# Probabilidade

- **Espaço Amostral**: todos os resultados possíveis (moeda: K,C)
- **Probabilidade**: chance de um evento ocorrer
  - Escala de 0 a 1
    - 0 ==> certo de que **não vai acontecer**
    - 1 ==> certo que **vai acontecer**
    - 0.5 ==> **igualmente** possível de acontecer ou de não acontecer
    - Ex1: **0.05 provavelmente não** vai acontecer, mas pode acontecer
    - Ex2: **0.95 provavelmente vai** acontecer, mas pode não acontecer

**Probabilidade Teórica**: o que a gente espera que aconteça ou o que deveria acontecer

$$P(E) = \frac{resultados}{espaçoamostral}$$

Ex: Jogar uma moeda pro alto. Se quero cara.

$$P(K) = \frac{1}{2} = 0.5$$

**Probabilidade Empírica**: a chance de algo acontecer baseado no que aconteceu em algum experimento

Ex: Jogar uma moeda pro alto 100 vezes. Obtenho 56 caras.

$$P(K) = \frac{56}{100} = 0.56$$

**Lei dos grandes números (LGN)**: quanto mais experimentos eu faço, mais perto a probabilidade empírica se aproxima da probabilidade teórica

Ex: Se jogar uma moeda pro alto 10.000 vezes, estará mais perto de 50% de probabilidade de dar cara do que jogando apenas 100 vezes. Se jogar 1.000.000 vezes, mais perto de 50% estará do que 10.000 vezes...

**Probabilidade condicional**: P(B|A) >> probabilidade de B considerando que A já ocorreu

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

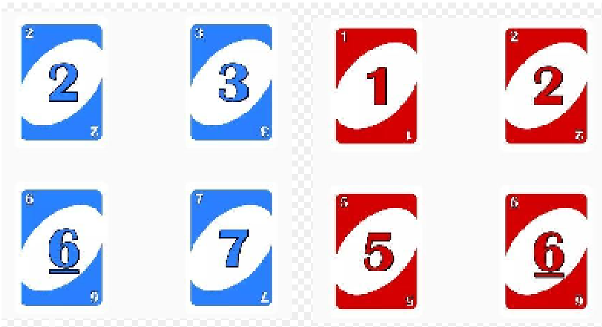
**e: P(A e B)**: probabilidade dos dois ocorrerem juntos

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

**ou: P(A ou B)**: probabilidade de A ocorrer ou B ocorrer ou os dois ocorrerem

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

**Exercícios**: oito cartas de UNO, sendo quatro azul e quatro vermelhas.




1. Probabilidade de ser Azul **e** Par

$$P(Azul \cap Par) = \frac{4}{8} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0.25$$

2. Probabilidade de ser Azul sabendo que a carta **é Par**

$$P(Azul|Par) = \frac{P(Azul \cap Par)}{P(Par)} = \frac{2/8}{4/8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5$$

3. Probabilidade de ser Azul **ou** Par

$$P(Azul \cup Par) = P(Azul) + P(Par) - P(Azul \cap Par) = \frac{4}{8} + \frac{4}{8} - \frac{2}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0.75$$

4. Probabilidade de pegar aleatoriamente duas cartas Azul **sem substituição**

$$P(Azul_1 \cap Azul_2) = P(Azul_1) \cdot P(Azul_2) = \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{7} = \frac{3}{14} = 0.2143$$

**Eventos independentes**: quando um evento ocorre não modifica a chance de outro evento ocorrer.
Ex: Cara ou Coroa. Podemos representá-los de três formas:

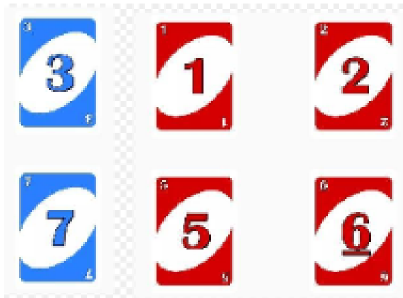
- $P(A|B) = P(A)$
- $P(B|A) = P(B)$
- $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

**Mutuamente Exclusivo**: ambos não podem acontecer ao mesmo tempo.
Ex: Ao jogar um cubo, sejam A = números ímpares menores do que 4, B = números maiores do que 3

- $A = [1, 3]$
- $B = [4, 5, 6]$
- $P(A \cap B) = 0$

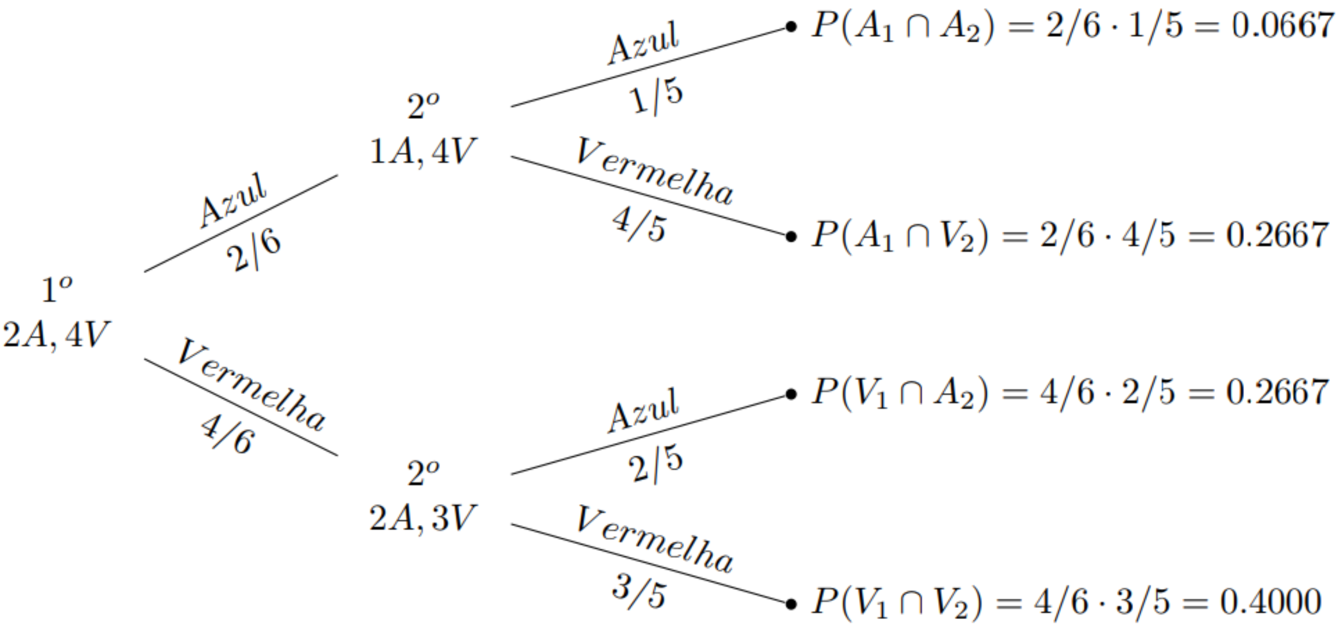
# Diagrama de Árvore

Uma maneira de solucionar problemas de Probabilidade Condicional




Considerando a imagem acima, onde temos um total de 6 cartas, sendo 2 azuis e 4 vermelhas. Ao colocar essas cartas numa bolsa, retiraremos duas cartas em sequência, sem substituição. Responda qual a probabilidade em cada um dos seguintes cenários:

1. `Azul na primeira, Azul na segunda.`
2. `Azul na primeira, Vermelha na segunda.`
3. `Vermelha na primeira, Azul na segunda.`
4. `Vermelha na primeira, Vermelha na segunda.`




# Probabilidade Condicional x Teorema de Bayes

## Probabilidade Condicional

Probabilidade da carta ser **vermelha** sabendo que a carta **é ímpar**

$$P(vermelha|ímpar) = \frac{P(vermelha \cap ímpar)}{P(ímpar)} = \frac{2/6}{4/6} = \frac{1/3}{2/3} = \frac{1}{2} = 0.5$$

# Teorema de Bayes

Uma forma de calcular probabilidade condicional de uma hipótese dada uma nova evidência. $P(A|B)$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

O Teorema de Bayes depende de três fatores:

1. A probabilidade de um evento ocorrer dada uma Hipótese $P(B|A)$
2. Probabilidade anterior da Hipótese $P(A)$
3. Probabilidade anterior da Evidência $P(B)$

Probabilidade de ter escolhido uma carta vermelha, sabendo que a carta é ímpar.

- **A** = carta vermelha
- **B** = carta ímpar
  - $P(A|B) = P(vermelha|ímpar) = ?$
  - $P(B|A) = P(ímpar|vermelha) = 1/2$
  - $P(A) = P(vermelha) = 4/6 = 2/3$
  - $P(B) = P(ímpar) = 4/6 = 2/3$

$$P(vermelha|ímpar) = \frac{1/2 \cdot 2/3}{2/3} = \frac{1}{2} = 0.5$$

## Teorema de Bayes

Considere duas moedas em uma bolsa: uma comum, outra viciada (possui cara nos dois lados). Você retira uma moeda sem ver qual está pegando, joga para o alto, dá cara. Qual a probabilidade de você ter escolhido a moeda viciada sabendo que deu cara?

- **A** = moeda viciada
- **B** = cara
  - $P(A|B) = P(viciada|cara) = ?$
  - $P(B|A) = P(cara|viciada) = 1$ # 100%
  - $P(A) = P(viciada) = 1/2$
  - $P(B) = P(cara) = 3/4$

$$P(viciada|cara) = \frac{1 \cdot 1/2}{3/4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0.6666$$

### Probabilidade Condicional

probabilidade de você ter **escolhido a moeda viciada** sabendo que deu **cara**

$$P(viciada|cara) = \frac{P(viciada \cdot cara)}{P(cara)} = \frac{1/2 \cdot 1}{3/4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0.6666$$

**Conclusão**: como observado, ambas as fórmulas produzem o mesmo resultado, porém a forma de interpretar é diferente.