

Estimativa de ângulo zenital solar, insolação teórica, irradiação

Algumas notas de utilidade

```
% referencias web de interesse
%1 http://astro.if.ufrgs.br/tempo/tempo.htm - Medidas de Tempo
%2 http://www.on.br/pergunte_astro/indice_resposta.php?id_tema=10
%3 http://euler.on.br/ephemeris/index.php - Efemérides Anuário
Observatório Nacional
%4 http://euler.on.br/ephemeris/explica_crep.html - Explica Crepusculo
%5 http://astro.if.ufrgs.br/fordif/node8.htm - precessão equinócios
```

A órbita da Terra

A terra gira em torno do Sol seguindo uma elipse, com o Sol num foco dela. A distância Terra-Sol é variável, e pode ser ajustada com a equação (Paltridge & Platt, 1976): ⁽¹⁾

```
teta = 360 * diadia / 365.; %teta em graus
r2sun = 1.00011 + .034221 * cosd(teta) + .000128 * sind(teta) + .000719; (1)
```

O tempo é contado a partir de 1º janeiro (diadia=1).

Esta equação representa a posição da Terra na sua órbita em graus (teta=0-360) ao longo do ano (diadia= 1-365). A expressão $r2sun = (Do/D)^2$ realmente avalia o fator pelo qual deve ser multiplicada a constante solar So para ser corrigida por distância Terra-Sol:

$$S(diadia) = (Do/D)^2 \cdot So \quad (2)$$

$$So = 1357 \text{ W.m}^{-2}$$

Do = distância média Terra-Sol = $149,6 \cdot 10^6$ km;

$D(diadia)$ = distância em cada dia do ano.

Perguntas:

1. Em que dia do ano (diajuliano e dia,mês) se verifica a distância média Terra-Sol?
2. Quais são os valores máximo e mínimo da constante solar durante o ano? Que correção (em %) deve ser aplicada à constante So nesses dias? Que dias do ano são?
3. Quais são as correções a serem aplicadas nos solstícios e nos equinócios?

Medida do tempo: o dia

Uma revolução é realizada num ano; uma rotação é completada num dia. O tempo correspondente a esse dia pode ser fixado pelo movimento das estrelas (consideradas fixas no céu, e por isso realizando uma rotação *aparente*), e configura *um dia sideral*. Uma revolução é realizada em 366,25 dias siderais, aproximadamente.

O sol parece girar em torno da Terra. A sua elevação mede-se com relação ao plano horizontal; o instante do meio-dia solar se verifica para a máxima elevação do sol nesse dia (o sol *culmina*

¹ As linhas de código estão em linguagem de programação do MatLab. A função `cosd(teta)` supõe que $teta$ está em graus. Frases iniciadas com %, são comentários. A eq.(1) está incompleta. Corrigir consultando P&P.

ao meio-dia). O tempo entre duas culminações sucessivas é um dia solar. Da mesma forma, o tempo entre duas culminações de uma estrela é um dia sideral. Entretanto, um dia solar tem uma duração maior que o sideral. Com efeito: seja T_0 o instante em que se verifica um meio-dia solar; nesse instante observamos o Sol e também uma estrela. Em um dia celeste será observada novamente a culminação da estrela (no instante T_1), mas, sendo que a Terra avança na sua órbita ao mesmo tempo que gira em torno de si mesma, nesse tempo o Sol ficou para trás e sua culminação se verifica num instante $T_2 > T_1$. O atraso de uma rotação completa da Terra se verifica em uma revolução, de maneira tal que um ano corresponde a 366,25 dias siderais e a 365,25 dias solares. Um *dia solar médio* é definido como o tempo de 366 dias siderais, dividido em 365 partes. Observe-se que, sendo constante a velocidade angular da Terra em torno do seu eixo, esse dia solar médio é em princípio uma medida de referência. Este período de tempo se divide em 24 horas, ou 1440 minutos, ou 86400 segundos. Corresponde a nosso tempo de relógio, que indica as horas em *tempo solar médio*.

Definido este tempo médio, em princípio o meio-dia solar local deveria repetir-se a cada 24 horas de tempo solar médio. Isso não acontece exatamente, por duas razões:

- 1) Os 365 dias solares médios não “fecham” o ano. A cada quatro anos, ficaria um dia perdido, e o meio-dia solar iria deslocando-se progressivamente. Dali que a cada 4 anos é adicionado um dia solar médio (o 29 de fevereiro). Esse ano é dito *bissexto*. É importante notar que esta é uma primeira correção; ela produz um excesso de alguns segundos, que deve ser corrigido novamente depois de centenas de anos.
- 2) A Terra não tem velocidade orbital constante. Descrevendo uma elipse, a distância ao Sol é variável. Como o sistema Terra-Sol deve ter quantidade de movimento angular constante (já que não existiriam momentos de forças externas ao sistema), então a velocidade angular da Terra deve aumentar quando a distância Terra-Sol diminui, e o oposto ao se afastar do Sol. Este efeito produz um desvio do meiodia-solar (culminação do Sol), que se corrige aplicando uma *equação do tempo*, que pode atingir praticamente 20 minutos. Esta equação do tempo é a correção do tempo solar médio para se obter o *tempo solar verdadeiro*.

Equacao do tempo (Spencer 1971 in Paltridge e Platt 1976). ⁽²⁾ (3)

```

dtempo = .000075 + .001868 * cosd(teta) - .032077 * sind(teta) - ...
.014615 * cosd(2. * teta) - .040849 * sind(2. * teta); %dtempo em rads
dth= dtempo * 180. / (pi * 15.); %dtempo em horas
dtmin = 60* dth; %dtempo em minutos

```

Informação adicional: <http://astro.if.ufrgs.br/tempo/tempo.htm>

Perguntas:

1. Verifique em que dias do ano não há correção do tempo.
2. Quando essa correção será máxima? Quando será mínima? Qual será o valor da equação do tempo?

² Nesta expressão *dtempo* avalia o ângulo que a Terra deve girar em torno de si mesma, para corrigir o instante do meio-dia solar. A linha seguinte traduz esse ângulo em horas (note que a Terra gira 15° em cada hora).

A passagem do tempo, nas atividades humanas, está intimamente ligada à evolução do Sol no céu. Ela não se verifica do mesmo modo ao longo do ano, nem da mesma forma em todos os locais da Terra. Introduzimos algumas observações a esse respeito.

A figura seguinte descreve a revolução da Terra. Enquanto realiza uma revolução em torno ao Sol, a Terra gira em torno de um eixo que não é perpendicular ao plano da órbita. Esse eixo tem orientação fixa no espaço, pelo menos na escala de vários séculos. Na verdade ele tem um movimento de precessão retrógrado (ver referência internet %5) com 25770 anos de período.

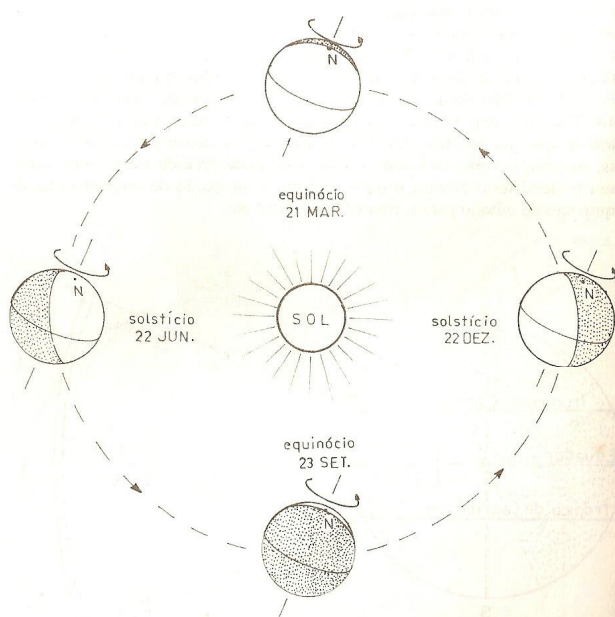


FIGURA 47 As estações do Ano. As Áreas Sombreadas Representam Porções da Superfície Terrestre Não Atingidas pela Luz Solar (VAREJÃO-SILVA, M.A., CEBALLOS, J.C., 1982).

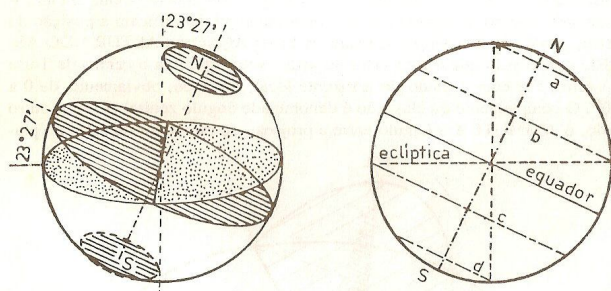
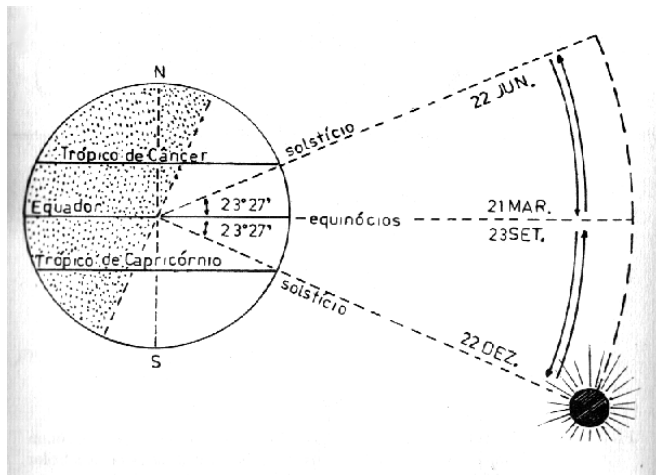


FIGURA 46 O Plano do Equador Forma um Ângulo de $23^{\circ}27'$ com o da Eclíptica. Observa-se o Círculo Polar Ártico (a), o Círculo Polar Antártico (d), o Trópico de Câncer (b) e o Trópico de Capricórnio (c) (VAREJÃO-SILVA, M.A., CEBALLOS, J.C., 1982).

Atualmente, o eixo da Terra (Norte) está orientado na direção da estrela Ursa Polar. O ângulo entre o plano do equador terrestre e o plano da órbita (plano da *eclíptica*) é $\Theta = 23^{\circ}27'$. Devido a essa inclinação, em geral a parte iluminada pelos raios solares não inclui os dois pólos ao mesmo tempo: um deles fica 24 horas na noite, e o outro no dia. Seis meses depois, acontece o contrário. A transição entre as duas situações acontece duas vezes no ano, quando os dois pólos recebem luz solar (embora tangencialmente). Nesses dois dias, cada ponto do planeta recebe 12 horas de luz e 12 são noturnas, daí o nome de *equinócio* [do latim *equi* (igual) + *noctis* (noite)].

Percebe-se que em dezembro o hemisfério Sul fica mais exposto a raios solares diretos, e em junho acontece o contrário. Isto marca as estações de verão e de inverno no hemisfério Sul.

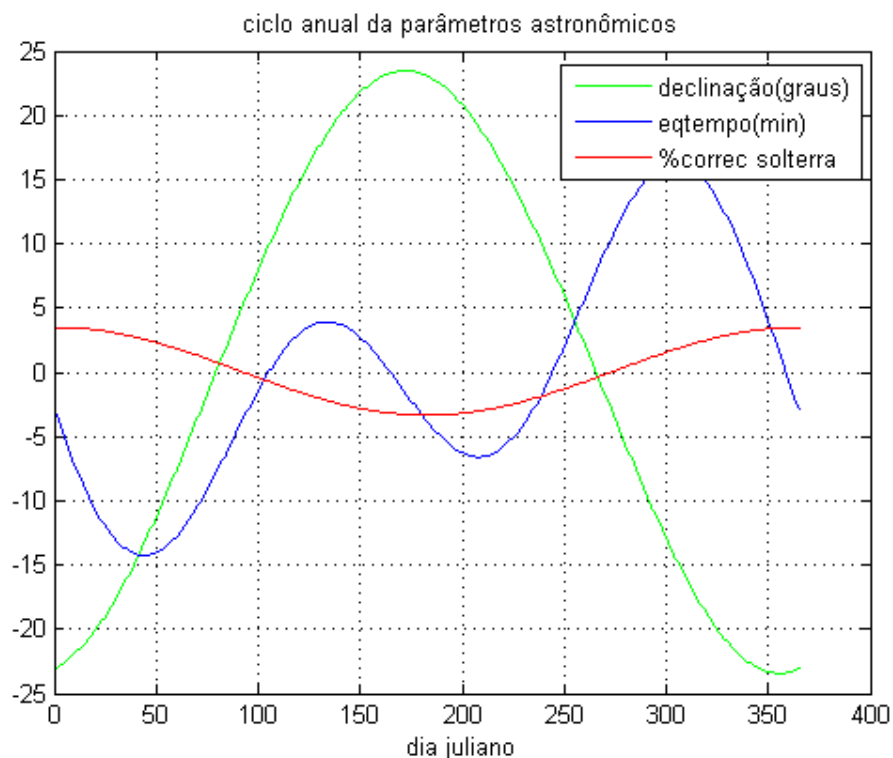
Para observar o céu, considera-se um sistema de coordenadas com origem no centro da Terra, com seu eixo polar e seu plano equatorial celeste, iguais aos do planeta (veja figura ao lado). O Sol circula no plano da eclíptica ao longo do ano. Os raios solares chegam à Terra (no centro dessas coordenadas celestes) formando com o



equador um ângulo δ (*declinação*) que oscila entre $-\Theta$ e $+\Theta$. Os dias dos extremos são os *solstícios*, e os dois dias com $\delta=0$ são os *equinócios*. O ponto do céu com $\delta=0$ é o *ponto vernal*; note-se que, havendo precessão do eixo terrestre, então o ponto vernal vai se deslocando e gira uma vez em 25570 anos (com ele, o equinócio também se desloca no ano; em 25570/2 anos, as épocas de inverno e de verão são trocadas).

A variação anual da declinação é descrita pela expressão abaixo

```
%      Calculo da declinacao (Paltridge e Platt 1976, baseado em
%      Spencer 1971).
teta = 360 * diadia / 365.; %teta em graus
delta = .006918 - .399912 * cosd(teta) + .070257 * sind(teta) ...
        - .006758 * cosd(2. * teta) + .000907 * sind(2. * teta) ...
        - .002697 * cosd(3. * teta) + .00148 * sind(3. * teta); %delta em rads
```



A figura ilustra o cálculo do ciclo anual da declinação, equação do tempo e correção a aplicar à constante solar média, baseado nas eqs. (1), (3) e (4).

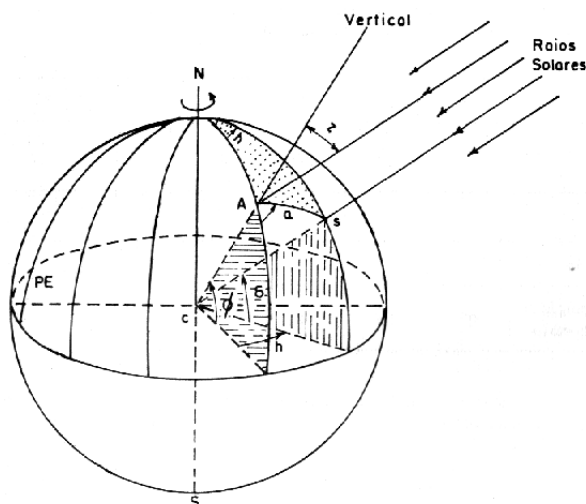
Como se desloca o Sol no céu?

Considere-se um ponto A situado da superfície terrestre numa latitude φ e longitude λ . Como ilustra a última figura (acima), em um dia dado do ano o Sol fica aproximadamente imóvel com declinação δ enquanto a Terra gira em torno do seu eixo. Os raios solares incidem todos eles paralelamente! O ponto A deve percorrer um círculo paralelo durante 24 horas, uma parte do dia sem iluminação solar. O amanhecer se verifica quando o ponto passa pela posição onde os raios solares são tangenciais à esfera terrestre. Quando o ponto A passa pelo plano do papel na figura verifica-se a máxima elevação do sol: é o meio-dia solar local. Depois disso, o ponto A continua seu percurso até atravessar de novo uma posição em que os raios solares são tangentes à Terra (é o entardecer). Observação importante: o meio-dia solar local se verifica simultaneamente em todos os pontos do meridiano com a longitude λ !

Perguntas:

1. Verifique em quais dias do ano acontecem os equinócios e os solstícios.
2. Qual é a elevação do Sol ao meiodia solar local de a) Brasília, b) Santiago de Chile, c) Atenas, no dia 31 de maio de 2009?
3. Qual é a máxima e a mínima elevação solar nesses locais, durante o ano?

Para descrever o movimento aparente do Sol no céu, visto desde o ponto A da Terra, é conveniente definir um sistema local de coordenadas. A figura abaixo ilustra esse sistema. O plano do horizonte é o plano β tangencial à Terra no ponto A. Um triedro trirretângulo é definido pela direção vertical (**CA**, perpendicular a β) ou do *zênite* local, pela direção Leste (horizontal, tangencial ao círculo de paralelo local), e pela direção Norte (horizontal, tangencial ao meridiano local). Nesse sistema de coordenadas, os raios solares formam um ângulo zenital Z . A linha de visada ao Sol, projetada sobre o plano horizontal, forma um ângulo a (*azimute*) com a direção Norte [o sentido positivo, neste caso, é o sentido horário]. Esse par de ângulos (Z , a) descreve a trajetória do Sol no céu.



C = centro da Terra.

PE: plano do equador

Meridiano local: plano que passa pelo pólo e por A (plano 1).

Meridiano de meio-dia solar: passa pelo pólo e por S (plano 2).

CS: direção dos raios solares (e do Sol)

CA: vertical local.

Ângulo φ entre CA e plano PE: latitude

h = ângulo horário entre os planos 1 e 2.

Plano do horizonte: tangente em A

Estimativa do ângulo zenital.

Definimos um esquema vetorial simples, centrado em C, com eixo Cx no plano PE, meridiano de A; eixo Cy perpendicular ao Cx e no plano PE, e eixo Cz = **CN** polar. O ângulo Z é aquele formado entre as direções **CA** e **CS**, cujas componentes e produto escalar são

$$\mathbf{CA} = [\cos\varphi, 0, \sin\varphi], \quad \mathbf{CS} = [\cos\delta \cdot \cos h, \cos\delta \cdot \sin h, \sin\delta],$$

$$\mathbf{CA} \cdot \mathbf{CS} = \cos Z = \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \cos h + \sin\varphi \cdot \sin\delta \quad (5)$$

Com manipulação vetorial semelhante, o ângulo azimutal é obtido pelas equações ⁽³⁾

$$\sin a = \sin h \cdot \cos\delta / \sin Z, \quad \cos a = (\sin\delta - \cos Z \cdot \sin\varphi) / (\sin Z \cdot \cos\varphi) \quad (6)$$

As eqs. (5) e (6) descrevem a posição do Sol no céu durante o dia. Nos dois conjuntos de equações, percebe-se que a variação durante o dia depende apenas do ângulo horário *h*. A latitude φ é constante, e a declinação δ é lentamente variável durante o ano.

Perguntas

1. Considere o dia 1º de abril de 2009 em São José dos Campos, SP (23° 11'S 45°53'W). Avalie o ângulo zenital solar no momento do meio-dia solar. Avalie o azimute do Sol nesse momento.
2. A elevação do Sol é máxima ao meio-dia solar, mas varia durante o ano. Encontre os valores máximo e mínimo atingidos durante o ano. Em que dias se verificam?
3. Resolva as perguntas 1 e 2 para os locais seguintes: a) Recife; b) Buenos Aires; c) Punta Arenas; d) Polo Sul; e) Washington; f) Madri; g) Melbourne; h) Moscou; i) Helsinki; j) Murmansk (Rússia).

Fusos horários, hora legal, hora solar

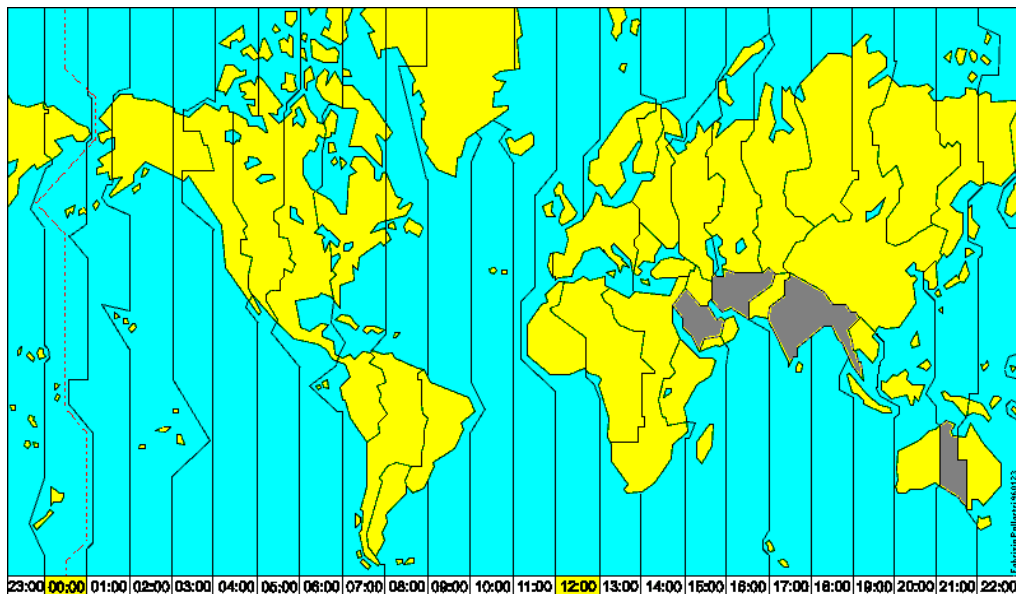
Neste ponto, é importante discernir o conceito de ângulo horário, e como ele pode ser calculado a partir da "hora de relógio" (hora civil ou legal).

A priori, o Sol gira em torno da Terra com uma velocidade de 15° geográficos a cada hora (360° em 24 horas). O meridiano de Greenwich (Londres) é adotado como referência. Para longitudes a Oeste de Greenwich a "hora de relógio" (horas do dia solar médio) atrasa de uma hora a cada 15°, esperando a passagem do Sol. Em cada fuso de 15° se adota a mesma hora civil, definindo os fusos segundo as longitudes centrais de 0, 15E (fuso +1), 30E (fuso +2), 45E (fuso +3), ... [o Sol já passou por eles] ou 0, 15W (fuso -1), 30W (fuso -2), 45W (fuso -3), ... [o Sol ainda deve passar em 1, 2, 3, horas]. O mesmo horário é adotado entre 7,5° a Leste e 7,5° a Oeste do meridiano central). A figura abaixo ilustra a distribuição geográfica dos fusos no mundo ⁽⁴⁾.

Como se vê no planisfério e no Brasil, os fusos nem sempre seguem os meridianos "oficiais", por razões geopolíticas (por exemplo, um país ter apenas UMA hora legal). No caso do Brasil (à esquerda), dos Estados Unidos, Canadá ou Rússia, a extensão do território nacional leva a definir vários fusos dentro do mesmo país.

³ Detalhes da demonstração: ver cap. 1 em Varejão-Silva (2006)

⁴ http://pt.wikipedia.org/wiki/Fuso_horário adiciona comentários históricos e geográficos interessantes



Brasil tinha 4 fusos (figura à esquerda), correspondentes a Fernando de Noronha (-2), Brasília (-3), Manaus e Cuiabá (-4), Acre (-5). Este último fuso desapareceu a partir de junho de 2008. Veja a distribuição nos endereços

<http://www.astrologie.com.br/fusos.htm>
<http://pcdsh01.on.br/fusobrasil.htm>

Dada a hora legal (consultada num relógio), como avaliar a hora solar? Ela está composta por 3 contribuições (uma principal e duas correções):

Horasolar = horalegal (tempo médio) + $dt(\text{geografia})$ + $d\text{tempo}(\text{astronômico})$

A primeira é a hora ditada pelo meridiano central do fuso horário (igual à "hora universal" ou GMT de Greenwich ou 'horaZ' ou UT, mais o número de fuso local). A hora de Brasília é a horaGMT – 3.

A segunda é a correção geográfica associada ao afastamento do meridiano central. Por exemplo, Brasília está em $(\varphi, \lambda) = (15^\circ 48' 00''\text{S } 47^\circ 51' 50''\text{W}) = (-15,8; -47,864)$. A correção geográfica é $dt = (\lambda - \lambda_0)/15 = [-47,864 - (-45)]/15 = -0,1909$ horas

A terceira é a equação do tempo, associada à velocidade orbital variável da Terra e descrita pela eq. (3) e figura da página 4. Depende do dia do ano.

Conhecendo a hora legal, pode ser avaliado o tempo transcorrido (ou a transcorrer) até o meio-dia solar local, e portanto o ângulo horário h . Exemplo: seja a cidade de Pelotas, situada em $(31^\circ 46' 19''\text{S } 52^\circ 20' 34''\text{W})$, 10 da manhã de 15 de maio de 2009. Tem-se

dtempo (15 maio) ~ +4 minutos = 0,067 h; declinação $\delta = +18^\circ$
 fuso: -3; $\Delta\lambda = [-52.3428 - (-45)] = -7,3428$; dt(geografia) = -7,3428/15 = 0,4895 h;
 hora solar = 10 - 0,4895 + 0,067 = 9,5775 ;

Esta informação permite avaliar o ângulo zenital Z :

com relação ao meio-dia, horasolar - 12 = -2,4225 horas $\rightarrow h = -2,4225 \cdot 15 = -36.3375^\circ$

latitude $\varphi = -31,7719^\circ \rightarrow \cos Z = \cos\delta \cdot \cos\varphi \cdot \cos h + \sin\delta \cdot \sin\varphi = 0,4886 \rightarrow Z = 60.75^\circ$

Insolação teórica; amanhecer e pôr-do-sol

O amanhecer e pôr-do-sol implicariam num ângulo zenital $Z = 90^\circ$ ou $\cos Z = 0$. Em primeira instância, podemos simplificar colocando algumas hipóteses.

- 1) A posição do Sol está definida pelo centro do seu disco. Todavia, ele tem 32" de diâmetro, de forma que ainda faltam 16" de deslocamento para o disco desaparecer embaixo do horizonte.
- 2) A atmosfera não desvia os raios solares. Porém, existe refração atmosférica; o centro do disco ainda é visível quando ele já está 34" abaixo do horizonte.
- 3) A atmosfera não dispersa a luz solar. Entretanto, o ar produz radiação difusa que permite uma certa luminosidade mesmo se o disco solar já não é mais visível.

Insolação teórica é o tempo em que o Sol pode ser observado no céu. Podemos assumir os 50" decorrentes dos itens 1 e 2, de maneira que o amanhecer e entardecer se verifique para o ângulo zenital $Z_a = 90^\circ 50''$, $\cos Z_a = \alpha$; o ângulo horário H correspondente faz

$$\alpha = \cos\delta \cdot \cos\varphi \cdot \cos H + \sin\delta \cdot \sin\varphi \rightarrow \cos H = (\alpha - \sin\delta \cdot \sin\varphi) / (\cos\delta \cdot \cos\varphi). \quad (7)$$

No caso simplificado de um Sol "pontual" e nenhuma influência atmosférica, a eq. (7) fica reduzida a

$$\cos H = -\tan\delta \cdot \tan\varphi. \quad (8)$$

O ângulo H corresponde à rotação da Terra entre o amanhecer e o meio-dia solar. A insolação teórica NN resulta ser

$$NN(\text{horas}) = 2 \cdot H(\text{graus})/15. \quad (9)$$

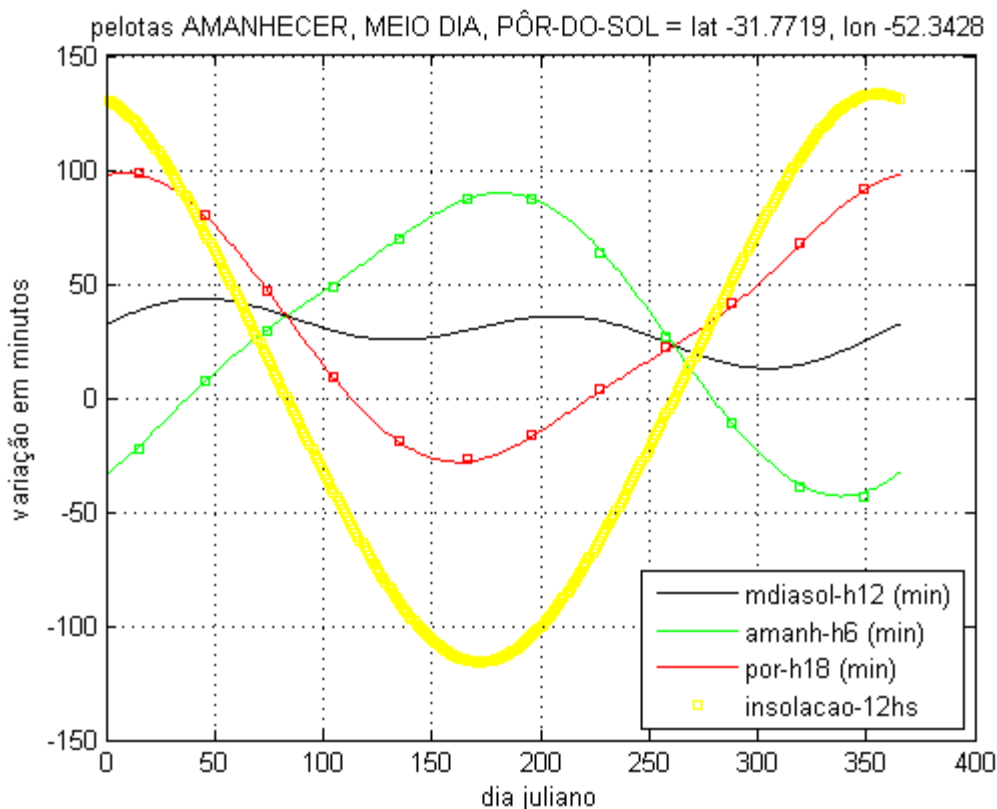
$$\text{horasolar}(\text{amanhecer}) = 12 - NN/2 = \text{horalegal} + \text{dt}(\text{geografia}) + \text{dtempo} \rightarrow$$

$$\text{horalegal}(\text{amanhecer}) = 12 - NN/2 - \text{dt}(\text{geografia}) + \text{dtempo}; \quad (10)$$

$$\text{horalegal}(\text{entardecer}) = 12 + NN/2 - \text{dt}(\text{geografia}) + \text{dtempo}. \quad (11)$$

A figura abaixo apresenta o ciclo anual da insolação, do amanhecer e do entardecer para a cidade de Pelotas. Os quadrados mensais adicionais indica os horários publicados pelo Anuário do Observatório Nacional (<http://euler.on.br/ephemeris/index.php>). Observa-se

que as equações incluídas nestas Notas fornecem valores muito próximos (desvios em geral não superiores a 1 minuto).



Explicações à tabela de Crepúsculos no Anuário do Observatório Nacional.

A tabela apresenta-se em duas grandes colunas cobrindo uma cada mês. Em cada mês é listado o dia, o horário do nascer e ocaso do sol, e os crepúsculos civil, náutico e astronômico. Os horários são relativos às coordenadas da localidade para o nível do mar. Note que quando vigorar o horário de verão, e apenas para as localidades onde tal horário vigorar, deve-se acrescentar 1h ao tempo exposto.

Para facilitar a leitura adotou-se os termos "Alvorada" para o amanhecer e "Crepúsculo", para o caso do anoitecer.

Tipos de Crepúsculos ⁽⁵⁾

Seguindo a convenção adotada pelo texto referência "Suplemento Explanatório do Astronomical Ephemeris e Nautical Almanac" o nascer e ocaso do sol são definidos para a distância zenital de $90^\circ 50'$, levando em conta a refração atmosférica de $34'$ mais o semidiâmetro do sol de $16'$. Nos cálculos dessa página é levada em conta a pressão média local de acordo com a altitude.

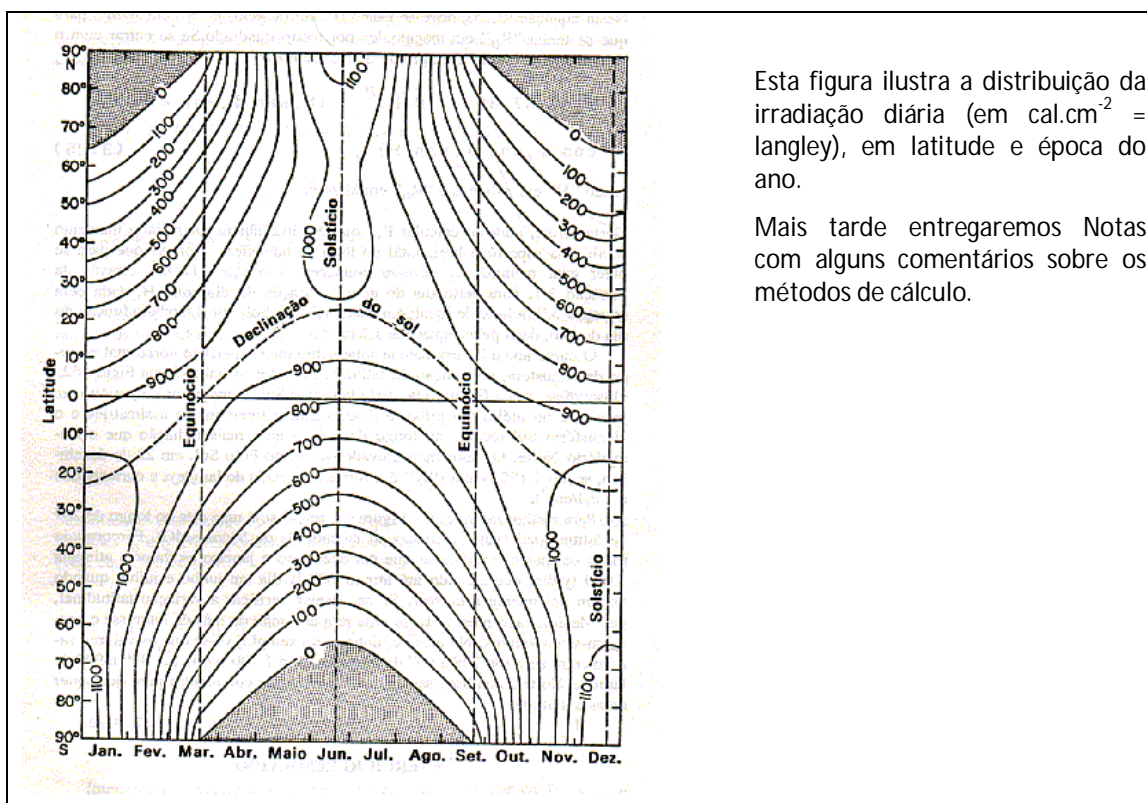
Por *crepúsculo civil* entende-se aquele em que a luz do sol esteja sendo espalhada pelas altas atmosferas na coluna de ar acima do local considerado. A luminosidade ambiente cai substancialmente do nascer (ou ocaso) até esse crepúsculo. O instante do crepúsculo civil é,

⁵ Texto extraído do endereço http://euler.on.br/ephemeris/explica_crep.html

desta feita, definido pela distância zenital de 96° . O valor da luminosidade vai de 70 a 0.3 pés-candelas. Nesse sentido, o conforto visual para objetos sem iluminação artificial é bastante degradado à medida que a hora se aproxima deste ponto.

Em seguida, vem o *crepúsculo náutico*. Advindo da tradição da astronomia náutica, tem utilidade nesta porque, ao mesmo tempo em que se pode delinear estrelas no céu, é possível distinguir o horizonte no mar. Fisicamente, essa condição caracteriza-se por "espalhamentos secundários", isto é, a luz do sol que chega às camadas superiores da atmosfera já foi espalhada pelo menos uma vez por outras moléculas. A visualização sem ajuda de iluminação artificial é penosa. Seu valor cai de 0.3 para 5 milésimos de pés-candelas. O instante desse crepúsculo é definido como aquele correspondente à distância zenital de 102° .

Finalmente, o *crepúsculo astronômico*, apenas se presta para determinar ao astrônomo o instante em que não há mais um só raio de sol espalhado na atmosfera, sendo possível, assim, a observação astrofísica, sem interferência do sol. Ele se dá na distância zenital de 108° .



Referências

- Paltridge & Platt (1976). Radiative Processes in Meteorology and Climatology.
- Vianello & Alves . Meteorologia Básica
- Varejã-Silva, M.A. Meteorologia e Climatologia (versão digital)