

# Otimização de Sistemas

Prof. Sandro Jerônimo de Almeida, PhD.



# Modelagem com Programação Linear



# Modelos Matemáticos

- Um modelo matemático é uma representação ou interpretação simplificada da realidade, ou uma interpretação de um fragmento de um sistema



# Tipos de Modelos

- Descritivos
- Preditivos
- Estatísticos
- Simulação
- Otimização



# Tipos de Modelo de Otimização

- 1) Programação Linear
- 2) Programação Linear Inteira / Mista
- 3) Programação Não-Linear



# Modelos de Programação Linear

## 1) Características

- Proporcionalidade
- Aditividade
- Divisibilidade
- Certeza (parâmetros)



# Modelos de Programação Linear

## Formulação Geral

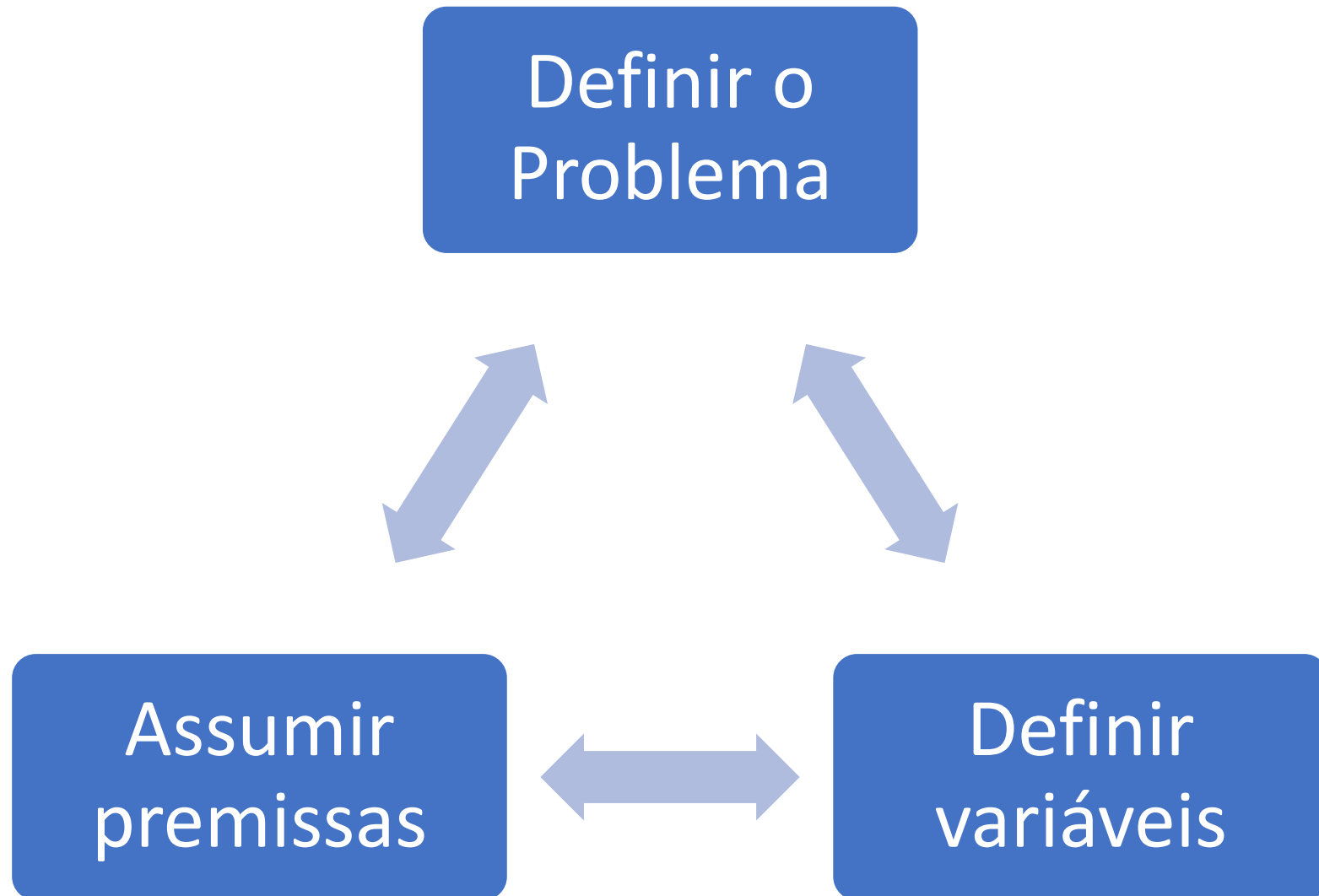
$$\text{Maximizar (minimizar): } z = \sum_{j \in N} c_j x_j, \quad N = \{1, \dots, n\} \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{j \in N} a_{ij} x_j \quad (\leq, = \text{ ou } \geq) \quad b_i, \quad i \in M = \{1, 2, \dots, m\} \quad (2)$$

$$x_j \geq 0, \quad j \in N \quad (3)$$



# Por onde começamos?



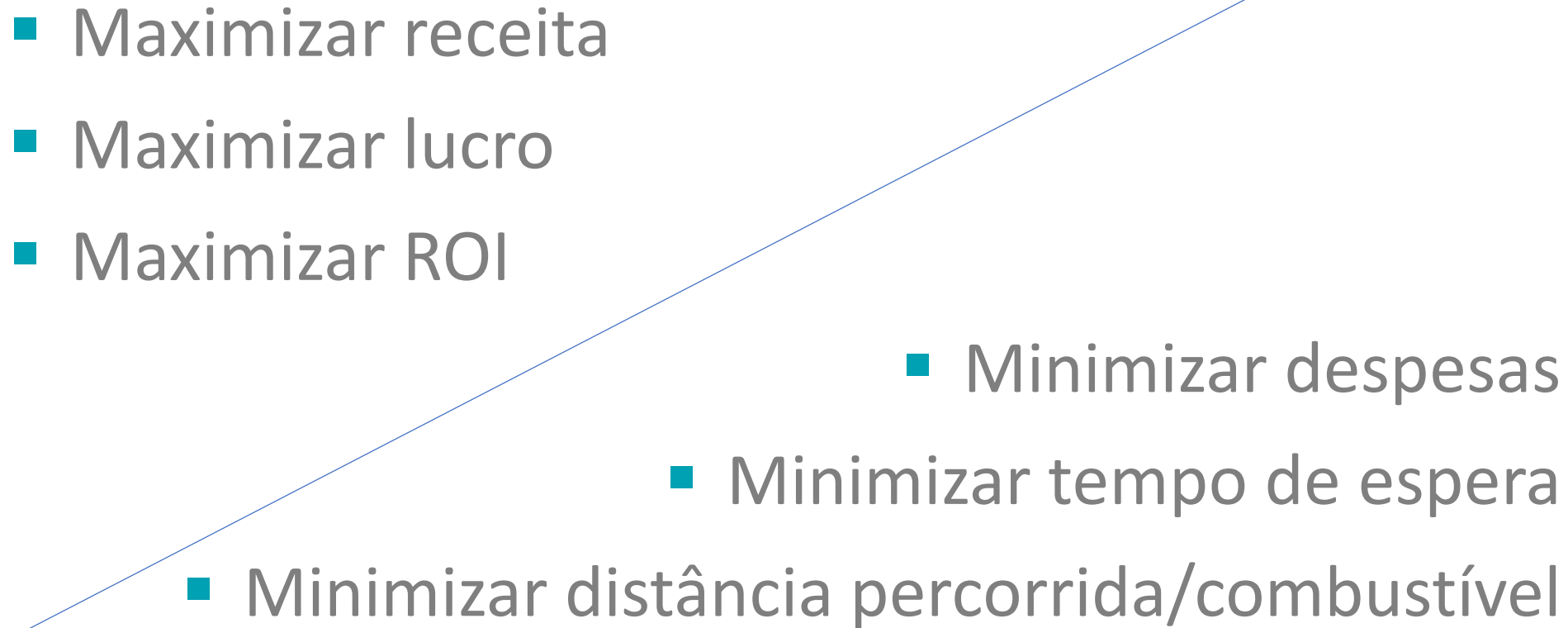


# Modelo de Otimização

- 1) Definição do objetivo: **maximizar ou minimizar**
- 2) Variáveis de decisão
- 3) Função objetivo
- 4) Restrições



# 1) Definição do Objetivo

- 
- Maximizar receita
  - Maximizar lucro
  - Maximizar ROI
  - Minimizar despesas
    - Minimizar tempo de espera
    - Minimizar distância percorrida/combustível

Dica → Maximizar  $Z$  = Minimizar  $(-Z)$



# Variáveis de Decisão

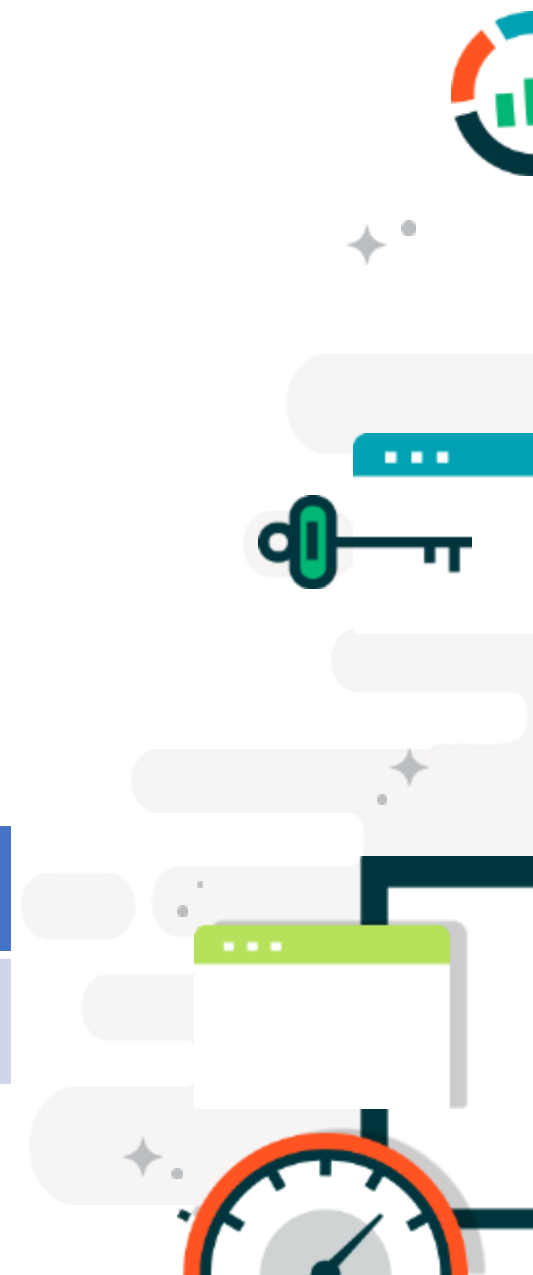
- Variáveis as quais buscamos valores ótimos
  - Estão diretamente relacionadas com o objetivo
- 
- Quantidade a ser produzido do produto A e B
  - Montante (R\$) a serem alocados para as filiais do Norte, Nordeste e Sudeste
  - N° de horas de estudos em cada matéria



# Função Objetivo

- Função matemática que associa as variáveis de decisão ao objetivo estabelecido
- $Lucro = 3,5A + 4B$

	Camisetas (A)	Bonés (B)
Lucro por unidade →	R\$ 3,50	R\$ 4,00



# Restrições

- Não é possível ter lucro infinito...
- Vamos buscar os melhores resultados obedecendo a restrições impostas (disponibilidades)

	Camisetas	Bonés	Disponibilidade (semana)
Tempo Costura e Borda	5 min	10 min	2.400 min (40h)
Tecido	1 m <sup>2</sup>	0,3 m <sup>2</sup>	1.200 m <sup>2</sup>
Lucro	R\$ 3,50	R\$ 4,00	

# Restrições

- Estamos sujeitos as seguintes restrições:
- $5A + 10B \leq 2.400$  (minutos)
- $1A + 0,3B \leq 1.200$  (m<sup>2</sup>)
- $A, B \geq 0$

	Camisetas	Bonés	Disponibilidade (semana)
Tempo Costura e Borda	5 min	10 min	2400 min (40h)
Tecido	1 m <sup>2</sup>	0,3 m <sup>2</sup>	1200 m <sup>2</sup>
Lucro	R\$ 3,50	R\$ 4,00	

# Modelo de Otimização

- Variáveis de Decisão

A → Quantidade de **camisetas** a serem produzidas

B → Quantidade de **bonés** a serem produzidos

- Modelo

**Maximizar** Lucro =  $3,5A + 4B$

Sujeito a:

$$5A + 10B \leq 2.400 \text{ (minutos)}$$

$$1A + 0,3B \leq 1.200 \text{ (m}^2\text{)}$$

$$A, B \geq 0$$



# Exemplo da Pequena Gráfica





# Produção de Flyers e Folders

- Um gráfica deseja produzir *Flyers* ou *Folders* com o maior lucro possível
- Processos: impressão e corte

## Recursos

- 4 Impressoras dispõem de 5.000 minutos semanais
- Equipamento de corte dispõe de 1.200 minutos semanais



# Produção de Flyers e Folders

## Impressão

- 100 unidades de Flyers → 30 minutos
- 100 unidades de Folders → 60 minutos

## Corte

- 100 unidades de Flyers → 20 minutos
- 100 unidades de Folders → 10 minutos



# Produção de Flyers e Folders

## Lucratividade

- 100 unidades de Flyers → R\$ 1,00
- 100 unidades de Folders → R\$ 1,20



# Modelo de Otimização

- 1) Definição do objetivo: **maximizar ou minimizar**
- 2) Variáveis de decisão
- 3) Função objetivo
- 4) Restrições



# Produção de Flyers e Folders

- Objetivo: Maximizar Lucro

## Variáveis de Decisão

- $F$  = Qtde. Lotes de *Flyers* a serem produzidos
- $E$  = Qtde. Lotes de *Folders* a serem produzidos
- Função Objetivo



# Produção de Flyers e Folders

## Impressão

- 100 unidades de Flyers → 30 minutos
- 100 unidades de Folders → 60 minutos

## Corte

- 100 unidades de Flyers → 20 minutos
- 100 unidades de Folders → 10 minutos



# Produção de Flyers e Folders

Maximizar  $L = (1 \times F) + (1.2 \times E)$

Sujeito a:

$30.F + 60.E \leq 5.000$  (impressão)

$20.F + 10.E \leq 1.200$  (corte)

F, E devem ser não-negativos



# Produção de Flyers e Folders

