

■O que você aprende?



Modelagem e Otimização Algorítmica

■O que você aprende?



Por que modelar problemas?

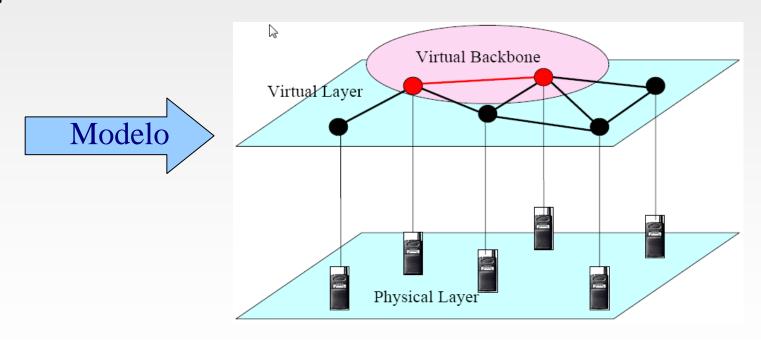
- ■Para muitos problemas de otimização a obtenção de algoritmos eficientes é extremamente difícil.
- ■Uma alternativa viável e importante é a modelagem desses problemas.
- A modelagem facilita a obtenção de algoritmos mais eficientes para os problemas de otimização.

Como modelar um problema real

- ■Desenvolver (criar) um modelo baseado em alguma técnica conhecida, como programação matemática, grafos, etc.
 - -Técnica + arte + treinamento
- ■Utilizar algum modelo "teórico/análogo" já conhecido na literatura.
 - Exemplo:
 - Problema de coloração para construção de horário escolar;
 - Problema de cobertura de conjunto para escalonamento de trabalho.

Exemplos de modelagem por grafos

■Localização de *backbone* em rede *ad hoc* sem fio.

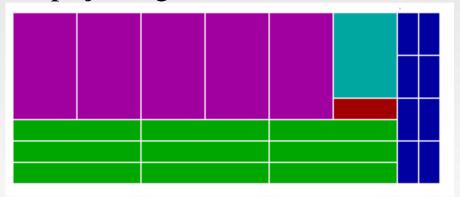


Localização de *backbone* de tamanho mínimo:

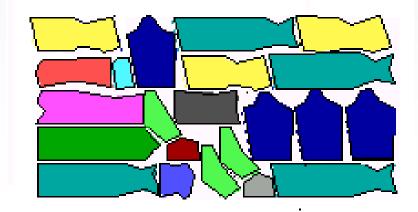
Aplicações em Pesquisa Operacional

■Corte de Materiais

© Corte de peças regulares:

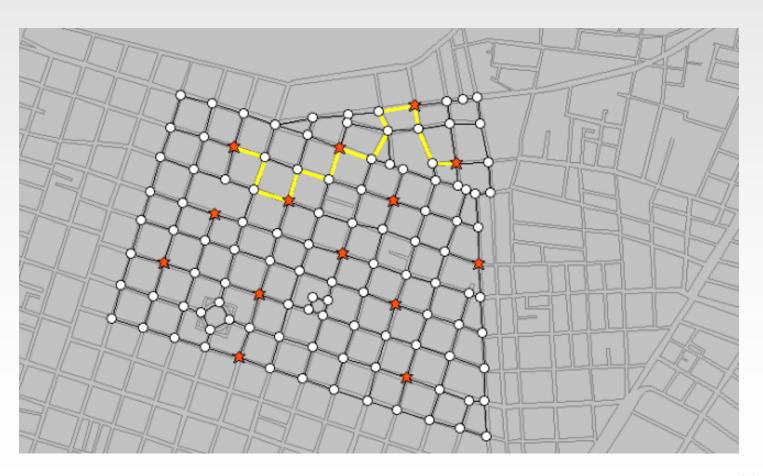


© Corte de peças irregulares:



Aplicações em Pesquisa Operacional (cont.)

■Distribuição física de produtos (logística)



Aplicações em Pesquisa Operacional (cont.)

- ■Escalonamento de mão-de-obra e tarefas
 - Dados: um conjunto de tarefas a ser realizado e um conjunto de funcionários
 - Objetivo: encontrar a melhor maneira de alocar os funcionários às tarefas de forma que todas as tarefas sejam cumpridas e os gastos com mão-de-obra sejam minimizados.
 - Restrições:
 - Pleis trabalhistas
 - restrições operacionais da empresa.

Conhecem um algoritmo exato para resolver o

Problema do Caixeiro Viajante?

Exemplo: Problema do Caixeiro Viajante

min
$$\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}d_{ij}\cdot X_{ij}\right)$$
 \rightarrow minimizar o percurso total $X_{ij}=1$ se a aresta (*i,j*) for utilizada, 0 caso contrário.

suj. a:

(1) cada uma das cidades é visitada uma e só uma vez, ou seja, cada vértice é entrado uma só vez e saído uma só vez:

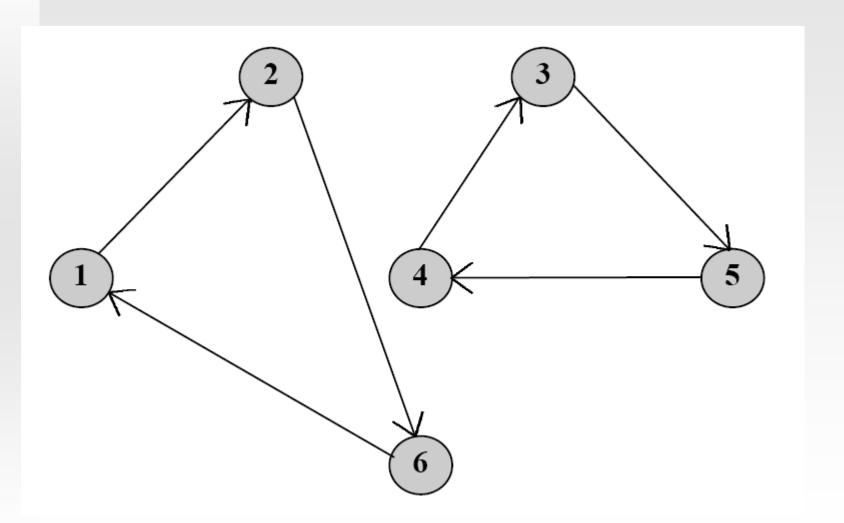
$$\sum_{j}^{n} X_{ij} = 1, \quad \forall_{\mathbf{i}: \ \mathbf{i}=1,\dots,\mathbf{n}}$$

$$\sum_{j}^{n} X_{ij} = 1, \quad \forall_{\mathbf{j}: \ \mathbf{j}=1,\dots,\mathbf{n}}$$

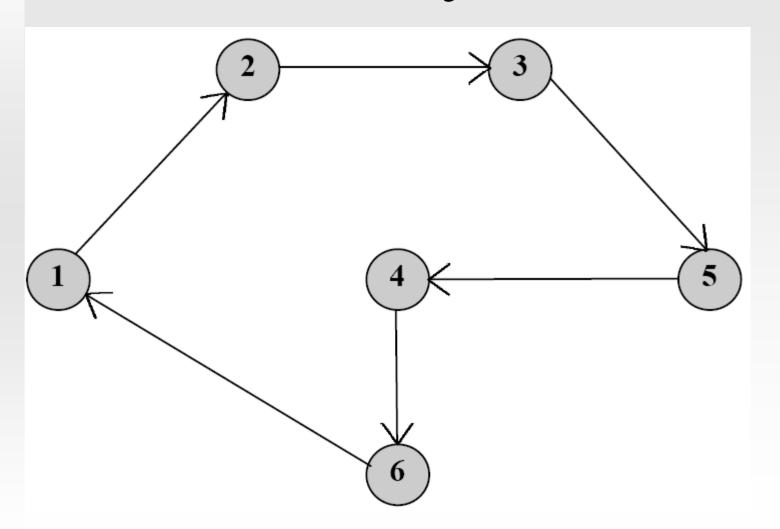
(2) entre dois quaisquer subconjuntos complementares de cidades ($S \in \overline{S}$) há pelo menos um arco de ligação:

$$\sum_{i \in S} \sum_{i \in \overline{S}} X_{ij} \ge 1$$
, $\forall_{S \subset \text{ conjunto total das cidades a visitar}}$

Restrição 1 não garante a solução



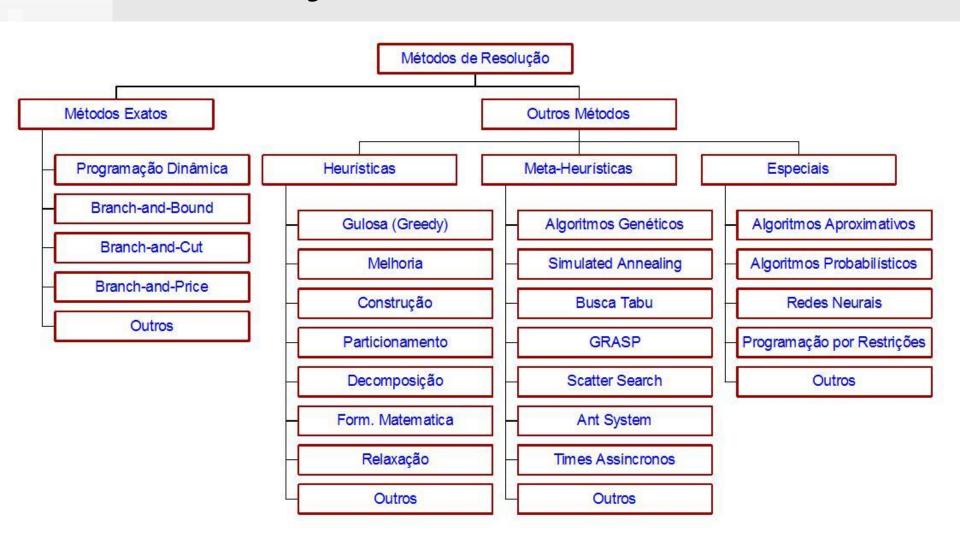
Restrição 2 não permite a formação de sub-circuitos disjuntos.



Desafios da área:

- 1. Modelagem de problemas;
- 2.Implementar algoritmos eficientes para resolver problemas em tempo computacional aceitável.

Como resolver os problemas de Otimização?



Exemplos de aplicações reais, usando técnicas que serão vistas durante este curso:

- 1 Alocação automatizada de alunos em turmas em instituição de ensino superior.
- 2 Geração automatizada de escalas de trabalho em empresas:
 - Escalonamento de Veículos em Empresas de Transporte Coletivo Urbano
 - 2 Escalonamento de Motoristas em Transporte Coletivo Urbano
- 3 Escalonamento de Maquinistas em uma Empresa Transporte Ferroviário de Carga.

1° Caso:

Alocação automatizada de alunos em turmas em instituição de ensino superior

Descrição do Problema

- ■Estudantes de graduação em regime seriado.
- ■Dois tipos de disciplinas são consideradas: a regular e a dependente.
- ■A disciplina regular é a disciplina programada na grade curricular vinculada à série que o aluno for se matricular.
- ■A disciplina em dependência é uma disciplina que o aluno não obteve aprovação em séries anteriores.

Descrição do Problema

- ■O principal objetivo: permitir que cada aluno assista o máximo de disciplinas possíveis dentre todas as disciplinas que lhe foram atribuídas previamente (regulares e dependência).
- ■Prioridades de Alocação:
 - baseada no desempenho e
 - baseada no grupo de pertinência.

Notação Matemática Utilizada

- •*K* : número de cursos da instituição;
- • n_k : número de alunos de um curso k, k=1,...,K;
- • $D_a(i)$: conjunto de disciplinas que o aluno i deve cursar, $i=1,...,n_k$:
- • $D_c(k)$ o conjunto de disciplinas de um curso k;
- • $T_d(l)$: conjunto de turmas associadas a uma disciplina $l \in D_c(k)$;
- • $T_a(i)=\{T_d(l): \forall l\in D_a(i)\}$: conjunto de todas as turmas que podem ser associadas ao aluno i;
- • $T_c(k)=\{T_d(l): \forall l \in D_c(k)\}$: o conjunto de todas as turmas de um curso k;
- • $t_{\lambda}(i)$: conjunto de turmas conflitantes do aluno i, $\lambda = 1,...,\eta_i$, onde η_i é o número de conjuntos de turmas conflitantes para o aluno i.

MDTC - Modelo para Distribuição de Turmas Baseado no Curso

$$Minimizar \left(p_1 \sum_{i=1}^{n_k} \sum_{j \in T_a(i)} c_{ij} x_{ij} + p_2 \sum_{l \in D_c(k)} g_l \right)$$

s.a. (a)
$$\sum_{j \in t_{\lambda}(i)} x_{ij} \le 1; \quad \lambda = 1, ..., \eta_i; \quad i = 1, ..., n_k;$$

(b)
$$\sum_{j \in T_d(l)} x_{ij} = 1; \quad \forall l \in D_a(i); \quad i = 1, ..., n_k;$$

(c)
$$s_j = \sum_{i=1}^{n_k} x_{ij}; \quad \forall j \in T_c(k);$$

(d)
$$s_j \le g_l \quad \forall j \in T_d(l); \quad \forall l \in D_c(k);$$

(e)
$$x_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ se a turma } j \text{ for selectionada para o aluno } i; \\ 0 \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

MDTA - Modelo para Distribuição de Turmas Baseado no Aluno

$$Minimizar \sum_{j \in T_a(i)} c_j x_j$$

s.a. (a)
$$\sum_{j \in t_{\lambda}(i)} x_j \le 1; \quad \lambda = 1, ..., \eta_i;$$

(b)
$$\sum_{j \in T_d(l)} x_j = 1; \quad \forall l \in D_a(i)$$

(c) $x_j = \begin{cases} 1 \text{ se a turma } j \text{ for selecionada} \\ 0 \text{ caso contrário.} \end{cases}$

 $c_{j} = \begin{cases} 5000p_{ij} + 10s_{j} \text{ se a turma } j \text{ corresponde a uma disciplina regular;} \\ 250.000p_{ij} + 10s_{j} \text{ se a turma } j \text{ corresponde a uma disciplina em dependência;} \\ 10.000.000 \text{ se a turma } j \text{ for uma turma fictícia.} \end{cases}$

Implementação

- ■Linguagem: C
- ■IBM R50 com um processador PowerPC 200MHz
- ■S.O.: Linux
- ■Resolvedor: **lp-solve** um programa de código aberto baseado na licença Lesser GPL (*Lesser General Public License*).

Dados utilizados no teste

Descrição	2003	2004
N° de cursos	31	31
N° total de alunos	7.898	8.160
Nº médio de alunos por curso	254,77	263,23
Nº médio de disciplinas regulares por aluno	6,34	6,34
N° médio de disciplinas em dependência por aluno	0,36	0,39

Resultados

S_UEM: o sistema da instituição;

S_MDTA: novo sistema proposto baseado no modelo MDTA.

Tempo de processamento (em segundos)

		2003	2004		
Tempo	S_UEM	S_MDTA	S_UEM	S_MDTA	
Máximo	9.655	226	11.293	290	
Mínimo	53	64	62	54	
Médio	1202,06	113,03	1258,50	122,91	
Total	37.262	3.504	39.014	3.810	

Resultados

Número de alunos com conflito de horário em dependência

	20	003	2004		
Nº alunos	S_UEM	S_MDTA	S_UEM	S_MDTA	
Máximo	167	160	193	185	
Mínimo	1	1	2	0	
Médio	48,42	40,35	58,87	46,32	
Total	1.501	1.251	1.825	1.436	

Resultados

Número de alunos não alocados a turmas

N°	2	003	2004		
Alunos	S_UEM	S_MDTA	S_UEM	S_MDTA	
Máximo	58	23	58	6	
Mínimo	0	0	0	0	
Médio	14,10	3,42	8,19	0,58	
Total	437	106	254	18	

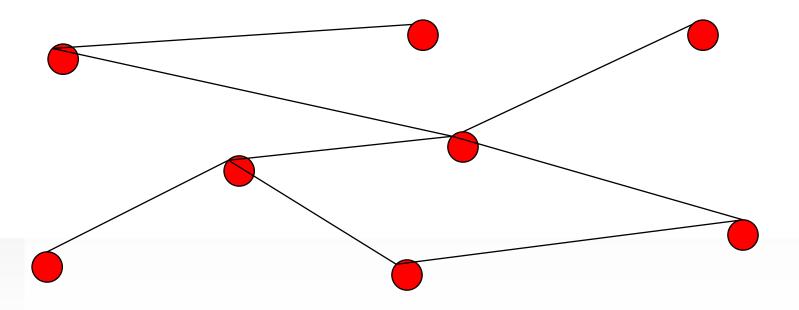
Conclusões

- ■Redução no tempo de processamento em aproximadamente 90%;
- ■Redução de trabalho manual (centenas de casos);
- ■Novas oportunidades de aulas aos alunos em dependência;
- ■Novo sistema passou a ser executado em horário de expediente;
- ■Mais agilidades nas tomadas de decisões.

Nova abordagem sendo estudada

■Modelagem baseada em grafos

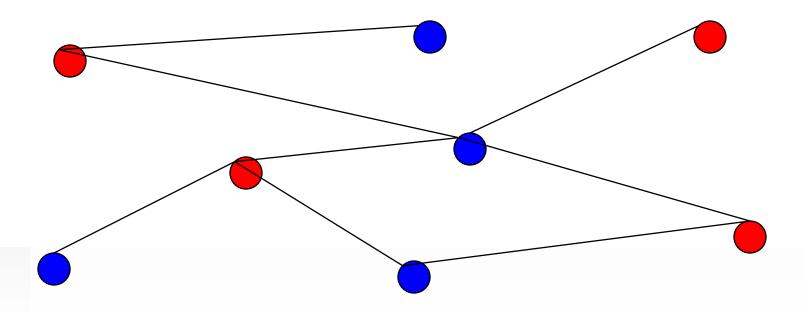
- Aresta: Conflito de horário ou turmas da mesma disciplina;
- Vértice: uma turma que o aluno pode ser alocado parte.



Modelagem baseada em grafos

■Solução:

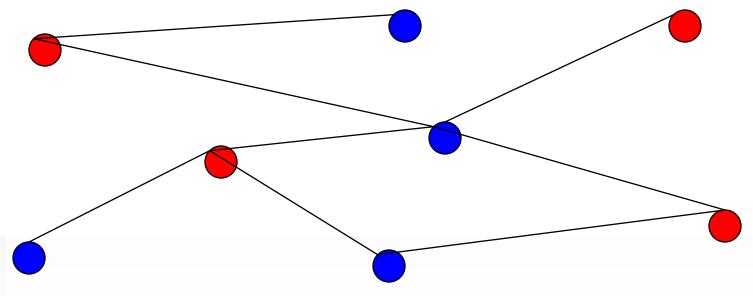
Conjunto estável ou conjunto independente.



Modelagem baseada em grafos

■Solução:

Conjunto estável ou conjunto independente: é um subconjunto de vértice de tal maneira que não exista aresta entre eles.



2° Caso:

Geração automatizada de escalas de trabalho em empresas:

2.1. Escalonamento de Veículos em Empresas de Transporte Coletivo Urbano

Problema

■Dados:

- a tabela de horários com as viagens que a empresa deve cumprir;
- a rede viária com os pontos de troca de condutor, as garagens e os estacionamentos;

Problema

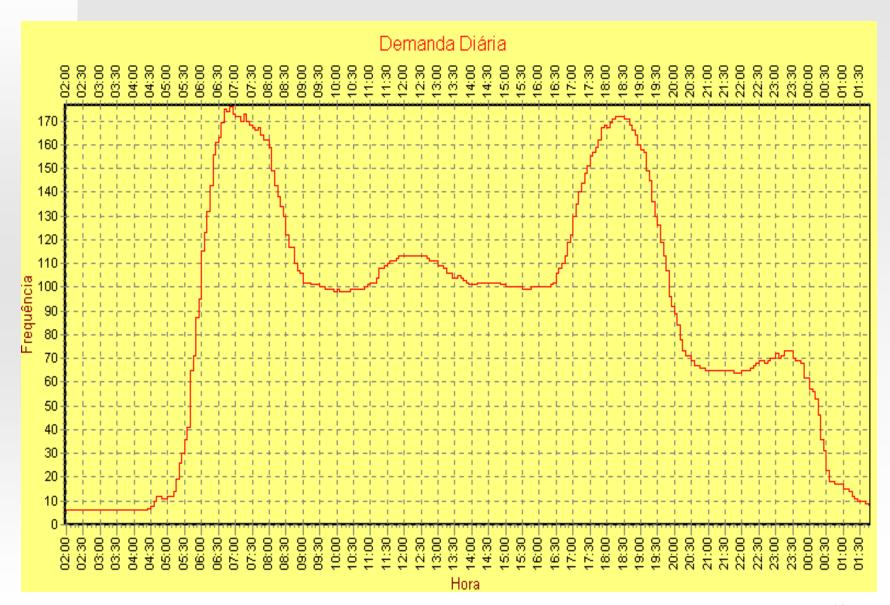
■Dados:

- a escala de viagens para os veículos;
- as restrições trabalhistas;
 - **Exemplos:**
 - •trabalho contínuo ≤ 5 horas
 - •descanso mínimo = 1 hora
 - •turno normal ≤ 8 horas

■Objetivo:

• gerar sequências de trabalho para os condutores de tal maneira que todas as viagens sejam cobertas, utilizando o número mínimo de condutores.

Distribuição das Viagens Durante um Dia Útil



Resolução do Problema

- ■Tendo em vista a complexidade computacional do problema, adotou-se um modelo heurístico.
- ■Estratégia utilizada:
 - Dividir o conjunto de viagens em camadas;
 - Resolver o emparelhamento entre as camadas.

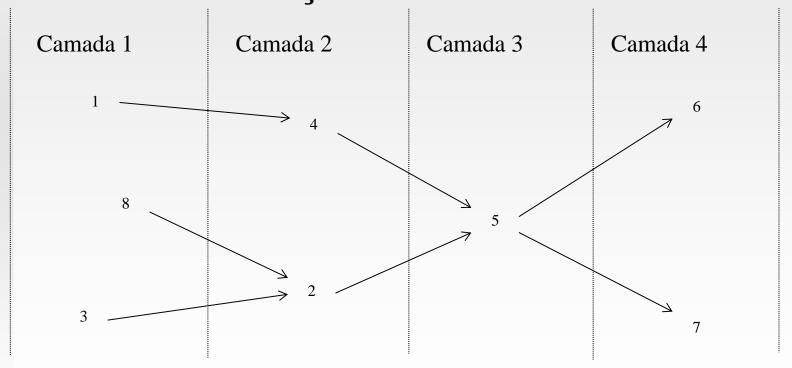
Algoritmo Proposto

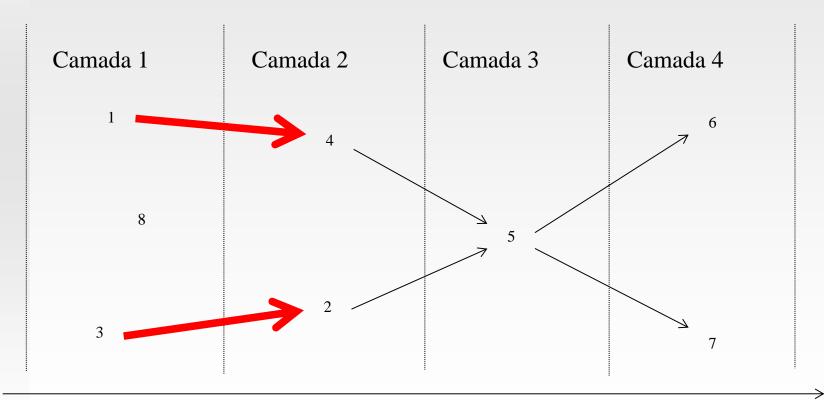
•O algoritmo proposto está dividido em duas fases:

-construtiva e

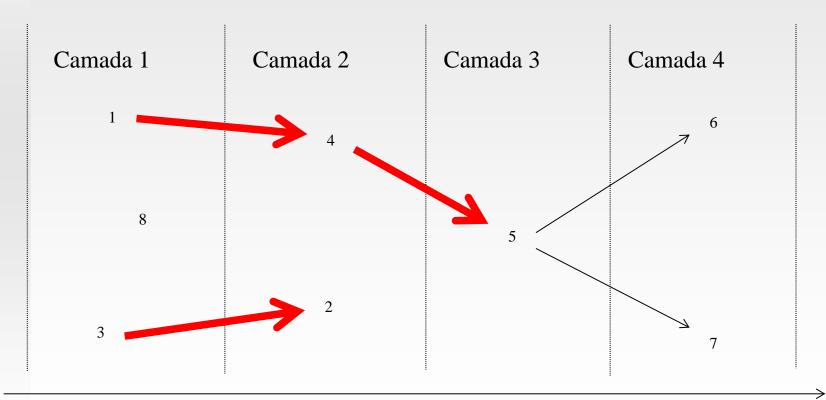
-melhoramento.

Formação das camadas

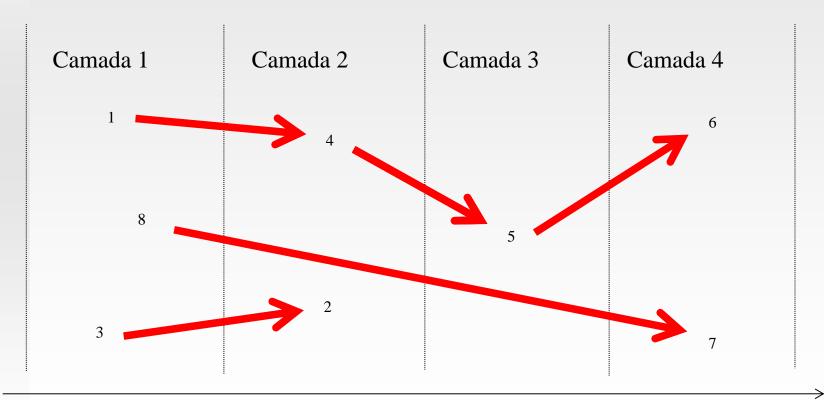




tempo



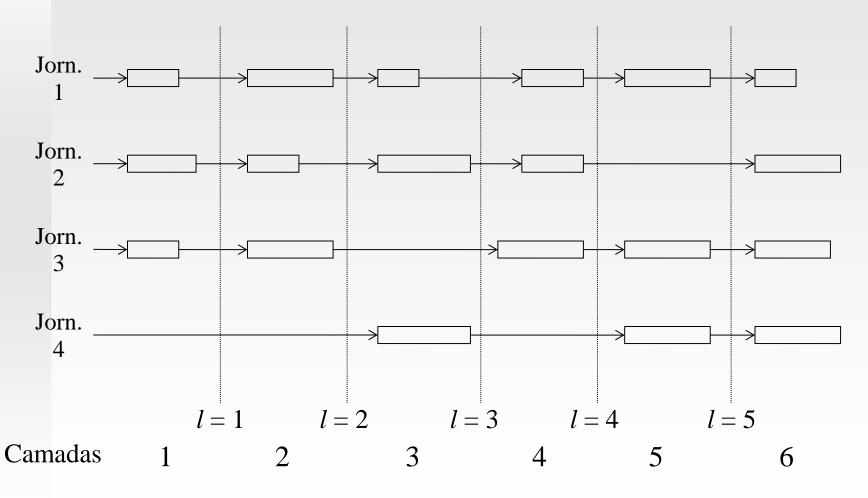
tempo



tempo

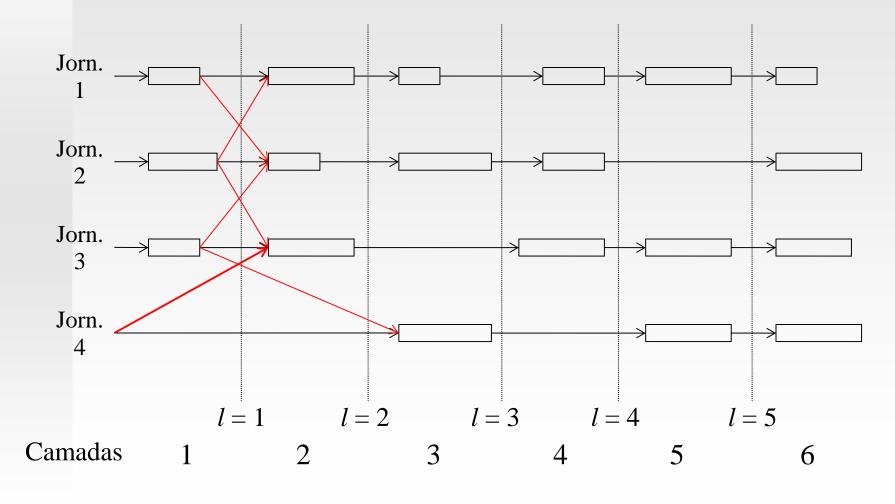
Fase de Melhoramento: M1

A solução inicial e os possíveis cortes



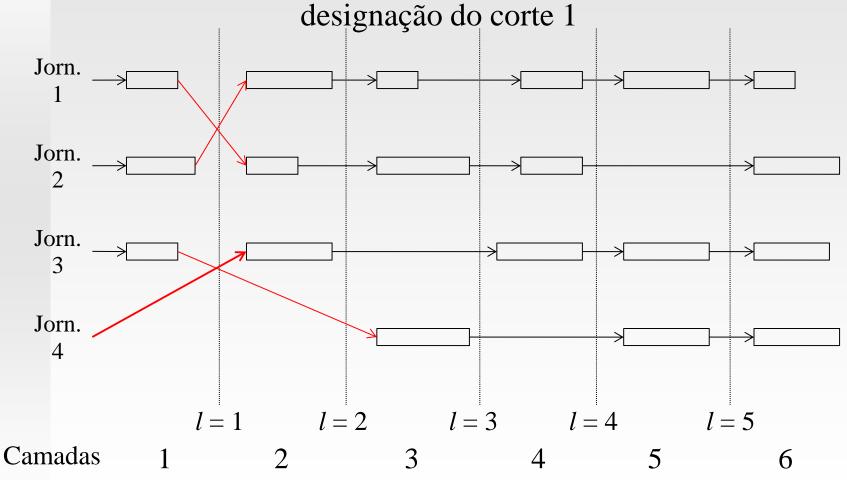
Fase de Melhoramento: M1

Possíveis recombinações de jornadas para o corte 1



Fase de Melhoramento: M1

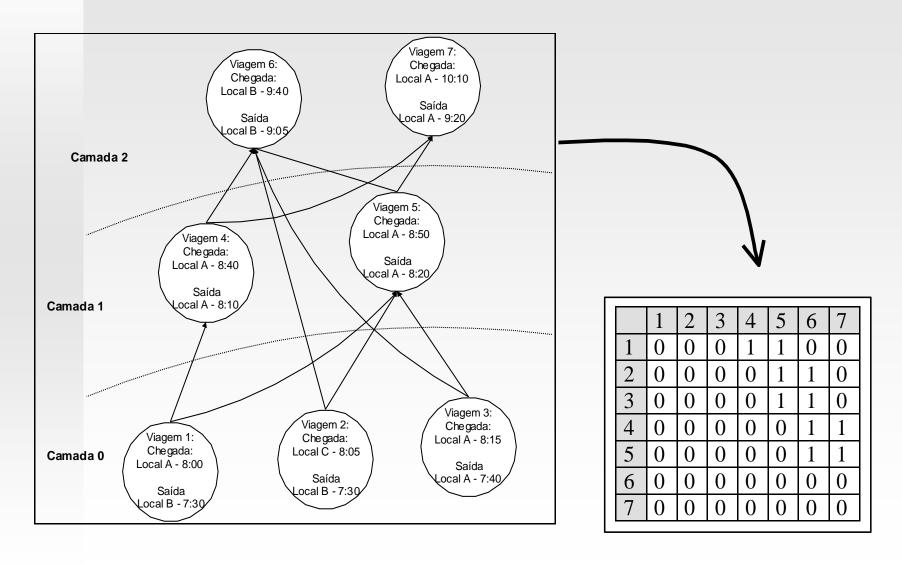
Uma possível solução após a resolução do problema de designação do corte 1



Emparelhamento

■Modelo de Atribuição

Grafo: camadas de viagens



Emparelhamento: Matriz de Custo

	Viagens	
Veículos	1º quadrante posição $[i, j]$: custo de se alocar a viagem v_i ao veículo u_i	2º quadrante posição [i, j]: custo de não se alocar nenhuma viagem ao veículo u_{ii}
	3º quadrante posição [i, j]: custo de não se realizar a viagem v_i	4º quadrante posição [i, j]: valor nulo

3° Caso:

Escalonamento de Maquinistas em uma Empresa de Transporte Ferroviário de Carga.



Característica do problema

(Companhia Vale do Rio Doce)

- Um conjunto de *n* atividades que se repetem todos os dias
- Tipos de atividades: Prontidão, Manobra, Help, Trem Cargueiro, Trem de Minério, ...
- Duração das atividades: 30 horas, 6 horas.
- Um conjunto de restrições legais, contratuais e sindicais.

Objetivo: Produzir escalas mensais para os condutores de maneira que a carga de trabalho fique distribuída equitativamente.

SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA

- **★**Construção da Escala Cíclica
 - ☆ Modelo Set Covering
 - O Algoritmo Heurístico
- *Distribuição das Escalas para os Condutores
 - ☆Algoritmo Heurístico

Heurística 2-opt

Problema de Atribuição com Gargalo

Função Utilidade - Pref. Declarada

Construção da Escala Cíclica

DIA 1	DIA 2	DIA 3	DIA 4	DIA 5	DIA 6	DIA 7
a_1	a_2		a_3	a_4	X	a_5
a_6		a_7	a_8	X	<u>a</u> 9	a_{10}
a_{11}		a_{12}	X	a_{13}		a_{14}
a_{15}	a_{16}	X	a_{17}		a_{18}	a_{19}
a_{20}	X	a_{21}	a_{22}		a_{23}	
X	a_{24}		a_{25}	a_{26}	a_{27}	X

Conjunto das atividades $A=\{a_1, a_2, ..., a_{27}\}$

Programação P_i = um conjunto ordenado de atividades entre folgas

Escala

1- Modelo Set Covering – Cobertura de Conjunto

Min
$$\overset{n}{\underset{j=1}{\overset{n}{\bigcirc}}} c_j x_j$$

sujeito à $\overset{n}{\underset{j=1}{\overset{n}{\bigcirc}}} a_{ij} x_j$ 3 1, $i=1,...,n$
 x_j 3 0, $j=1,...,m$

onde:

```
c_j = custo da programação j;

x_j=1 se a programação j for escolhida e 0 caso contrário;

a_{ij}=1 se a atividade i for executada plea programação j, e 0 caso contrário

m = 0 número de escalas alternativas possíveis;

n = número de atividades.
```

Objetivo: obter um conjunto de programações de custo mínimo.

Exemplo:

2- Algoritmo Heurístico

1°. Estimar o número de programações:

$$s \ge \left(\frac{1}{1440} \frac{z}{\alpha}\right)$$

2°. construir s programação.

Distribuição das Escalas para os Condutores

$$U(P_j)$$
 = utilidade da programação j
 S^* = escala ótima
 $U(S^*)$ = $U(P_1)$ + $U(P_2)$ + ... + $U(P_s)$

horizonte de planejamento = 30 dias

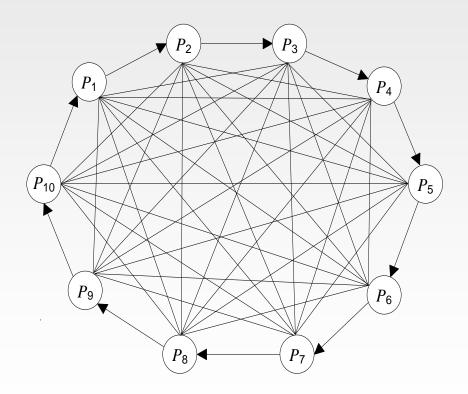
DIA 1	DIA 2	DIA 3	DIA 4	DIA 5	DIA 6	DIA 7
a_1	a_2		a_3	a_4	X	<u>a</u> 5
a_6		a_7	a_8	X	<u>a</u> 9	<u>a₁₀</u>
a_{11}		a_{12}	X	a_{13}		a_{14}
a_{15}	a_{16}	X	a_{17}		a_{18}	a_{19}
a_{20}	X	a_{21}	a_{22}		a_{23}	
X	a_{24}		a_{25}	a_{26}	a_{27}	X

$$S_1 = \{a_1, a_2, ..., X, a_{21}\}$$
 $U(S_1)$
 $S_2 = \{a_2, a_3, ..., X, a_{21}, a'_{22}\}$ $U(S_2)$
...
 $S_{42} = \{X, a_1, a_2, ..., a_{20}, X\}$ $U(S_{42})$

Problema de atribuição com gargalo

onde c_{ij} =(-1)(U(H_i) + U(S_j)) se o condutor i pode continuar com a escala truncada S_i , c_{ij} = ∞ caso contrário.

Ciclo de Programações



Ajuste da Função Utilidade - Preferência Declarada

1- Identificação dos atributos e seus níveis HS - total de horas de trabalho na programação

NT - mix de atividades por tipo na programação;

HN -percentual de horas noturnas sobre o total de horas de trabalho;

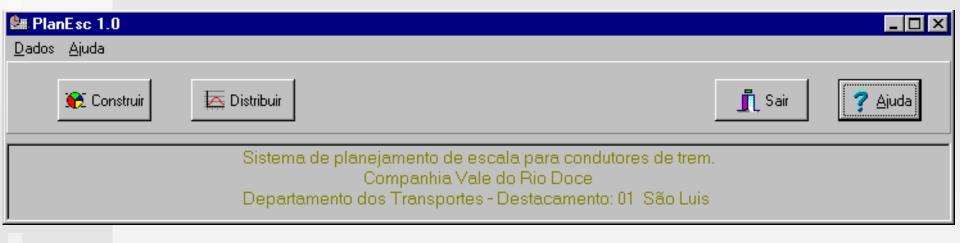
NP - medida de progressividade;

FG- dia da semana em que a folga é cumprida.

- 2- Projeto do experimento (12 X 8 = 96 cartoes)
- 3- Elaboração dos cartões
- 4- Realização das entrevistas
- 5- Calibração dos parâmetros (Modelo Logit Multinomial)
- 6- Função Utilidade:

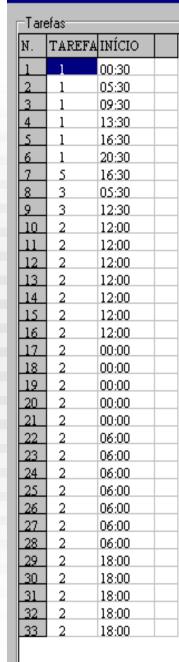
 $U = -5.42 T_1 - 5.92 T_5 - 2.15 T_2 - 3.04 T_3 + 7.78 FG - 12.24 HS/10 - 1.78 HN$

O Sistema Computacional



🕍 Construção da Escala Cíclica

	마	Х
--	---	---

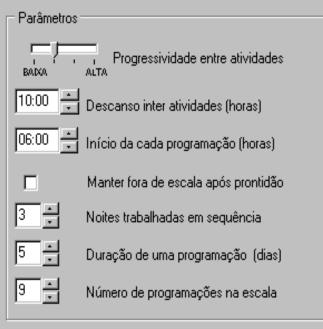




Resultado

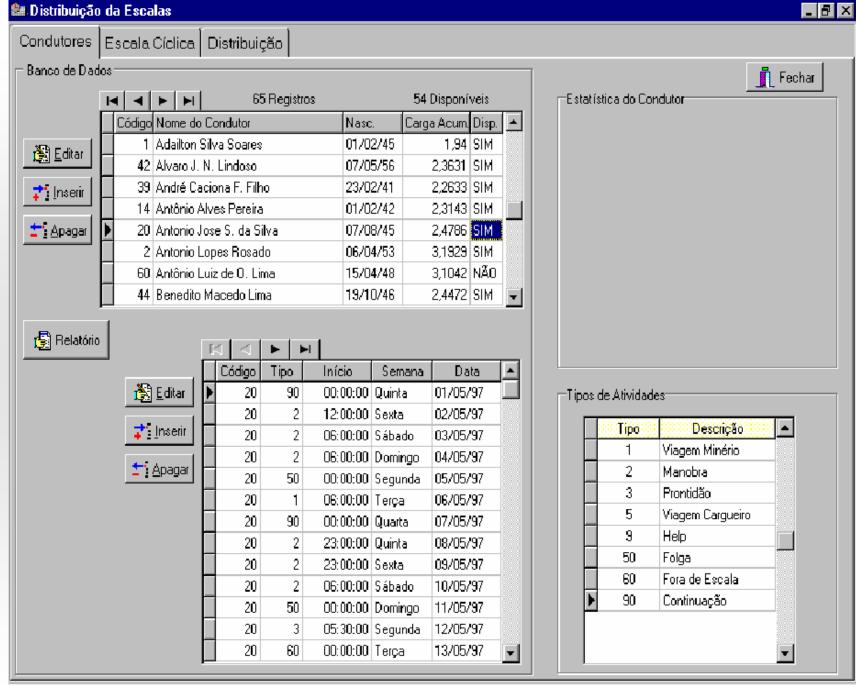
B

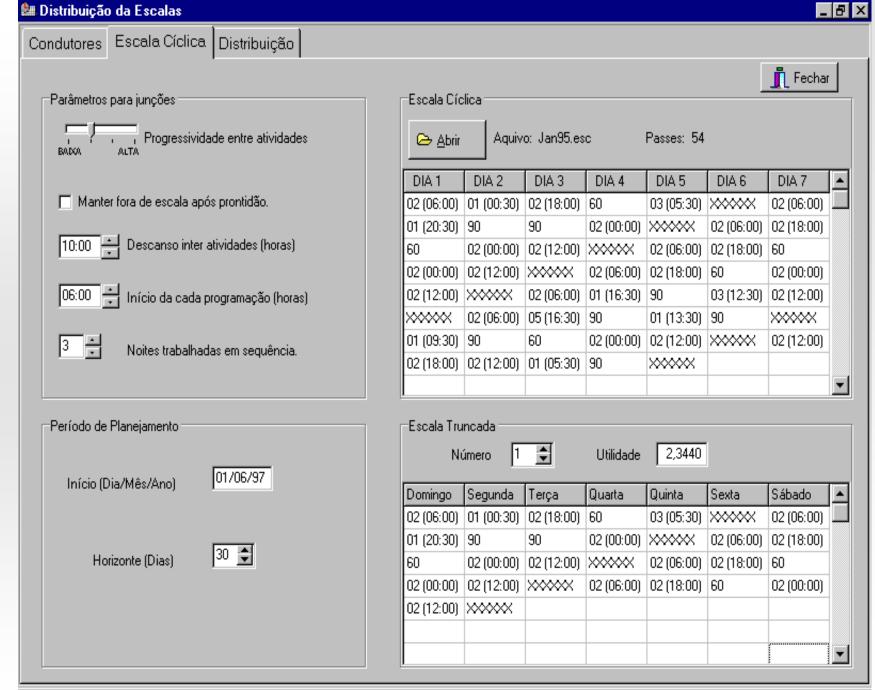
H

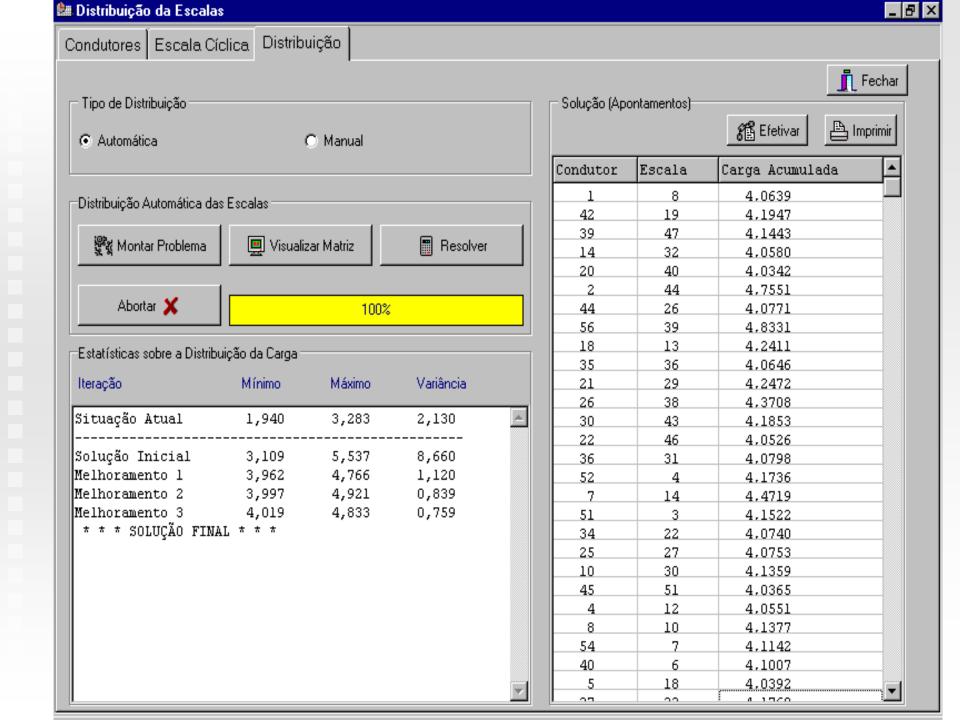




	DIA 1	DIA 2	DIA 3	DIA 4	DIA 5	DIA 6	DIA 7
Prog. 1	02 (06:00)	01 (00:30)	02 (18:00)	60	03 (05:30)	XXXXX	
Prog. 2	02 (06:00)	01 (20:30)	90	90	02 (00:00)	XXXXX	
Prog. 3	02 (06:00)	02 (18:00)	60	02 (00:00)	02 (12:00)	XXXXX	
Prog. 4	02 (06:00)	02 (18:00)	60	02 (00:00)	02 (12:00)	XXXXX	
Prog. 5	02 (06:00)	02 (18:00)	60	02 (00:00)	02 (12:00)	XXXXX	
Prog. 6	02 (06:00)	01 (16:30)	90	03 (12:30)	02 (12:00)	XXXXX	
Prog. 7	02 (06:00)	05 (16:30)	90	01 (13:30)	90	XXXXX	
Prog. 8	01 (09:30)	90	60	02 (00:00)	02 (12:00)	XXXXX	
Prog. 9	02 (12:00)	02 (18:00)	02 (12:00)	01 (05:30)	90	XXXXX	







Conclusões

- ■Mais agilidade nas tomadas de decisões;
- ■Maior satisfação dos maquinistas;
- ■Redução de custos ativos e passivos.

Considerações Finais

■ Veremos outras aplicações ao longo do curso.