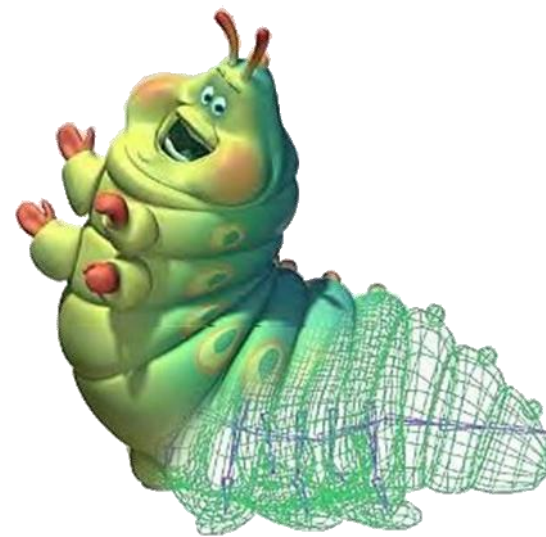


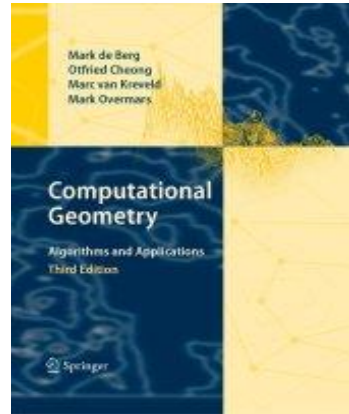
Triangularização de Delaunay

Prof. Aurélio Hoppe
aureliof@furb.br
<http://www.inf.furb.br/~aurelio/>



Grupo de Processamento de Imagens,
Análise de dados, Robótica e
Simulação computacional

Bibliografia



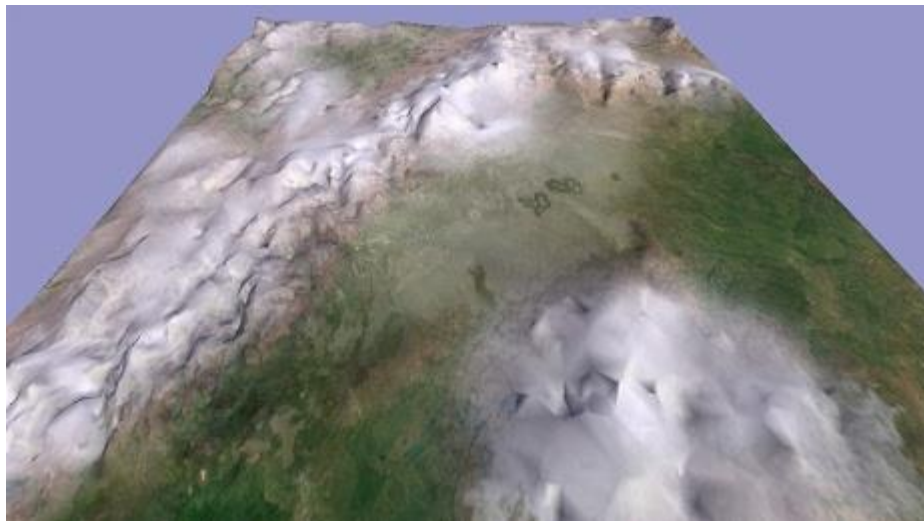
Computational geometry: algorithms and applications

Mark Berg

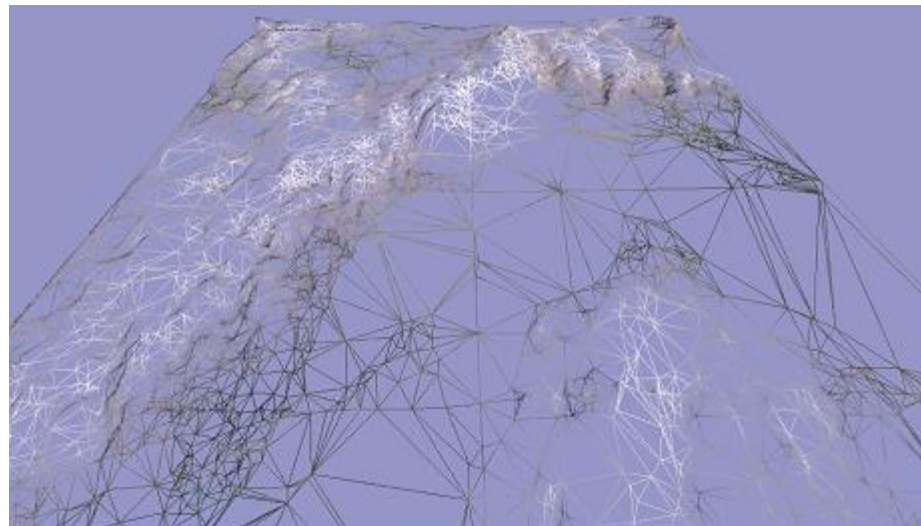
New York : Springer, 2000, 367p.

TRIANGULAÇÕES DE DELAUNAY

[TERRENOS]



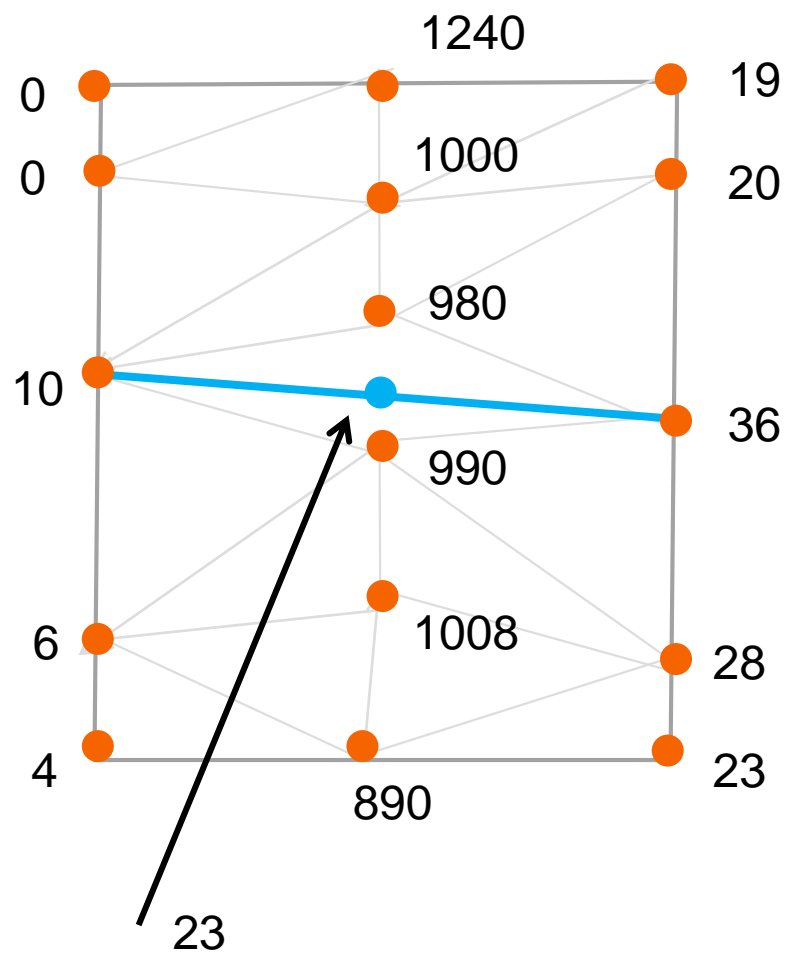
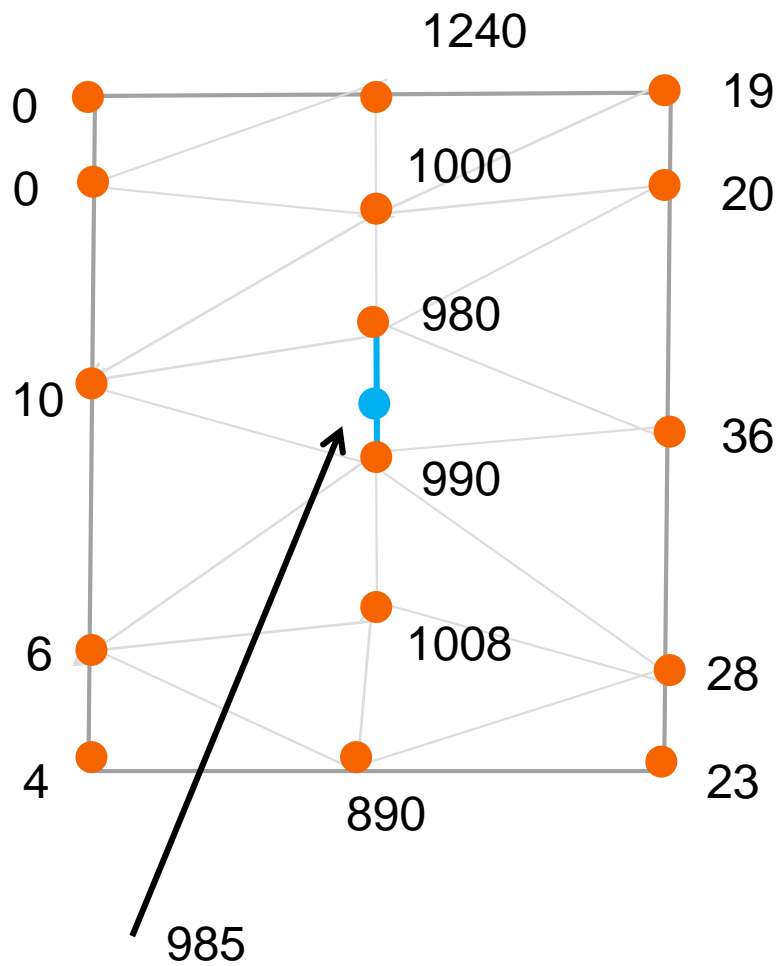
Superfície original



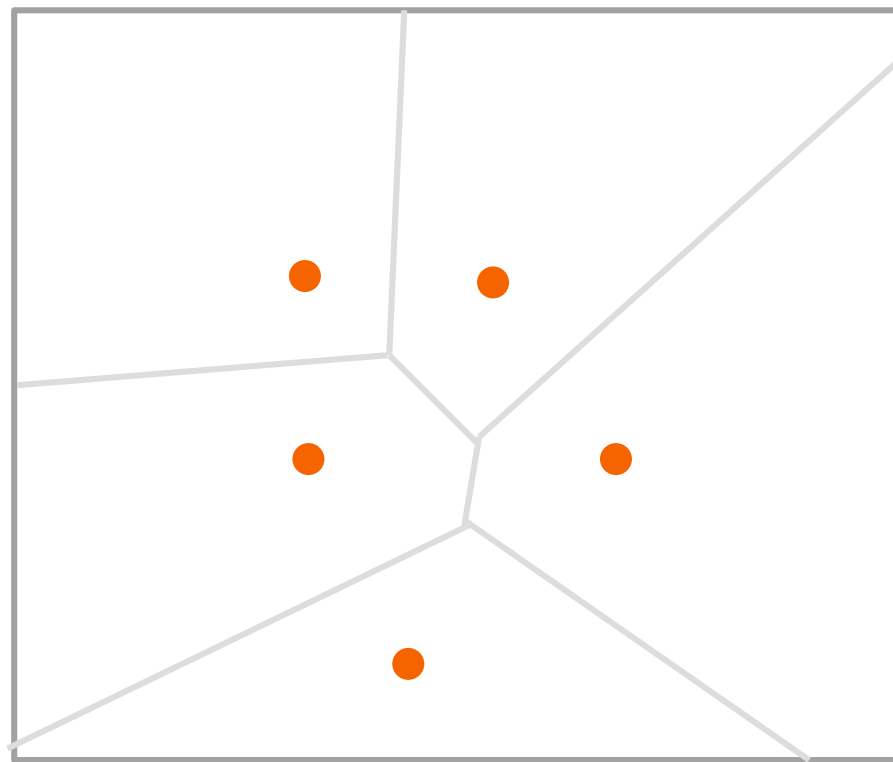
Representação por triângulo

TRIANGULAÇÕES DE DELAUNAY

[TERRENOS]

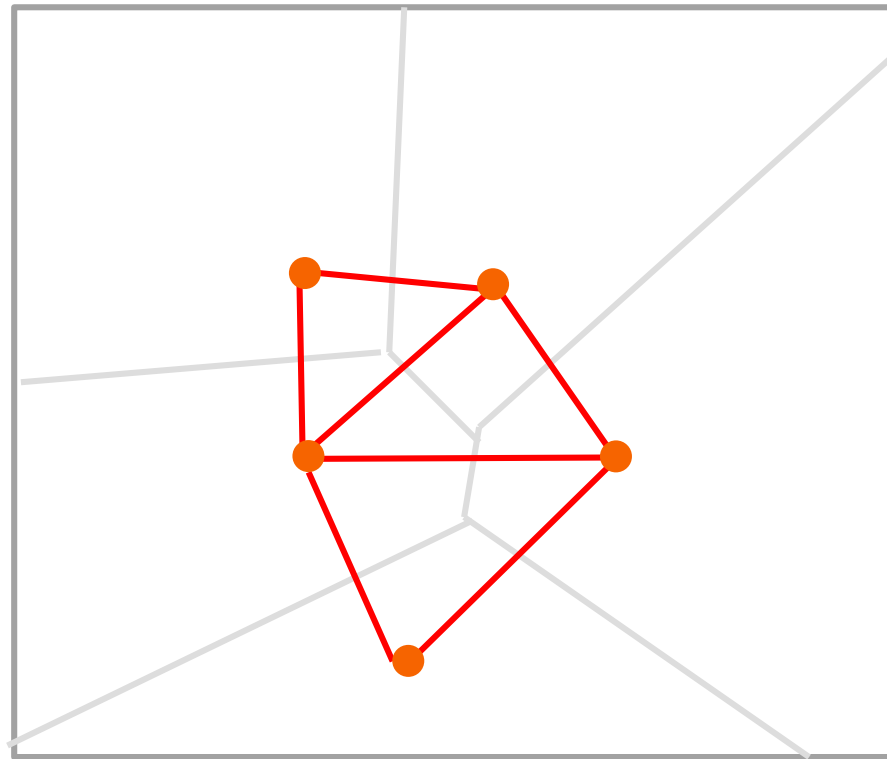


TRIANGULAÇÕES DE DELAUNAY



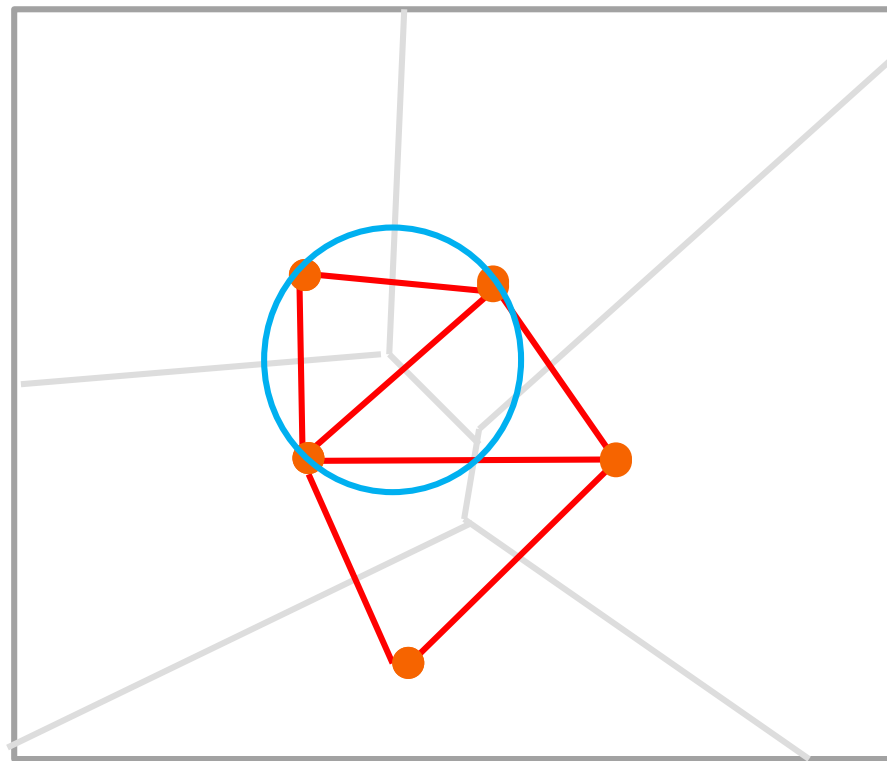
TRIANGULAÇÕES DE DELAUNAY

- Conectar os sítios cujas células são vizinhas



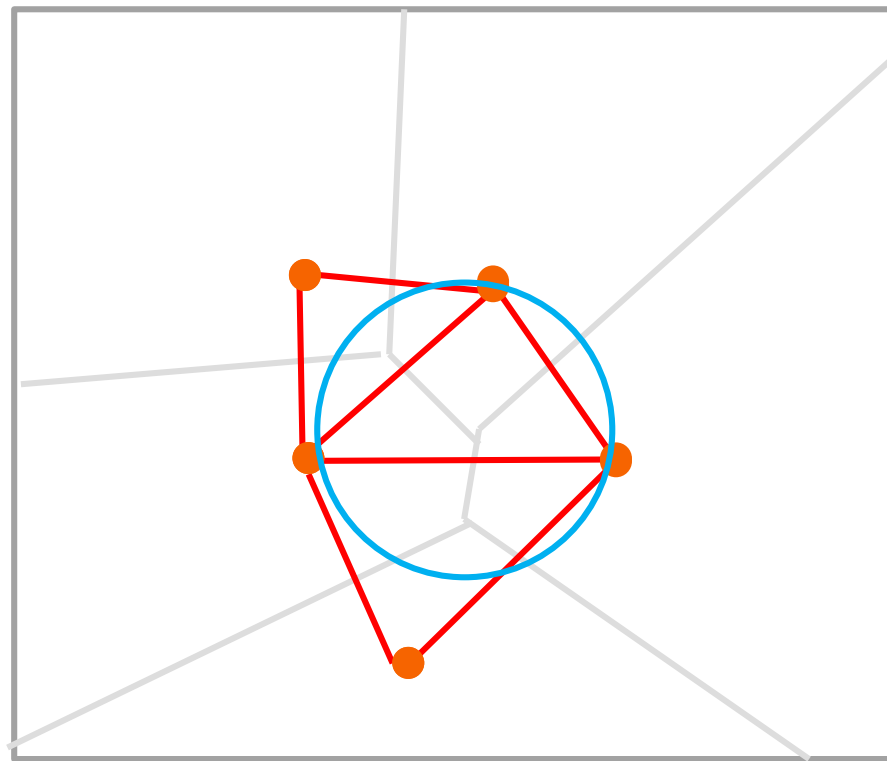
TRIANGULAÇÕES DE DELAUNAY

- O circuncírculo de cada triângulo não possui nenhum vértice!



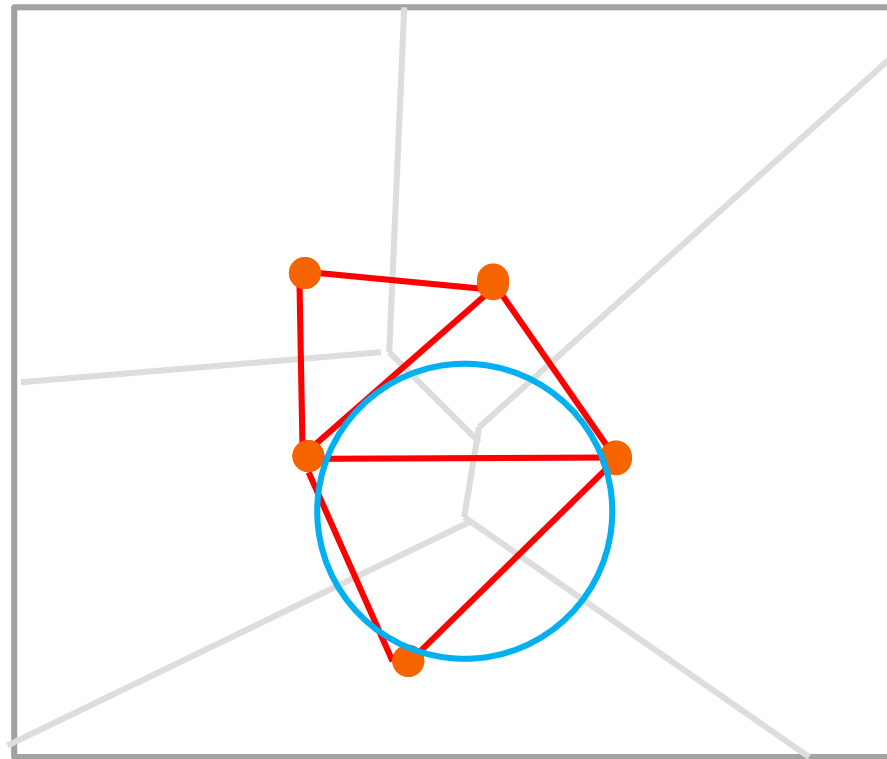
TRIANGULAÇÕES DE DELAUNAY

- O circuncírculo de cada triângulo não possui nenhum vértice!



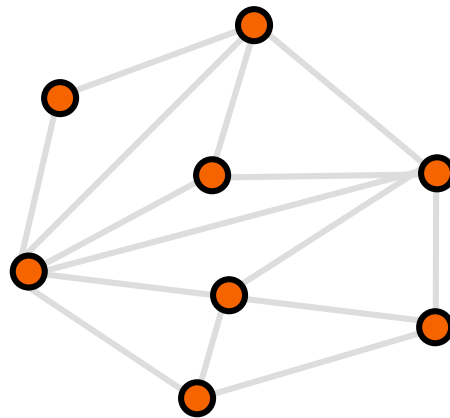
TRIANGULAÇÕES DE DELAUNAY

- ▶ O circuncírculo de cada triângulo não possui nenhum vértice!



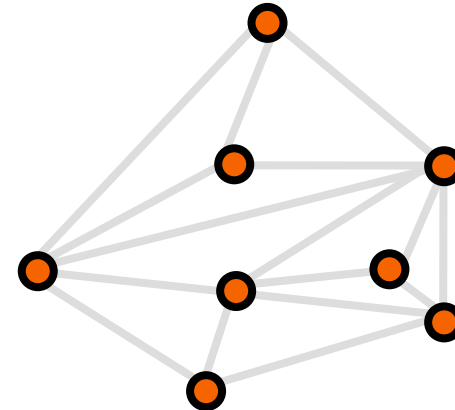
NÚMERO DE TRIÂNGULOS

- O número de triângulos de uma triangulação de n vértices depende do número de vértices h na envoltória convexa.



$$h = 6 \Rightarrow t = 8$$

$$n = 8$$

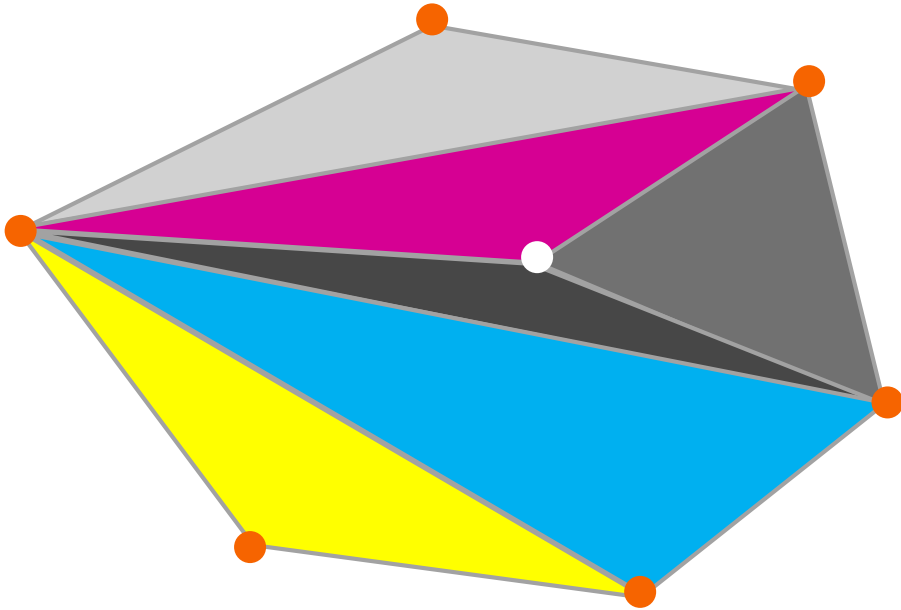


$$h = 5 \Rightarrow t = 9$$

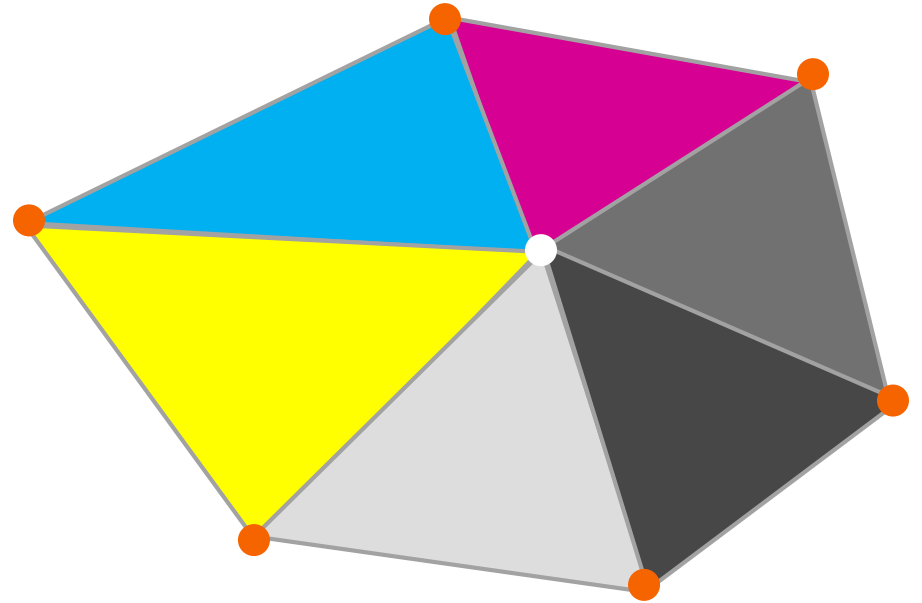
$$t = 2n - h - 2$$

QUALIDADE DAS TRIANGULAÇÕES

- Dado um conjunto de pontos em um plano $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$



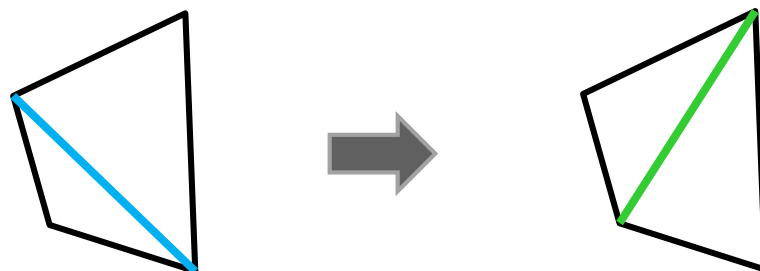
RUIM



BOA

MELHORANDO UMA TRIANGULAÇÃO

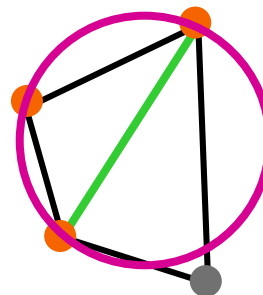
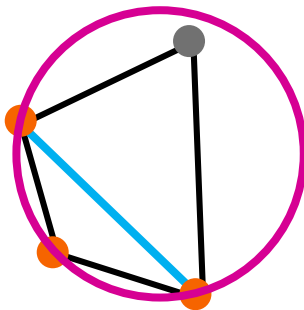
- ▶ Em qualquer quadrilátero, um **flip de arestas** é possível. Se este flip melhorar a triangulação localmente, então ele melhora a triangulação globalmente.



- ▶ Se um flip de aresta melhora uma triangulação, então a primeira aresta é considerada **ilegal**.

ARESTAS ILEGAIS

- ▶ **LEMA:** Uma aresta pq é ilegal se e somente se um dos seus vértices opostos está contido no círculo definido pelos outros dois.
- ▶ **PROVA:** Usando teorema de Thales

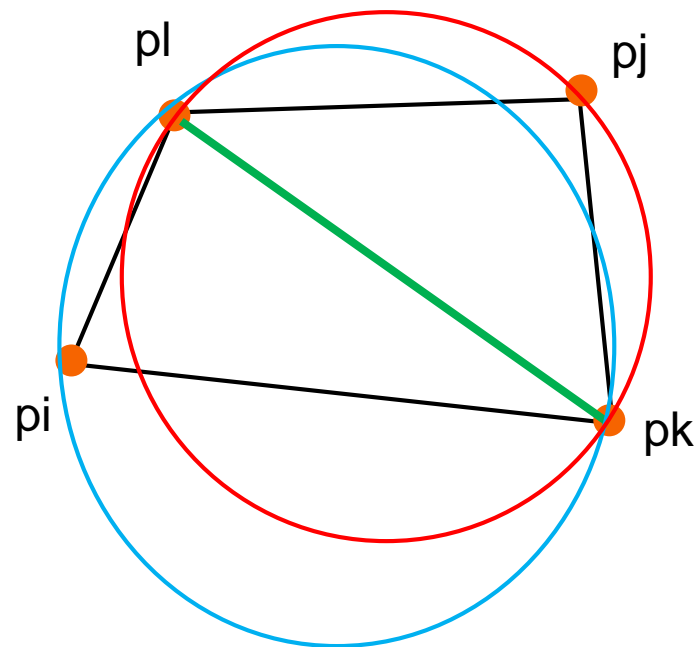
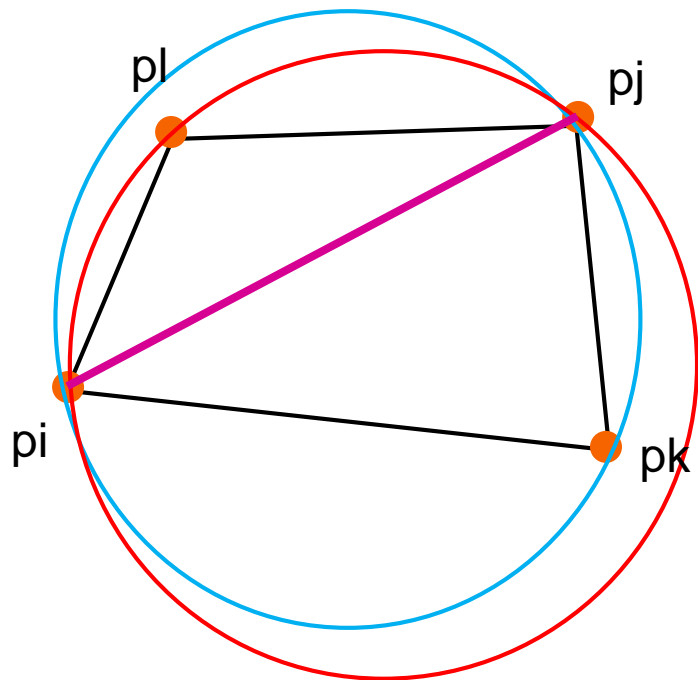


TEOREMAS DE TRIANGULAÇÕES DE DELAUNAY

► **TEOREMA:** Seja P um conjunto de pontos:

- ❑ 3 pontos p_i, p_j, p_k de P são vértices de uma mesma face da triangulação de Delaunay se e somente se o círculo p_i, p_j, p_k não contém nenhum ponto no seu interior
- ❑ 2 pontos p_i, p_j formam uma aresta da triangulação de Delaunay se e somente se existe um disco fechado C que contém p_i e p_j e mais nenhum ponto

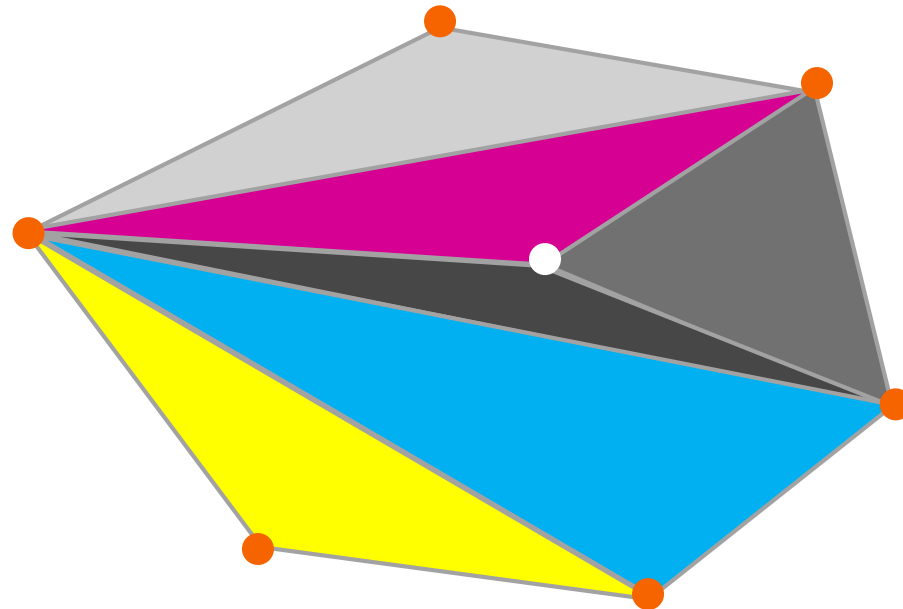
TEOREMAS DE TRIANGULAÇÕES DE DELAUNAY



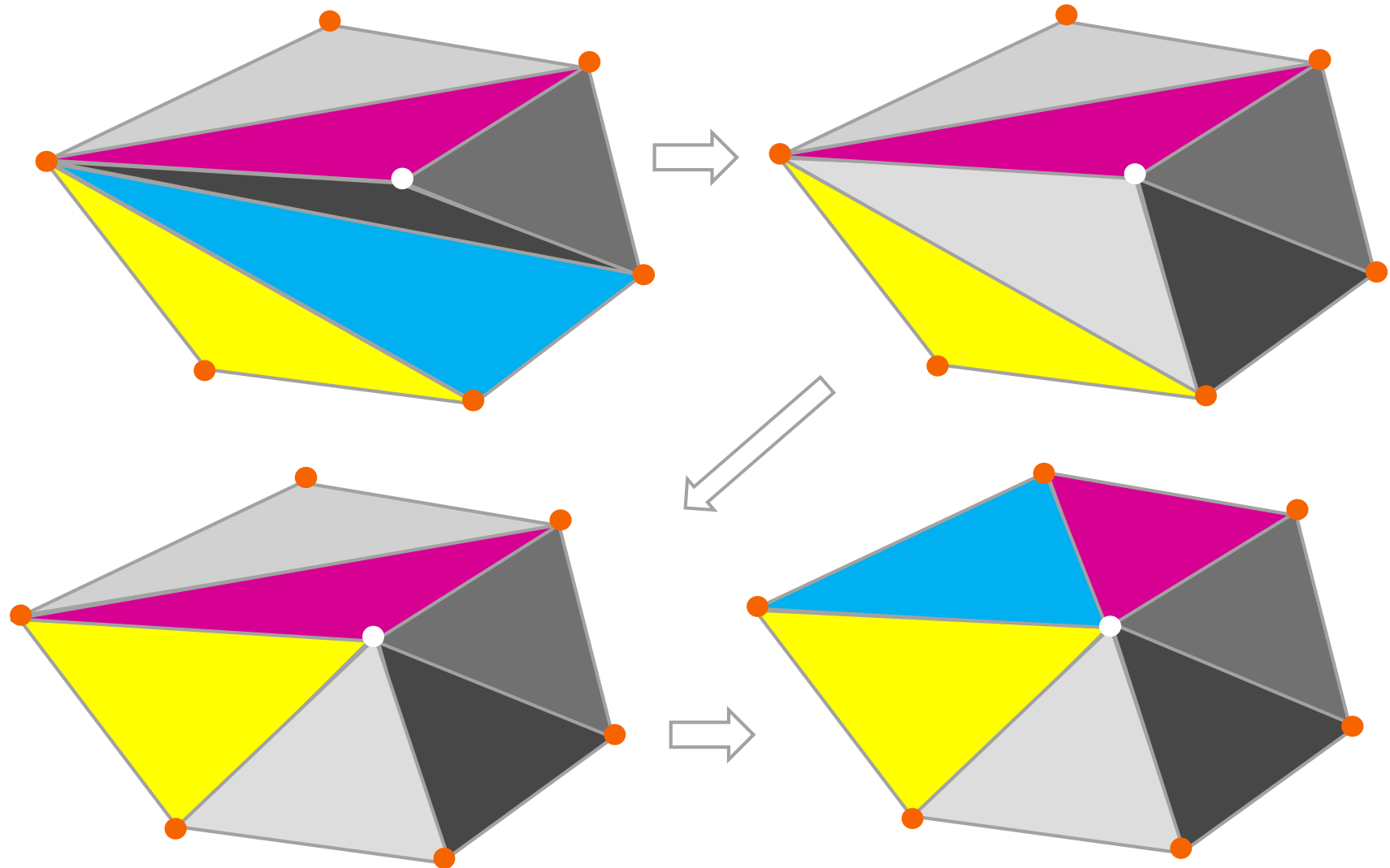
- **TEOREMA:** Seja P um conjunto de pontos, e T uma triangulação de P . T é uma triangulação de Delaunay de P se e somente se o “circuncírculo” de cada triângulo de T não possui nenhum ponto P no seu interior

ALGORITMO $O(N^4)$ PARA CÁLCULO DA TRIANGULAÇÃO DE DELAUNAY

- ▶ Repita até não ser mais possível melhorar:
 - ❑ Selecione 3 sites a, b, c
 - ❑ Se o circuncírculo por a, b e c não contém outros sítios, mantenha o triângulo definido por a, b e c

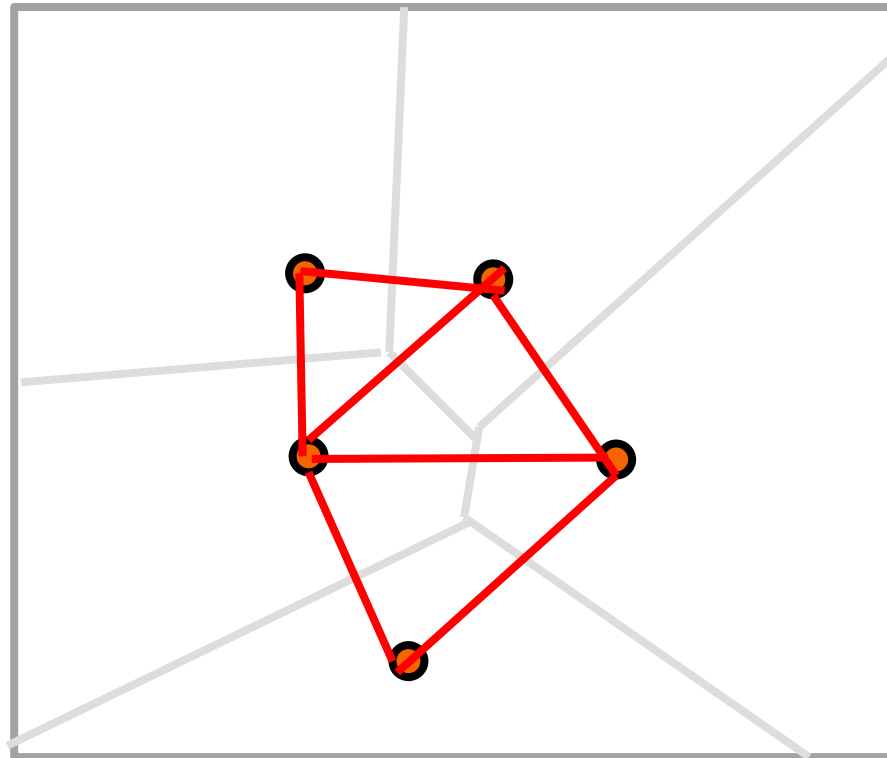


ALGORITMO $O(N^4)$ PARA CÁLCULO DA TRIANGULAÇÃO DE DELAUNAY

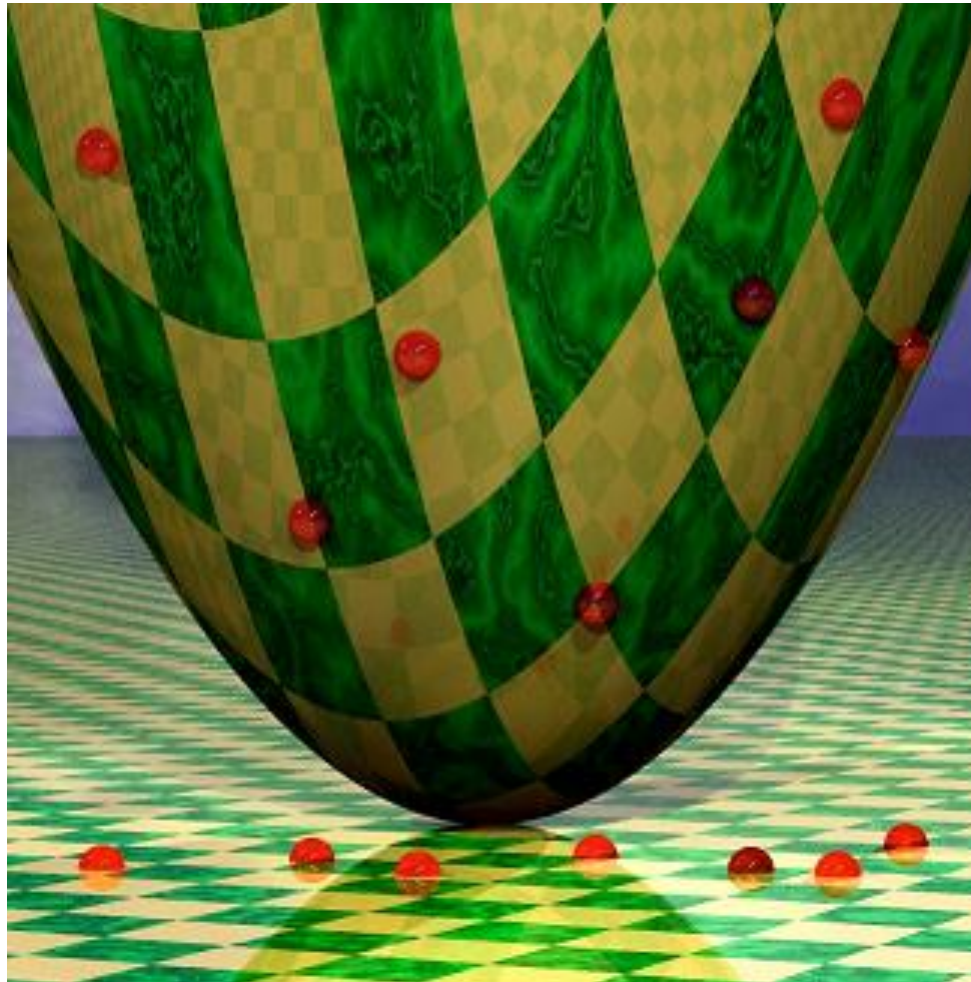


TRIANGULAÇÃO DE DELAUNAY POR DUALIDADE

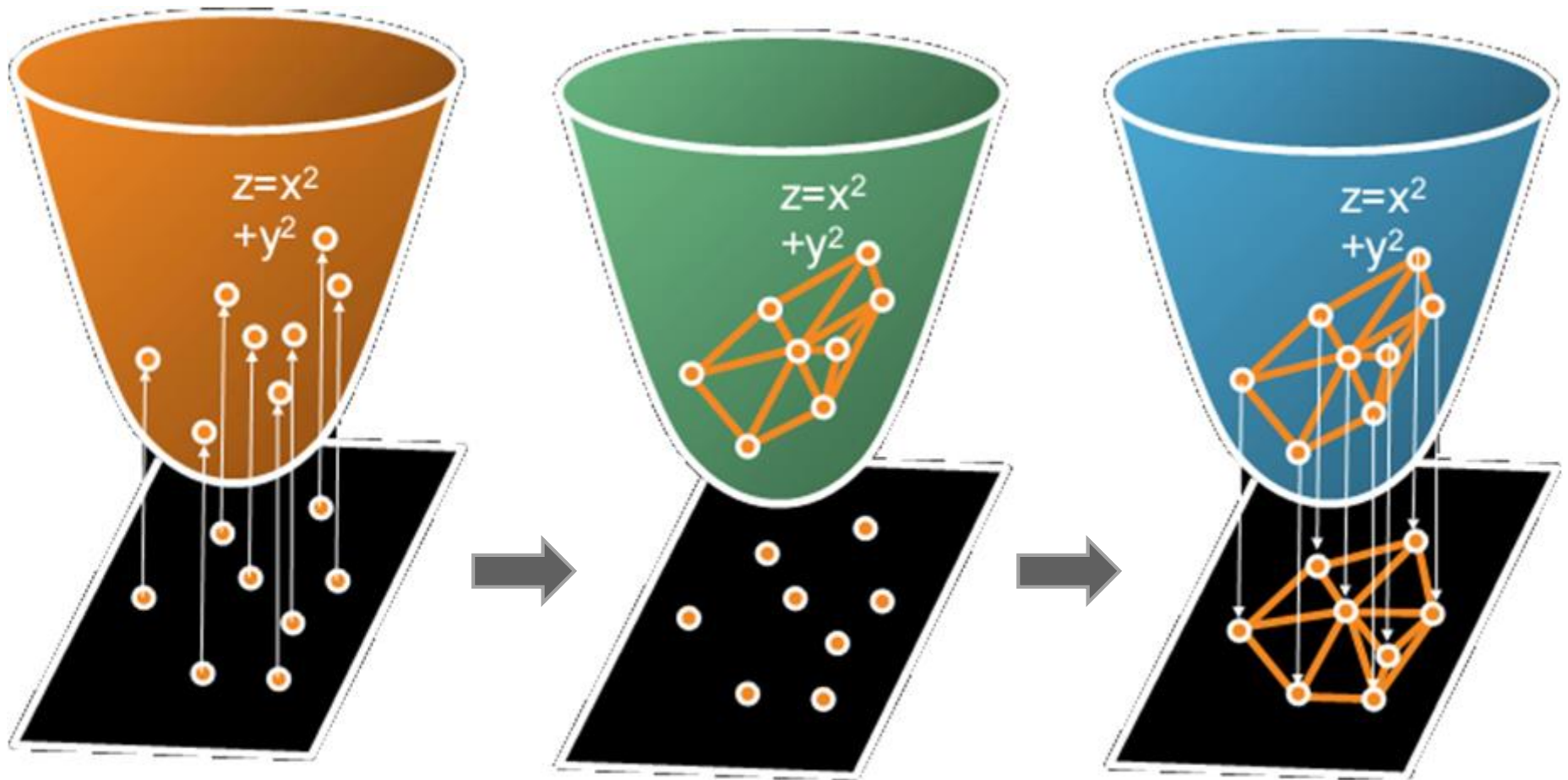
- Crie o dual do Diagrama de Voronoi conectando dois sítios vizinhos no diagrama de Voronoi - tempo $O(n \log n)$



LIFTING MAP



LIFTING MAP

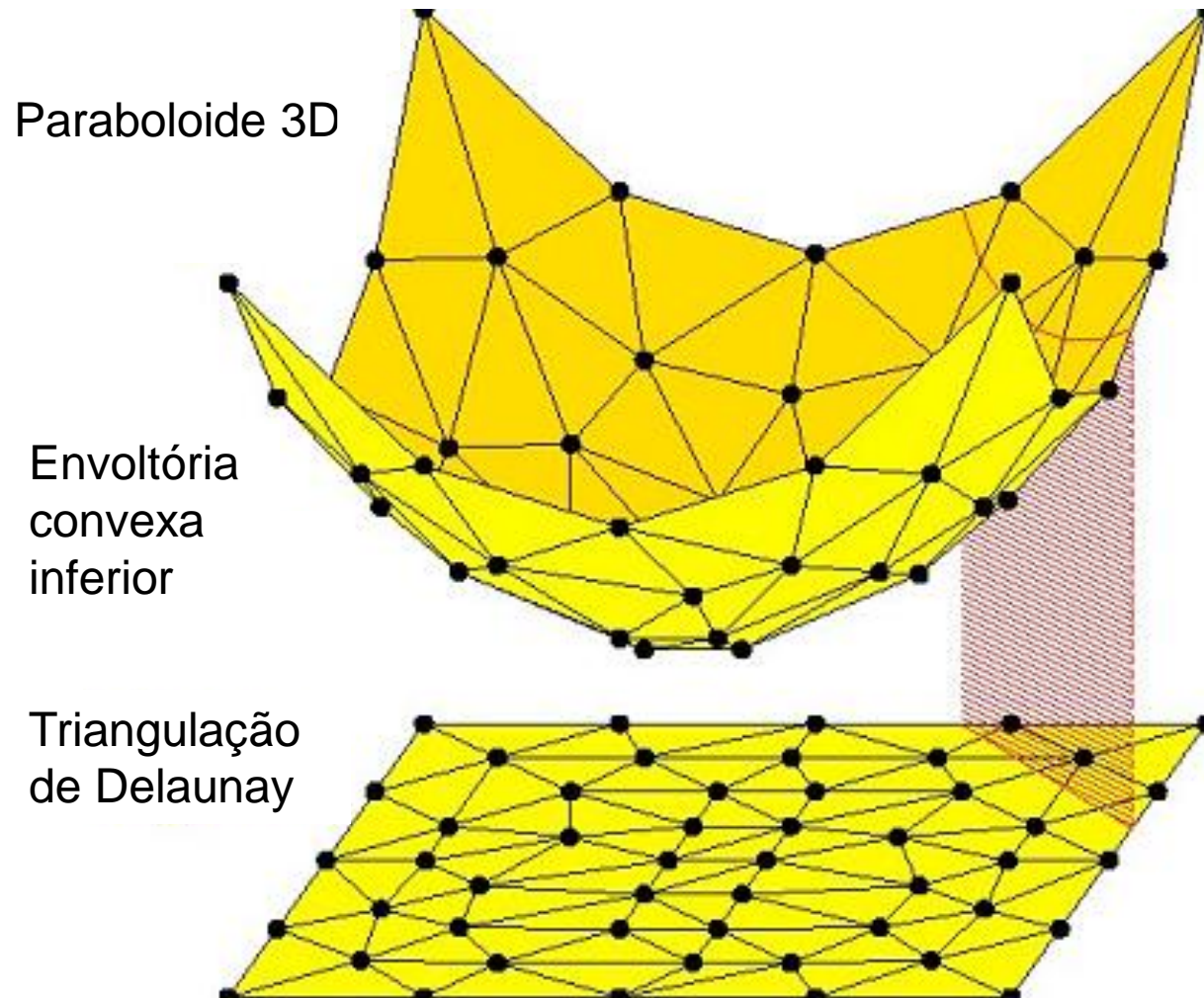


Projete os pontos 2D
sobre p parabolóide 3D

Calcule a envoltória
convexa inferior 3D

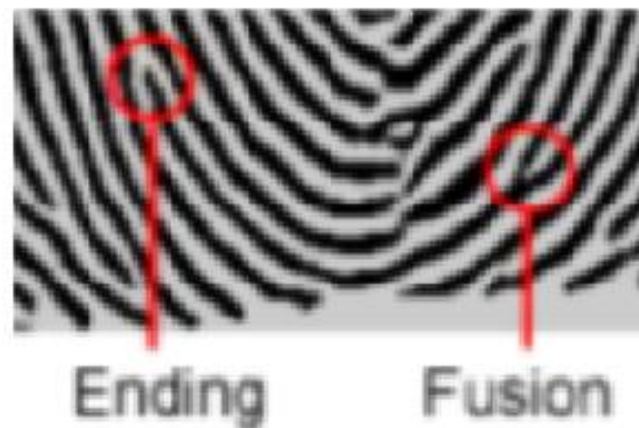
Projete as facetas 3D
de volta para o plano

LIFTING MAP



APLICAÇÕES

A característica de unicidade de uma digital se dá pela quantidade e posicionamento das “minúcias



APLICAÇÕES

Triangular os pontos correspondentes as minúcias utilizando Delaunay



APLICAÇÕES

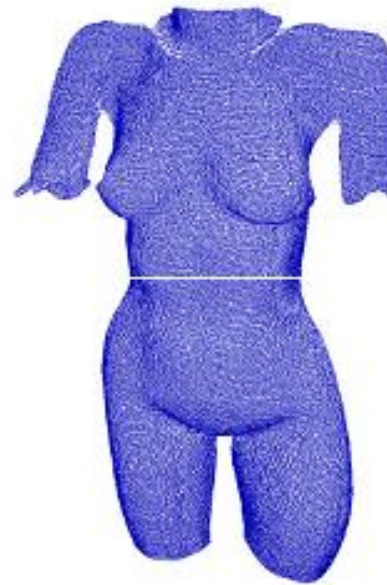
Scanner Antropométrico



Nuvem de pontos



Suavização



Malha Triangular



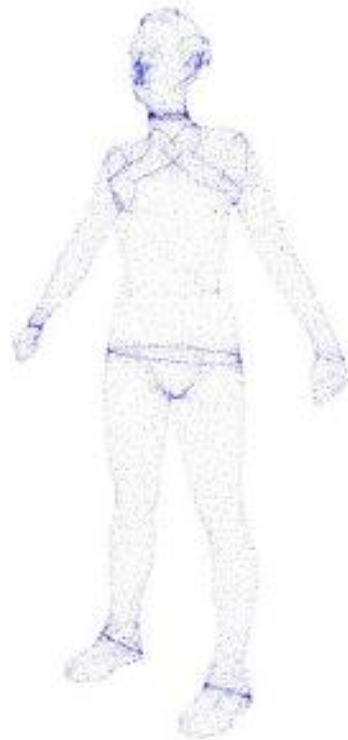
Superfície

APLICAÇÕES

Scanner Antropométrico



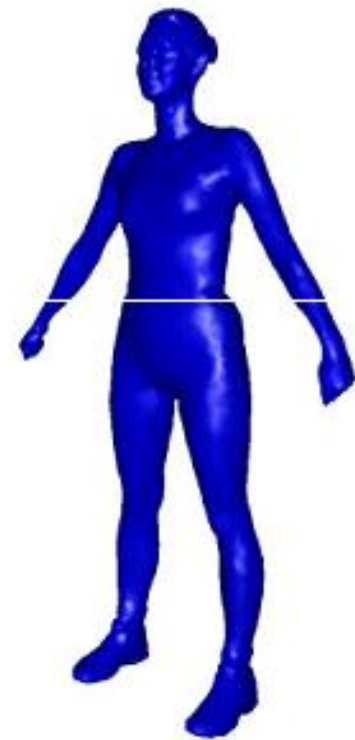
(a) Modelo



(b) Pontos



(c) Aramado



(d) Superfície

APLICAÇÕES

Planejamento e movimentação de robôs

