

### Lista de Exercícios IV – Dualidade e Programação Linear Inteira

1. Apresente a formulação **Dual** correspondente ao seguinte problema de programação Linear (primal):

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \text{Sujeito a} \quad & \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad i = \{1, 2, \dots, m\} \\ \text{e} \quad & x_j \geq 0 \quad j = \{1, 2, \dots, n\} \end{aligned}$$

2. Seja o seguinte problema:

Uma empresa produz escrivaninhas, mesas e cadeira. Cada mobília requer uma quantidade de madeira (m<sup>2</sup>), horas de acabamento e horas de carpintaria. As disponibilidades e custos necessários para a produção de cada mobília, assim como o seu lucro são apresentados a seguir:

Recurso	Escrivaninha	Mesa	Cadeira	Disponibilidade
Madeira (m <sup>2</sup> )	8	6	2	48
Horas de acabamento	3	2	1	20
Horas de carpintaria	2	2	1	8
Lucro (\$)	60	30	20	--

Assuma que cada móvel produzido é vendido que soluções fracionadas são aceitas.

- Apresente a formulação do problema primal para maximizar o lucro.
- Uma segunda interpretação pode ser dada a esse problema. Apresente a formulação dual dessa interpretação.

Não deixe de indicar o que seriam as variáveis de decisão nas letras (a) e (b).

3. Obtenha o Dual e determine a solução pelo algoritmo Simplex-dual dos seguintes problemas de programação linear:

(a) Maximizar  $Z = 4x_1 + 3x_2$

(b) Maximizar  $Z = 2x_1 + 1x_2$

Sujeito a:  $8x_1 + 3x_2 \leq 24$

$5x_1 + 6x_2 \leq 30$

$1x_1 + 2x_2 \leq 9$

$x_1, x_2 \geq 0$

Sujeito a:  $1x_1 + 2x_2 \leq 7$

$-x_1 + x_2 \leq 0$

$6x_1 + 2x_2 \leq 21$

$x_1, x_2 \geq 0$

4. Utilizando o método *Branch-and-Bound*, determinar soluções ótimas inteiras para os problemas a seguir:

(a) Minimizar  $Z = 3x_1 + 2x_2$

(b) Maximizar  $Z = 4x_1 + 3x_2$

Sujeito a:  $8x_1 + 3x_2 \geq 24$

$5x_1 + 6x_2 \geq 30$

$1x_1 + 2x_2 \geq 9$

$x_1, x_2$  são inteiros

Sujeito a:  $1x_1 + 2x_2 \leq 7$

$-x_1 + x_2 \leq 0$

$6x_1 + 2x_2 \leq 21$

$x_1, x_2$  são inteiros

Mostre a árvore de execução do algoritmo. Utilize busca em largura.

Observação: em caso de empate na ramificação, escolha a variável de maior índice. Escolhida a variável, opte por primeiramente analisar primeiramente o valor maior da variável.

5. Utilizando python e a biblioteca `scipy` resolva o exercício 3.

Sugestão utilize o ambiente *Google Colab*.

Um exemplo está disponibiliza em:

<https://colab.research.google.com/drive/1w3EIwMwhTPRqlAcjGr2u3NCu9f335V0q?usp=sharing>