UNIVERSIDAD
DE SANTIAGO
DE CHILE

Optimización I

Luis Rojo-González
luis.rojo.g@usach.cl
Departamento de ingeniería industrial,
Universidad de Santiago, Chile

Ingeniería civil industrial

Problema 1

Existen I ciudades de una región que requieren de cierto producto; la demanda anual del producto en la ciudad $i \in I$ es de d_i unidades. La empresa que producirá este producto ha decidido instalar a lo sumo m fábricas en la región para satisfacer estas demandas. Asuma que sólo se puede instalar a lo más una fábrica en cada ciudad. El costo fijo de instalar una fábrica en la ciudad $i \in I$ es f_i y la capacidad máxima de producción anual de esa fábrica es de k_i unidades. También es necesario construir las rutas para transportar los productos de las fábricas a las otras ciudades; el costo fijo de construcción del camino entre la ciudad $i \in I$ y la ciudad $j \in I$ es $f_{i,j}$ y tiene una capacidad anual de transporte de $k_{i,j}$ unidades. El costo unitario de transporte entre la ciudad $i \in I$ y la ciudad $j \in I$ es de $c_{i,j}$. Formule un modelo que permita encontrar la localización óptima de las fábricas, los caminos que deben construirse y los flujos de productos de modo de minimizar los costos totales.

Sea x_i y $z_{i,j}$ variables binarias que toman el valor 1 si se instala una fábrica en la ciudad $i \in I$ y si la ciudad $i \in I$ satisface la demanda de la ciudad $j \in I$. Además, sea $y_{i,j}$ la cantidad de producto a llevar de la ciudad $i \in I$ a la ciudad $j \in I$.

Problema 1

$\boldsymbol{y_{i,j}}$	1	2	3	4	k_i	f_i	x_i
1							
2							
3							
4							
d_j							

$$\min z := \sum_{i\in I} x_i f_i + \sum_{i\in I}\sum_{j\in I} z_{i,j} f_{i,j} + \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} y_{i,j} c_{i,j}$$

$$s.a. \qquad \sum_{i\in I} x_i \leq m$$

$$\sum_{j\in I} y_{i,j} \leq k_i x_i, \qquad \forall i \in I$$

$$\sum_{i\in I} y_{i,j} = d_j, \qquad \forall j \in J$$

$$y_{i,j} \leq k_{i,j} z_{i,j}, \qquad \forall (i,j) \in I$$

$$x_i, z_{i,j} \in \{0,1\}, y_{i,j} \geq 0, \qquad \forall (i,j) \in I$$

Problema 2

Una compañía de transporte debe hacer entregas a $I = \{1, \dots, 10\}$ clientes cuyos pedidos tienen un volumen d_i. Esta compañía posee $K = \{1, \dots, 4\}$ camiones cuyas capacidades (en volumen) son L_k, con un costo de operación c_k. Dadas ciertas condiciones de logística, un camión no puede entregar a más de cinco clientes en su viaje; mientras que las parejas de clientes $\{(1,7), (2,6), (2,9)\}$ no pueden ser atendidos por el mismo camión. Además, asuma que es importante mantener el indicador de satisfacción del cliente, por lo que el pedido debe ser entregado en un solo despacho. Formule un modelo para determinar el tamaño de la flota y la planificación de reparto tal que se minimicen los costos totales de operación.

Sea y_k y $x_{i,k}$ variables binarias que toman el valor 1 si se utiliza el camión $k \in K$ y si el cliente $i \in I$ es asignado al camión $k \in K$, respectivamente.

Problema 2

$$\min z := \sum_{k \in K} c_k y_k$$

$$s.a. \quad \sum_{i \in I} x_{i,j} \leq 5y_k, \qquad \forall k \in K$$

$$\sum_{i \in I} d_i x_{i,j} \leq L_k, \qquad \forall k \in K$$

$$\sum_{k \in K} x_{i,k} = 1, \qquad \forall i \in I$$

$$x_{1,k} + x_{7,k} \leq 1, \qquad \forall k \in K$$

$$x_{2,k} + x_{6,k} \leq 1, \qquad \forall k \in K$$

$$x_{2,k} + x_{9,k} \leq 1, \qquad \forall k \in K$$