

# **Relatório - Emparelhamento Estável Máximo**

Alunos: Luiz Henrique Silva de Andrade – 211010430 e Ryan Reis Fontenele - 211036132  
Disciplina: Teoria e Aplicação de Grafos, Turma 01, 2025/1  
Professor: Díbio

## **1. Introdução**

Este projeto explora o clássico Problema do Emparelhamento Estável Máximo, um desafio com aplicações que englobam algoritmos utilizando grafos no nosso cenário: alocar alunos a projetos de uma universidade. O desafio não é apenas preencher vagas, mas fazê-lo de uma forma "estável", onde não haja incentivos para que um par aluno-projeto abandone suas alocações atuais para formar um novo par.

Para investigar as nuances e os diferentes resultados que podem emergir de um mesmo conjunto de dados, este trabalho implementa e compara três variações do algoritmo de Gale-Shapley. Cada variação representa uma abordagem distinta, priorizando diferentes lados do "mercado" (alunos e projetos) e aplicando regras de decisão variadas, o que nos permite analisar como a escolha do algoritmo impacta a eficiência e a "justiça" da alocação final.

## **2. Metodologia e Variações do Algoritmo**

O problema foi modelado como um grafo bipartido. Os dados de entrada incluem as preferências de até 3 projetos para cada aluno, sua respectiva nota (de 3 a 5), e os requisitos de cada projeto (número de vagas e nota mínima). A partir dessa base, foram implementadas três lógicas de emparelhamento distintas.

### **2.1. A Abordagem Clássica: O Poder da Escolha dos Alunos**

Nossa primeira implementação segue a lógica mais tradicional do algoritmo, colocando o poder de escolha nas mãos dos alunos. Nesta versão, os alunos são os agentes ativos que buscam uma vaga. Cada aluno, seguindo uma ordem pré-definida, faz propostas aos projetos de sua lista de preferências, da mais desejada para a menos. Um projeto, ao receber uma proposta, verifica se o aluno cumpre o requisito de nota mínima. Se há vagas livres, a proposta é aceita provisoriamente. Caso o projeto já esteja lotado, ele só aceitará o novo candidato se sua nota for estritamente maior ( $>$ ) que a do pior aluno já alocado. Se a troca ocorrer, o aluno com a nota mais baixa é desalojado e volta à fila para tentar sua próxima escolha. Como esperado, este método tende a produzir um resultado ótimo para os alunos. Em nossa simulação, esta abordagem resultou em 58 alunos alocados.

### **2.2. Variação 1: Invertendo os Papéis - A Vez dos Projetos**

Para explorar uma perspectiva diferente, esta variação inverte a dinâmica: aqui, são os projetos que tomam a iniciativa. Cada projeto primeiro compila uma "lista de desejos" com todos os alunos que são simultaneamente qualificados (pela nota) e interessados (listaram o projeto em suas preferências). Essa lista é ordenada da maior para a menor nota, garantindo que o projeto sempre tente recrutar os melhores alunos primeiro. O projeto então "convida" os alunos em ordem. Um aluno, ao receber um convite, o aceita se estiver livre. Se já estiver alocado, ele só aceitará a nova proposta se ela vier de um projeto que ele considere melhor que o atual, abandonando sua vaga anterior. Este emparelhamento é, por sua vez, ótimo para os projetos, garantindo que eles formem a equipe mais forte possível. Embora o número de alocados tenha sido o mesmo da abordagem padrão (58), a composição dos grupos mudou, revelando uma alocação estável diferente.

### **2.3. Variação 2: O Impacto do Desempate Agressivo**

Esta última variação retorna ao modelo onde os alunos propõem, mas altera uma única e crucial regra: o critério de desempate. Enquanto a abordagem padrão exige que um novo aluno tenha nota estritamente maior para desalocar um já existente, esta versão "agressiva" permite a troca se a nota do novo aluno for maior ou igual ( $\geq$ ) à do pior aluno já alocado. Em caso de empate, o novo proponente tem a preferência. Essa pequena alteração revelou um resultado notável: o algoritmo conseguiu encontrar um emparelhamento máximo maior, alocando 59 alunos. Isso demonstra que regras aparentemente menores, como o tratamento de empates, podem criar uma "rotatividade" que explora o espaço de soluções de forma diferente, levando a um resultado globalmente mais eficiente em termos de número de vagas preenchidas.

### **3. Conclusão**

A análise das três variações do algoritmo de Gale-Shapley demonstra que não existe uma única solução "perfeita" para o problema do emparelhamento estável. O resultado final é altamente dependente da perspectiva adotada:

- A Abordagem Clássica favorece a satisfação dos alunos.
- A Variação 1 favorece a formação das equipes mais fortes do ponto de vista dos projetos.
- A Variação 2 de forma interessante, foi capaz de maximizar o número total de participantes, sugerindo que uma maior flexibilidade nas trocas pode levar a uma maior eficiência global do sistema.

A escolha do "melhor" algoritmo, portanto, não é uma questão técnica, mas estratégica, dependendo dos objetivos da instituição que promove a alocação.