

Multiplicação de matrizes: uma comparação entre as abordagens sequencial e paralela

André G. C. Pacheco

Elivelto Eberman

Programa de Pós Graduação em Informática - PPGI

Universidade Federal do Espírito Santo

Abstract—Modelagem de problemas utilizando matrizes é de extrema importância para Ciência da Computação. Áreas como computação gráfica, grafos e aprendizado de máquina utilizam matrizes com alta frequência para solucionar seus respectivos problemas. Dessa forma, operar matrizes de maneira eficiente é muito importante para o desempenho de algoritmos. Uma das operações de matrizes mais utilizadas é a multiplicação, que se torna um empecilho para o desempenho computacional de algoritmos na medida que o tamanho das matrizes a serem multiplicadas aumentam. Por conta disso, a computação paralela se tornou uma solução padrão para abordar tal problema. Neste trabalho é apresentado uma comparação entre as abordagens sequencial e paralela para multiplicação de matrizes utilizando CUDA e OpenMP. O resultado da análise realizada entre o tamanho da matriz e o desempenho da multiplicação mostra a importância da paralelização principalmente para matrizes de ordem elevada.

Keywords—CUDA, GPU, OpenMP, Computação Paralela, Multiplicação de Matrizes.

I. INTRODUÇÃO

Operações com matrizes são fundamentais para computação científica de maneira geral. Diversos algoritmos das mais variadas áreas da computação são modelados e executados utilizando os conceitos e operações matriciais [1]. Uma operação matricial fundamental é a multiplicação de matrizes. Tal operação é bastante comum em algoritmos de diversas áreas e possui um grande potencial de consumo de tempo computacional. Com a crescente demanda de dados, áreas como a de aprendizado de máquina (*machine learning*), exigem algoritmos cada vez mais eficientes para que os mesmos sejam capazes de processar mais informações em menos tempo. Com isso, otimizar operações matriciais como a multiplicação é de suma importância para que esse objetivo seja alcançado. Uma abordagem padrão para otimização de processamento de dados é o uso de paralelismo computacional e uma forma eficiente e massivamente utilizada de paralelização é o uso de uma Unidade de Processamento Gráfico (*Graphics Processing Unit* - GPU). Atualmente paralelização e GPUs se tornaram quase que sinônimos e diversos algoritmos, das mais diversas áreas da computação, utilizam GPUs para otimizar seu processamento [2].

A computação acelerada por placas de vídeo é o uso de uma GPU juntamente com uma CPU (*Central Processing Unit*) para acelerar algoritmos de aprendizado, análise e engenharia de maneira geral. O uso de GPUs como propósito geral de

computação foi introduzido pela NVIDIA corporation em 2006 por meio da plataforma de programação CUDA (*Compute Unified Device Architecture*), que permite desenvolvedores codificá-la utilizando a linguagem de alto nível C [3]. Desde seu lançamento, a plataforma vem potencializando *data centers*, universidades, empresas de médio e grande porte ao redor do mundo [4].

Atualmente GPUs desempenham um papel fundamental na aceleração de aplicativos em plataformas que variam de inteligência artificial até carros, drones e robôs [5]. Ao longo dos anos, diversos trabalhos vêm sendo desenvolvidos utilizando a plataforma CUDA. Jang et al. [6] apresentaram uma implementação de uma rede neural utilizando CUDA; Krizhevsky, Sutskever e Hinton [7] classificaram 1.3 milhões de imagens utilizando redes neurais profundas e computação paralela; Veronese e Krohling [8] utilizaram a computação paralela aplicada à otimização por meio de algoritmo evolutivo.

Uma outra maneira simples de se obter paralelismo utilizando apenas os núcleos de uma CPU é utilizando OpenMP, uma interface de programação paralela de memória compartilhada para arquitetura de múltiplos processadores [9]. Sendo assim, neste trabalho a computação paralela utilizando GPU e OpenMP é utilizada para computar multiplicação de matrizes e seus resultados são comparados com versão sequencial utilizando a CPU. O restante deste artigo está organizado da seguinte forma: na seção 2 são apresentados conceitos básicos relacionados a arquitetura de uma GPU; na seção 3 a multiplicação de matrizes é discutida; na seção 4 os resultados experimentais são analisados; por fim, na seção 5 é realizada uma breve conclusão.

II. ARQUITETURA DE GPUS - UMA VISÃO GERAL

Nesta seção são apresentados os conceitos básicos relacionados a arquitetura de GPUs e a plataforma CUDA.

A. A arquitetura

GPUs são unidades de processamento especializadas em processamento gráfico da classe SIMT (*Single Instruction Multiple Threads*), neste modelo, múltiplas *threads* independentes são executadas de maneira concorrente utilizando uma instrução única [3]. Desde 2006, com lançamento da plataforma CUDA, GPUs vêm sendo utilizadas com propósito geral de computação. Uma maneira simples de compreender a diferença entre uma GPU e uma CPU é comparar o modo que

as mesmas processam suas tarefas. Uma CPU possui alguns núcleos otimizados para o processamento serial sequencial, enquanto uma GPU tem uma arquitetura paralela gigantesca que consiste em milhares de núcleos menores e eficientes criados para lidar com múltiplas tarefas simultaneamente [5]. Como mostra a Fig. 1, a CPU dedica grande parte dos seus circuitos ao controle, enquanto a GPU foca mais nas ALUs (*Arithmetic Logic Units*), fazendo com que a mesma seja mais adequada para cálculos paralelos.

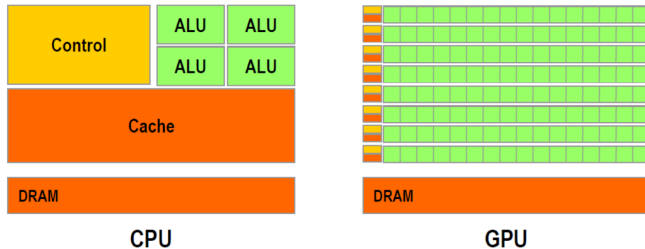


Fig. 1. Comparação entre CPU e GPU

Um pré-requisito para codificar em CUDA é conhecer a arquitetura das GPUs. Quanto mais conhecimento o programador adquirir, mais otimizados serão seus códigos. Existem diferentes arquiteturas de GPU, todavia existem diversas características comuns a todas elas. De maneira geral, GPUs da NVIDIA são divididas em SMs (*Stream Multiprocessors*), local onde um conjunto de *threads*, denominado *warp*, é executado. Cada SM possui vários núcleos de processamento chamados de CUDA *cores* (ou *Streaming Processor* - SP), que por sua vez possuem *pipelines* completos de operações aritméticas (ALU) e pontos flutuantes (*Floating Point Unit* - FPU). Cada SM possui uma memória dedicada chamada de memória compartilhada (*shared memory*). Essa memória é fisicamente próxima dos *cores* e possuem acesso muito rápido, porém são pequenas (na ordem de KB). Além disso uma SM possui um *cache* de instruções, um *cache* de constantes, uma unidade de funções especiais (SFU - *Special Function Units*) e um bloco para escalonar *warps* (*Multithread Instruction Fetch and Issue Unit* - MT Issue). O número de SMs, *cores*, tamanho de cache, dentre outros, podem variar de acordo com o modelo da GPU. A Fig. 2 ilustra um SM de uma NVIDIA G80/G90, na qual possui 8 CUDA *cores*.

Threads podem ser agrupadas em blocos que executam na mesma SM compartilhando a mesma *shared memory*. Cada SM possui um limite máximo de blocos, que por sua vez possui um limite máximo de *threads*. Um conjunto de blocos criados por um código CUDA é chamado de *grid*. Os valores dos limites também são parâmetros de cada modelo de GPU.

As principais memórias de uma GPU são descritas a seguir:

- **Memória global:** é a memória principal da GPU. Pode ser acessada por todas as *threads/cores*, porém possui alta latência e baixo *throughput*.
- **Memória compartilhada:** como já mencionado, é a memória dedicada de cada SM que possui baixa latência. Somente *threads* de um mesmo bloco pode acessá-la.

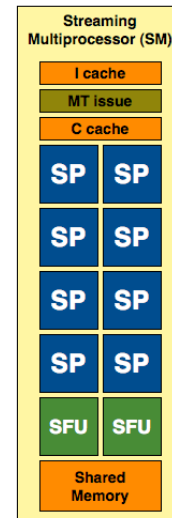


Fig. 2. *Streaming Multiprocessor* de uma NVIDIA G80/G90

- **Memória local:** possui este nome pois é a memória específica de uma *thread*.

Das memórias descritas, a CPU tem acesso somente a memória global. A distribuição de *threads* e hierarquia de memória é ilustrada pela Fig. 3.

Independente da arquitetura da GPU e número de *cores* por SMs, cada *warp* pode abrigar no máximo 32 *threads* executando ao mesmo tempo. Dessa forma para uma melhor performance é recomendado utilizar o número de *threads* por bloco múltiplo de 32. Quando um bloco de *threads* é entregue a um SM, o mesmo particiona essas *threads* em *warps* e cada *thread* recebe um índice único. A *thread* decide em qual dado atuar de acordo com seu índice. Por fim, a SM escalona cada bloco de *threads* para execução em seus *cores* e os mesmos são executados de maneira aleatória.

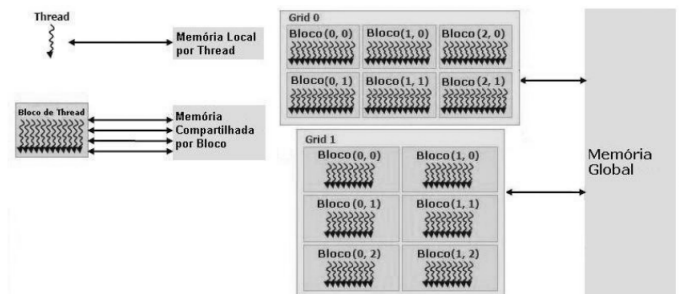


Fig. 3. Distribuição de *threads* em uma GPU

B. A plataforma CUDA

Como já mencionado, CUDA é a plataforma que permite utilizar uma GPU com propósito geral de computação. CUDA é

um *software* desenvolvido pela NVIDIA corporation, portanto somente GPUs da NVIDIA são capaz de executar códigos CUDA. Uma opção à plataforma é a OpenCL [10] que permite codificar tanto para GPUs NVIDIA quanto para ATI/AMD. O desenvolvimento de códigos em CUDA podem ser realizados utilizando C/C++ juntamente com alguns comandos específicos da plataforma. De maneira geral, programadores com alguma experiência em C/C++ não encontram dificuldades com a linguagem.

Para executar uma aplicação em uma GPU sempre será necessário um código na CPU. Basicamente, a codificação consistem em um programa na CPU enviar dados para GPU computar alguma operação específica e a GPU devolve para a CPU o resultado final. Essa comunicação deve ser realizada através da memória principal da CPU e a memória global da GPU. Resumidamente, para se executar um código na GPU são necessários cumprir os seguintes passos em CUDA:

- Implementar uma função especial chamada *Kernel*. Essa função será executada dentro da GPU e utilizará os índices das *threads* para operar nos dados.
- Definir a quantidade de grids e blocos definindo assim o número total de *threads* que serão executados na GPU. Esses parâmetro dependem da arquitetura da placa e quanto mais o programador é familiar com a mesma, mais proveito ele tira da plataforma.
- Enviar os dados a serem executados da memória da CPU para memória global da GPU. Após a conclusão da execução da GPU o caminho inverso deve ser realizado.

Para maior compreensão da plataforma CUDA, bem como detalhes específicos de codificação, sugere-se ao leitor o manual da plataforma [3].

III. MULTIPLICAÇÃO DE MATRIZES

Nesta seção é realizada uma discussão da metodologia de multiplicação de matrizes utilizado GPU e OpenMP com CPU.

A. Multiplicando matrizes na GPU

Recapitulando brevemente a multiplicação de matrizes, supõe-se que deseja-se multiplicar as matrizes $A_{m \times n}$ por $B_{n \times w}$. O resultado dessa operação será uma matriz $C_{m \times w}$, ou seja, $A \times B = C$. A Fig. 4 mostra de maneira intuitiva a ideia por trás da multiplicação de matrizes. Para se obter os elementos de C , cada linha de A é multiplicada elemento a elemento por uma coluna de B . Ao final o valor é agregado por meio de um somatório. É importante ressaltar que para a multiplicação ser viável, o número de colunas de A deve ser igual ao número de linhas de B .

Dessa maneira é fácil observar que multiplicar matrizes é um bom exemplo de computação paralela. Cada elemento de C é computado de maneira independente, logo, pode ser paralelizado.

A primeira abordagem para paralelização da multiplicação de matrizes utilizando uma GPU é disparar diversas *threads* fazendo com que cada uma calcule um elemento da matriz resultante C . Nesta abordagem, cada *thread* ler uma linha de A e uma coluna de B para computar o elemento c_{ij} de C ,

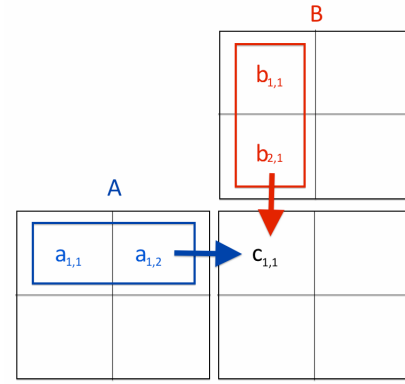


Fig. 4. Exemplo de multiplicação de matrizes com uma matriz 2 x 2

sendo $i = 1 \dots m$ e $j = 1 \dots w$. Na Fig. 5 é ilustrada essa abordagem [3]. Utilizando essa abordagem de multiplicação, as matrizes A e B são carregadas na memória global w e m vezes, respectivamente. Com isso o algoritmo faz muitos acessos à memória global, que possui alta latência e baixo *throughput*.

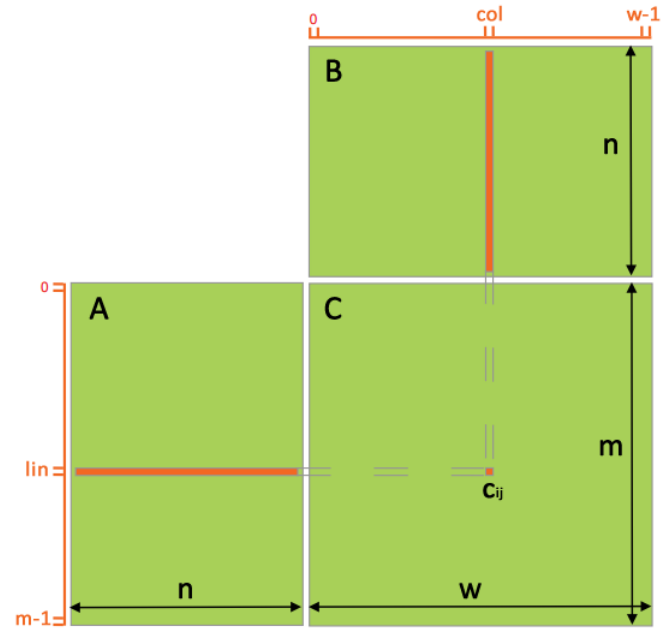


Fig. 5. Multiplicação de matrizes na qual cada *thread* calcula c_{ij}

Com intuito de extrair a eficiência máxima que uma GPU pode entregar, a segunda abordagem de multiplicação de matrizes na GPU tem como objetivo utilizar a memória compartilhada de cada bloco de *threads* visando reduzir o número de acessos a memória global do dispositivo. Para isso as matrizes são subdivididas em pequenos blocos como mostrado na Fig. 6 [3]. Essa técnica é conhecida como multiplicação por ladrilhamento e diferentemente da abordagem anterior, no

qual toda linha de A e coluna B era multiplicada de uma só vez gerando assim um elemento de C , no ladrilhamento tem-se submatrizes de A e B que vão gerar um valor parcial de um elemento de C . Quando todos os ladrilhos forem processados o valor final de cada um dos elementos da matriz C será o somatório de cada elemento parcial obtido pela multiplicação de cada uma das linhas e colunas submatrizes A e B , respectivamente.

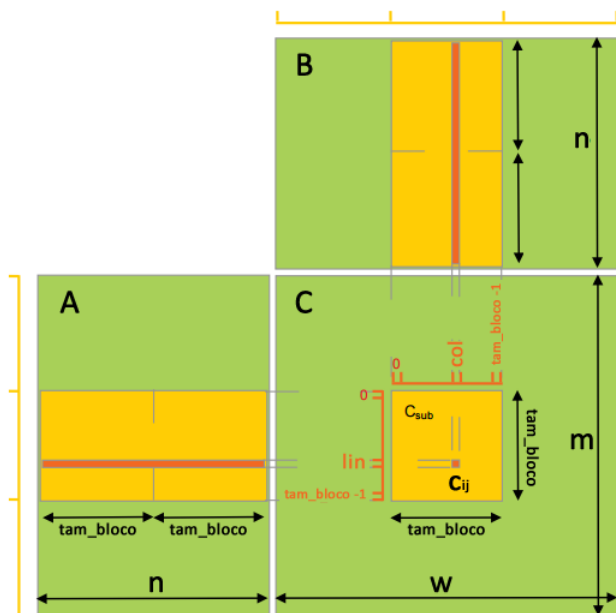


Fig. 6. Multiplicação de matrizes utilizando ladrilhamento

O objetivo principal de se usar o ladrilhamento em GPU é carregar cada submatriz na memória compartilhada do bloco de *threads*. O caso ideal seria alocar toda matriz dentro de uma memória compartilhada. Porém, como já mencionado, essa memória é de tamanho reduzido quando comparada com a memória global. Dessa forma, a ideia é carregar na memória compartilhada apenas submatrizes de A e B , na qual cada bloco de *threads* pode compartilhar seus dados de maneira rápida. Com isso, um requisito de projeto é que o ladrilho caiba dentro de um bloco de *threads* da GPU. O valor do tamanho do bloco varia de acordo com o dispositivo e cabe ao programador conhecer a arquitetura para melhor aproveitá-la.

Fazendo uma breve comparação entre as duas abordagens de multiplicação de matrizes em GPU apresentadas anteriormente, a Fig. 7 apresenta um gráfico de tempo de execução de cada um dos métodos em relação a ordem das matrizes multiplicadas. É possível observar o ganho de performance na medida que as matrizes aumentam. A arquitetura utilizada para gerar este gráfico será discutida na seção IV.

B. Multiplicando matrizes na CPU com OpenMP

A ideia de ladrilhamento das matrizes, discutida na seção anterior, também aplicada na CPU. Na GPU, as *threads* são

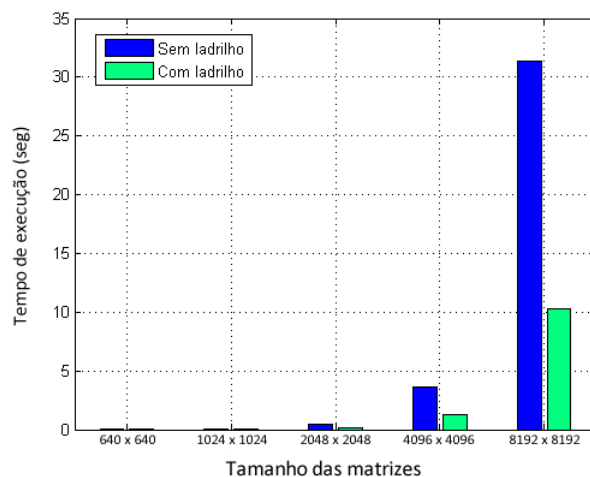


Fig. 7. Comparação entre as abordagens com e sem ladrilhamento na GPU utilizando precisão simples. As matrizes A e B são quadradas e os tamanhos são indicados no gráfico

disparadas e com os índices de cada uma delas é possível operar sobre os dados de acordo com seus blocos. Na CPU esses índices são obtidos por loops de controle. O objetivo principal do ladrilhamento também é o mesmo: tirar proveito da arquitetura de CPU através da memória cache de acesso rápido. Mesmo no código sequencial já se obtém um ganho de performance, como mostrado na Fig. 8.

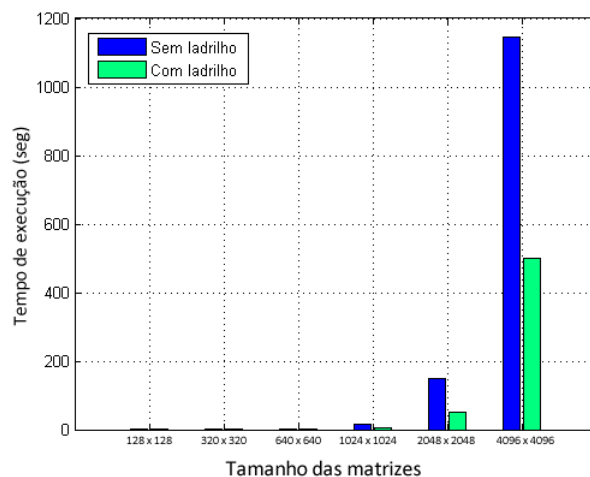


Fig. 8. Comparação entre as abordagens com e sem ladrilhamento na CPU para precisão simples. As matrizes A e B são quadradas e os tamanhos são indicados no gráfico

Para realizar paralelização por meio da CPU é utilizado a OpenMP. A API dá suporte as linguagens C/C++ e Fortran, e basicamente o que deve ser incluído ao código original são

diretiva em trechos de códigos que devem ser paralelizado. Com isso, a API é capaz de disparar *threads* utilizando os núcleos da CPU em questão. Um exemplo de diretiva para paralelizar um loop em C é descrito a seguir:

```
#pragma omp parallel for default(none) \
    shared(n,x,y) private(i)
for (i=0; i<n; i++)
    x[i] += y[i];
}
```

A simples anotação indica para paralelizar o loop na sequência, compartilhar as variáveis n , x e y e manter i privado. Dessa maneira simples já é possível obter ganho de desempenho utilizando os núcleos da CPU. O número de *threads* disparadas como *default* é uma por núcleo do processador, todavia o programador pode alterar esse valor por meio da variável de ambiente `OMP_NUM_THREAD`. Para mais informações sobre OpenMP sugere-se [9]. Na próxima seção será abordada a comparação entre a implementação sequencial e paralela utilizando OpenMP.

IV. EXPERIMENTOS

Nesta seção são realizados experimentos para comparar a performance da multiplicação de matrizes utilizando a computação sequencial e a paralela utilizando CUDA e OpenMP. Os experimentos foram executados em uma máquina com sistema operacional Linux, distribuição Xubuntu, com processador intel core i7, 2.5 GHz, 2 núcleos, 3 MB de memória cache e 6GB de memória RAM e uma placa gráfica NVIDIA Geforce 940M. A apresentação da GPU e as considerações para máximo desempenho serão descritos na sequência. O código de todos os experimentos esta disponível no repositório Github no seguinte endereço: <https://github.com/paaatcha/gpu-trab>.

Os experimentos serão realizados da seguinte forma:

- A multiplicação será realizada considerando a implementação por ladrilho sequencial, paralelizada em OpenMP e em GPU
- As abordagens serão aplicadas para precisão simples (*float*) e dupla (*double*)
- A multiplicação será executada em três diferentes configurações: 1 vez, 100 vezes, e 1000 vezes. As duas últimas paralelizadas com OpenMP
- As matrizes e os ladrilhos serão ajustados para máximo desempenho
- O desempenho será medido em termos de tempo de execução, *speedup*, através da lei de Amdahl [11], e em GFLOPS

A. Características da GPU utilizada

A GPU utilizada neste trabalho, modelo Geforce 940M, possui as seguintes características:

- 3 SMs
- 384 CUDA *cores*, 128 por SM
- 32 *threads* por *warp*
- Máximo de 1024 *threads* por bloco

- Máximo de 2048 *threads* SM
- Máximo de 32 blocos por SM
- Memória global: 2 GB
- Memória compartilhada: 49 KB
- Processamento máximo pode atingir 790.3 GFLOPS para precisão simples e 24.7 GFLOPS para dupla

De acordo com as configurações do dispositivo, o tamanho máximo do ladrilho, para que o mesmo encaixe em um bloco, deverá ser $32 \times 32 = 1024$ *threads*, limite da placa. Como a SM suporta até 2048 *threads*, o número de blocos por SM será igual a $2048/1024 = 2$ blocos, respeitando também o limite de blocos por SM. Na Fig. 9 é ilustrado a variação de GFLOPS de acordo com o tamanho do bloco escolhido para dados de precisão simples. Pode ser observado que na medida que as matrizes aumentam, as configurações de blocos 8×8 e 16×16 diminuem a capacidade de cálculo em relação ao tamanho 32×32 .

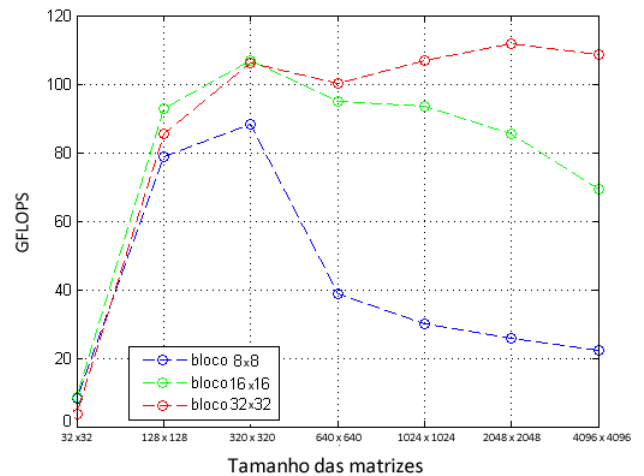


Fig. 9. Comparação de GFLOPS de acordo com tamanho do bloco para precisão simples. As matrizes A e B são quadradas e os tamanhos são indicados no gráfico

B. Experimento parte I - Multiplicação para precisão simples

Nesta primeira etapa será analisado os resultados para matrizes de precisão simples (*float*). Para obter eficiência máxima, as matrizes escolhidas possuem número de linhas e colunas divisíveis pelo tamanho máximo de ladrilho, ou seja um bloco de 32×32 . Dessa forma um grid de blocos se encaixa perfeitamente nas dimensões da matriz, sem necessidade de verificações na função de kernel da GPU, o que ocorreria se o ladrilho não fosse divisível. Na Fig. 10 é ilustrado um exemplo simples de distribuição de blocos na matriz. Neste caso existe uma matriz 100×100 e um ladrilho/bloco 20×20 , como a divisão dimensões da matriz pelo bloco é inteira, é utilizado um grid de blocos de 5×5 .

Como o intuito deste trabalho é simplesmente comparar performance, essa premissa é compreensível. Que fique claro

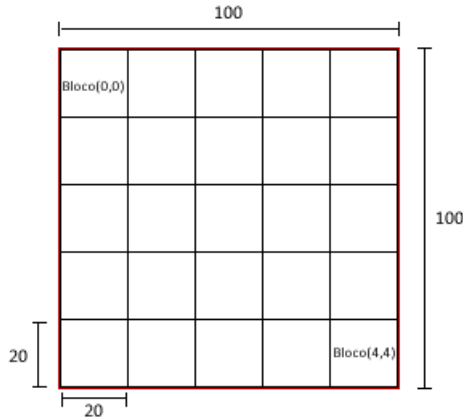


Fig. 10. Um grid de blocos 5×5 em uma matriz 100×100

que isso não é uma limitação da GPU, é simplesmente um artifício para verificar performance máxima. Nada impede da verificação ser acrescida no Kernel e o tamanho da matriz ser variável. As ordens das matrizes escolhidas, tanto de A quanto de B , variam de 32×32 até 2048×2048 . Com esses valores, tanto para precisão simples, quanto para precisão dupla, as matrizes cabem dentro da memória global. No caso máximo, considerando a precisão dupla, $2048 \text{ bytes} \times 2048 \text{ bytes} \times 8 \text{ bytes} = 32 \text{ MB}$, ao alocar espaço para 3 matrizes deste mesmo tamanho, tem-se 96 MB , bem abaixo dos 2 GB possíveis.

Para a abordagem sequencial e paralela via OpenMP o tamanho do bloco escolhido é o mesmo da GPU. Além disso, como a CPU utilizada possui apenas dois núcleos, o número de *threads* disparadas será igual a quatro, duas por núcleo. Para facilitar a visualização dos gráficos, primeiramente a abordagem sequencial é comparada com a paralela via OpenMP. Na sequência, a abordagem paralela via OpenMP é comparada com a GPU. Essa divisão foi escolhida pois, conforme será exposto, o desempenho da GPU é extremamente melhor do que as duas anteriores. Se todos os gráficos fossem plotados juntos seria muito difícil comparar as duas piores por questão de escala.

1) CPU \times CPU + OpenMP:

O desempenho do experimento executado apenas uma vez utilizando a CPU e a CPU + OpenMP é ilustrado nos gráficos da Fig. 11. Como mostrado na Fig. 11(a), a partir da multiplicação das matrizes de ordem 320×320 já se obtém um pequeno ganho de de processamento. O tempo de execução, como ilustrado na Fig. 11(b), começa a fazer diferença na ordem 1024×1024 , o que também é mostrado no gráfico de *speedup* na Fig. 11(c).

Comparando de desempenho anterior com as execuções de 100 e 1000 vezes, ilustradas nos gráficos da Fig. 12 e 13, respectivamente, é possível notar nos gráficos das Fig. 12(a) e 13(a) que o processamento cresce um pouco, principalmente para as multiplicações com matrizes de menor ordem. A diferença de tempo computacional, apontada nos gráficos das

Fig. 12(b) e 13(b) sem mantém praticamente a mesma. Por fim ocorre uma variação de *speedup*, quando comparado os gráficos os gráficos das Fig. 11(c), 12(c) e 13(c). Neste caso, como os tempos de execução até a ordem 320×320 são bem baixos (na ordem de mseg), o valor do *speedup* é mais constante e coerente a partir da ordem 640×640 , se mantendo acima de 1, com máximo de 1.5.

De maneira geral a paralelização via OpenMP obtém um ganho em relação a sequencial quando as matrizes multiplicadas alcançam a ordem de 1024×1024 . Utilizando essa CPU o ganho não tão evidente pois a mesma possui apenas dois núcleos, o que limita o potencial do *framework*. Todavia, devido a facilidade de se incluir a paralelização, ainda assim é recomendável o uso da API para matrizes grandes.

2) CPU + OpenMP \times GPU:

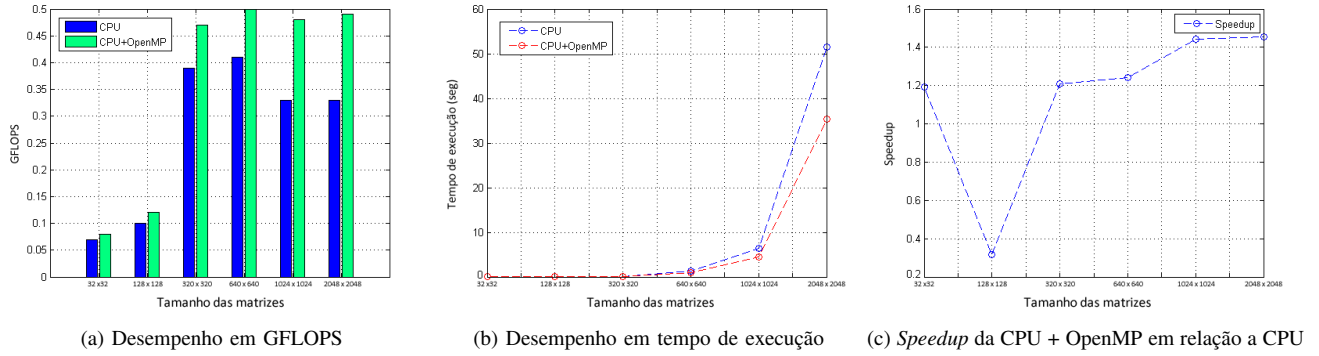
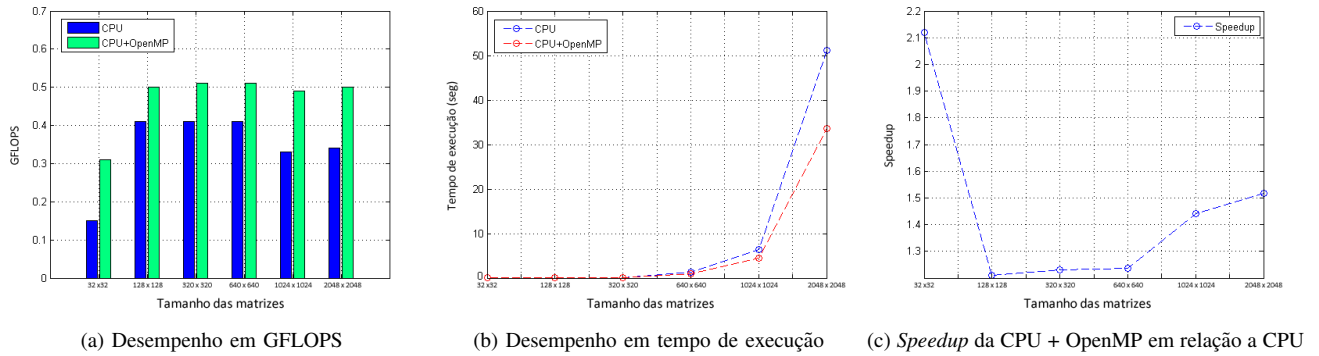
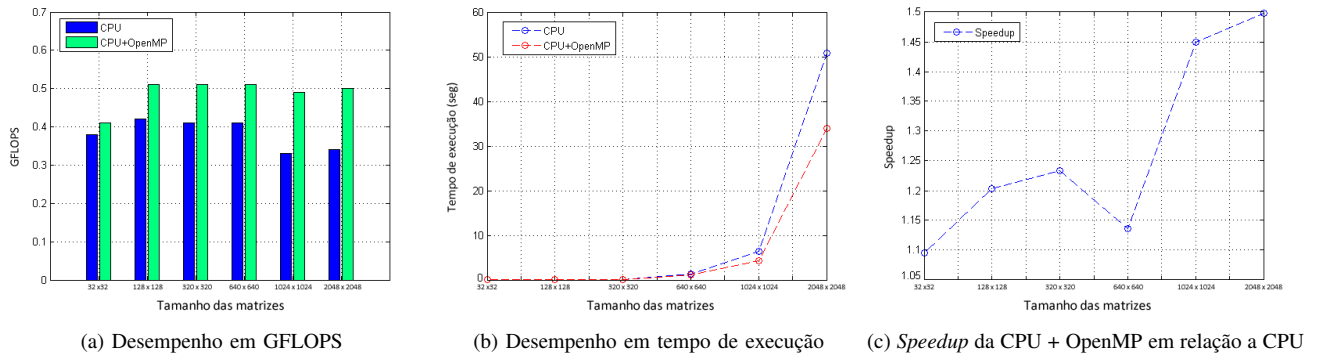
O desempenho do experimento executado apenas uma vez é ilustrado nos gráficos da Fig. 14. Como mostrado na Fig. 14(a), na primeira configuração de matriz a GPU possui uma taxa de GFLOPS cerca de 30x maior do que a CPU+OpenMP. A partir desta configuração a proporção dispara para mais de 200x, deixando claro que a GPU efetua muito mais cálculos por segundo do que a CPU e a CPU+OpenMP. A diferença do tempo de execução, até a multiplicação de matrizes de 640×640 , não é tão perceptível pois está na ordem de milissegundos, como ilustrado na Fig. 14(b). A partir da configuração 1024×1024 o tempo de execução começa a fazer bastante diferença, sendo que para última configuração a GPU executa a multiplicação em torno de 1 seg e a CPU+OpenMP mais de 50 seg. Por fim, o *speedup* é ilustrado na Fig. 14(c), na qual é possível observar a superioridade da GPU para com a CPU+OpenMP, principalmente quando a ordem das matrizes aumentam.

O desempenho dos experimentos executando a multiplicação 100 e 1000 vezes são ilustrados nas Fig. 15 e 16, respectivamente. Sendo assim, é possível observar que a diferença de GFLOPS se mantém. Todavia, no caso da GPU, o valor aumenta um pouco para as matrizes menores. No caso da ordem 32×32 ocorre um acréscimo de quase 3x. As diferenças de tempo de execução também se matém, oscilando muito pouco. Com isso o valor do *speedup* também oscila pouco, sendo o valor mínimo em torno de 25 e o máximo por volta de 325.

De maneira geral, baseado nos gráficos apresentados nas Fig. 11, 12, 13, 14, 15 e 16, é possível notar a diferença de desempenho da GPU para CPU e CPU+OpenMP. A capacidade de processamento é extremamente maior sendo muito vantajoso seu uso, principalmente quando a multiplicação de matrizes atinge a ordem de 1024×1024 , no qual o crescimento da curva de tempo de execução para CPU e CPU+OpenMP é muito alto.

C. Experimento parte II - Multiplicação para precisão dupla

Nesta segunda parte de experimentos serão analisados os resultados para matrizes de precisão dupla (*double*). As configurações de matrizes e testes seguem os mesmos moldes descritos na parte I. Nesta ocasião é esperado um queda do

Fig. 11. Desempenho CPU \times CPU + OpenMP para multiplicação de matrizes executada apenas uma vez - Precisão simplesFig. 12. Desempenho CPU \times CPU + OpenMP para multiplicação de matrizes executada 100 vezes - Precisão simplesFig. 13. Desempenho CPU \times CPU + OpenMP para multiplicação de matrizes executada 1000 vezes - Precisão simples

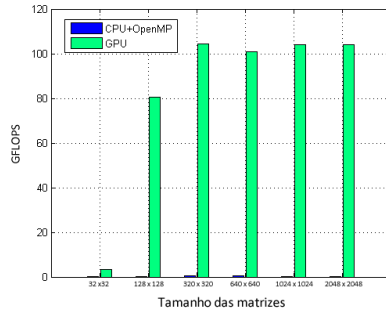
poder de processamento da GPU e consequentemente o aumento no tempo de execução da matriz de *doubles*. Isso ocorre devido ao fato da GPU ter menos processadores dedicados a cálculo de precisão dupla.

1) CPU \times CPU + OpenMP:

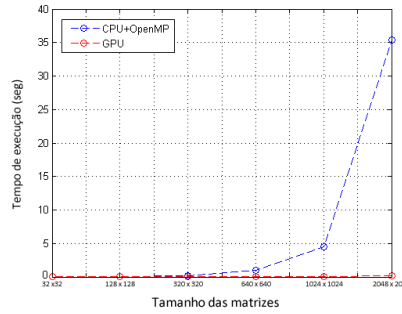
O desempenho do experimento executado apenas uma vez utilizando a CPU e a CPU + OpenMP para precisão dupla é ilustrado nos gráficos da Fig. 17. Como mostrado na Fig. 17(a), o processamento é bem próximo ao da precisão simples. A diferença de tempo de execução também segue a mesma linha, sendo perceptível a partir da ordem 640×640 , como mostrado

na Fig. 17(b). Como os tempos até a ordem 320×320 estão na ordem de milissegundos, o *speedup* é mais constante a partir da ordem 640×640 , como mostrado na Fig. 17(c).

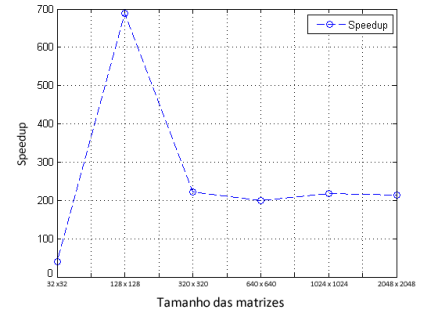
Novamente, comparando o desempenho anterior com as execuções de 100 e 1000 vezes, ilustradas nos gráficos da Fig. 18 e 19, respectivamente, é possível notar nos gráficos das Fig. 18(a) e 19(a) que o processamento estabiliza em torno de 0.4 e 0.5. A diferença de tempo computacional, apontada nos gráficos das Fig. 18(b) e 19(b) sem mantém quase que inalterados. Por fim, o *speedup* possui um comportamento um tanto quanto estranho para as duas primeiras matrizes, todavia,



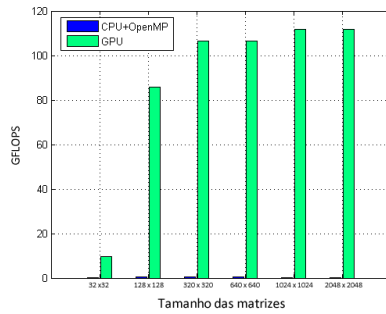
(a) Desempenho em GFLOPS



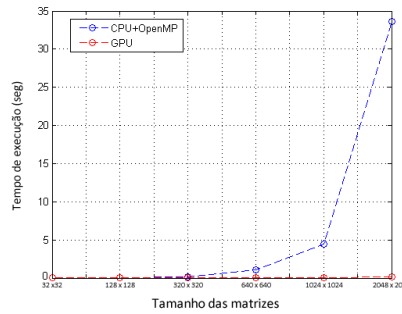
(b) Desempenho em tempo de execução



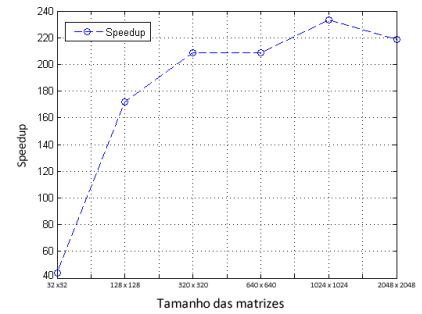
(c) Speedup da GPU em relação a CPU

Fig. 14. Desempenho GPU \times CPU + OpenMP para multiplicação de matrizes executada apenas uma vez - Precisão simples

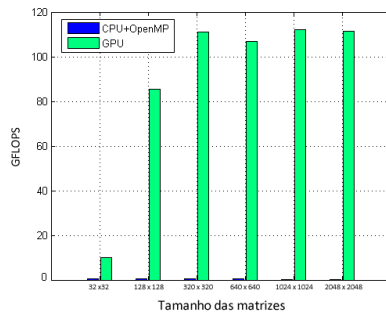
(a) Desempenho em GFLOPS



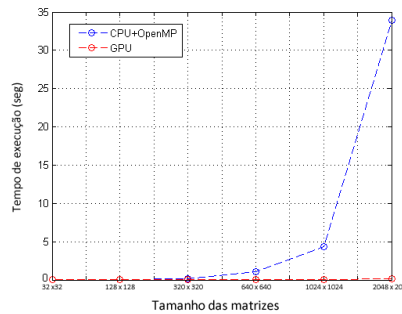
(b) Desempenho em tempo de execução



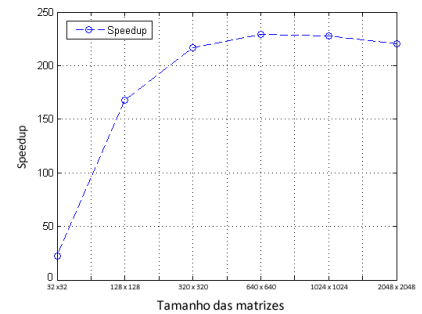
(c) Speedup da GPU em relação a CPU

Fig. 15. Desempenho GPU \times CPU + OpenMP para multiplicação de matrizes executada 100 vezes - Precisão simples

(a) Desempenho em GFLOPS



(b) Desempenho em tempo de execução



(c) Speedup da GPU em relação a CPU

Fig. 16. Desempenho GPU \times CPU + OpenMP para multiplicação de matrizes executada 1000 vezes - Precisão simples

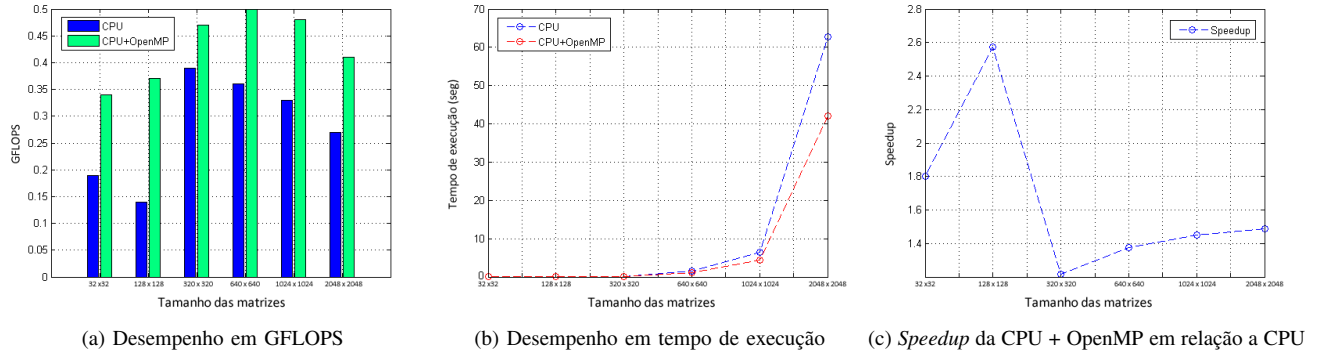
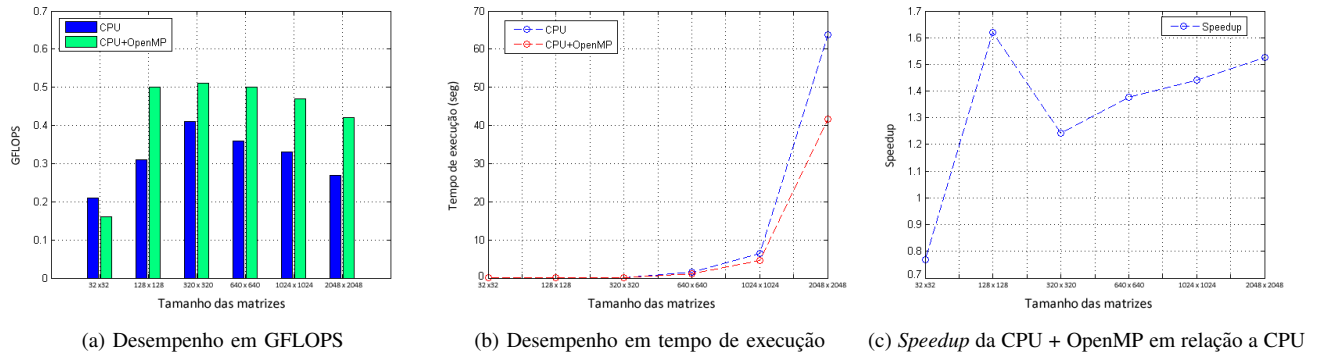
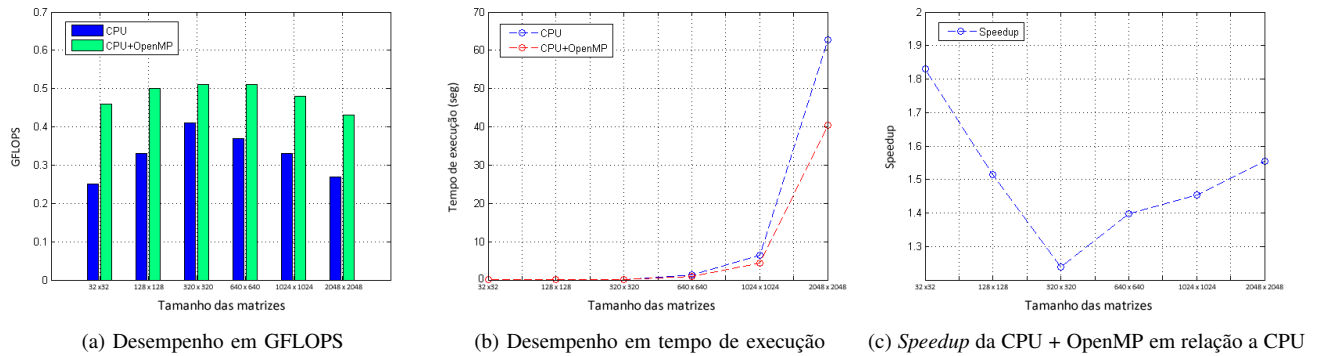
para as demais, o valor estabiliza entre 1.3 e 1.6.

A conclusão da comparação entre as duas abordagens é semelhante a precisão simples, a paralelização via OpenMP obtém um ganho em relação a sequencial quando as matrizes multiplicadas alcançam a ordem de 1024×1024 . Vale a pena ressaltar novamente, que essa CPU possui apenas 2 núcleos de processamento.

2) GPU \times CPU + OpenMP:

Desta vez o experimento é executado 1, 100 e 1000 vezes para precisão dupla, como ilustrados nas Fig. 20, 21 e 22, respectivamente. Para o caso de uma execução, na Fig. 20(a)

é ilustrado a diferença de GFLOPS entre a CPU+OpenMP e a GPU. Ainda existe uma boa diferença de processamento, todavia muito menor do que a apresentada para a precisão simples. A diferença de tempo de execução, mostrado no gráfico da Fig. 20(b), ainda é bem discrepante quando a ordem das matrizes multiplicadas aumentam. O *speedup*, mostrado na Fig. 20(c), também diminui bastante em relação a precisão simples, porém ainda é possível observar o ganho em relação a GPU. Especificamente para a multiplicação de matrizes de ordem 128×128 , o *speedup* cresce rapidamente. Espera-se que para os testes com mais execuções esse valor seja

Fig. 17. Desempenho CPU \times CPU + OpenMP para multiplicação de matrizes executada apenas uma vez - Precisão DuplaFig. 18. Desempenho CPU \times CPU + OpenMP para multiplicação de matrizes executada 100 vezes - Precisão DuplaFig. 19. Desempenho CPU \times CPU + OpenMP para multiplicação de matrizes executada 1000 vezes - Precisão Dupla

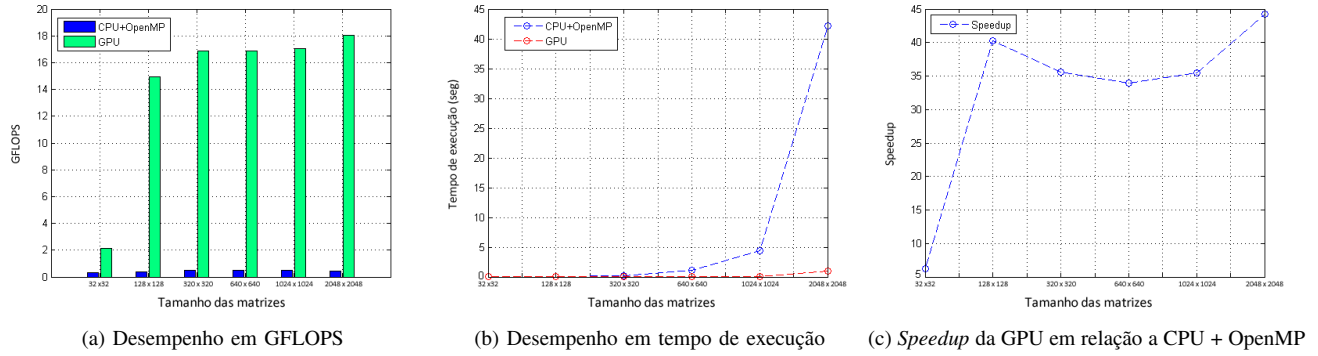
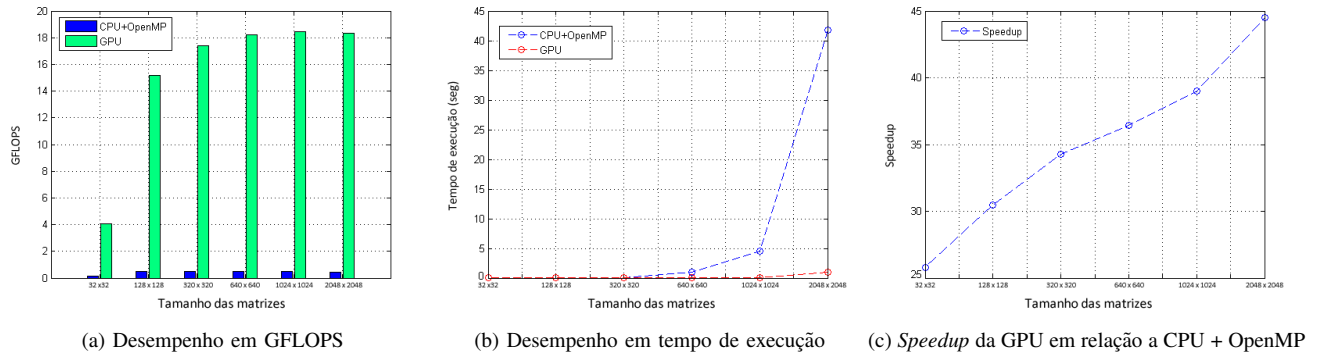
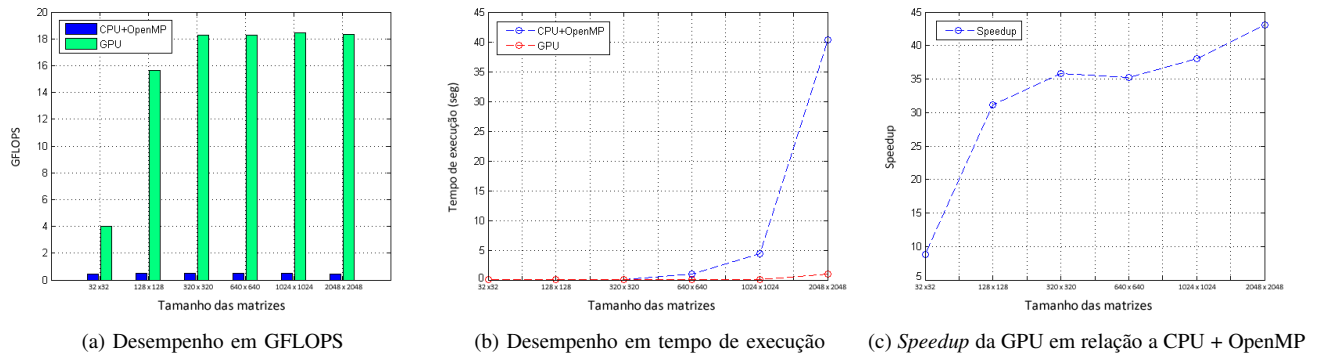
convergiu para um número mais próximo do padrão da curva. Na próxima subseção será apresentado gráficos comparando as performances para precisão simples e dupla.

Abordando a multiplicação executada 100 e 1000 vezes, nos gráficos das Fig. 21 e 22, é possível observar que a quantidade de GFLOPS a partir da ordem 320×320 se estabiliza em torno de 18. A diferença de tempo de execução, ilustrada nos gráficos das Fig. 21(b) e 22(b), continuam bem alta, como ocorre na precisão simples. Todavia, o tempo de execução da GPU aumenta um pouco quando comparada com o cálculo com *floats* (essa diferença será melhor observada na próxima

subseção). Já nos gráficos de *speedup* das Fig. 21(c) e 22(c), é possível observar que para a menor matriz é obtido o menor valor, assim como anteriormente, todavia, para ordem 128×128 o valor se estabiliza em torno de 30 e o *speedup* máximo fica em torno 43, valores abaixo da precisão simples, como já era esperado.

D. Comparação entre precisão simples e dupla

Com objetivo de realizar uma breve comparação entre os experimentos com precisão simples e dupla na GPU, são ilustrados na Fig. 17 os gráficos de comparação de GFLOPS,

Fig. 20. Desempenho GPU \times CPU + OpenMP para multiplicação de matrizes executada apenas uma vez - Precisão DuplaFig. 21. Desempenho GPU \times CPU + OpenMP para multiplicação de matrizes executada 100 vezes - Precisão DuplaFig. 22. Desempenho GPU \times CPU + OpenMP para multiplicação de matrizes executada 1000 vezes - Precisão Dupla

tempo de execução e *speedup* em relação a CPU + OpenMP. Foi utilizado a configuração de 100 execuções. A partir do gráfico na Fig. 23(a), é possível observar que a partir da multiplicação de matrizes de ordem 128×128 , o processamento da precisão simples cresce substancialmente quando comparada com a dupla. A partir deste ponto, ambas se tornam estáveis. No tempo de execução, ilustrado na Fig. 23(b), a partir da ordem 1024×1024 a diferença de tempo já perceptível. Por fim, na comparação de *speedup* em relação a CPU, ilustrada na Fig. 23(c), é possível perceber que na medida que a ordem das matrizes aumentam, o *speedup* da

precisão simples se distancia da precisão dupla.

V. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi realizado uma comparação entre multiplicação de matrizes utilizando computação paralela e sequencial. A paralelização dos códigos foi alcançada utilizando CUDA, plataforma de codificação em GPU, e OpenMP, *framework* de paralelização em CPU. Para realizar a comparação das abordagens, foram elaborados diversos experimentos utilizando diferentes tamanhos de matrizes. Resumidamente, os resultados dos experimentos mostraram a importância da

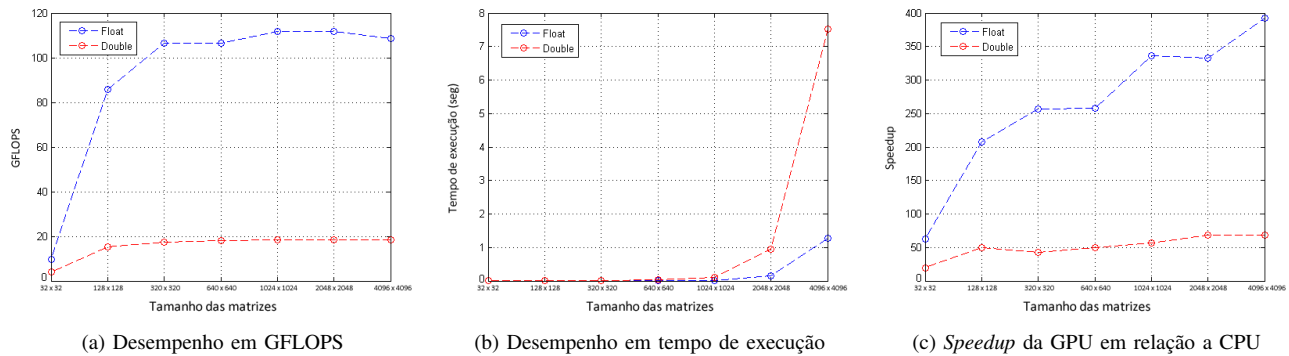


Fig. 23. Comparação do desempenho da GPU para precisão simples e dupla

paralelização ao multiplicar matrizes, principalmente quando o número de elementos das matrizes utilizadas ultrapassa a ordem de 1 milhão. Para casos como este, a GPU se mostrou centenas de vezes mais rápida do que a CPU e a CPU + OpenMP. Também foram analisados a multiplicação com precisão simples e dupla. Neste caso, a paralelização via GPU para precisão simples se mostra mais eficiente do que a dupla pelo fato de sua arquitetura ser privilegiada com número de processadores em relação a dupla. Com isso, vale a pena optar pela precisão simples se a dupla não for um limitante da aplicação. Por fim, ficou claro que para aplicações que utilizam matrizes de grande porte, paralelizar os processos utilizando GPU é uma forma extremamente eficiente de aumentar a performance final.

REFERENCES

- [1] B. Kakaradov, "Ultra-fast matrix multiplication: An empirical analysis of highly optimized vector algorithms," *Stanford Undergraduate Research Journal*, vol. 3, pp. 33–36, 2004.
- [2] J. Sanders and E. Kandrot, *CUDA by example: an introduction to general-purpose GPU programming*, 1st ed. Addison-Wesley Professional, 2010.
- [3] NVIDIA, *CUDA C programming guide - Design Guide*, NVIDIA Corporation, disponível em: www.docs.nvidia.com/cuda/pdf/CUDA_C_Programming_Guide.pdf. Acesso 25 de novembro de 2016.
- [4] S. Cook, *CUDA programming: a developer's guide to parallel computing with GPUs*, 1st ed. Morgan Kaufmann, 2012.
- [5] NVIDIA, *CUDA Zone*, NVIDIA Corporation, disponível em: <https://developer.nvidia.com/cuda-zone>. Acesso em 25 de novembro de 2016.
- [6] H. Jang, A. Park, and K. Jung, "Neural network implementation using cuda and openmp," in *Digital Image Computing: Techniques and Applications (DICTA)*, 2008. IEEE, 2008, pp. 155–161.
- [7] A. Krizhevsky, I. Sutskever, and G. E. Hinton, "Imagenet classification with deep convolutional neural networks," in *Advances in neural information processing systems*, 2012, pp. 1097–1105.
- [8] L. d. P. Veronese and R. A. Krohling, "Differential evolution algorithm on the gpu with c-cuda," in *IEEE Congress on Evolutionary Computation*. IEEE, 2010, pp. 1–7.
- [9] B. Chapman, G. Jost, and R. Van Der Pas, *Using OpenMP: portable shared memory parallel programming*. MIT press, 2008, vol. 10.
- [10] AMD, *OpenCL Zone – Accelerate Your Applications*, AMD Corporation, disponível em: <http://developer.amd.com/tools-and-sdks/opencl-zone/>. Acesso em 25 de novembro de 2016.
- [11] J. L. Hennessy and D. A. Patterson, *Computer architecture: a quantitative approach*, 2nd ed. Elsevier, 2011, ch. 8, pp. 29–32.