Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ingeniería
Departamento Ingeniería Industrial

# Optimización I

Examén Suficiencia Semestre I Año 2015

**Profesor: Óscar C. Vásquez**
Fecha: 01 de octubre de 2015

Nombre Alumno: ______________________________________

| | Puntaje |
|---|---|
| **Pregunta 1:** | |
| **Pregunta 2:** | |
| **Pregunta 3:** | |
| **Puntaje Total:** | |

**Problema 1.- (100 puntos):**

Considere una máquina y n actividades. Cada actividad i tiene un tiempo de procesamiento pI y una prioridad wi. El objetivo es minimizar ∑i wi Ci, donde Ci es el tiempo de finalización de las actividades, es decir, debe determinar la secuencia en que se harán los trabajos en la máquina, lo cual a su vez determina el tiempo de finalización. Por ejemplo, si p1=w1=1 y p2=w2=2, y la secuencia es realizar 1 y 2, entonces C1=p1 y C2=p1+p2.

Modelo el problema considerando la variable Xij=1 si la actividad i es realizada antes de la actividad j.

**Universidad de Santiago de Chile**
**Facultad de Ingeniería**
**Departamento Ingeniería Industrial**

**Pauta problema 1**

**Parametros (10 ptos)**

pi: tempo de procesamiento de la actividad i

wi: prioridade de la actividad i

**Variables: (10 ptos)**

xij=1 si a actividad i va antes de la actividad j

**Funcion Objetivo: (40 ptos)**

Min ∑i wi ∑j pj xji

**Restriciones. (40 ptos)**

xii=0, para todo i

xij+xji=1, para todo i≠j

**Universidad de Santiago de Chile**
**Facultad de Ingeniería**
**Departamento Ingeniería Industrial**

**Problema 2.- (100 puntos)**

Max F(x) = -X1'+ 2 X2

s.a:

-X1' + X2 ≤ 4

-X2+2 X1'≥-6

X2≥0

X1'≤0

Se pide:

a) Resolver el siguiente problema primal y construir el tablero óptimo de este modelo (30 ptos).

b) Analizar la nueva solución óptima obtenida al pasar de c2=2 a c2'=4 (20 ptos).

c) Analizar la nueva solución óptima obtenida al pasar de b1=4 a b1'=5 (30 ptos).

d) Analizar la nueva solución óptima obtenida al incorporar una nueva restricción

3X1+X2≤6 (20 ptos).

**Universidad de Santiago de Chile**
**Facultad de Ingeniería**
**Departamento Ingeniería Industrial**

**Pauta Problema 2:**

a) Modelo Estandarizado

Max F(x) = X1+ 2 X2

s.a:

X1 + X2+H1=4

2 X1 + X2+H2=6

X1’=-X1

X1, X2≥0 ,

y el tablero óptimo es:

| | X1 | X2 | H1 | H2 | |
|---|---|---|---|---|---|
| X2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 4 |
| H2 | 1 | 0 | -1 | 1 | 2 |
| -Z | -1 | 0 | -2 | 0 | -8 |

b) La variable X2 es una variable básica, y entonces afectará al vector de coeficientes de variables básicas, el vector cB era Cb =( 2, 0) y ahora Cb’ = Cb + ΔCb= (4, 0).

Actualizando los valores tenemos

C’= C-ΔC-ΔCb *B-1*A

C’=(-3,0,-4,0)≤0, se mantiene la base. Entonces el nuevo valor objetivo es( Cb + ΔCb )*b=16, con el nuevo tablero:

| | X1 | X2 | H1 | H2 | |
|---|---|---|---|---|---|
| X2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 4 |
| H2 | 1 | 0 | -1 | 1 | 2 |
| -Z | -3 | 0 | -4 | 0 | -16 |

c) Al incrementar b1=4 a 5, tenemos que b’=b+B-1*□b=(5 1)t por lo tanto el problema continua siendo factible, y el nuevo valor de la función objetivo será: Z’ =Z+Δ□Z*= 10.

Con un nuevo tablero óptimo igual a:

| | X1 | X2 | H1 | H2 | |
|---|---|---|---|---|---|
| X2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 5 |
| H2 | 1 | 0 | -1 | 1 | 1 |
| -Z | -1 | 0 | -2 | 0 | -10 |

d) En el caso base tenemos $X1^*=0$ y $X2^*=4$, luego evaluamos en la nueva restricción

A incorporar $3X1+X2\leq 6$. Al sustituir vemos que $3X1^*+X2^*=4\leq 6$, y por lo tanto la nueva restricción no modifica la solución óptima del caso base.

**Problema 3.- (100 puntos)**

Jorge Luis Sampaoli Moya con mira en la Copa Confederaciones que se jugara el 2017 en Rusia pretende elegir la formación titular para la selección Chilena. Para esto ha calificado la capacidad ofensiva, defensiva, velocidad, técnica y precisión; según la siguiente clasificación: 1=Bajo, 2=Medio, 3=Alto.

| Nombre | Posición | Ofensiva | Defensiva | Velocidad | Técnica | Precisión |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Jugador 01 | Arquero | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 |
| Jugador 02 | Arquero | 1 | 3 | 2 | 2 | 3 |
| Jugador 03 | Arquero | 1 | 3 | 3 | 2 | 2 |
| Jugador 04 | Defensa | 3 | 3 | 1 | 2 | 2 |
| Jugador 05 | Defensa | 2 | 3 | 2 | 1 | 3 |
| Jugador 06 | Defensa | 1 | 2 | 2 | 3 | 1 |
| Jugador 07 | Defensa | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 |
| Jugador 08 | Defensa | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 |
| Jugador 09 | Defensa | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 |
| Jugador 10 | Mediocampista | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 |
| Jugador 11 | Mediocampista | 3 | 2 | 3 | 1 | 2 |
| Jugador 12 | Mediocampista | 1 | 2 | 2 | 3 | 1 |
| Jugador 13 | Mediocampista | 2 | 1 | 3 | 3 | 2 |
| Jugador 14 | Mediocampista | 2 | 3 | 2 | 1 | 3 |
| Jugador 15 | Mediocampista | 3 | 3 | 1 | 2 | 2 |
| Jugador 16 | Mediocampista | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 |
| Jugador 17 | Mediocampista | 1 | 1 | 3 | 2 | 3 |
| Jugador 18 | Mediocampista | 3 | 3 | 1 | 2 | 1 |
| Jugador 19 | Delantero | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| Jugador 20 | Delantero | 3 | 2 | 1 | 3 | 2 |
| Jugador 21 | Delantero | 2 | 1 | 2 | 2 | 3 |
| Jugador 22 | Delantero | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 |
| Jugador 23 | Delantero | 3 | 1 | 2 | 3 | 2 |

Para la formación el técnico pretende jugar con 1 arquero, 4 defensas, 3 mediocampistas y 3 delanteros; además su capacidad defensiva promedio entre mediocampistas, defensa y arquero debe ser superior a 2, el mediocampo debe poseer una velocidad promedio mayor a 2.2, la precisión de sus delanteros en promedio debe superar el 2.3 y la suma de la técnica de los jugadores en cancha deberá ser como mínimo de 22. Por último el equipo debe contar con un jugador que pueda ser capitán del equipo, por esto debe estar en cancha por lo menos uno de los siguientes jugadores: jugador 01, jugador 08, jugador 15, jugador 21; y un jugador que pueda patear tiros libres por lo que debe estar en cancha por lo menos uno de los siguientes jugadores: jugador 05, jugador 10, jugador 17, jugador 22, jugador 23.

**Pauta Problema 3**

***Parámetros:***

$C_{ij}$: puntuación de jugador i (i=1,…,23) en la capacidad j (j=1, ofensiva; j=2, defensiva; j=3, velocidad; j=4, técnica; j=5, precisión).

***Variables:***

$X_i$: 1 si el jugador i es titular, 0 en otro caso.

***Función objetivo:***

$$Max\ Z = \sum_{i=1}^{23} X_i C_{i1}$$

***Restricciones:***

$$\sum_{1}^{23} X_i = 11$$

$$\sum_{1}^{3} X_i = 1$$

$$\sum_{4}^{9} X_i = 4$$

$$\sum_{10}^{18} X_i = 3$$

$$\sum_{19}^{23} X_i = 3$$

$$\sum_{1}^{19} X_i C_{i2} \geq 2 * 8$$

$$\sum_{10}^{18} X_i C_{i3} \geq 2{,}2 * 3$$

$$\sum_{19}^{23} X_i C_{i5} \geq 2{,}3 * 3$$

$$\sum_{1}^{23} X_i C_{i4} \geq 22$$

$$\sum_{10}^{18} X_i C_{i3} \geq 2{,}2 * 3$$

$$X_1 + X_8 + X_{15} + X_{21} \geq 1$$

$$X_5 + X_{10} + X_{17} + X_{22} + X_{23} \geq 1$$

$$X_i \in \{0{,}1\}$$