RELATÓRIO TÉCNICO

Este relatório consiste em demonstrar algumas analises a partir de três funções.

<u>Função 1 (referente a equação 2 da lista):</u> $f(x) = sin^2(x) + \ 2\, sin^4(2x)$
Deseja-se obter uma aproximação numérica da integral para descobrirmos a área aproximada sob a curva, logo

$$\int_a^b sin^2(x) + \ 2\, sin^4(2x)\, dx$$

Para isso, utilizaremos dois métodos: a *Regra do Trapézio* e *Regra de Simpson*.
Ambas as regras irão utilizar: $a = 0$ e $b = \pi$

Regra do Trapézio e Regra de Simpson: Utilizando o Python para realizar tais métodos iremos obter:

Função: sin^2(x) + 2*sin^4(2x) , com a = 0 e b = pi
Valor exato: 3.92699081698724139500
==> Regra dos Trapézios

n	integral	erro
4	4.71238898038468967400	0.20000000000000001110
10	3.92699081698724139500	0.00000000000000000000
50	3.92699081698724006273	0.00000000000000033926
100	3.92699081698724183909	0.00000000000000011309
150	3.92699081698723828637	0.00000000000000079160
200	3.92699081698724006273	0.00000000000000033926
300	3.92699081698723562184	0.00000000000000147012
400	3.92699081698724139500	0.00000000000000000000
500	3.92699081698724672407	0.00000000000000135704
600	3.92699081698723873046	0.00000000000000067852
700	3.92699081698724139500	0.00000000000000000000
800	3.92699081698724139500	0.00000000000000000000
900	3.92699081698724405953	0.00000000000000067852

==> Regra de Simpson

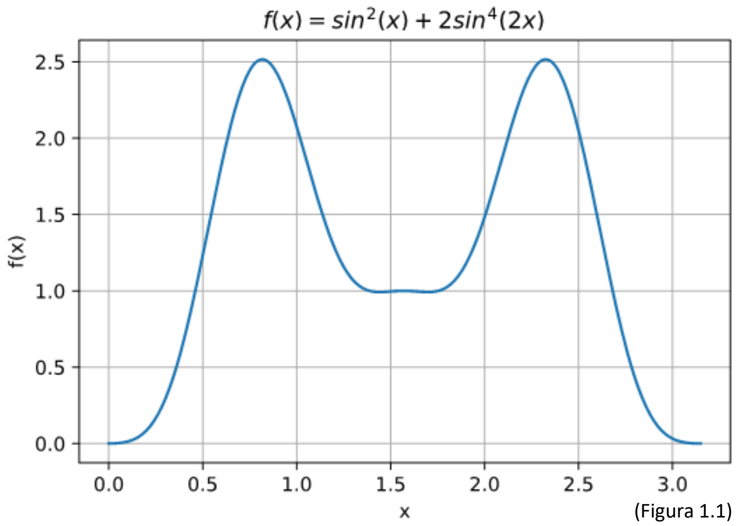
n	integral	erro
4	5.75958653158128708327	0.46666666666666661856
10	3.92699081698724139500	0.00000000000000000000
50	3.92699081698724183909	0.00000000000000011309
100	3.92699081698724272727	0.00000000000000033926
150	3.92699081698724183909	0.00000000000000011309
200	3.92699081698724183909	0.00000000000000011309
300	3.92699081698724272727	0.00000000000000033926
400	3.92699081698724050682	0.00000000000000022617
500	3.92699081698723961864	0.00000000000000045235
600	3.92699081698724405953	0.00000000000000067852
700	3.92699081698724095091	0.00000000000000011309
800	3.92699081698724183909	0.00000000000000011309
900	3.92699081698724139500	0.00000000000000000000

(Tabela 1)

A partir destes dados, é possível tirar algumas conclusões:

- Em $n = 4$, a Regra dos Trapézios tem um erro menor, em relação a Regra de Simpson
- Em $n = 10$, ambas as regras chegam no valor exato da integral.
- A Regra dos Trapézios chega quatro vezes no valor exato, dado os subintervalos, enquanto pela Regra de Simpson ela chega duas vezes.

Utilizando o Matplotlib é possível gerar o gráfico dessa função:

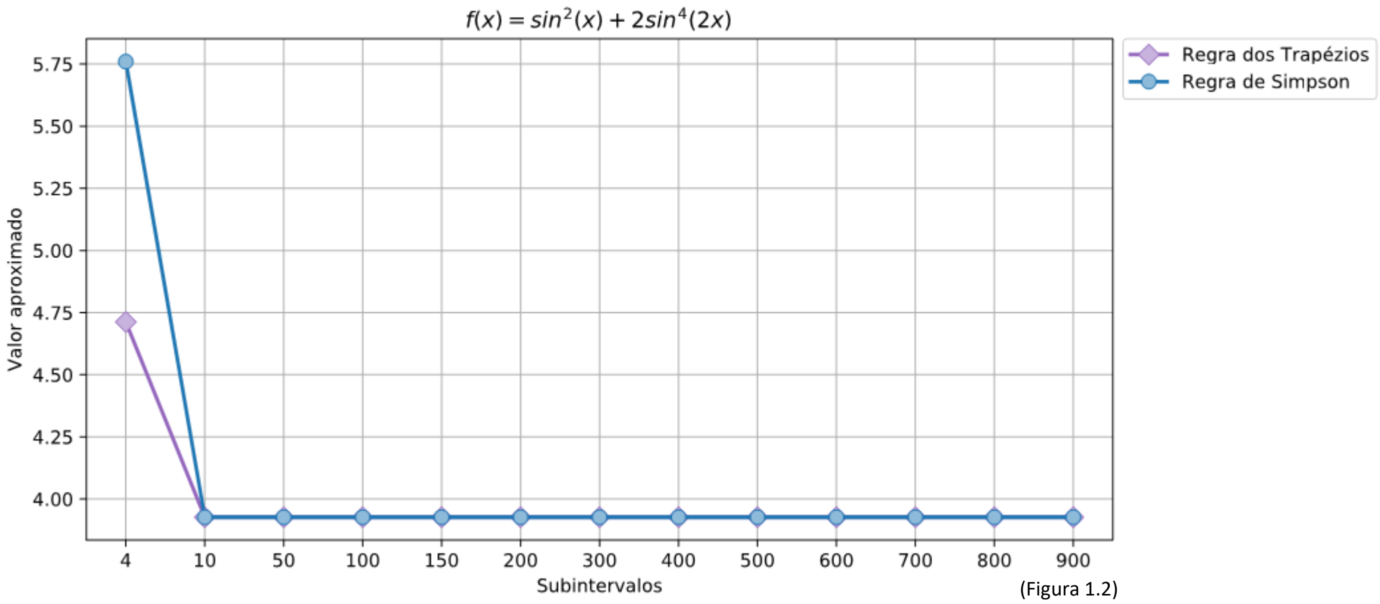


(Figura 1.1)

- Para gerar foi usado:

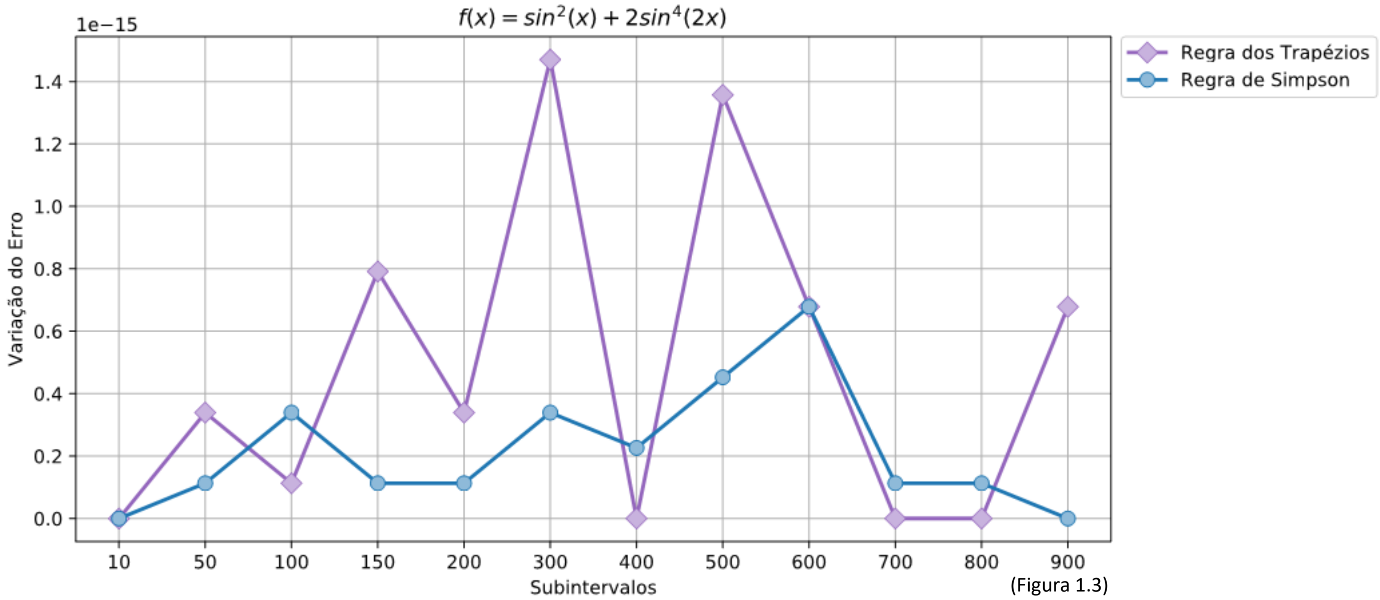
- $a = 0$
- $b = \pi$
- $Step = 0.01$

Além disso, também é possível gerar o gráfico com os valores da integral dos dois métodos:



(Figura 1.2)

Note que, para gerar o gráfico (figura 1.2) foi usado os valores das integrais calculadas pelo Python e utilizado como subintervalo, os valores da abscissa. Tomando o número de subintervalos $n = 4$ é capaz de notar uma diferença de valores para a integral, tanto para a Regra dos Trapézios quanto para a Regra de Simpson, porém a Regra dos Trapézios é mais próximo do valor nesse subintervalo. Para os demais valores, foi gerado um gráfico de erro (figura 1.3) que será apresentado a seguir:



(Figura 1.3)

Repare que para gerar esse gráfico foi usado excluído o subintervalo $n = 4$ para poder visualizar melhor a variação do erro. Com base nisso, é possível tirar mais conclusões:

- Embora a Regra dos Trapézios consiga chegar quatro vezes no valor exato da integral, sua variação é grande.
- A Regra de Simpson tem uma variação menor de erro, se compararmos a Regra dos Trapézios
- Essas variações "*estranhas*" podem ser explicadas pelo gráfico da função (figura 1.1)

<u>Função 2 (referente a equação 5 da lista):</u> $f(x) = 0.2 + 25x - 200x^2 + 675x^3 - 900x^4 + 400x^5$

Deseja-se obter uma aproximação numérica da integral para descobrirmos a área aproximada sob a curva, logo

$$\int_a^b 0.2 + 25x - 200x^2 + 675x^3 - 900x^4 + 400x^5\,dx$$

Para isso, utilizaremos dois métodos: a *Regra do Trapézio* e *Regra de Simpson*.

Ambas as regras irão utilizar: $a = 0$ e $b = 0.8$

Regra do Trapézio e Regra de Simpson: Utilizando o Python para realizar tais métodos iremos obter:

```
Função: 0.2 + 25x - 200x^2 + 675x^3 - 900x^4 + 400x^5 , com a=0 e b=0.8
Valor exato:     1.640530000000000004377
==> Regra dos Trapézios
-------------------------------------------------------------------------------------------
n                  integral                              erro
-------------------------------------------------------------------------------------------
4        1.48480000000000678106          0.09492663956160098115
10       1.61504256000001089610          0.01553610113804023557
50       1.63950950809600404234          0.00062205013257666815
100      1.64027734425600213441          0.00015400860941153734
150      1.64041955771311909196          0.00006732110164456110
200      1.64046933401599881464          0.00003697950296625428
300      1.64050488902373747813          0.00001530662423885308
400      1.64051733337599880969          0.00000772105600094731
500      1.64052309335080792607          0.00000421001090630327
600      1.64052622223064914486          0.00000230277370782546
700      1.64052810884808697445          0.00000115276886924916
800      1.64052933333600026167          0.00000040637111164203
900      1.64053017284116919861          0.00000010535690853251
-------------------------------------------------------------------------------------------
```

==> Regra de Simpson

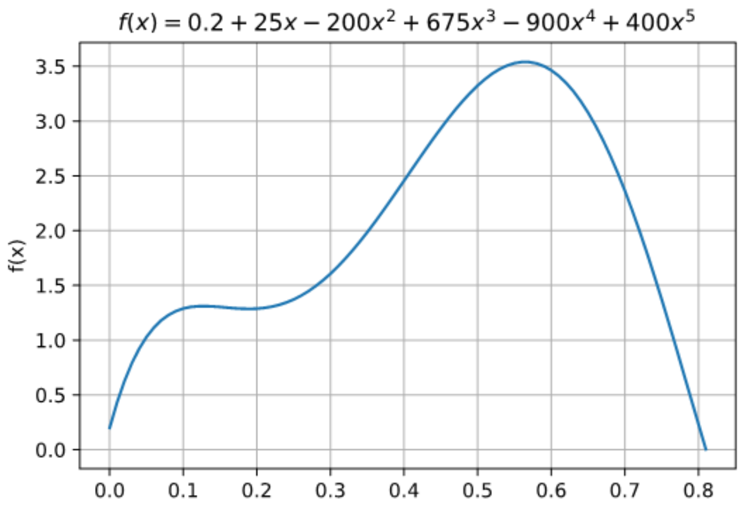
n	integral	erro
4	1.62346666666667172052	0.01040111021031515579
10	1.64009642666667687649	0.00026428857340199039
50	1.64053263428267048774	0.00000160575098928027
100	1.64053328964266742496	0.00000200523164305510
150	1.64053332470307888791	0.00000202660303611890
200	1.64053333060266415266	0.00000203019918203806
300	1.64053333279394197852	0.00000203153489539036
400	1.64053333316266614084	0.00000203175965456107
500	1.64053333326342776211	0.00000203182107472484
600	1.64053333329962169884	0.00000203184313706855
700	1.64053333331513773174	0.00000203185259500770
800	1.64053333332266570999	0.00000203185718375538
900	1.64053333332667361510	0.00000203185962681044

(Tabela 2)

A partir destes dados, é possível tirar algumas conclusões:

- Nenhum dos métodos nos subintervalos propostos, consegue chegar no valor exato da integral.
- A partir de $n = 100\ até\ n = 900$, a Regra de Simpson pouco varia, porém com um erro *relativamente* alto.

Utilizando o Matplotlib é possível gerar o gráfico dessa função:

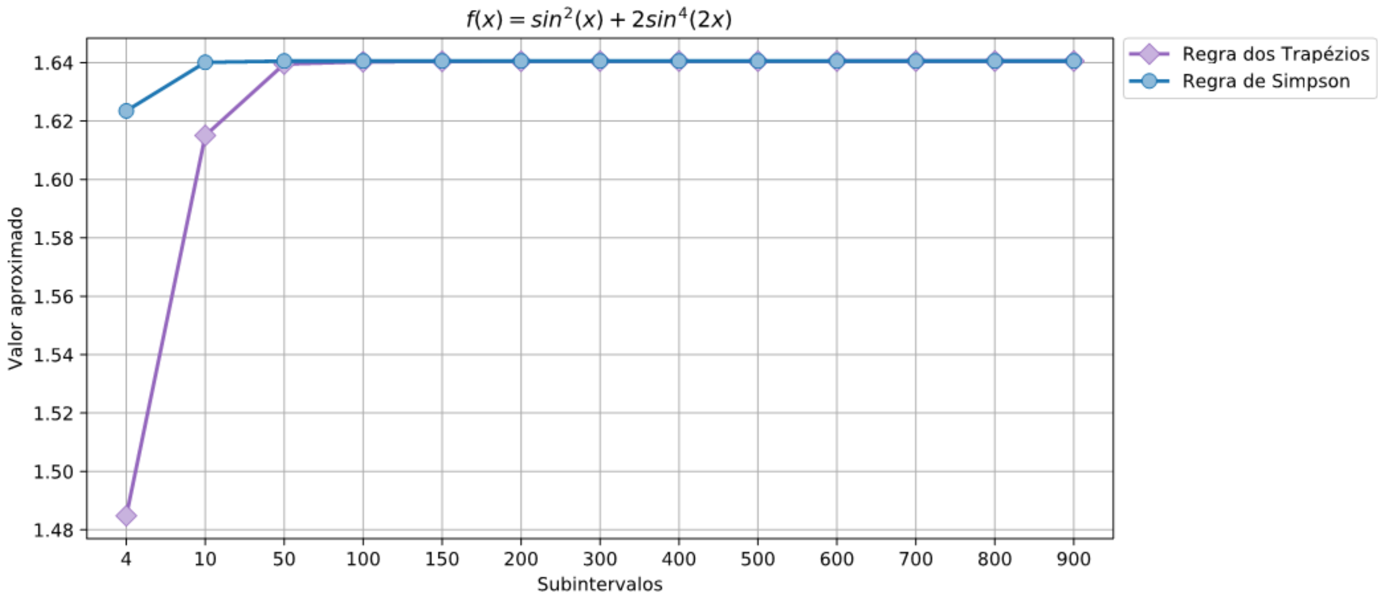


(Figura 2.1)

- Para gerar foi usado:

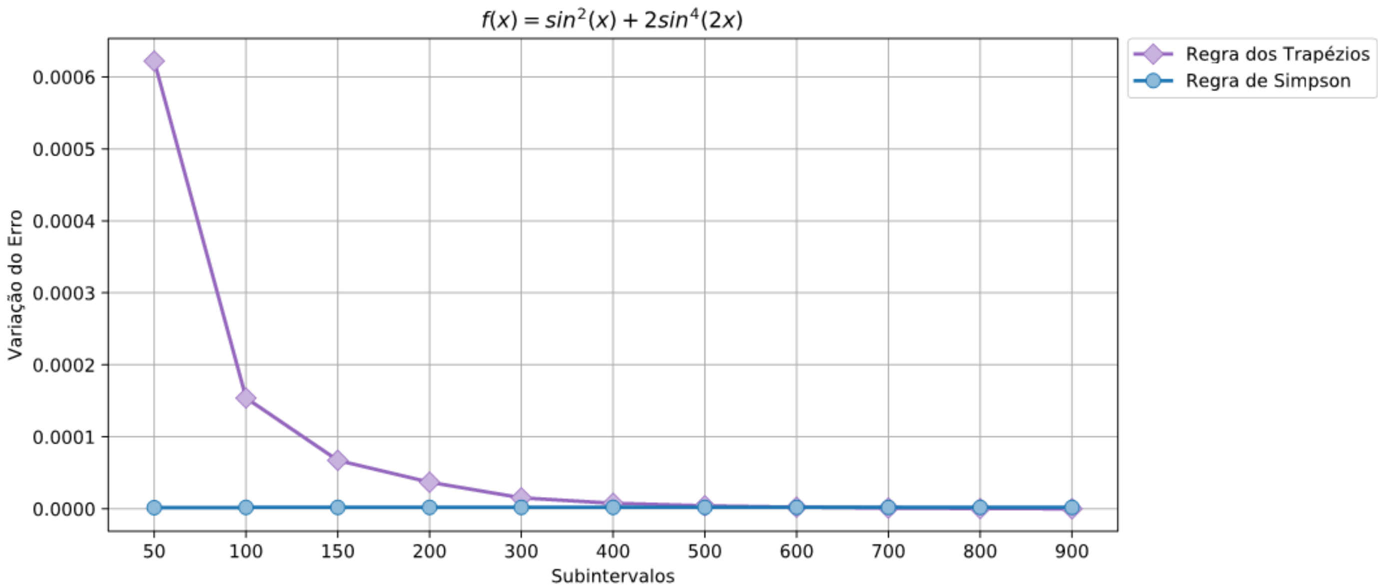
- $a = 0$
- $b = 0.8$
- $Step = 0.01$

Além disso, também é possível gerar o gráfico com os valores da integral dos dois métodos:



(Figura 2.2)

Note que, para gerar o gráfico (figura 2.2) foi usado os valores das integrais calculadas pelo Python e utilizado como subintervalo, os valores da abscissa. Tomando o número de subintervalos $n = 4$ é capaz de notar uma diferença de valores para a integral, tanto para a Regra dos Trapézios quanto para a Regra de Simpson, porém a Regra de Simpson é mais próximo do valor nesse subintervalo. Em $n = 10$ o valor da Regra de Simpson fica bem próxima do valor real, enquanto que pela Regra dos Trapézios ainda há um erro grande. Para os demais valores, foi gerado um gráfico de erro (figura 2.3) que será apresentado a seguir:



(Figura 2.3)

Repare que para gerar esse gráfico foi usado excluído os subintervalos $n = 4\ e\ n = 10$ para poder visualizar melhor a variação do erro. Com base nisso, é possível tirar mais conclusões:

- A Regra dos Trapézios, demonstra ainda em $n = 200$ uma variação de erro "*relativamente grande*" até chegar no valor aproximado da integral.
- A Regra de Simpson tem uma variação bem menor (não é possível notar nesse gráfico) desde $n = 50$, se compararmos com a Regra dos Trapézios
- Se observarmos a Tabela 2 notamos que, quanto maior o n , mais próximo do valor exato da integral fica o cálculo pela Regra dos Trapézios, enquanto pela Regra de Simpson se considerarmos $n = 50$ é o valor mais aproximado da integral.

<u>Função 3 (referente a equação 7 da lista):</u> $f(x) = x\sin(x)$

Deseja-se obter uma aproximação numérica da integral para descobrirmos a área aproximada sob a curva, logo

$$\int_a^b x\sin(x)\,dx$$

Para isso, utilizaremos dois métodos: a *Regra do Trapézio* e *Regra de Simpson*.

Ambas as regras irão utilizar: $a = 0$ e $b = \pi$

Regra do Trapézio e Regra de Simpson: Utilizando o Python para realizar tais métodos iremos obter:

Função: x*sin(x) , com a = 0 e b = pi

Valor exato: 3.14159265358979311600

==> Regra dos Trapézios

n	integral	erro
4	2.97841660004588959509	0.05194055103148006308
10	3.11571148683107024269	0.00823823124527278509
50	3.14055904302301636122	0.00032900846186907217
100	3.14133426370041712872	0.00008224805627831278
150	3.14147781468844522479	0.00003655435761751882
200	3.14152805691440084601	0.00002056176039196473
300	3.14156394402187766346	0.00000913853929555351
400	3.14157650447075198485	0.00000514042424395094
500	3.14158231815743294035	0.00000328987029822778
600	3.14158547620765249420	0.00000228463169227890
700	3.14158738041171714528	0.00000167850471318910
800	3.14158861631314545448	0.00000128510507020961
900	3.14158946364298419240	0.00000101539160568082

==> Regra de Simpson

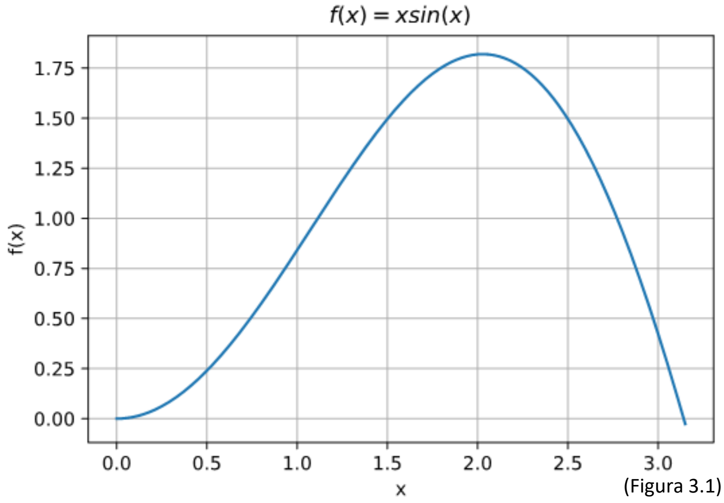
n	integral	erro
4	3.14875509997040614607	0.00227987749221043694
10	3.14176468298592226347	0.00005475865750213518
50	3.14159292573518689196	0.00000008662656931827
100	3.14159267059288493940	0.00000000541225222308
150	3.14159265694820977188	0.00000000106901722349
200	3.14159265465239379012	0.00000000033823629964
300	3.14159265379968655196	0.00000000006681115571
400	3.14159265365620443688	0.00000000002113937999
500	3.14159265361699491237	0.00000000000865860071
600	3.14159265360290884672	0.00000000000417486675
700	3.14159265359687278618	0.00000000000225352901
800	3.14159265359394312966	0.00000000000132099038
900	3.14159265359238482063	0.00000000000082496521

(Tabela 3)

A partir destes dados, é possível tirar algumas conclusões:

- Quanto maior o n, pela Regra dos Trapézios e pela Regra de Simpson, o valor fica cada vez mais próximo do valor da integral, porém a Regra de Simpson demonstra ser mais viável.
- Nenhum dos métodos nos subintervalos propostos, consegue chegar no valor exato da integral.

Utilizando o Matplotlib é possível gerar o gráfico dessa função:

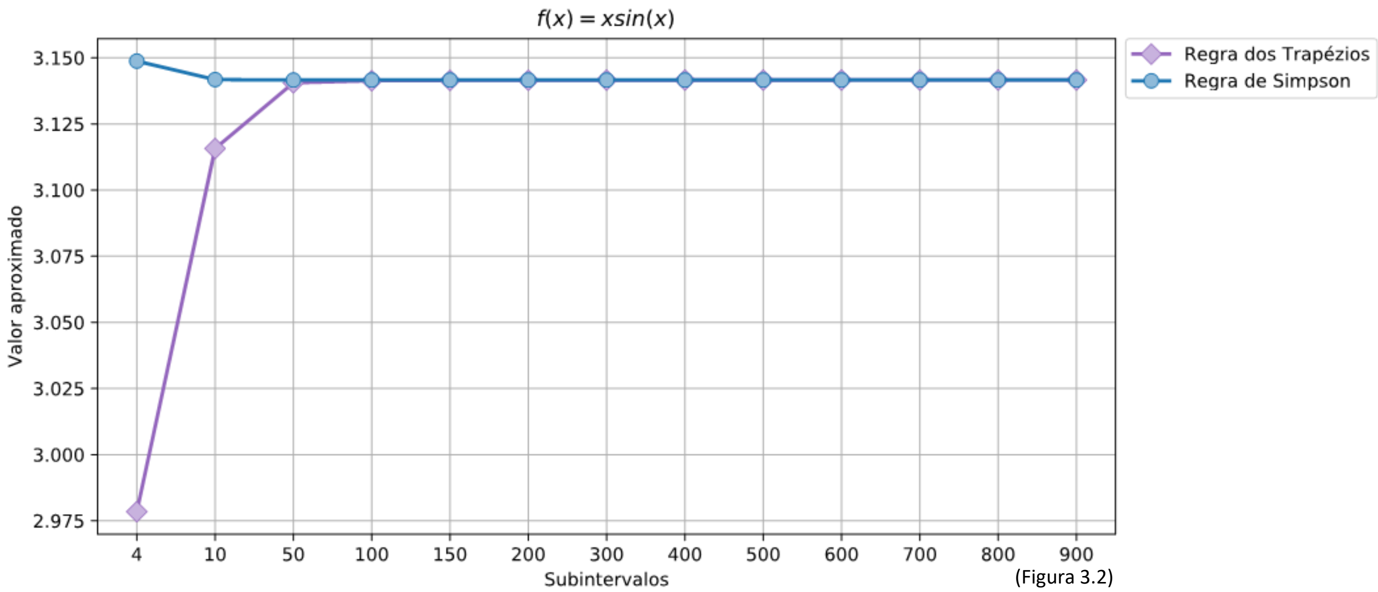


(Figura 3.1)

- Para gerar foi usado:

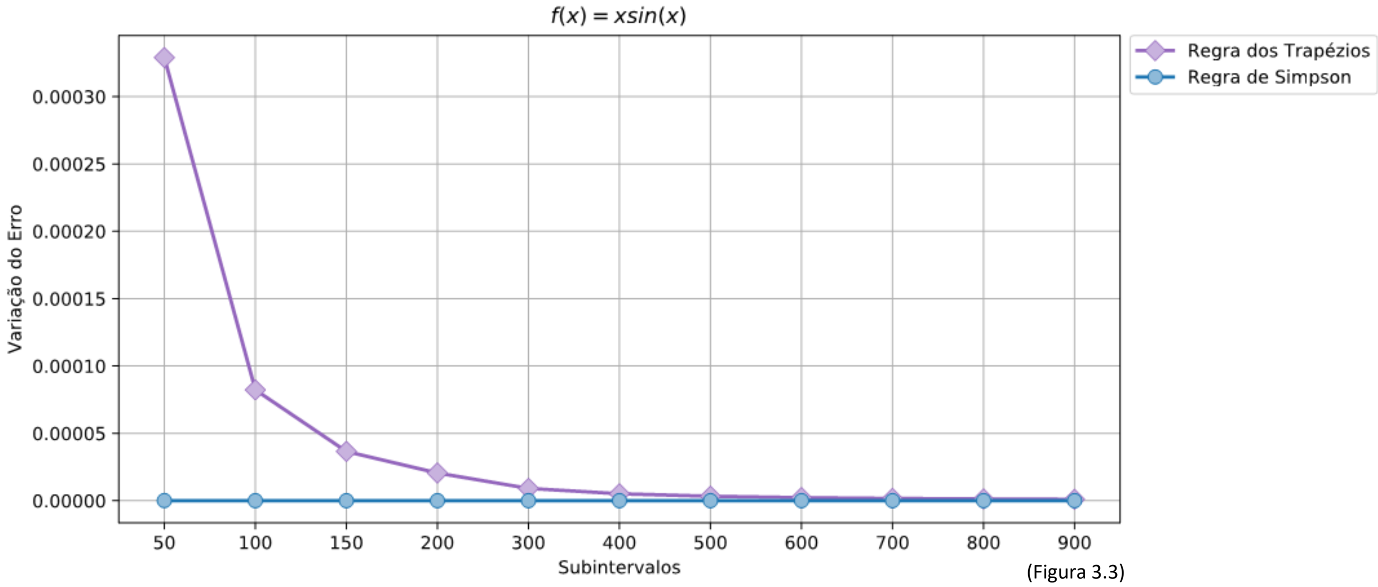
- $a = 0$
- $b = \pi$
- $Step = 0.01$

Além disso, também é possível gerar o gráfico com os valores da integral dos dois métodos:



(Figura 3.2)

Note que, para gerar o gráfico (figura 3.2) foi usado os valores das integrais calculadas pelo Python e utilizado como subintervalo, os valores da abscissa. Tomando o número de subintervalos $n = 4$ é capaz de notar uma diferença de valores para a integral, tanto para a Regra dos Trapézios quanto para a Regra de Simpson, porém a Regra de Simpson é mais próximo do valor nesse subintervalo. Em $n = 10$ o valor da Regra de Simpson fica bem próxima do valor real, enquanto que pela Regra dos Trapézios ainda há um erro considerável. Para os demais valores, foi gerado um gráfico de erro (figura 2.3) que será apresentado a seguir:



(Figura 3.3)

Repare que para gerar esse gráfico foi usado excluído os subintervalos $n = 4\ e\ n = 10$ para poder visualizar melhor a variação do erro. Com base nisso, é possível tirar mais conclusões:

- A Regra dos Trapézios, demonstra ainda em $n = 300$ uma variação de erro "*relativamente pequena, porém visível*" até chegar no valor aproximado da integral.
- A Regra de Simpson tem uma variação bem menor (não é possível notar nesse gráfico) desde $n = 50$, se compararmos com a Regra dos Trapézios
- Se observarmos a Tabela 3 notamos que, quanto maior o n , mais próximo do valor exato da integral fica o cálculo pela Regra de Simpson, enquanto pela Regra dos Trapézios se considerarmos o mesmo subintervalo n ainda há um erro considerável.