Aritmética binaria, octal, decimal e hexadecimal

Informática

Universidade Federal do Piauí (UFPI)

6 pag.

Universidade Federal do Piauí
Educação Ciência Arte Inclusão Social

CAMPUS SENADOR HELVIDIO NUNES DE BARROS
CURSO: BACHARELADO EM SISTEMAS DE INFORMAÇÃO
DISCIPLINA: INTRODUÇÃO À COMPUTAÇÃO
PROFESSOR: FREDISON MUNIZ DE SOUSA
CARGA HORÁRIA: 75 HORAS - PERÍODO: 2º/2010 – BLOCO II

Aritmética Binária

Um sistema numérico pode ser usado para realizar duas operações básicas: adição e subtração. Mas pelo uso de adição e subtração, você pode então realizar multiplicações, divisões, e qualquer outra operação numérica. Nesta seção, a aritmética binária. (adição, subtração, multiplicação e divisão) será examinada, usando a aritmética decimal como um guia.

Adição Binária

A adição binária é realizada como a adição decimal. Se dois números decimais 56719 e 31863, são adicionados, a soma 88582 é obtida. Você pode analisar os detalhes desta operação da seguinte maneira.

Transporte	0	0	1	0	1	
		5	6	7	1	9
Parcelas	+	3	1	8	6	3
Soma		8	8	5	8	2

Somando a primeira coluna, números decimais **9** e **3**, resulta o dígito **2** com um transporte de 1. O transporte é então somado à próxima coluna. Adicionado à segunda coluna, (1+1+6), resulta o número **8**, sem transporte. Este processo continua até que todas a colunas (incluindo os transportes) tenham sido somadas. A soma representa o valor numérico das parcelas.

Quando você soma dois números binários, você realiza a mesma operação.

A figura ao lado resume as quatro regras de adição com números binários.

0 + 0 = 0	
0 + 1 = 1	
1 + 1 = 0	com transporte de 1
1 + 1 + 1 = 1	com transporte de 1

Para ilustrar o processo de adição binária, vamos somar 1101 a 1101.

Na primeira coluna, 1 mais 1 resulta 0 com um transporte de 1 para a segunda coluna. Isto concorda com a regra 3. Na segunda coluna, 0 mais 0 resulta 0 sem transporte. A este resultado, o transporte da primeira coluna é somado. Assim 0 mais 1 resulta 1 sem transporte.

Transporte	1	1	0	1	
Parcela		1	1	0	1
	+	1	1	0	1
Soma	1	1	0	1	0

Estas duas adições na segunda coluna dão uma soma total de 1 com um transporte de 0. Regras 1 e 2 foram usadas para obter a soma.

Na terceira coluna, 1 mais 1 resulta 0 com um transporte de 1. Nesta soma, o transporte da segunda coluna é somado. Isto resulta uma soma da terceira coluna de 0 com um transporte de 1 para a coluna 4. Regras 3 e 1 foram usadas para obter a soma.

Na coluna quatro, 1 mais 1 resulta 0 com um transporte de 1. Para esta soma, o transporte da terceira coluna é somado. Isto resulta uma soma da quarta coluna de 1 com um transporte para a quinta coluna. Regra 4 permite somar três 1 binários e obter 1 com um transporte de 1.

Na quinta coluna, não há parcelas. Portanto, você pode assumir a regra 2 e somar o transporte a 0 para obter a soma 1. Assim, a soma 1101_2 mais 1101_2 é igual a 11010_2. Você pode verificar isto, convertendo os números binários para números decimais.

CAMPUS SENADOR HELVIDIO NUNES DE BARROS
CURSO: BACHARELADO EM SISTEMAS DE INFORMAÇÃO
DISCIPLINA: INTRODUÇÃO À COMPUTAÇÃO
PROFESSOR: FREDISON MUNIZ DE SOUSA
CARGA HORÁRIA: 75 HORAS - PERÍODO: 2º/2010 – BLOCO II

Agora estude os dois exemplos de adições binária onde 11101100_2 é somado a 100101100_2 (adição1) e 11001100_2 é somado a 111011_2 (adição2) .Quando adição binária é realizada com um microcomputador, números de 8 bits geralmente são usados.

Soma de números binários	Soma de números binários
11111	1111
11101101	11001100
+ 10010110	+ 00111011
110000011	100000111

Subtração Binária

A subtração binária é realizada exatamente como subtração decimal. Portanto, antes re realizarmos a subtração binária vamos revisar a subtração decimal. Você sabe que se 5486 é subtraído de 8303, a diferença 2817 é obtida.

é	**Empréstimo**		7	12	9	13
	Minuendo		8	3	0	3
é	**Subtraendo**	-	5	4	8	6
	Diferença		2	8	1	7

Como o dígito 6 no subtraendo é maior que o dígito 3 no minuendo, um 1 emprestado do próximo dígito de maior ordem no minuendo. Se esse dígito é zero, como no nosso exemplo, 1 é emprestado do próximo dígito de ordem maior que contenha um número diferente de zero. Aquele dígito reduzido de 1 (de 3 para 2 no nosso exemplo) e aos dígitos pulados no minuendo é dado o valor 9. Isto é equivalente a remover 1 de 30 com o resultado de 29, como exemplo.

No sistema decimal, o dígito emprestado tem o valor de 10. Portanto, o dígito do minuendo agora tem o valor 13, e 6 de 13 resulta 7.

Na segunda coluna 8 de 9 resulta 1. Desde que o subtraendo é maior que o minuendo na terceira coluna, 1 é transportado do próximo dígito de ordem superior. Isto suspende o valor do minuendo de 2 para 12, e 4 de 12 resulta 8. Na quarta coluna, o minuendo foi reduzido de 8 para 7 devido ao empréstimo prévio, e 5 de 7 resulta 2.Toda vez que 1 é emprestado de um dígito de ordem superior, o empréstimo é igual, em valor, à base do sistema numérico. Portanto, um empréstimo no sistema numérico decimal é igual a 10, enquanto um empréstimo no sistema numérico binário é igual a 2.

Quando se subtrai um número binário de outro, você usa o mesmo método descrito para subtração decimal.

A figura ao lado resume as quatro regras para subtração binária.

Para ilustrar o processo da subtração binária, vamos subtrair 1101 de 11011.

1	0	-	0	=	0	
2	1	-	1	=	0	
3	1	-	0	=	1	
4	0	-	1	=	1	**empresta 1**

CAMPUS SENADOR HELVIDIO NUNES DE BARROS
CURSO: BACHARELADO EM SISTEMAS DE INFORMAÇÃO
DISCIPLINA: INTRODUÇÃO À COMPUTAÇÃO
PROFESSOR: FREDISON MUNIZ DE SOUSA
CARGA HORÁRIA: 75 HORAS - PERÍODO: 2º/2010 – BLOCO II

Empréstimo	0	10	10	0	0
Minuendo	1	1	0	1	1
Subtraendo	-	1	1	0	1
Diferença		1	1	1	0

A linha "empréstimo" nos mostra o valor de cada dígito do minuendo depois da ocorrência de cada transporte. Lembre-se que o binário 10 é igual ao decimal 2.

Na primeira coluna, 1 de 1 resulta 0 (regra 2). Então, 0 de 1 na segunda coluna resulta 1 (regra3). Na terceira coluna, 1 de 0 necessita de um empréstimo da quarta coluna. Assim, 1 de 10_2 resulta 1 (regra 4). O minuendo na quarta coluna é agora 0, devido ao empréstimo. Portanto, um empréstimo é necessário da quinta coluna, de maneira que 1 de 10_2 na quarta coluna resulta 1 (regra 4). Devido ao empréstimo anterior, o minuendo na quinta coluna é agora 0 e o subtraendo é 0 (não existe), de modo que 0 de 0 resulta 0 (regra 1). O 0 na quinta coluna não é mostrado na diferença pois, não é um bit significativo. Assim a diferença entre 11011_2 e 1101_2 é 1110_2. Pode-se verificar isto convertendo os números binários para decimal.

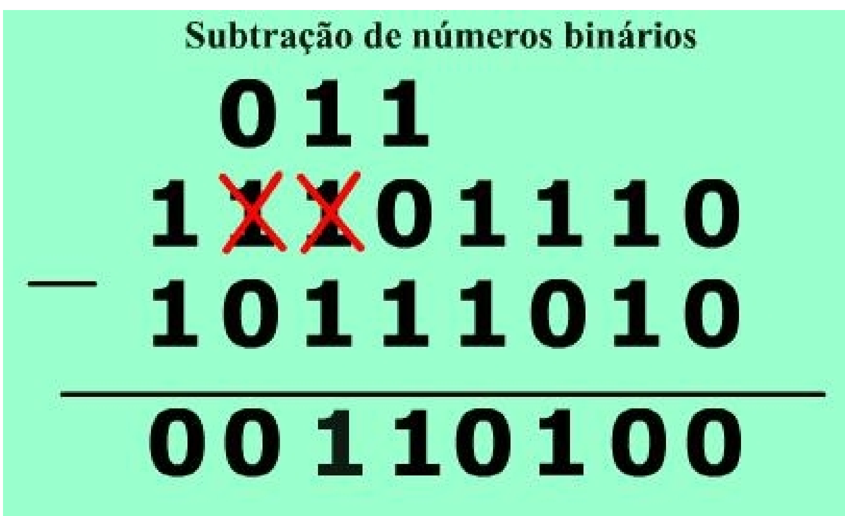
Como exemplo de subtração binária, subtraia 00100101_2 de 11000100_2, como mostrado abaixo.

Empréstimo	0	0	1	1	1	10	1	10
Minuendo	1	1	0	0	0	1	0	0
Subtraendo	- 0	0	1	0	0	1	0	1
Diferença	1	0	0	1	1	1	1	1

Quando um empréstimo ("borrow") é necessário, 1 é obtido do próximo bit de ordem superior que possui 1. Aquele bit então, torna-se 0 e a todos os bit pulados (bits de valor 0) damos o valor 1. Isto é equivalente a remover 1 de 10002.

Como na adição binária, os microprocessadores geralmente realizam subtrações em grupos de números de 8 bits. No exemplo anterior, a resposta contém apenas 6 bits significativos, mas dois 0, foram acrescentados para manter o grupo de 8 bits. Isto será verdade também para o minuendo e o subtraendo.

Então estude o próximo exemplo e subtraia 10111010_2 de 11101110_2 [(subtração1)]



Universidade Federal do Piauí
Educação Ciência Arte Inclusão Social

CAMPUS SENADOR HELVIDIO NUNES DE BARROS
CURSO: BACHARELADO EM SISTEMAS DE INFORMAÇÃO
DISCIPLINA: INTRODUÇÃO À COMPUTAÇÃO
PROFESSOR: FREDISON MUNIZ DE SOUSA
CARGA HORÁRIA: 75 HORAS - PERÍODO: 2º/2010 – BLOCO II

Multiplicação Binária

Multiplicação é um método rápido de se somar um número a si mesmo tantas vezes quantas forem especificadas pelo multiplicador.

Multiplicando		324
Multiplicador	x	223
Primeiro produto parcial		972
Segundo produto parcial		648
Terceiro produto parcial		648
Transporte		121
Produto final		72252

Entretanto, se você for multiplicar 324_{10} por 223_{10}, você provavelmente usará o método mostrado ao lado.

Usando esta forma abreviada de multiplicação, você multiplica o multiplicando por cada dígito do multiplicador e então soma os produtos parciais para obter o produto final.

Observe que, por conveniência os transportes são colocados abaixo dos produtos parciais.

A multiplicação binária segue os mesmos princípios gerais da multiplicação decimal. Entretanto, com apenas dois possíveis bits multiplicadores (1 ou 0), multiplicação binária é um processo muito mais simples.

A figura ao lado lista as regras da multiplicação binária.

1	0 X 0 = 0
2	0 X 1 = 0
3	1 X 0 = 0
4	1 X 1 = 1

Você pode verificar o resultado pela conversão dos números binários para decimal. Conforme a multiplicação decimal, você multiplica o multiplicando por cada bit no multiplicador e soma os resultados

Observe que a multiplicação binária é um processo de deslocamento e soma. Para cada bit 1 no multiplicador você copia o multiplicando, começando com o LSB sob o bit. Você pode ignorar qualquer zero no multiplicador. Mas não vá cometer o erro de colocar o multiplicando sob o bit 0.

Então estude a multiplicação 1001_2 de 1100_2 . (multiplicação).

Multiplicando				1	0	0	1
Multiplicador				1	1	0	0
Terceiro produto parcial		1	0	0	1	0	0
Quarto produto parcial	1	0	0	1			
Transporte	0	0	0	0			
Produto final	1	1	0	1 1	0	0	

Os dois zeros no multiplicador foram incluídos no processo para assegurar que o multiplicando foi copiado sob os devidos bits multiplicadores.

Lembre-se, assim como na multiplicação decimal, observe atentamente qualquer zero, colocando um zero no produto sob o bit 0 do multiplicador. Isto é muito importante quando o zero ocupa o LSB.

Divisão Binária

Divisão é o reverso da multiplicação. Portanto, é um procedimento para se saber quantas vezes um número pode ser subtraído de outro. O processo com qual você provavelmente está familiarizado é chamado "divisão longa". Se você está para dividir 181 por 45, você obteria o quociente 4 1/45, como mostra a figura.

Usando divisão longa, você examinaria o MSD do dividendo e determinaria se o divisor era menor em valor.

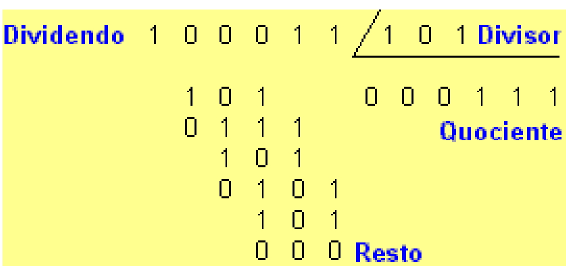
CAMPUS SENADOR HELVIDIO NUNES DE BARROS
CURSO: BACHARELADO EM SISTEMAS DE INFORMAÇÃO
DISCIPLINA: INTRODUÇÃO À COMPUTAÇÃO
PROFESSOR: FREDISON MUNIZ DE SOUSA
CARGA HORÁRIA: 75 HORAS - PERÍODO: 2º/2010 – BLOCO II

Neste exemplo o divisor é maior, logo o quociente é 0.A seguir, você examina os dois dígitos mais significativos. Novamente o divisor é maior, assim o quociente é zero novamente. Finalmente, você examina o dividendo inteiro e descobre que é aproximadamente, 4vezes o divisor em valor.

Portanto, você dá ao quociente o valor de 4. A seguir, você subtraí o produto de 45 por 4 (180) do dividendo. A diferença de um representa a fração do divisor. Esta fração é acrescentada ao quociente para resultar a correta resposta 4 1/45.

A divisão binária é um processo mais simples desde que a base é dois, em vez de dez. Primeiro, vamos dividir 100011_2 por 101_2 .Usando divisão longa, você examina o dividendo começando com o MSB e determina o número de bits requerido para exceder o valor do divisor.

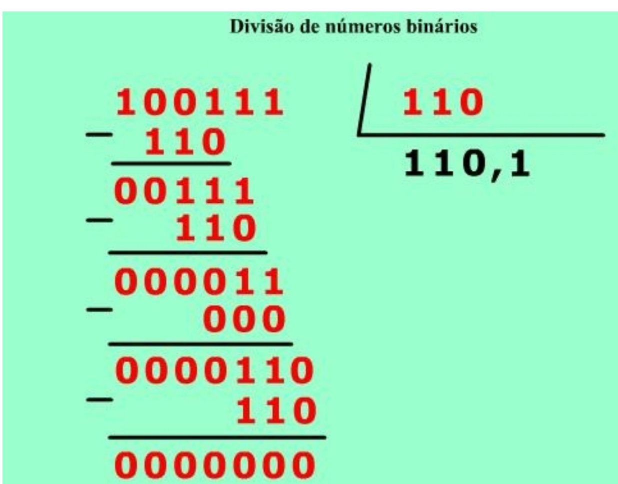
Quando você achar este valor, coloque 1 no quociente e subtraia o divisor do valor do dividendo selecionado. Então transporte o próximo bit mais significativo do dividendo para o atual resto.



Se você puder subtrair o divisor do resto coloque 1 no quociente e subtraia, senão, transporte o próximo bit mais significativo do dividendo para o resto e ponha 0 no quociente. Se o divisor puder ser subtraído do novo resto então coloque um 1 no quociente e subtraia o divisor do resto.

Continue o processo até que todos os bits do dividendo tenham sido considerados. Então expresse qualquer resto como uma fração do divisor. Você pode verificar a resposta convertendo os números binários para decimal.

Para ter certeza que você compreendeu totalmente a divisão binária, estude o exemplo de divisão (divisão). Divida 100111_2 por 110_2 .



CAMPUS SENADOR HELVIDIO NUNES DE BARROS
CURSO: BACHARELADO EM SISTEMAS DE INFORMAÇÃO
DISCIPLINA: INTRODUÇÃO À COMPUTAÇÃO
PROFESSOR: FREDISON MUNIZ DE SOUSA
CARGA HORÁRIA: 75 HORAS - PERÍODO: 2º/2010 – BLOCO II

Adição Hexadecimal

Consiste em um processo semelhante ao da aritmética binária, com exceção do fato de que, neste caso, tem-se 16 algarismos disponíveis.

Ocorrerá "vai 1" quando a soma de 2 algarismos for igual ou ultrapassar o valor da base, isto é, 16.

A regra também aplica-se na subtração, o empréstimo quando ocorrer será de 16, e assim por diante. Para ilustrar o processo de adição hexadecimal, vamos somar 23B7D5 a 3A943B (observe a animação).

$$\begin{array}{ccccccc} & & 1 & & 1 & 1 & \\ & 3 & A & 9 & 4 & 3 & B \\ + & 2 & 3 & B & 7 & D & 5 \\ \hline & 5 & E & 4 & C & 1 & 0 \end{array}$$

Subtração Hexadecimal

Agora ilustraremos o processo de subtração hexadecimal, subtrair $1E927A_{16}$ de $4C7BE8_{16}$. Da direita para a esquerda.

$$\begin{array}{ccccccc} & & 16 & & & & \\ & 3 & B & 16 & & D & 16 \\ & \cancel{4} & \cancel{C} & 7 & B & \cancel{E} & 8 \\ - & 1 & E & 9 & 2 & 7 & A \\ \hline & 2 & D & E & 9 & 6 & E \end{array}$$