Algoritmo e Estrutura de Dados II
COM-112

Tabelas Hash

Vanessa Souza

Universidade Federal de Itajubá – Instituto de Matemática e Computação

Introdução

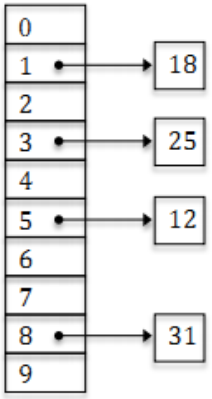
- Até agora vimos basicamente dois tipos de estruturas de dados para o armazenamento flexível de dados: **Listas e Árvores**.
  - Cada um desses grupos possui muitas variantes.
- As Listas são simples de se implementar, mas, com um tempo médio de acesso O(n/2) são impraticáveis para grandes conjuntos de dados.
- As Árvores são estruturas mais complexas, mas que possuem um tempo médio de acesso $T = \log_G n$, onde G é o grau do nó da árvore.

Introdução

- As árvores de pesquisa são utilizadas principalmente para consultar itens.
- A consulta é sempre pela busca de chaves ordenadas.
- Existe uma forma alternativa de se fazer uma busca, chamada **busca direta**, implementada pela Tabela Hash.

Endereçamento Direto

- Exemplo: conjunto dinâmico D = {18, 25, 12, 31}, com chaves do conjunto K = {1, 3, 5, 8}, respectivamente, onde o conjunto possível de chaves é C = {0, 1, ..., 9}.



Neste caso, a implementação de cada operação de dicionário é trivial e pode ser realizada em tempo O(1):

```
int Recuperar(int T[], int k)
{
  return T[k];
}
```

```
void Excluir(int T[], int x)
{
  T[chave(x)] = NULL;
}
```

```
void Incluir(int T[], int x)
{
  T[chave(x)] = x;
}
```

Tabela Hash

- E se número possível de chaves (m) for muito grande? Neste caso, armazenar uma tabela de tamanho m pode ser impraticável.

- Quando o número de chaves realmente utilizadas é muito menor do que o número de chaves possíveis, uma tabela hash exige muito menos espaço (O(|K|)) do que uma tabela de endereçamento direto.

- Na tabela hash o elemento com chave k é armazenado na posição h(k) (e não na posição k, como na tabela de endereçamento direto), em que h é denominada função hash.

Tabela Hash

- **Tabela hash** (de *hashing*, no inglês) é uma estrutura de dados especial, que associa chaves de pesquisa (*hash*) a valores.

- Seu objetivo é, a partir de uma chave simples, fazer uma busca rápida e obter o valor desejado.
  - A estruturação da informação em tabelas de hash visa principalmente permitir armazenar e procurar rapidamente grande quantidade de dados.

- Outros nomes:
  - Tabela de Dispersão
  - Tabela de Espalhamento
  - Tabela de escrutínio

Tabela Hash

- As tabelas de hash são constituídas por 2 conceitos fundamentais:
  - Tabela de Hash: estrutura que permite o acesso aos subconjuntos.
  - Função de Hash: função que realiza um **mapeamento** entre os valores de chaves e as entradas na tabela.

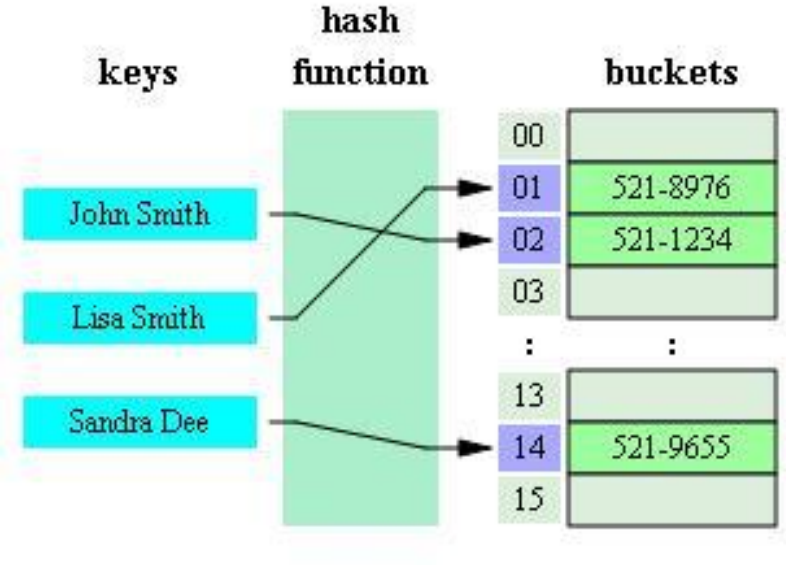


Tabela Hash

- Uma tabela hash é uma estrutura de dados eficiente para implementar dicionários, ou seja, conjuntos dinâmicos que admitem apenas as operações **Incluir, Excluir e Recuperar**.

- Possui uma série de limitações em relação às árvores:
  - Não permite recuperar/imprimir todos os elementos em ordem de chave, nem outras operações que exijam sequência dos dados.
  - Não permite operações do tipo recuperar o elemento com a maior ou a menor chave.

Tabela Hash

- A organização de arquivos *hashing* oferece:
  - Acesso direto ao endereço do bloco de disco que contém o registro desejado;
  - Aplica-se uma função sobre o valor da chave de procura do registro para encontrar o bloco de disco correto;

Funções de Hashing

- Uma função Hash ideal distribui as chaves armazenadas **uniformemente** na tabela Hash.

- Pior função:
  - Mapeia todos os valores de chave de busca para o mesmo local da tabela.

Funções de Hashing

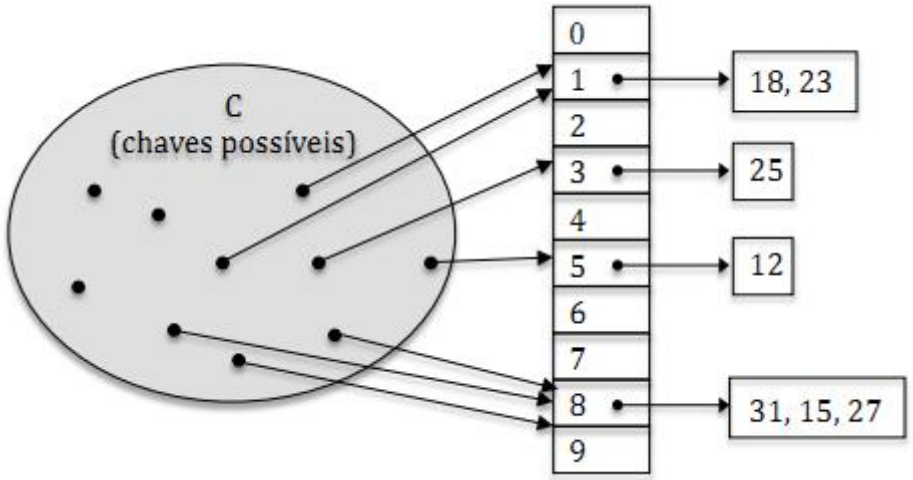
```
int  hash (int  key, int  tam)
{
   return (key % tam);
}
```

Neste caso, a chave *key* seria armazenada na posição relativa ao *int* retornado por essa função

- Objetivos da função de Hash:
  - Ser eficiente.
  - Distribuir todos os elementos uniformemente por todas as posições da tabela.

Tabela Hash

- Quando duas chaves k_1 e k_2, com $k_1 \neq k_2$, são tais que $h(k_1) = h(k_2)$, diz-se haver uma **colisão**.
  - Colisões são inevitáveis em Tabelas Hash, já que o número de chaves possíveis é sempre maior que o número de entradas da tabela.



Tratamento de Colisões

Tratamento de Colisões

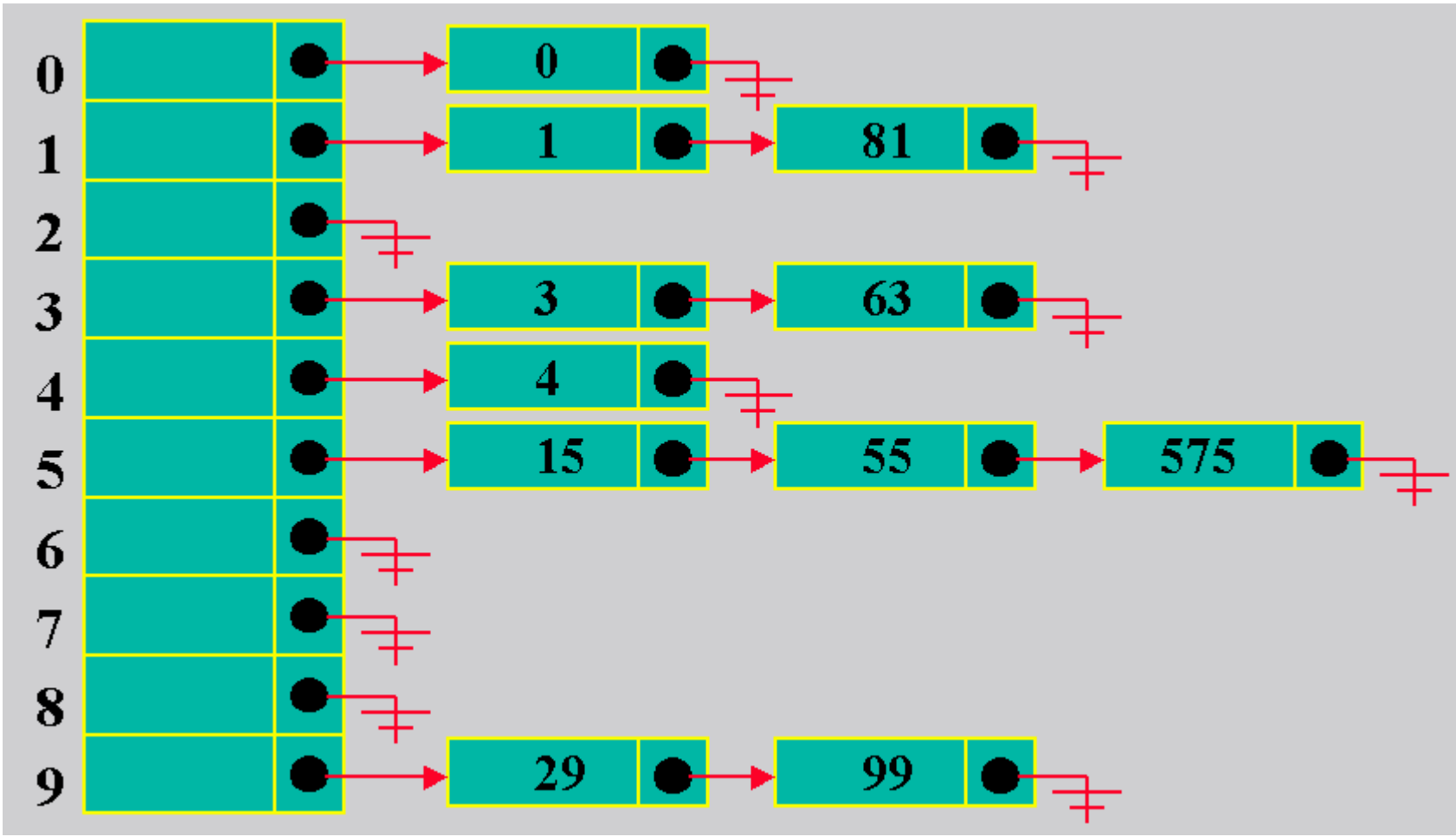
- Como as colisões são inevitáveis, é preciso arrumar formas de tratá-las.
  - Resolução de colisões por encadeamento
  - Endereçamento Aberto

Encadeamento

- Também chamada de Resolução de colisões por meio de **listas encadeadas** ou *separate chaining* ou Hash Aberto.

- Para cada índice h da tabela há uma lista encadeada que armazena todos os objetos que a função de dispersão leva em h.
  - Essa solução é muito boa se cada uma das "listas de colisão" for curta.
  - Por quê?

Encadeamento

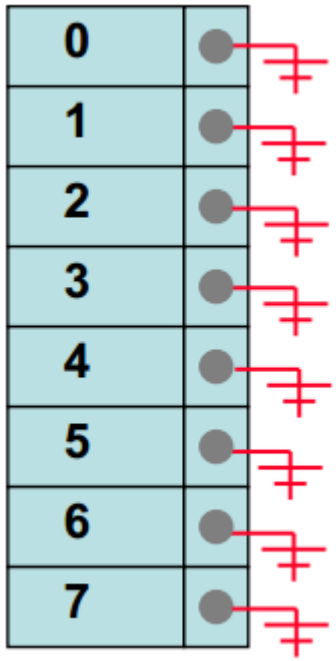


Encadeamento

- **Exemplo :**
- Dada uma tabela com 8 entradas utilizada para acomodar registros cujas chaves são valores pertencentes ao conjunto dos números naturais.

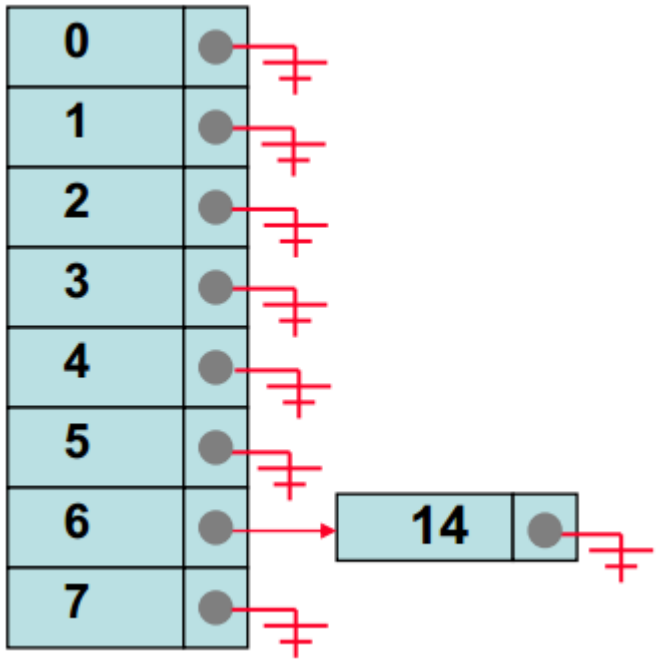
- Dada a função de dispersão **Resto da Divisão**

$$H(c) = c \bmod m$$



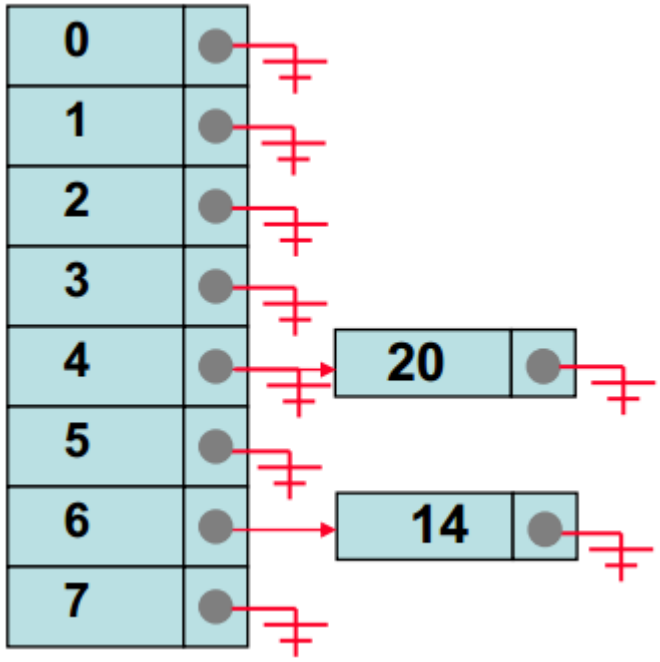
Encadeamento

- **Exemplo :** Inserir 14
- 14 *mod* 8 = 6



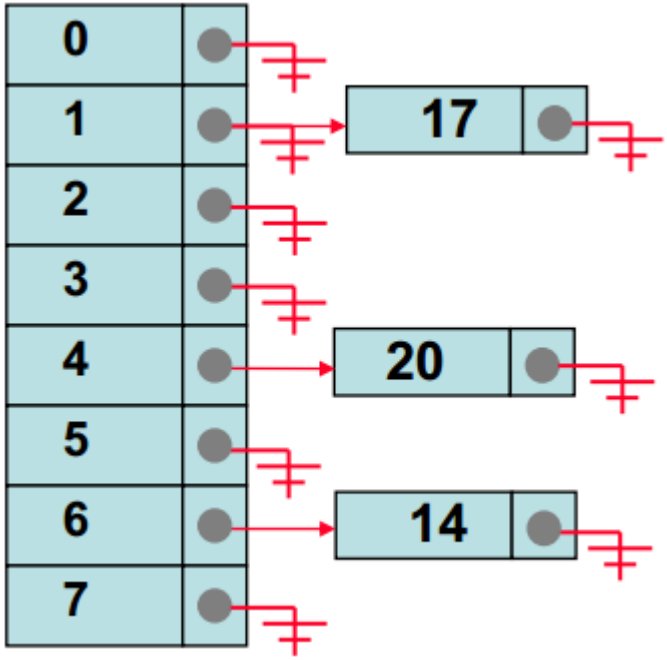
Encadeamento

- **Exemplo :** Inserir 20



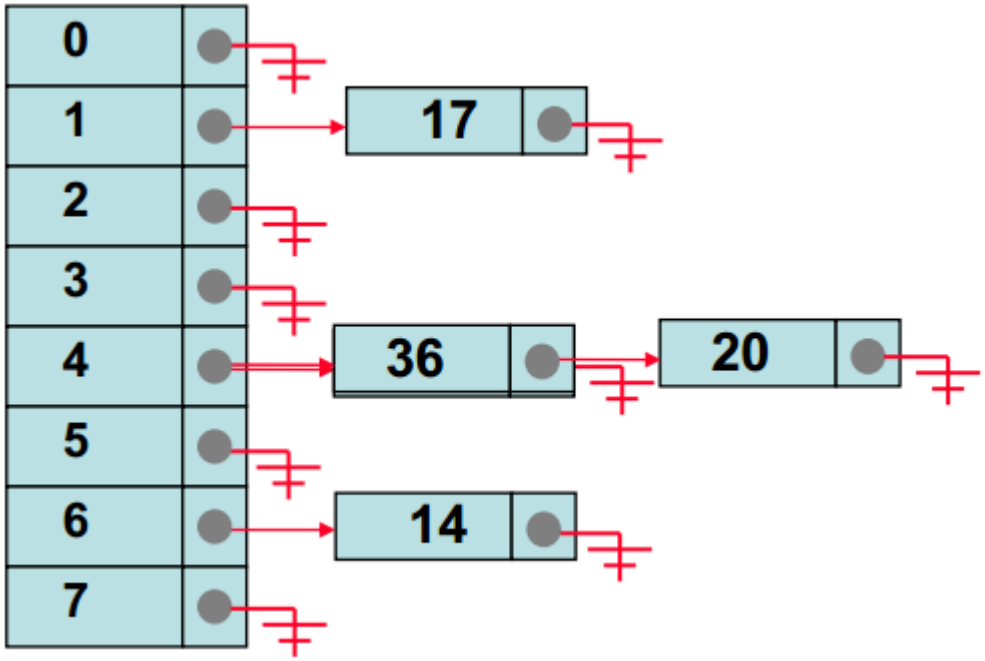
Encadeamento

- **Exemplo :** Inserir 17



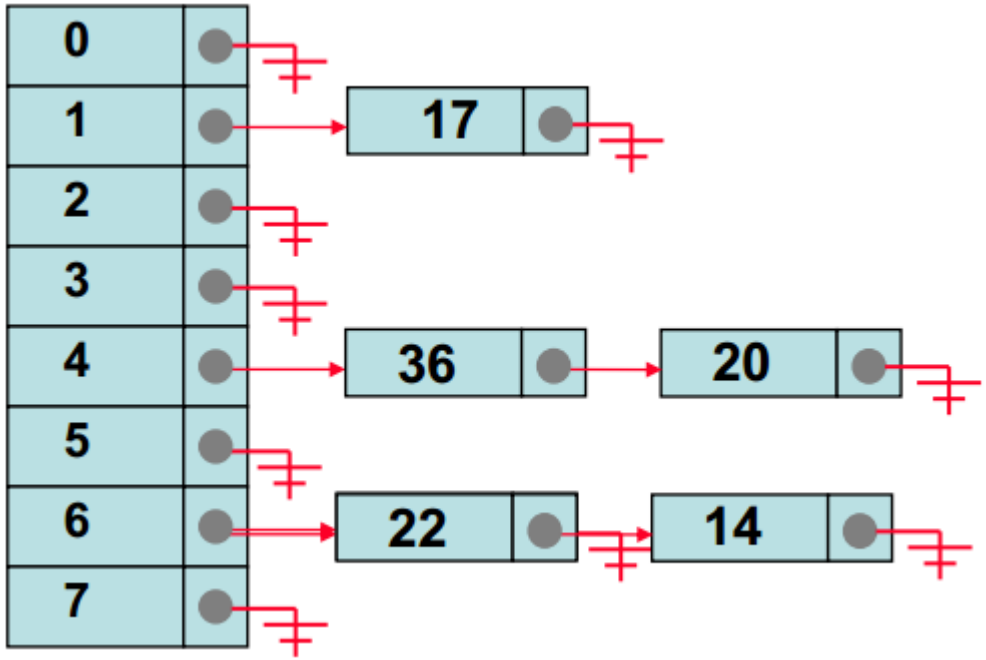
Encadeamento

- **Exemplo :** Inserir 36



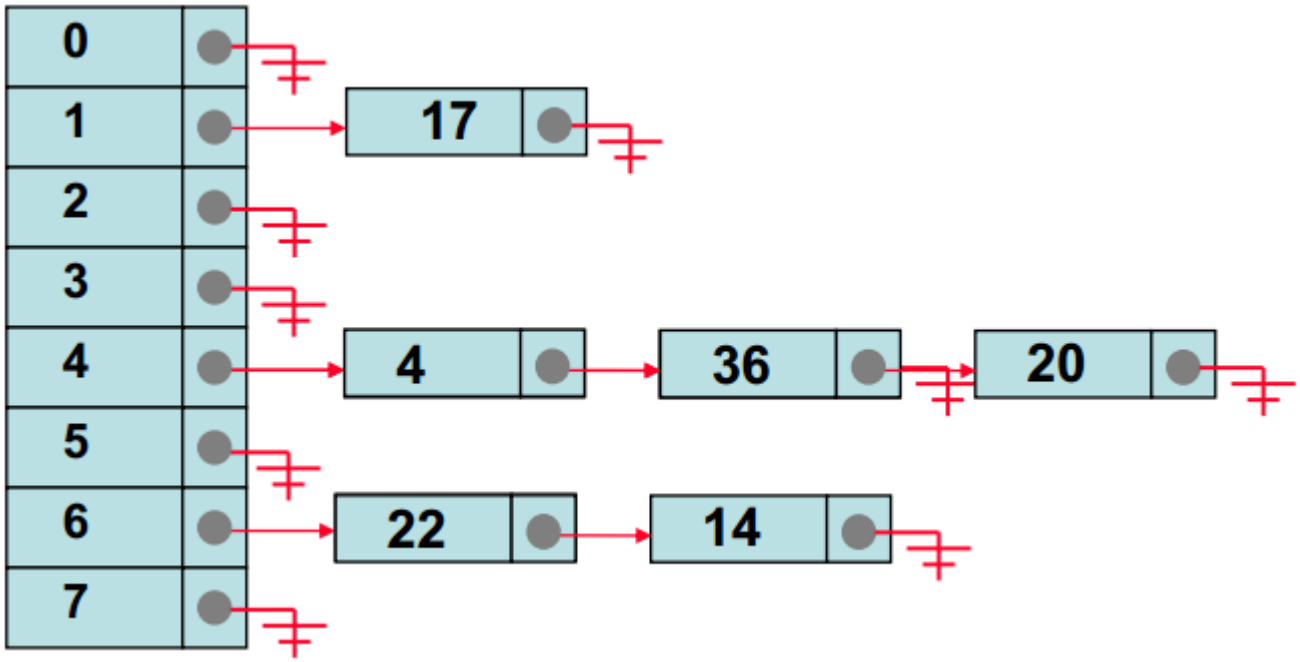
Encadeamento

- **Exemplo :** Inserir 22



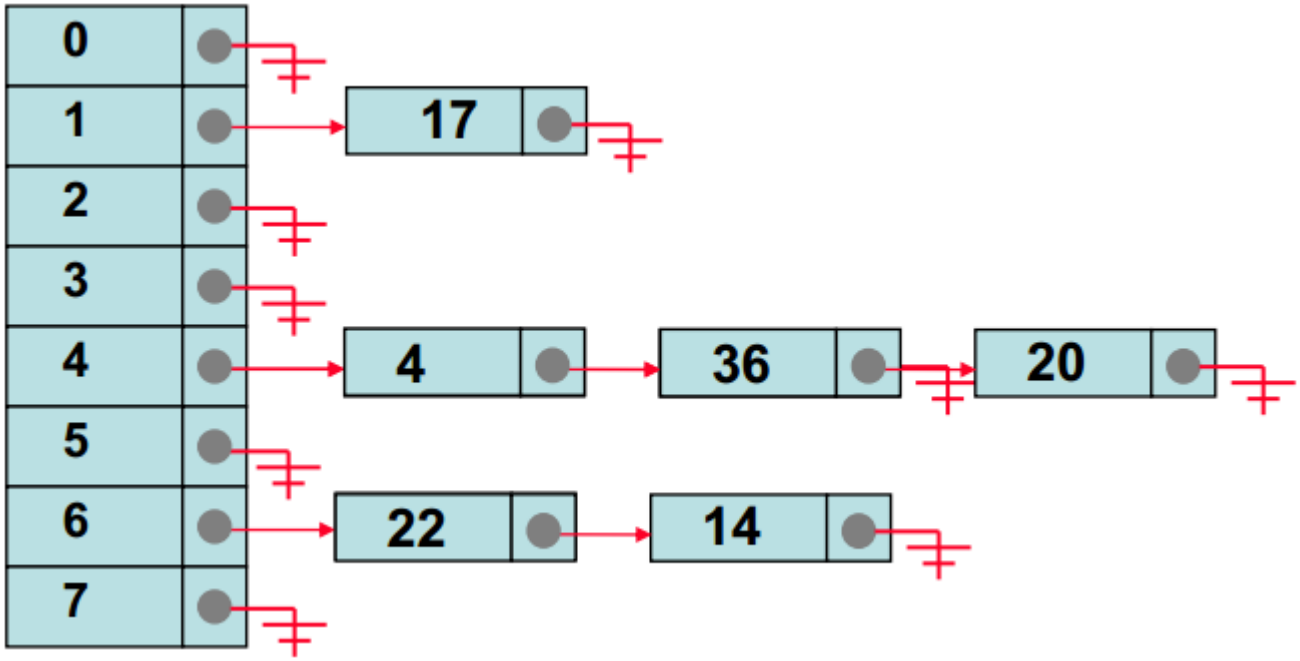
Encadeamento

- **Exemplo :** Inserir 4



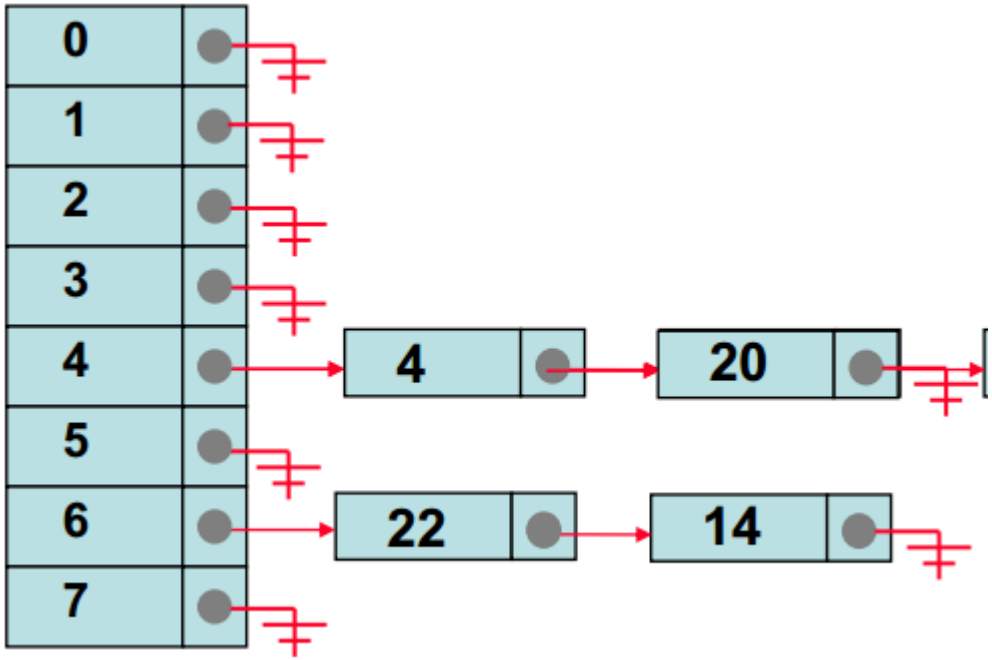
Encadeamento

- **Exemplo :** Remover 17



Encadeamento

- **Exemplo :** Remover 36



Encadeamento

- Vantagens
- Desvantagens
- Complexidade
  - Inserção : θ(1)
  - Remoção : θ(n)
  - Pesquisa : θ(n)

Tratamento de Colisões

- Como as colisões são inevitáveis, é preciso arrumar formas de tratá-las.
  - Resolução de colisões por encadeamento
  - **Endereçamento Aberto**

Endereçamento Aberto

- Neste tipo de implementação, a tabela hash é um vetor com m posições.
- Todas as chaves são armazenadas na própria tabela sem a necessidade de espaços extras ou ponteiros.
- Este método é aplicado quando o número de chaves a serem armazenadas é reduzido e as posições vazias na tabela são usadas para o tratamento de colisões.

Endereçamento Aberto

- Quando uma chave x é endereçada na posição h(x) e esta já está ocupada, outras posições vazias na tabela são procuradas para armazenar x.

- Caso nenhuma seja encontrada, a tabela está totalmente preenchida e x não pode ser armazenada.

- Há duas maneiras de efetuar a busca por uma posição livre para armazenar : sondagem linear e sondagem quadrática.

Endereçamento Aberto

- Sondagem Linear

$$h'(x) = (h(x) + j) \bmod m$$

  - $1 \le j \le m$ $\quad h(x) = x \bmod m$

  - O objetivo é armazenar a chave no endereço consecutivo h(x)+1, h(x)+2, ..., até encontrar uma posição vazia.

Endereçamento Aberto

- Sondagem Linear – Exemplo

Índice	Situação	Chave
0	L	
1	L	
2	L	
3	L	
4	L	
5	L	
6	L	
7	L	

Endereçamento Aberto

- Sondagem Linear – Inserir 16

Índice	Situação	Chave
0	O	16
1	L	
2	L	
3	L	
4	L	
5	L	
6	L	
7	L	

Endereçamento Aberto

- Sondagem Linear – Inserir 23

Índice	Situação	Chave
0	O	16
1	L	
2	L	
3	L	
4	L	
5	L	
6	L	
7	O	23

Endereçamento Aberto

- Sondagem Linear – Inserir 41

Índice	Situação	Chave
0	O	16
1	O	41
2	L	
3	L	
4	L	
5	L	
6	L	
7	O	23

Endereçamento Aberto

- Sondagem Linear – Inserir 25

Índice	Situação	Chave
0	O	16
1	O	41
2	O	25
3	L	
4	L	
5	L	
6	L	
7	O	23

Endereçamento Aberto

- Sondagem Linear – Inserir 39

Índice	Situação	Chave
0	O	16
1	O	41
2	O	25
3	O	39
4	L	
5	L	
6	L	
7	O	23

Endereçamento Aberto

- Sondagem Linear
  - A operação de remoção é delicada
  - Não se pode remover de fato uma chave do endereço, pois haveria perda da sequência de tentativas.
  - Com isso, cada endereço da tabela é marcado como livre (L), ocupado (O) ou removido (R).
    - Livre quando a posição ainda não foi usada,
    - Ocupado quando uma chave está armazenada
    - Removido quando armazena uma chave que já foi removida.

Endereçamento Aberto

- Sondagem Linear – Remover 41

Índice	Situação	Chave
0	O	16
1	R	41
2	O	25
3	O	39
4	L	
5	L	
6	L	
7	O	23

Endereçamento Aberto

- Sondagem Linear – Remover 25

Índice	Situação	Chave
0	O	16
1	R	41
2	R	25
3	O	39
4	L	
5	L	
6	L	
7	R	23

Tabelas Hash – Vantagens

- Simplicidade
  - É muito fácil de imaginar um algoritmo para implementar hashing.
- Escalabilidade
  - Podemos adequar o tamanho da tabela de hashing ao ***n*** esperado em nossa aplicação.
- Eficiência para ***n*** grandes
  - Para trabalharmos com problemas envolvendo ***n*** = 1.000.000 de dados, podemos imaginar uma tabela de *hashing* com 2.000 entradas, onde temos uma divisão do espaço de busca da ordem de ***n***/2.000 de imediato.
- Aplicação imediata a arquivos
  - Os métodos de *hashing*, tanto de endereçamento aberto como fechado, podem ser utilizados praticamente sem nenhuma alteração em um ambiente de dados persistentes utilizando arquivos em disco.

Tabelas Hash – Desvantagens

- Dependência da escolha de função de *hashing*
- Tempo médio de acesso é ótimo somente em uma faixa
  - A complexidade linear implica em um crescimento mais rápido em relação a ***n*** do que as árvores, p.ex.
- Existe uma faixa de valores de ***n***, determinada por ***b***, onde o *hashing* será muito melhor do que uma árvore.
  - Fora dessa faixa é pior.

Exercício

- Desenhe a tabela *hash* de tamanho 11 resultante do uso da função de *hash* para as chaves definidas abaixo, assumindo que colisões são tratadas por :
  - encadeamento
  - hash linear

$$h(k) = (2k + 5) \bmod 11$$

- 12, 44, 13, 88, 23, 94, 11, 39, 20, 16, e 5