

# Otimização de Sistemas

Prof. Sandro Jerônimo de Almeida, PhD.



# Solução Gráfica de Modelos Simples

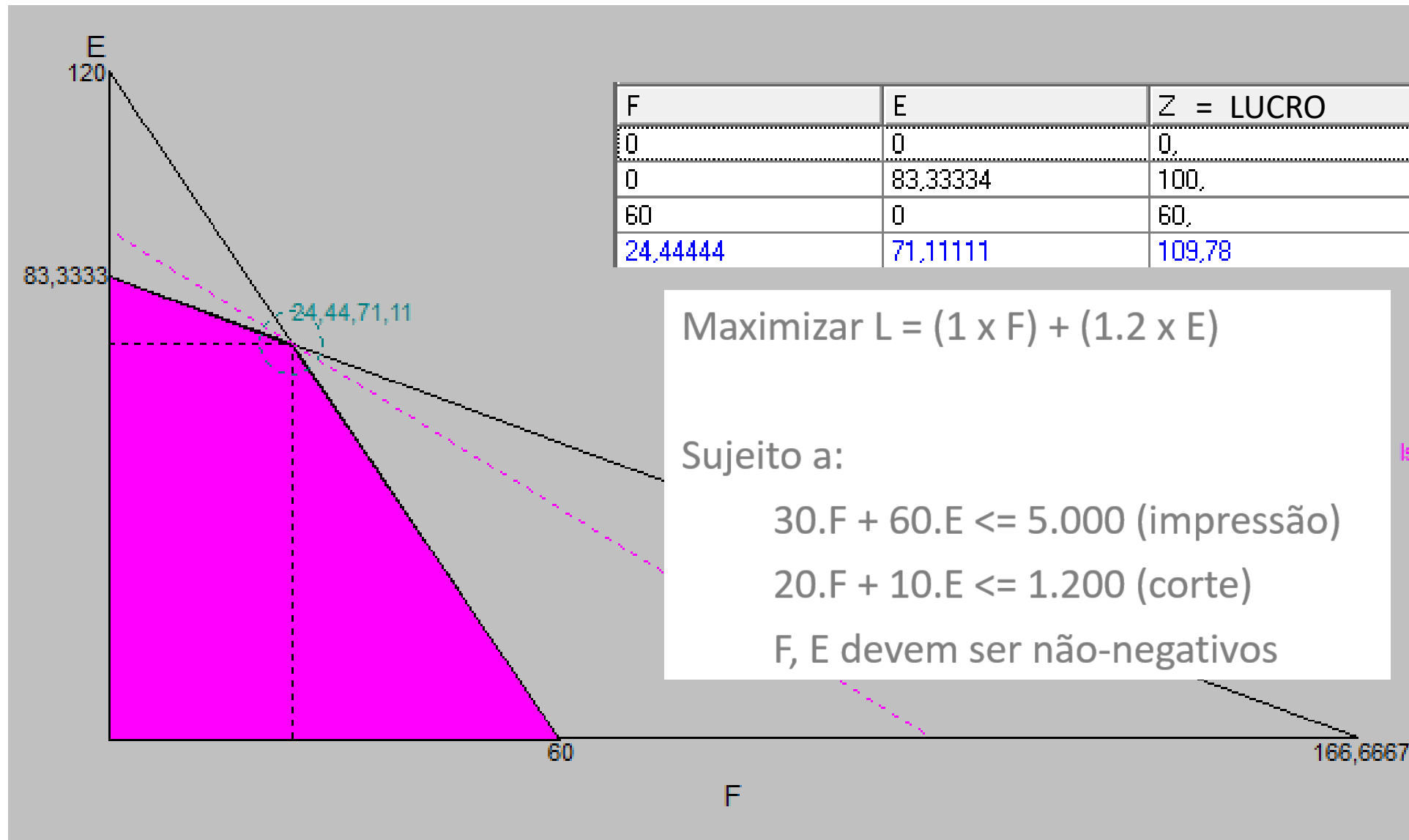


# Solução Gráfica

- Modelos simples: até duas variáveis
- Representação do espaço de soluções viáveis
- Identificar a tendência de crescimento da função objetivo e o(s) ponto(s) ótimo(s)



# Exemplo: produção de Flyers e Folders



# Terminologias

- **Solução viável:** possui todas restrições satisfeitas
- **Solução inviável:** pelo menos uma das restrições é violada
- **Região de soluções viáveis:** conjunto de todas as soluções viáveis
- **Solução ótima:** é uma solução do problema com maior ou valor para a função objetivo
- **Múltiplas soluções ótimas:** problema possui mais de uma solução ótima.
- **Nenhuma solução ótima:** problema é inviável ou ilimitado



# Solução Gráfica - Etapas

- 1) Para cada uma das restrições definir e plotar sua reta correspondente. Definir a lado viável da restrição.
- 2) Definir um ou dois valores para a função objetivo e plotar as retas correspondentes (simulação de valores).
- 3) Identificar a direção de crescimento da função objetivo e identificar o ponto ótimo (máximo ou mínimo)
- 4) Determinar as coordenadas do ponto ótimo e o valor da função objetivo naquele ponto



# Exemplo

Maximizar Lucro =  $4X_1 + 1X_2$

Sujeito a:

$$2X_1 + 3X_2 \leq 12$$

$$2X_1 + 1X_2 \leq 8$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$



# Exemplo - Etapas

- 1) Para cada uma das restrições definir e plotar sua reta correspondente. Definir o lado viável da restrição.

**Maximizar** Lucro =  $4X_1 + 1X_2$

Sujeito a:

$$2X_1 + 3X_2 \leq 12 \rightarrow$$

$$2X_1 + 1X_2 \leq 8 \rightarrow$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Transformar em igualdade

$$2X_1 + 3X_2 = 12$$

$$X_1 = 0 \mid X_2 = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$X_1 = \underline{\hspace{1cm}} \mid X_2 = 0$$

$$2X_1 + 1X_2 = 8$$

$$X_1 = 0 \mid X_2 = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$X_1 = \underline{\hspace{1cm}} \mid X_2 = 0$$





# Exemplo – Região Viável

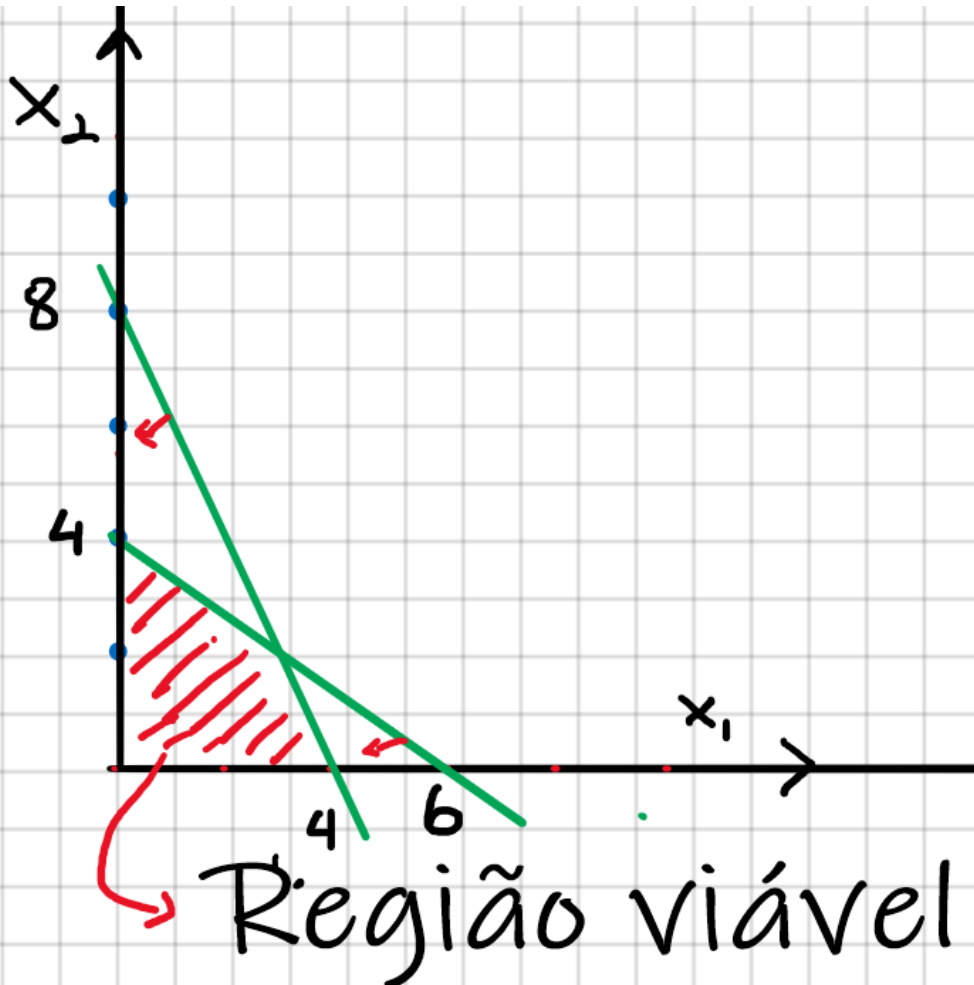
Maximizar Lucro =  $4X_1 + 1X_2$

Sujeito a:

$$2X_1 + 3X_2 \leq 12$$

$$2X_1 + 1X_2 \leq 8$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$



# Exemplo - Etapas

2) Definir um ou dois valores para a função objetivo e plotar as retas correspondentes (simulação de valores).

**Maximizar** Lucro =  $4X_1 + 1X_2$

Sujeito a:

$$2X_1 + 3X_2 \leq 12$$

$$2X_1 + 1X_2 \leq 8$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Simulação de valores

$$4X_1 + 1X_2 = 8$$

$$X_1 = 0 \mid X_2 = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$X_1 = \underline{\hspace{1cm}} \mid X_2 = 0$$

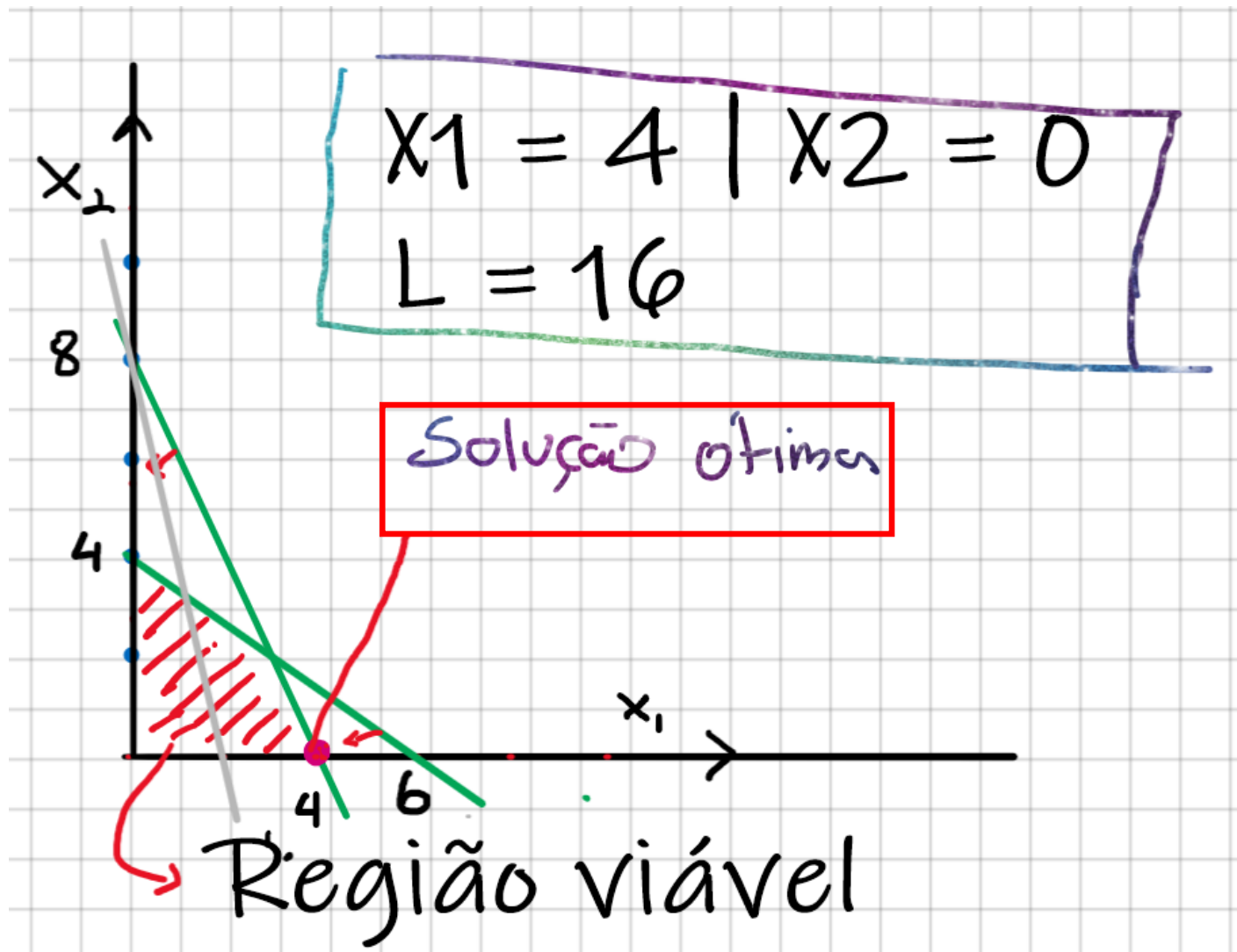
$$4X_1 + 1X_2 = 12$$

$$X_1 = 0 \mid X_2 = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$X_1 = \underline{\hspace{1cm}} \mid X_2 = 0$$



# Exemplo – Solução ótima



$$\text{Max Lucro} = 4x_1 + 1x_2$$

Sujeito a:

$$2x_1 + 3x_2 \leq 12$$

$$2x_1 + 1x_2 \leq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

# Exercícios

Apresente a solução gráfica para os seguintes problemas

1. Maximizar  $LUCRO = 2x + 3y$

Sujeito a:  $-x + 2y \leq 4$

$x + 2y \leq 6$

$x + 3y \leq 9$

$x \geq 0; y \geq 0$

2. Maximizar  $RECEITA = 0,3x + 0,5y$

Sujeito a:  $2x + y \leq 2$

$x + 3y \leq 3$

$x \geq 0; y \geq 0$

**Importante destacar no gráfico**

- Região viável
- Inclinação da função objetivo
- Ponto ótimo
- Valores da solução ótima

