UTFPR - Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Pato Branco
Engenharias

Lista de Exercícios

Equações Diferenciais Lineares não-Homogênas de Segunda Ordem

1-Resolva pelo método dos coeficientes a determinar;

1. $y'' - 8y' + 20y = 100x^2 - 26xe^x$
2. $y'' + 4y = 3\sin 2x$
3. $y'' - 2y' + 2y = e^{2x}(\cos x - 3\sin x)$
4. $y'' - y' = -3$
5. $y'' + 3y' + 2y = 6$
6. $y'' - 10y' + 25y = 30x + 3$
7. $(1/4)y'' + y' + y = x^2 - 2x$
8. $y'' + 3y = -48x^2e^{3x}$
9. $y'' - y' + (1/4)y = 3 + e^{x/2}$
10. $y'' + 2y' + y = senx + 3cos(2x)$
11. $y'' - 2y' + 5y = e^x cos(2x)$
12. $y'' + y = 2xsenx$
13. $y'' + 2y' - 24y = 16 - (x+2)e^{4x}$
14. $y'' + 9y = 15$
15. $y'' + y' - 6y = 2x$
16. $4y'' - 4y' - 3y = \cos 2x$
17. $y'' + 2y' = 2x + 5 - e^{-2x}$
18. $y'' - 16y = 2e^{4x}$
19. $y'' + 4y = (x^2 - 3)\sin 2x$
20. $y'' - 5y' = 2x^3 - 4x^2 - x + 6$
21. $y'' + y' + 4y = 2\sinh t$,Sugestão: $\sinh t = (e^t - e^{-t})/2$

2- Resolva os problemas de valor inicial dado.

1. $y'' + 4y = -2$, $y(\frac{\pi}{8}) = \frac{1}{2}$, $y'(\frac{\pi}{8}) = 2$
2. $y'' + 4y' + 4y = (3 + x)e^{-2x}$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 5$
3. $\dfrac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = F_0 \sin \omega t$, $x(0) = 0$, $x'(0) = 0$
4. $y'' + 4y' + 5y = 35e^{-4x}$, $y(0) = -3$, $y'(0) = 1$

3- Resolva os problemas de valor de contorno dado.

- $y'' + y = x^2 + 1$, $y(0) = 5$, $y(1) = 0$
- $y'' - 2y' + 2y = 2x - 2$, $y(0) = 0$, $y(\pi) = \pi$

4- Resolva o seguinte problema de valor inicial no qual a função $g(x)$ é descontínua.

$$y'' + 4y = g(x), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$$

onde $g(x) = \begin{cases} \sin x, & \text{se } 0 \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{2} \\ 0, & \text{se } x > \pi. \end{cases}$
Sugestão: Resolva o problema em dois intervalos e então ache uma solução de tal forma que y e y' sejam contínuas em $\frac{\pi}{2}$.

5- Considere a equação diferencial $ay'' + by' + cy = e^{kx}$, onde a, b, c e k são constantes.

a) Se k não for uma raiz da equação auxiliar, mostre que podemos encontrar uma solução particular da forma $y_p = Ae^{kx}$, onde $A = \dfrac{1}{ak^2 + bk + c}$;

b) Se k for uma raiz de multiplicidade 1 da equação auxiliar, mostre que podemos encontrar uma solução particular da forma $y_p = Axe^{kx}$, onde $A = \dfrac{1}{2ak + b}$;

c) Se k for uma raiz da equação auxiliar com multiplicidade 2, mostre que podemos encontrar uma solução particular da forma $y_p = Ax^2e^{kx}$, onde $A = \dfrac{1}{2a}$.