

Sensory w Aplikacjach Wbudowanych

Charakterystyki współczesnych czujników

dr hab. inż. Cezary Worek, prof. AGH

(na bazie materiałów dra inż. Wojciech Maziarz)

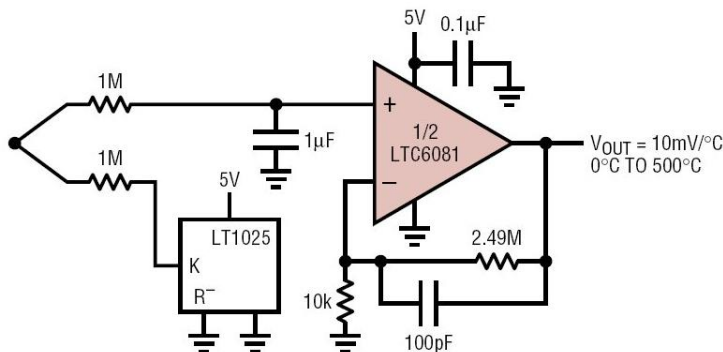
Wydział IET, Instytut Elektroniki

Kontakt: worek@agh.edu.pl

Czujnik w systemie pomiarowym



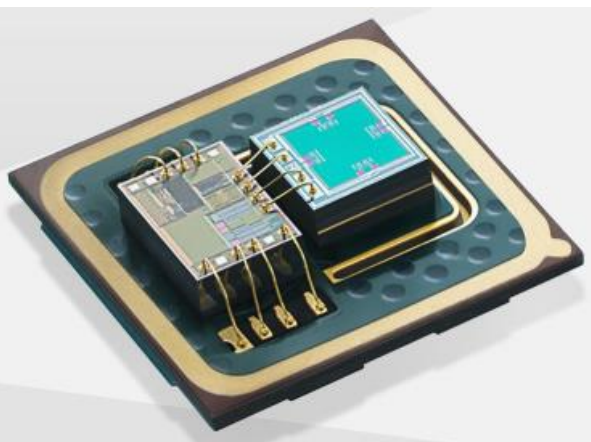
czujnik



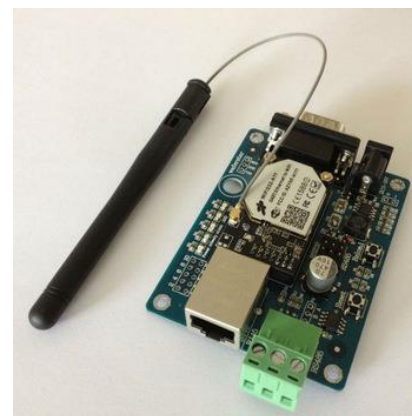
Obwód kondycjonowania



Urządzenie końcowe
(np. wyświetlacz, logger)

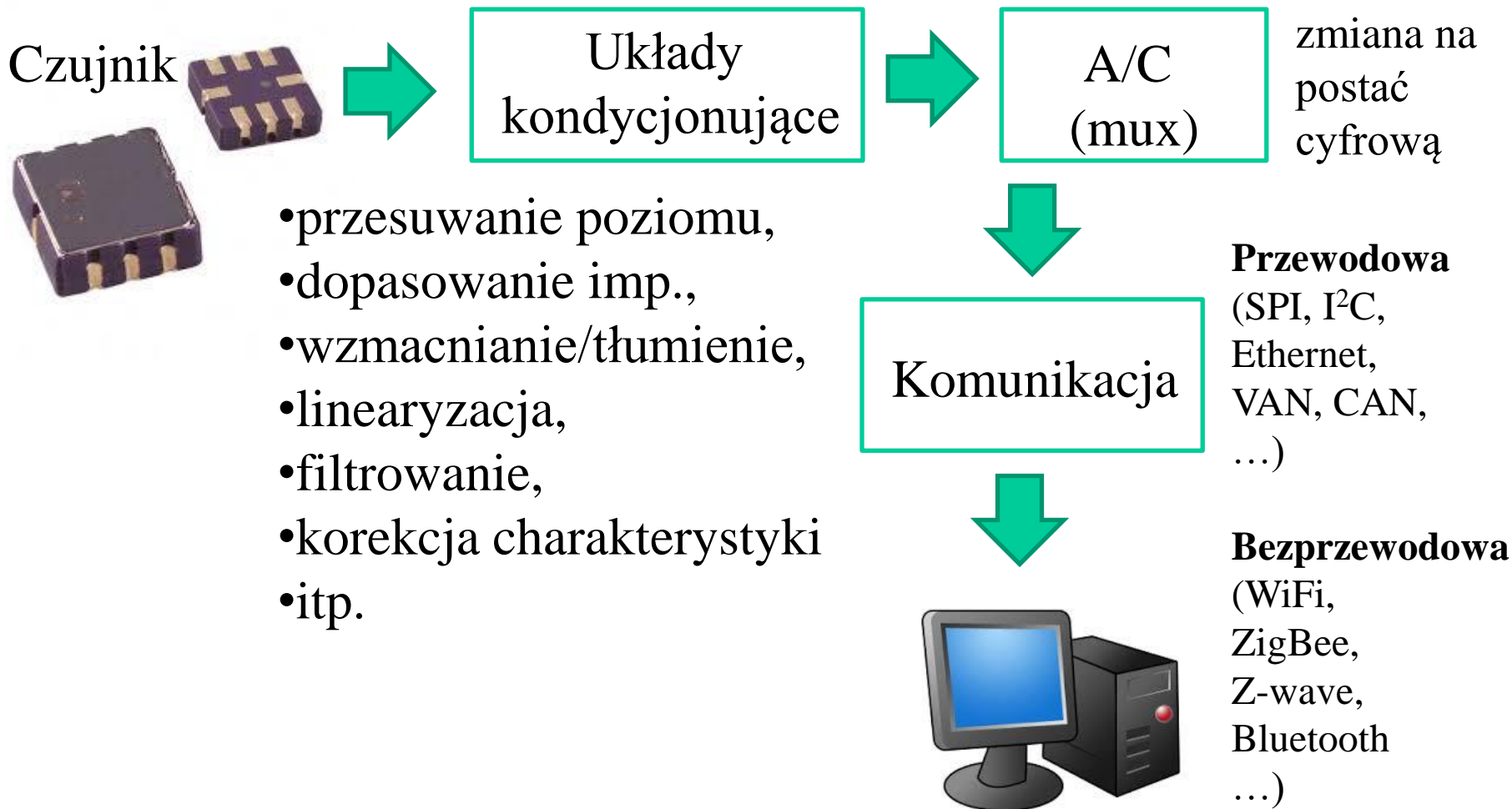


czujnik zintegrowany + układ manipulacji
na danych + układ konwersji danych



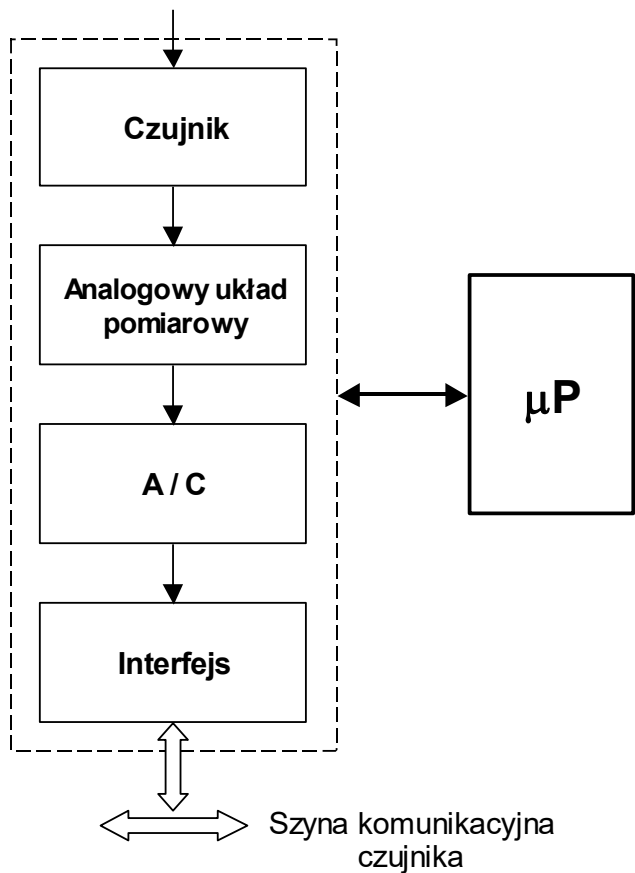
Obwód przesyłania
informacji

Czujnik zintegrowany



Czujnik inteligentny

Smart Sensor

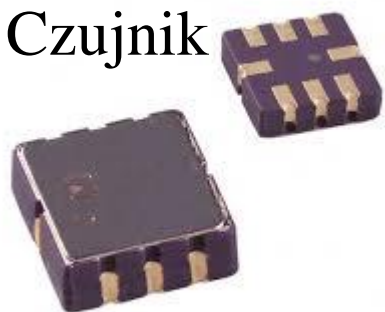


Istotne cechy czujnika inteligentnego:

- *integracja z układem pomiarowym*
- *samotestowanie*
- *sygnalizacja uszkodzeń*
- *autokalibracja*
- *charakterystyka kształtowana cyfrowo*
- *wieloparametrowa kompensacja zakłóceń*
- *sygnał wyjściowy w standardzie (np. I²C)*

Czujnik inteligentny

Czujnik



Układy
kondycjonujące



uC
(A/C, mux,
przetwarzanie
sygnału,
komunikacja,
RAM, ROM)



MEMS

Przetwarzanie energii w czujnikach

Wielkość mierzona

Chemiczna (związki: pierwiastki, koncentracje, stany)

Akustyczna (amplituda fali, faza, polaryzacja, widmo, prędkość)

Biologiczna (biomasa: elementy, koncentracje, stany)

Elektryczna (ładunek, natężenie prądu, potencjał, napięcie, pole elektryczne, przewodnictwo, przenikalność)

Optyczna (amplituda fali, faza, polaryzacja, widmo, prędkość)

Magnetyczna (pole magnetyczne: amplituda, faza, polaryzacja, strumień magnetyczny, przenikalność magnetyczna)

Mechaniczna (położenie: liniowe lub kątowe, prędkość, przyspieszenie, siła, naprężenie, ciśnienie, odkształcenie, masa, gęstość, moment siły, przepływ, szybkość transportu masy, nierówności powierzchni, orientacja, sztywność, lepkość)

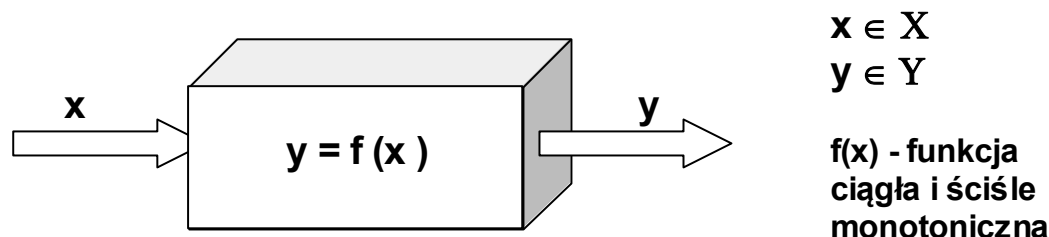
Radiacyjna (rodzaj, energia, natężenie)

Termiczna (temperatura, strumień ciepła, ciepło właściwe, przewodnictwo termiczne)

Praktyczne aspekty czujników

- Czułość (*sensitivity*)
- Zakres pomiarowy (*range*)
- Stabilność (krótko- i długoterminowa) (*stability*)
- Rozdzielczość (*resolution*)
- Selektywność (*selectivity*)
- Szybkość odpowiedzi (*response time*)
- Dopuszczalne warunki środowiskowe (*permissible env. conditions*)
- Dopuszczalne wartości graniczne (*permissible limit values*)
- Czas życia (*lifetime*)
- Odporność na zakłócenia (*immunity to interferences*)
- Postać sygnału wyjściowego
- Cena, rozmiar, waga, niezawodność itd.

Blok funkcjonalny czujnika



Blok funkcjonalny czujnika Czujnik z pojedynczym przetwarzaniem

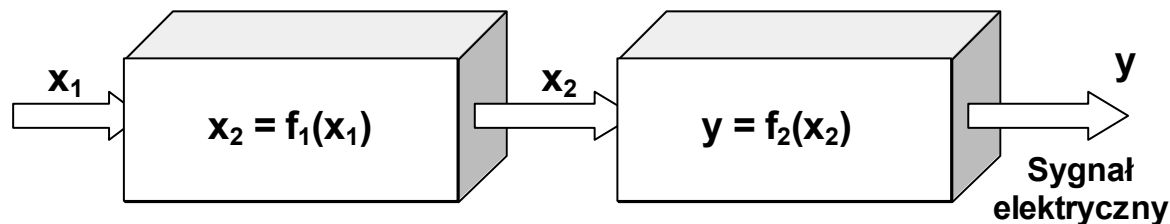
Czujnik rzeczywisty realizuje funkcję:

$$y = f(x) \cdot \varphi_1(x) \cdot \varphi_2(z)$$

$\varphi_1(x)$ - wpływ nie przewidziany przez producenta

$\varphi_2(z)$ - wpływ zakłóceń

Blok funkcjonalny czujnika



$$y = f(x_1)$$

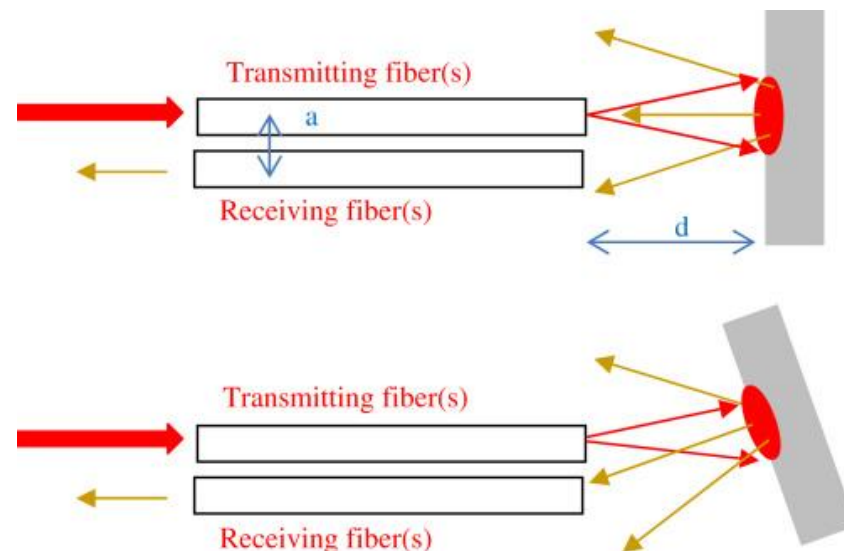
$$\begin{aligned} x_1 &\in X_1 \\ x_2 &\in X_2 \\ y &\in Y \end{aligned}$$

Czujnik z podwójnym przetwarzaniem

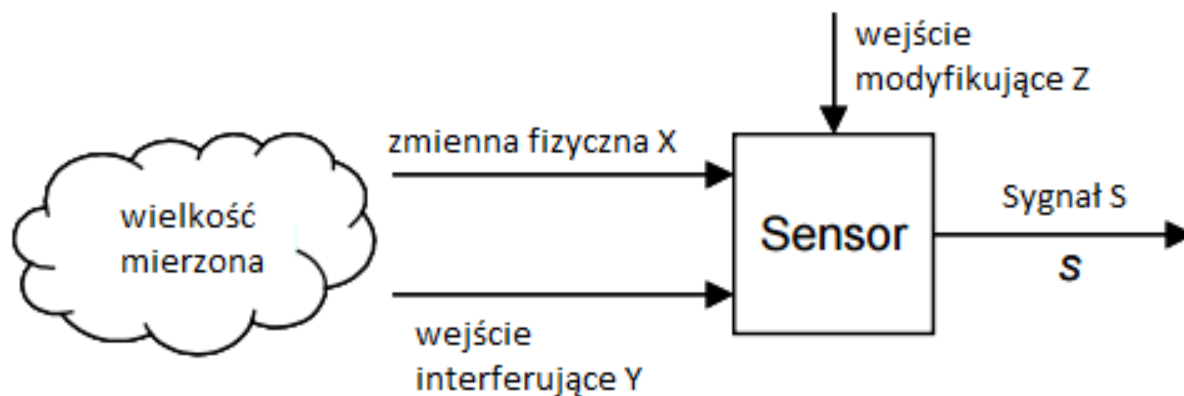
Przykłady:

światłowodowy odbiciowy czujnik przesunięcia lub kąta

(ew. siły, przyspieszenia, ciśnienia, – wielkości które da się przełożyć na przemieszczenie)

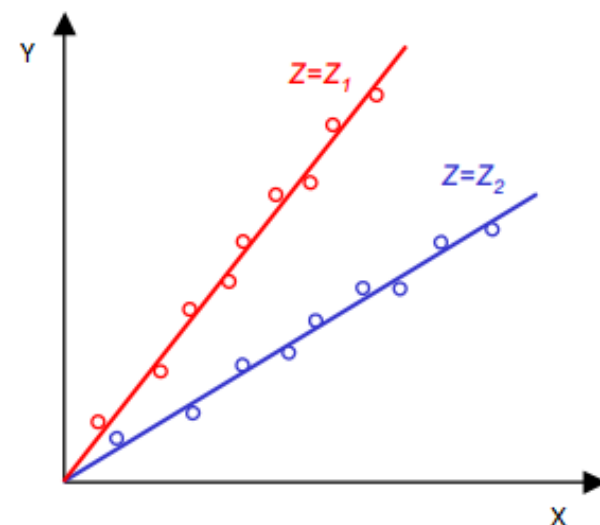


Wpływ zakłóceń na czujnik



Wejścia modyfikujące sygnał (Z) – zmieniają zachowanie czujnika, wpływają na sygnał wyjściowy, na postać funkcji przetwarzania czujnika (krzywą kalibracyjną).

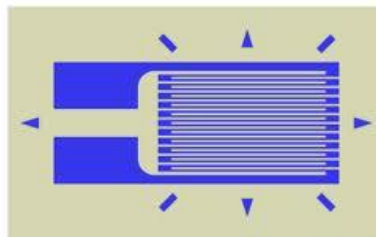
Przykład takiej wielkości?



Wpływ zakłóceń na czujnik - przykłady

Rezystancyjny czujnik tensometryczny – (ang. *strain gauge*)

$$R = R_0 + \Delta R$$



ΔR pochodzi od:

- zmian R na skutek naprężeń (sygnał pożądaný)
- zmian R na skutek zmian temperatury (sygnał zakłócający)

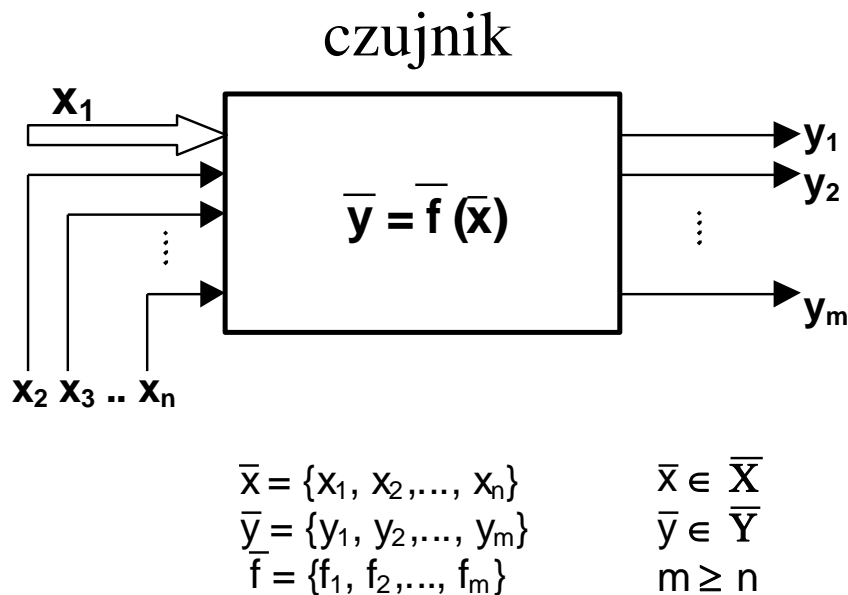
Termistor – sygnał wyjściowy: rezystancja R

Sygnał pożądaný: zmiana R pod wpływem temperatury

Zakłócenia: zmiana R pod wpływem światła, naprężeń



Wpływ zakłóceń – metoda eliminacji



Wpływ zakłóceń można ograniczyć wieloparametrową metodą pomiaru

Aby wyznaczyć x_1 rozwiązuje się układ równań:

$$y_1 = f_1(x_1 \dots x_n)$$

$$y_2 = f_2(x_1 \dots x_n)$$

.

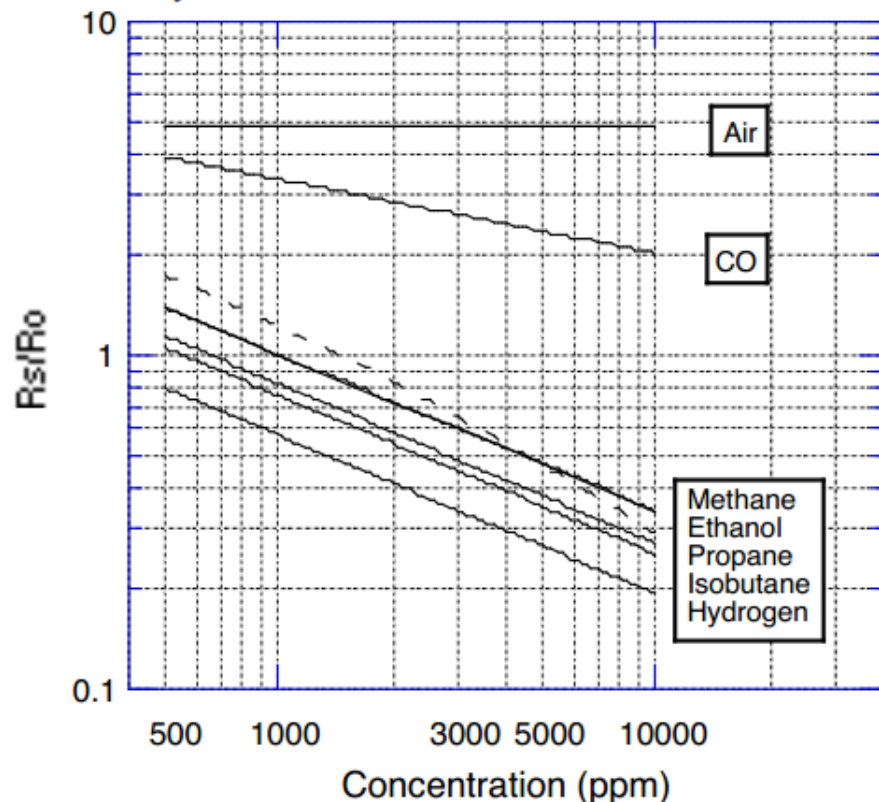
$$y_m = f_m(x_1 \dots x_n)$$

W praktyce trudności związane są bardziej z identyfikacją funkcji przetwarzania f_m niż z wektorem zakłóceń \bar{x} .

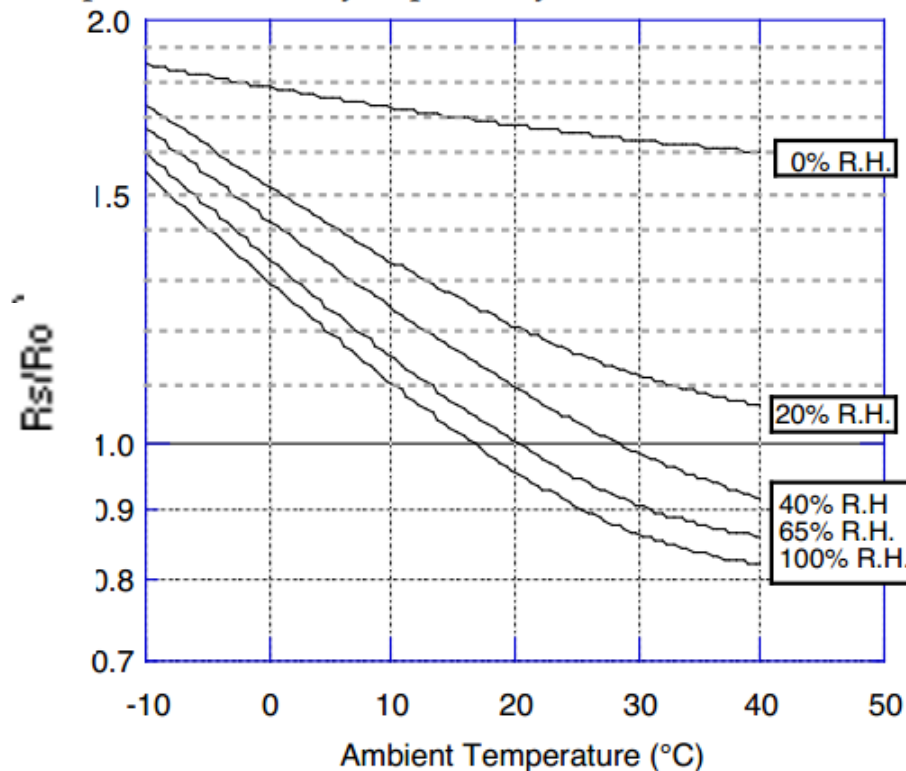
Systemy wbudowane oparte na uC: eliminacja wpływu szkodliwych czynników w czujniku, ułatwione pomiary wieloparametrowe.

Wpływ temperatury i wilgotności – przykład

Sensitivity Characteristics:



Temperature/Humidity Dependency:



Charakterystyki czujnika gazów palnych TGS 813 firmy Figarosensor Inc.

Statyczne charakterystyki czujników

Określają działanie czujnika w normalnych warunkach otoczenia:

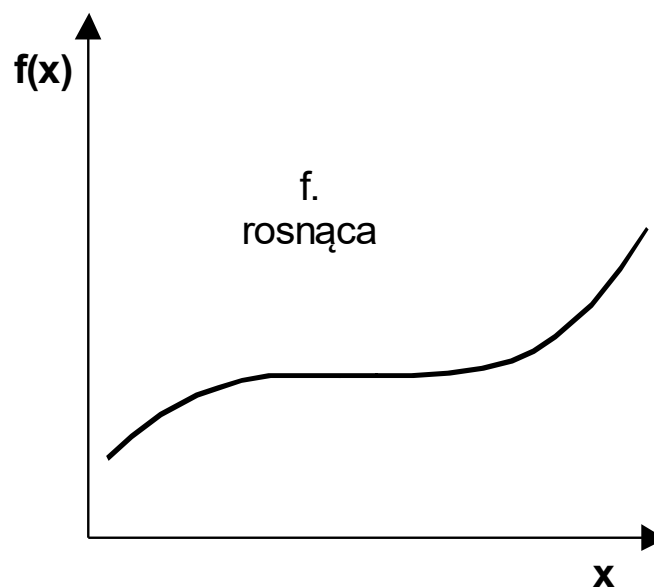
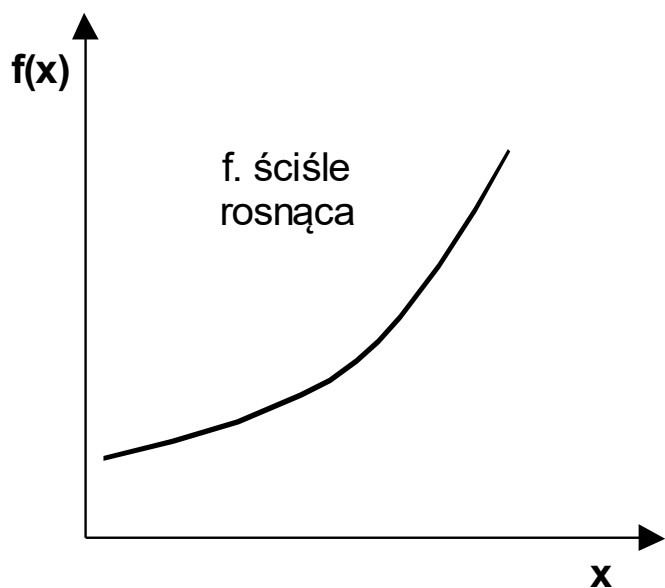
- dla niezmienniej wielkości wejściowej
- lub
- przy bardzo powolnych zmianach wielkości wejściowej.

Istotne zagadnienia:

- kalibracji
- histerezy
- powtarzalności/precyzji
- liniowości
- czułości
- rozdzielczości
- selektywności
- progu działania
- dryfu, dryfu zera
- impedancji wejściowej, wpływu obciążenia

Statyczne charakterystyki czujników

Funkcja przetwarzania czujnika $f(x)$

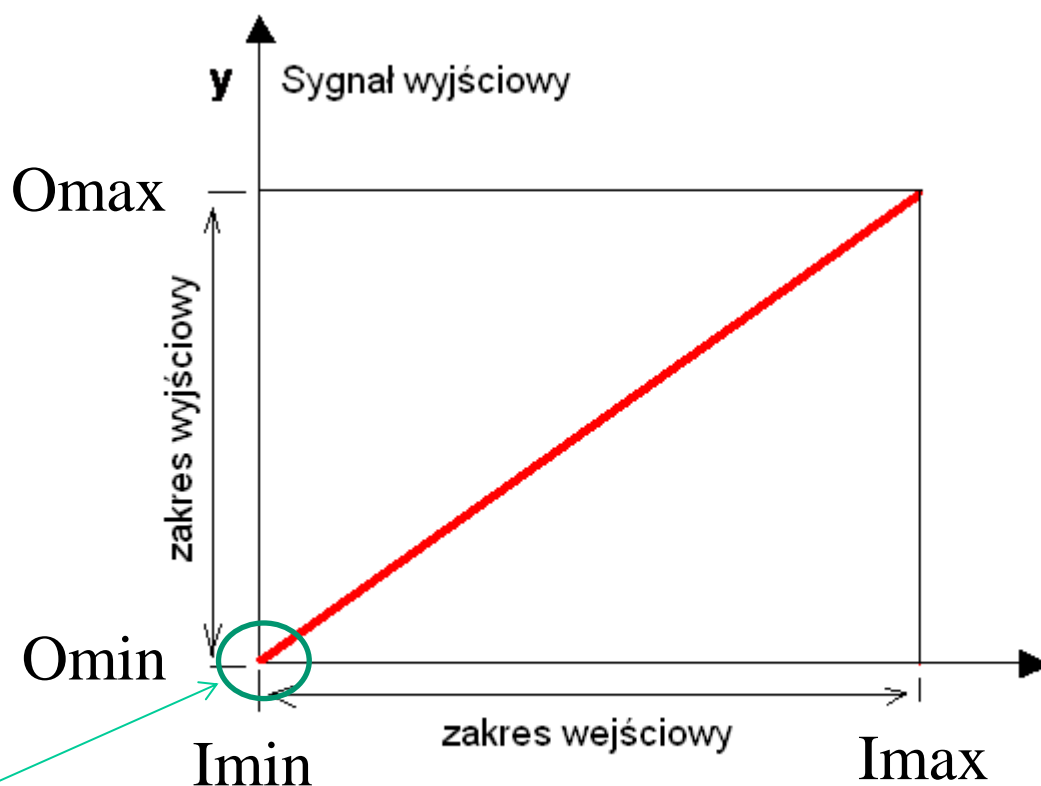


Funkcje monotoniczne

Funkcja rosnąca nie odwzorowuje w sposób jednoznaczny!

Statyczne charakterystyki czujników

Zakres zmian sygnału wejściowego i wyjściowego



Zakres sygnału
wejściowego:
 $I_{\max} - I_{\min}$

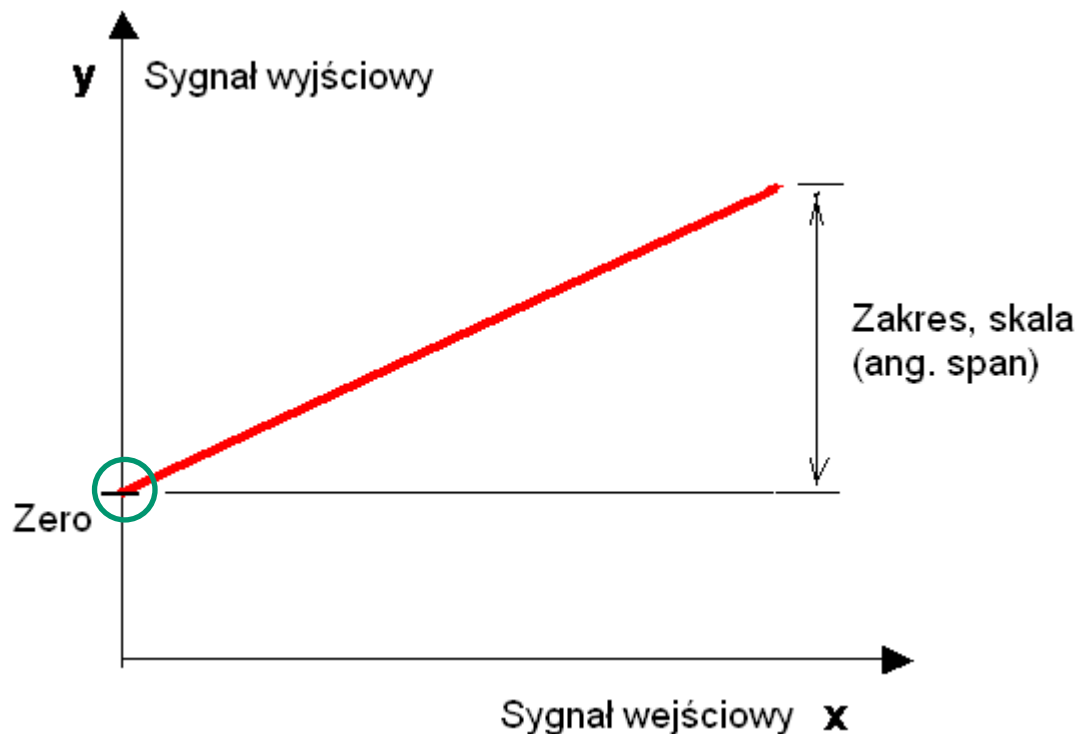
Zakres sygnału
wyjściowego:
 $O_{\max} - O_{\min}$

ZERO

Sygnał wejściowy x

Statyczne charakterystyki czujników

Zakres pomiarowy, zero



Pełny zakres pomiarowy (FSO):

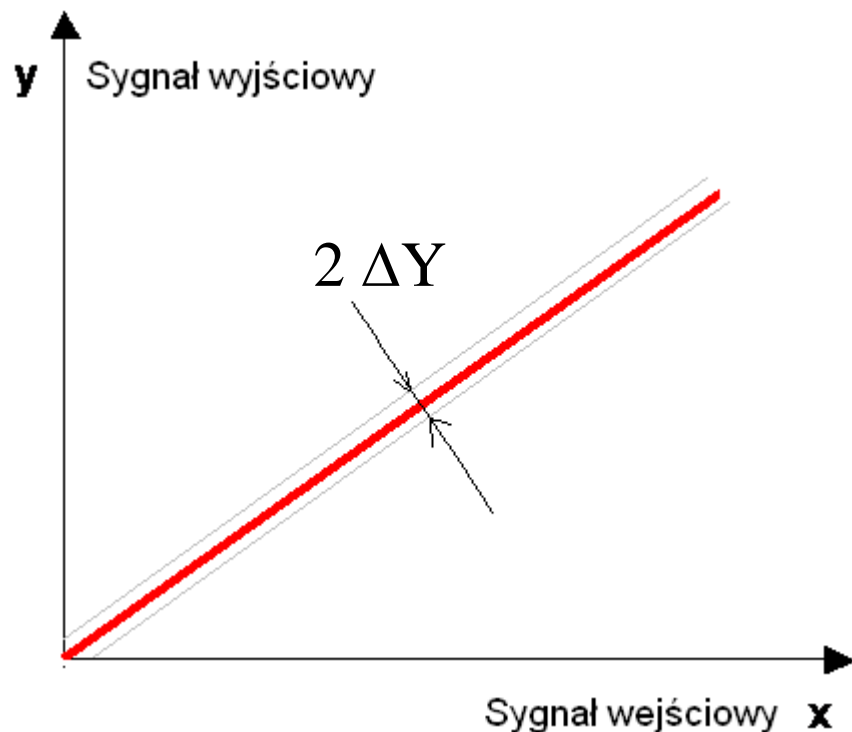
przedział mierzonej wielkości wyjściowej
 $O_{\max} - O_{\min}$

Zero:

Poziom sygnału na wyjściu przy zerowym sygnale wejściowym

Statyczne charakterystyki czujników

Dokładność, błąd charakterystyki



Zakres błędu określenia wielkości związany z konkretnym wykonaniem czujnika

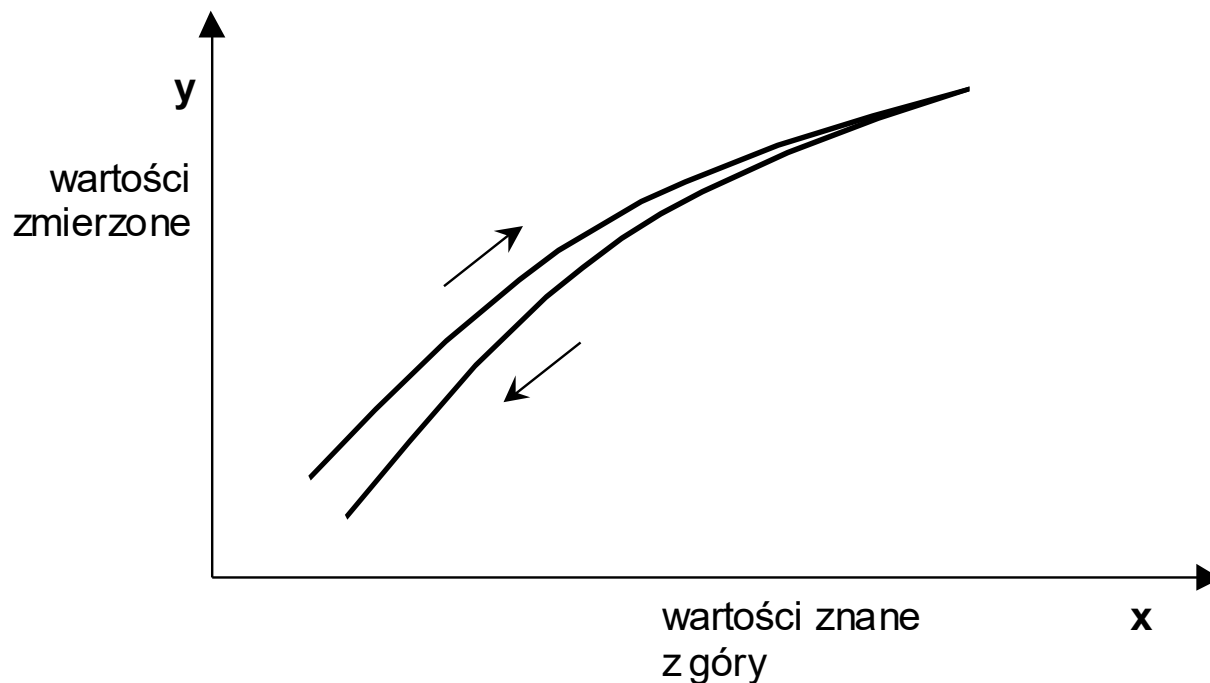
Pasma błędu określane ze statystyki (funkcja gęstości)

Błąd bezwzględny = wynik – wartość rzeczywista

Błąd względny = (błąd bezwzględny) / (wartość rzeczywista)

Statyczne charakterystyki czujników

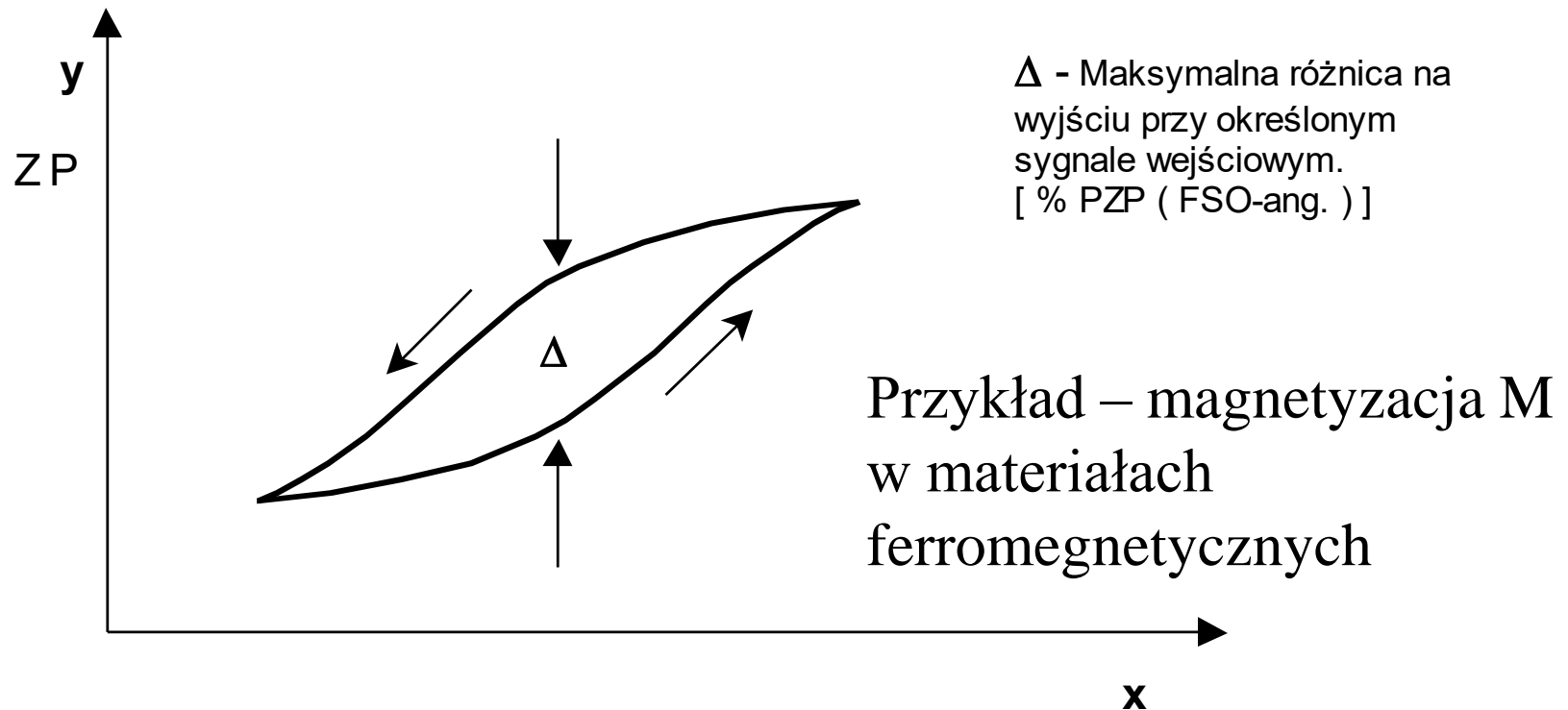
Wzorcowanie (kalibracja)



Przyrząd jest wzorcowany w określonej ilości punktów poprzez zadanie znanych wartości sygnału na wejściu i zmierzenie odpowiedzi wyjściowej układu

Statyczne charakterystyki czujników

Histereza



FSO – Full Scale Output

PZP – Pełny Zakres Pomiarowy

Statyczne charakterystyki czujników

Precyzja - zdolność do uzyskania tego samego odczytu przy kolejnych pomiarach przy określonych i powtarzalnych warunkach.

Precyzja jest odniesiona do **wariancji** wielu wartości zmierzonych. Jest konieczna, ale nie wystarczająca do dokładności.

Z precyzją blisko związane są:

Powtarzalność (*repeatability*) – precyzja pomiaru wartości w krótkim okresie

Reprodukowalność (*reproducibility*) – precyzja pomiaru wartości w długim okresie, uzyskanych przez różnych mierzących, za pomocą różnych mierników, w różnych laboratoriach itd.

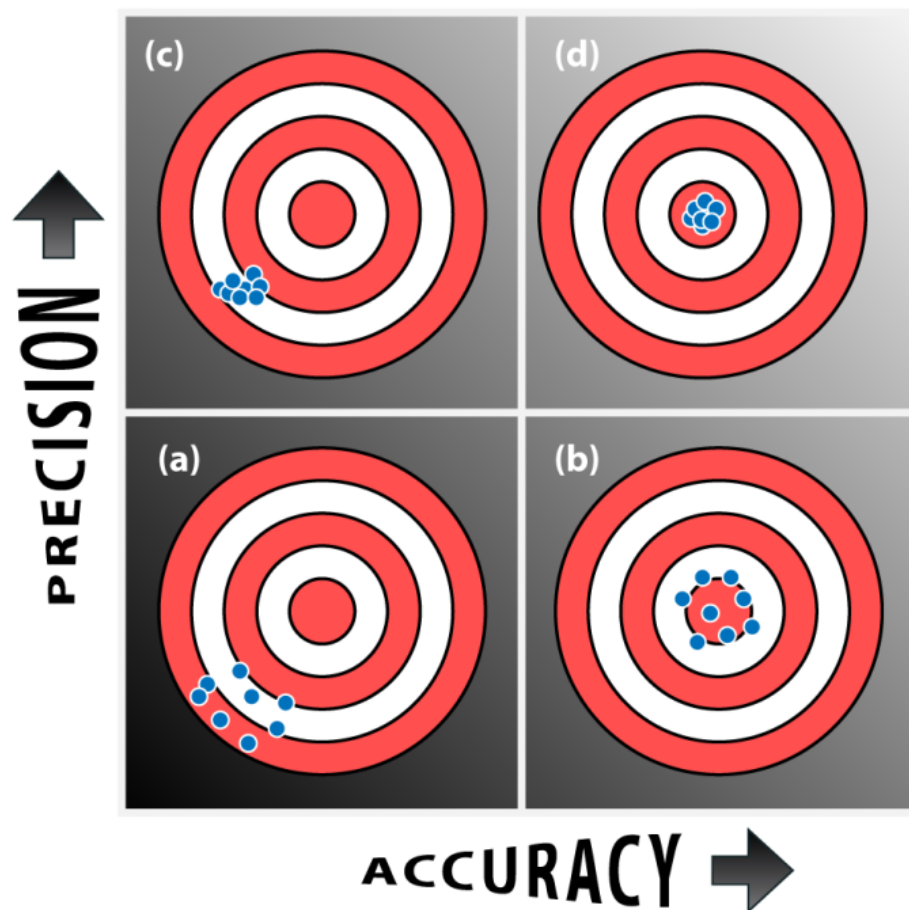
Statyczne charakterystyki czujników

Precyzja – przykład z tarczą strzelniczą

Rozdzielczość:

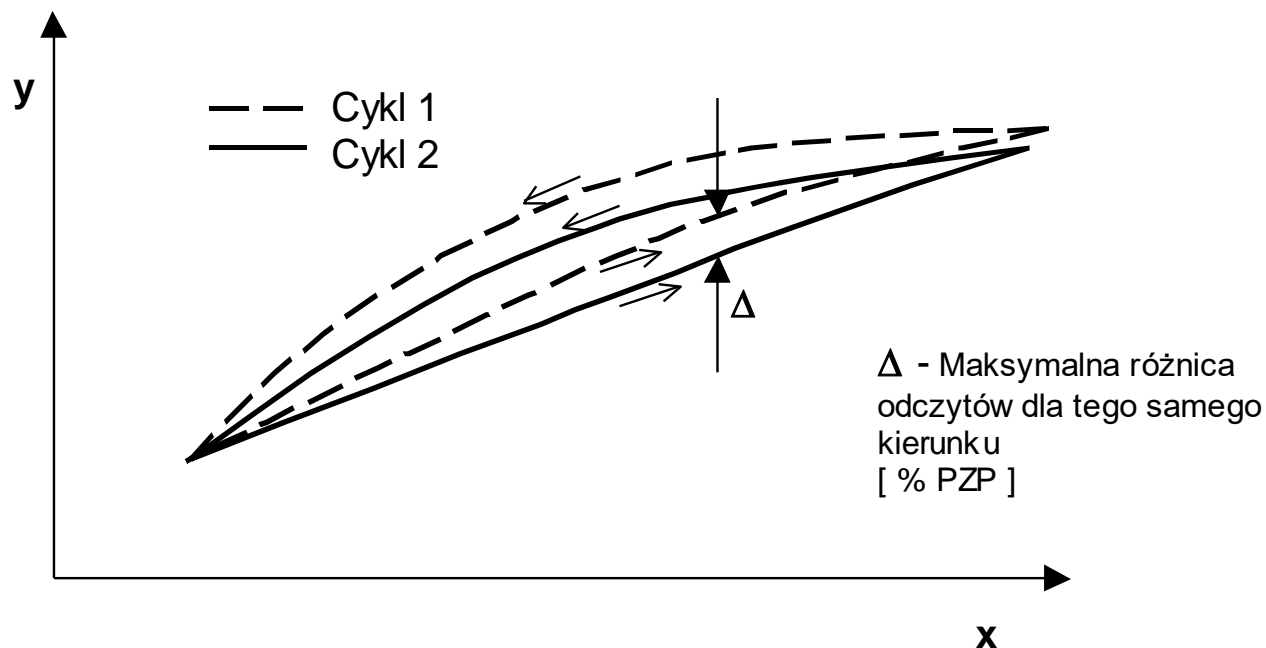
wielkość otworu po kuli.

Kto jest bardziej **dokładny** (accurate), a kto bardziej **precyzyjny** (precise)?



Statyczne charakterystyki czujników

Powtarzalność charakterystyki



Zdolność czujnika do wskazywania takiej samej wielkości wyjściowej w identycznych warunkach.

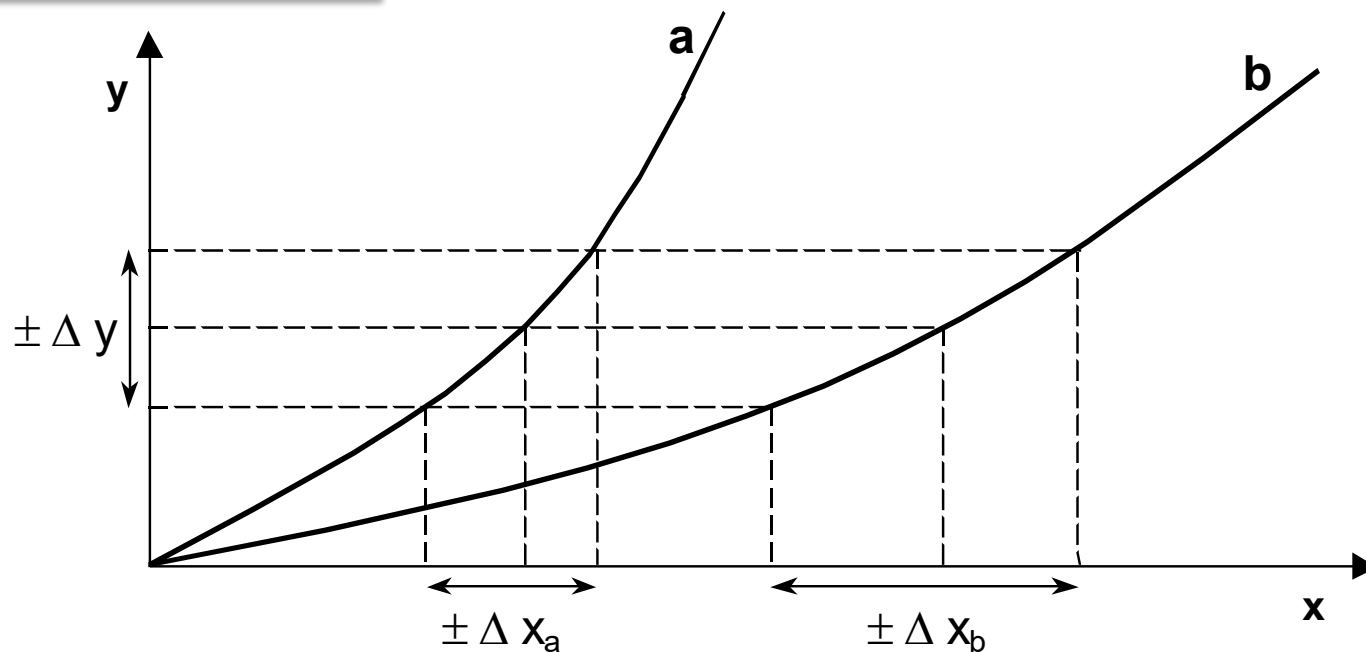
Lepszą miarę uzyskuje się dla dużej ilości cykli

Statyczne charakterystyki czujników

Czułość

$$S_x = \frac{dy}{dx}$$

$$x \in X$$

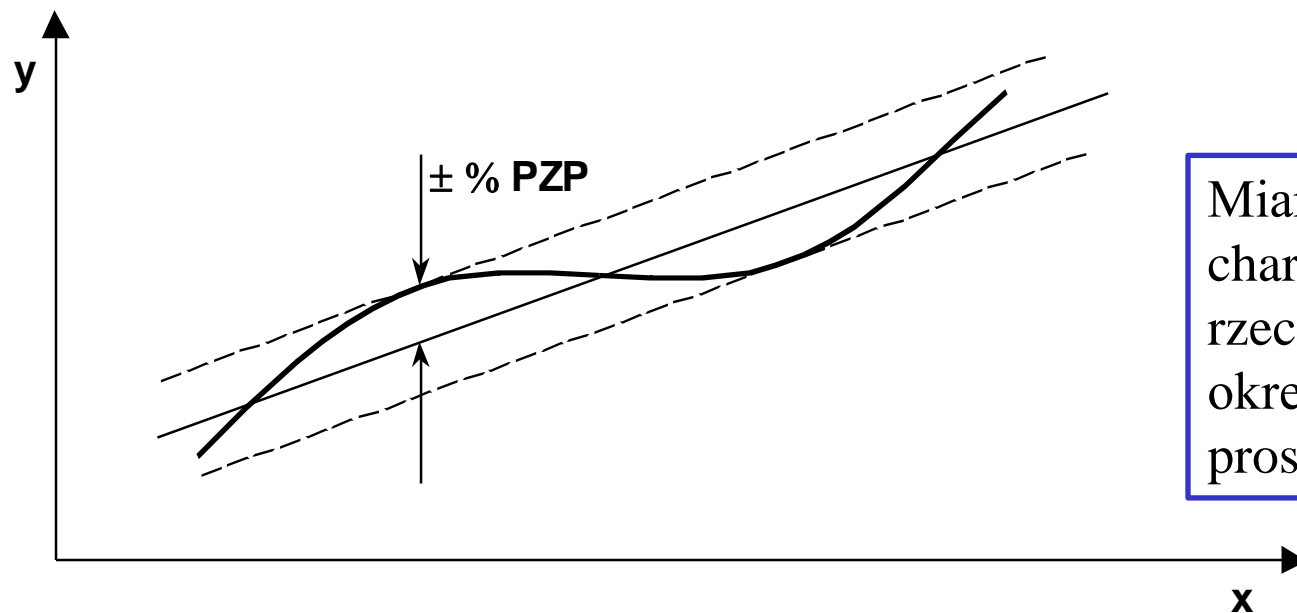


Dla dużej czułości błąd pomiaru Δx wielkości X przy danym błędzie Δy może być pomijalnie mały.

Odwrotność czułości $C_x = 1/S_x$ nazywana jest stałą przyrządu.

Statyczne charakterystyki czujników

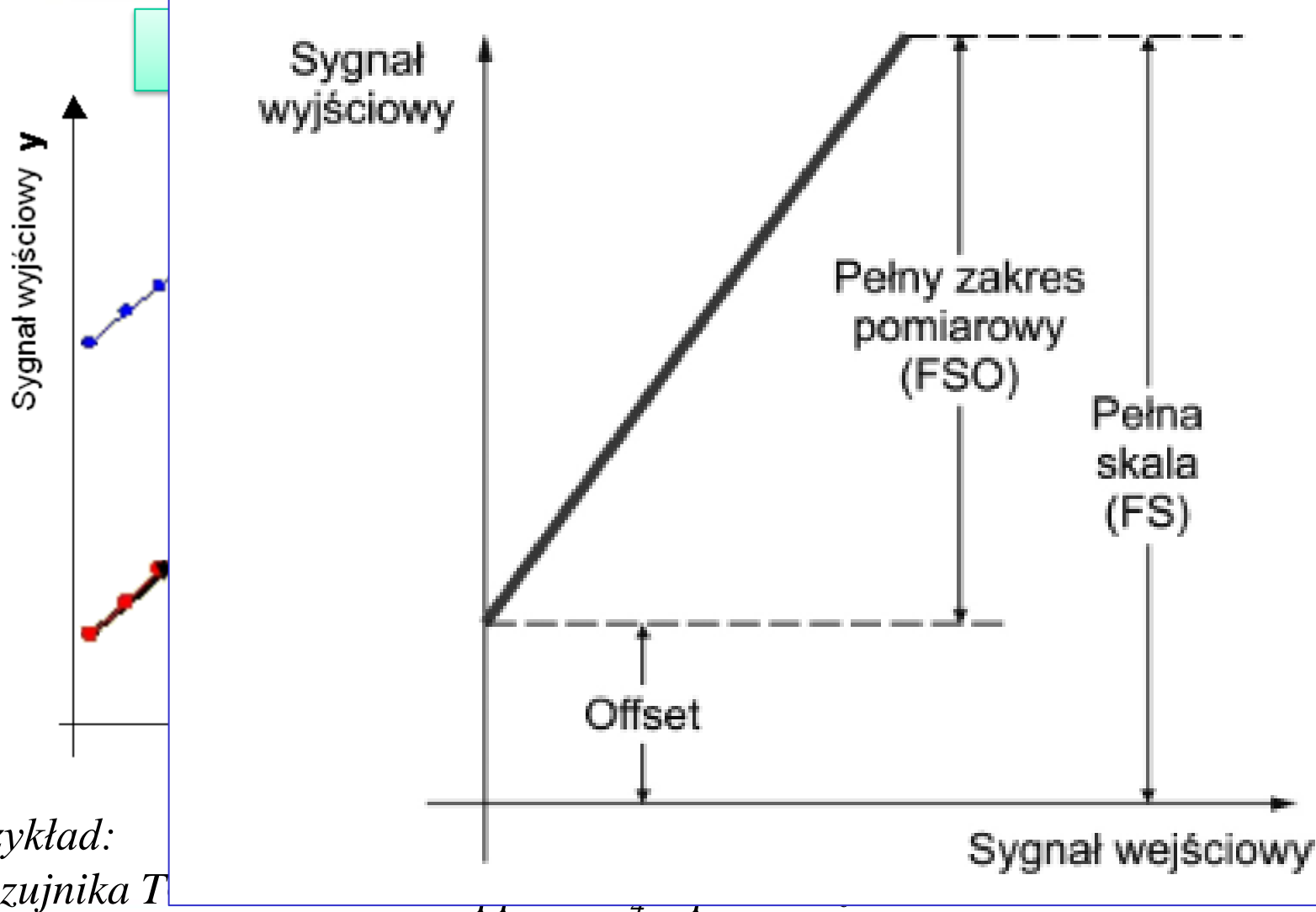
Liniowość charakterystyki



Miara zbliżenia charakterystyki rzeczywistej do określonej linii prostej $y = ax + b$

Charakterystykę można kształtować po stronie cyfrowej (przy przetwarzaniu cyfrowym).

Statyczne charakterystyki czujników



Wzrost:

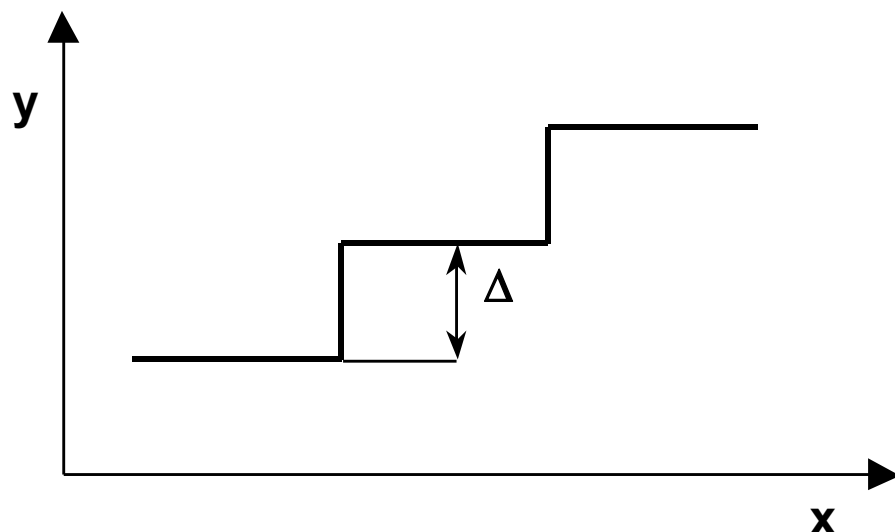
y
m

)

wyjścia
kana
ową)

Statyczne charakterystyki czujników

Rozdzielczość



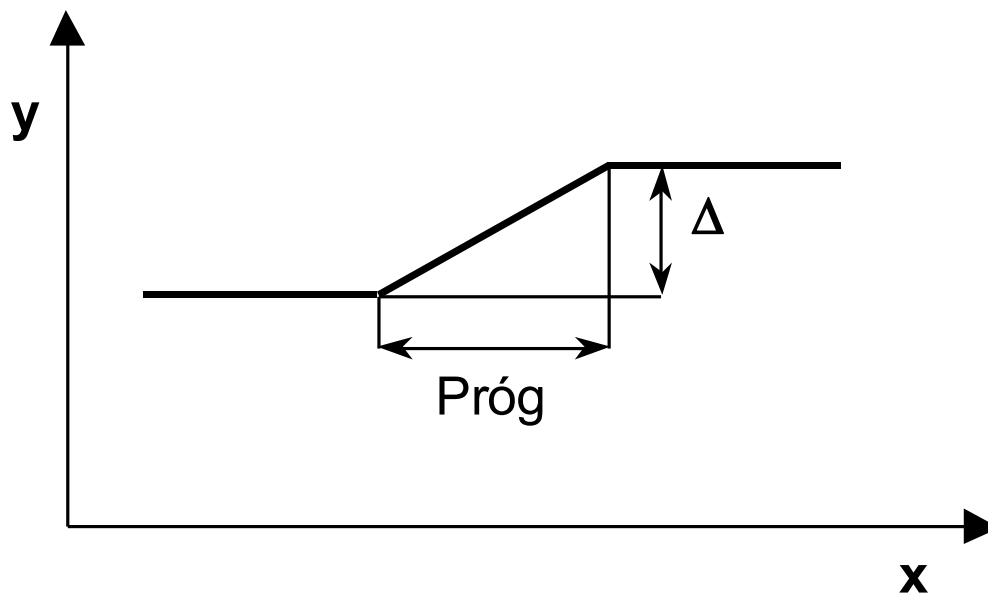
Najmniejsza wykrywalna zmiana sygnału na wejściu, która może być wykryta na wyjściu.

Wielkość stała dla czujnika.

Jest to wielkość skokowej zmiany na wyjściu w % PZP przy ciągłej zmianie wielkości wejściowej.

Statyczne charakterystyki czujników

Próg



Jeśli zmiana sygnału jest od wartości 0, to **rozdzielczość** określa się jako **próg**.

Jest to zmiana wielkości wejściowej niezbędna do uzyskania zauważalnej zmiany wielkości wyjściowej.

Statyczne charakterystyki czujników

Błędy systematyczne

Powodowane wieloma czynnikami:

- Zmienne interferujące lub modyfikujące (np. temperatura)
- Dryf (np. zmiana własności chemicznych lub naprężeń mechanicznych)
- Proces pomiarowy wpływa na wielkość mierzoną (np. obciążenie Rwe miernika)
- Proces przesyłu zmienia sygnał (np. tłumienie)
- Obserwator (czynnik ludzki, np. błąd paralaksy)

Błędy tego typu można korygować przez **kompensację** (sprzężenie zwrotne, filtracja)

Błędy losowe, zwane też szumem:

- Dodawany jest sygnał , który nie niesie informacji
- w pełni losowy (szum biały) wg rozkładu Gaussa

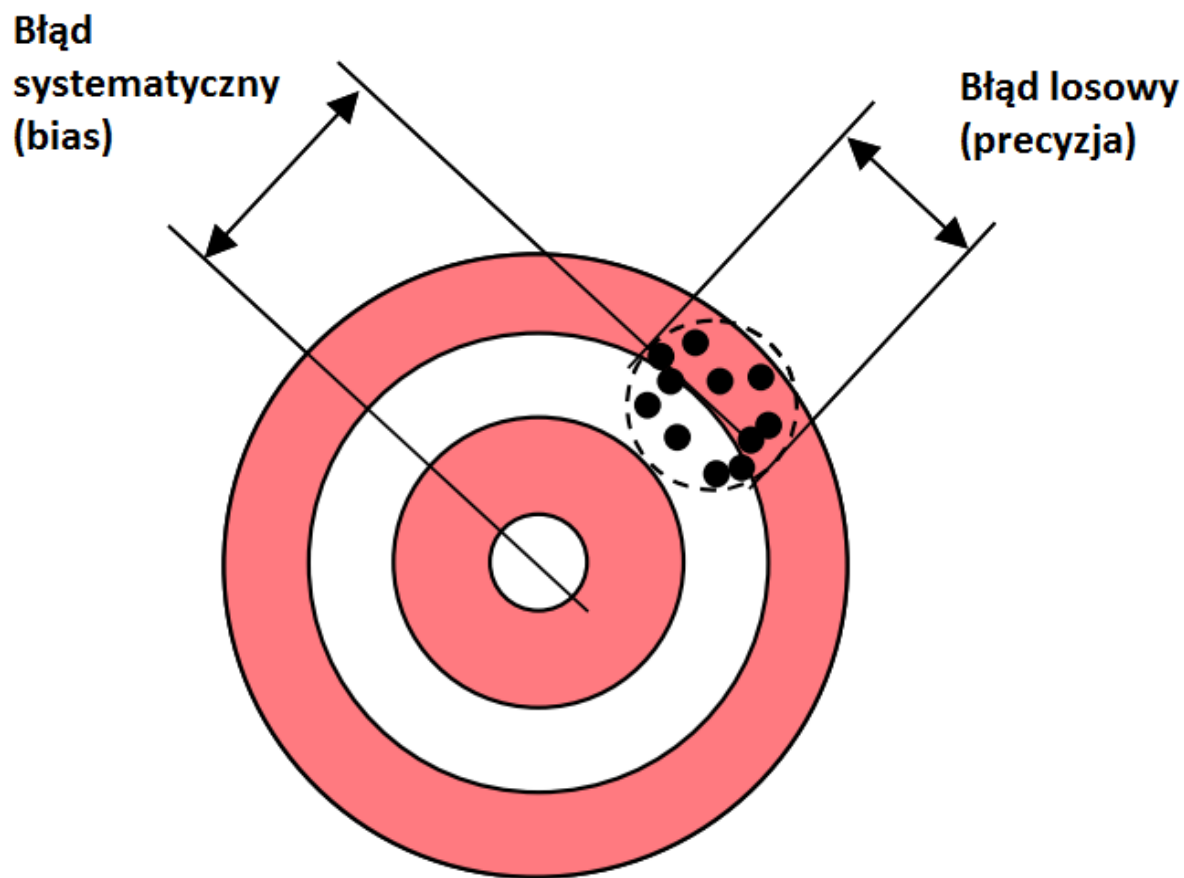
Źródła błędów losowych:

- Powtarzalność wielkości mierzonej (np. wysokość chropowatej powierzchni)
- Szum środowiskowy (np. mikrofon zbiera „tło”)
- Szum transmisyjny (np. przydźwięk 50 Hz)

SNR powinien być $\gg 1$ (znajomość ch-k sygnału pozwala na interpretację sygnału z niskim SNR (np. rozpoznanie jednej rozmowy wśród wielu mówiących)) ³¹

Statyczne charakterystyki czujników

Błędy systematyczne i losowe - przykład



Statyczne charakterystyki czujników

Istotne zagadnienia:

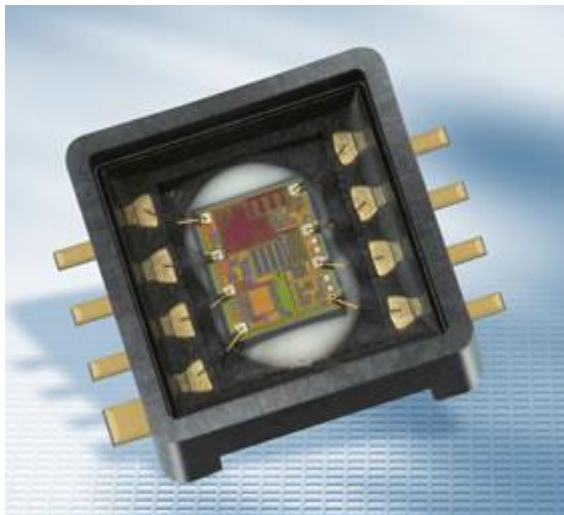
- wpływ impedancji wejściowej Z_{we}
 - wpływ obciążenia Z_0 ,
 - wpływ przewodów połączeniowych Z_k
 - szумы, zakłócenia
- dopasowanie impedancji czujnika do obwodu pomiarowego

...zależne od typu czujnika, rodzaju wielkości wyjściowej itd.

Pożądana duża Z_{we} → zmniejszenie wpływu obciążenia na źródło sygnału wejściowego → separacja układu

Umożliwiają to odpowiednie układy kondycjonowania sygnału: wtórники napięcia, wzm. pomiarowe (*instrumentation amplifier*) itp.

Przykład: czujnik ciśnienia KP125



- Miniaturowy czujnik ciśnienia bezwzględnego
- Do pomiaru ciśnienia barometrycznego
- Zasada działania – pojemnościowa
- Technologia MEMS (układ monolityczny ze zintegrowanym układem kondycjonowania – technologia BiCMOS)
- Obudowa SMD

Infineon KP125

Duża dokładność i czułość

Zakres ciśnień wejściowych: 40 -115 kPa.
Sygnał wyjściowy: analogowy 0.5 - 4.5 V.

Przykład: czujnik ciśnienia KP125

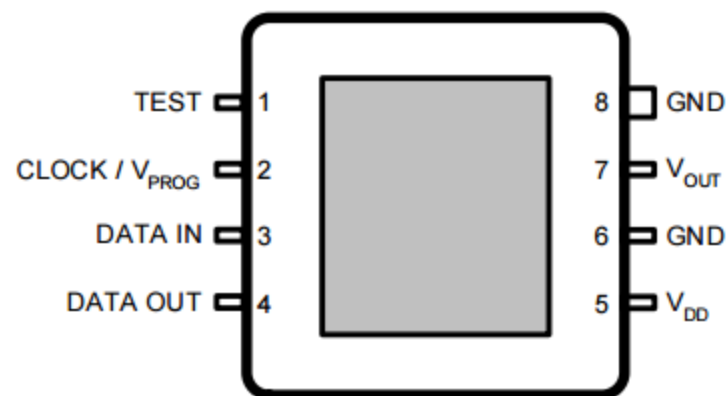


Table 1 Pin Definitions and Functions

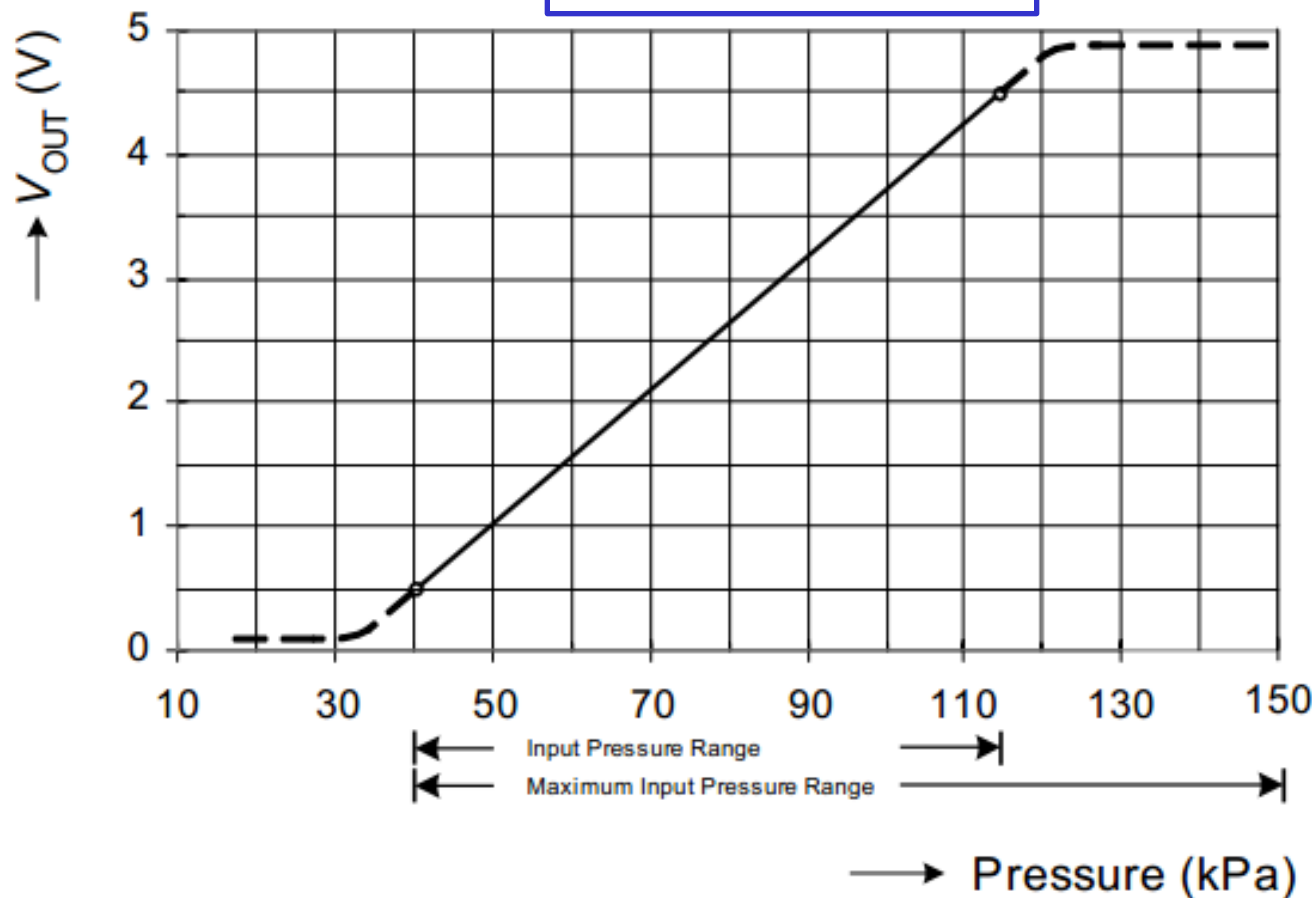
Pin No.	Name	Function
1	TEST	Test pin ¹⁾
2	CLOCK / V_{PROG}	External Clock for Communication / Programming Voltage ¹⁾
3	DATA IN	Serial data input pin ¹⁾
4	DATA OUT	Serial data output pin ¹⁾
5	V_{DD}	Supply Voltage
6	GND	0 Volt circuit ground potential ²⁾
7	V_{OUT}	Analog pressure signal output
8	GND	Alternative ground pin ²⁾

1) Digital pins are used only during calibration and test. It is recommended to leave these PINs floating.

2) It is recommended to connect both GND PINs.

Funkcja przetwarzania $f(x)$ - KP125

$$V_{OUT} = V_{DD} \times (a \times P + b)$$



The transfer function for linearization is calculated in the digital part of the sensor using third order polynomial calculation.

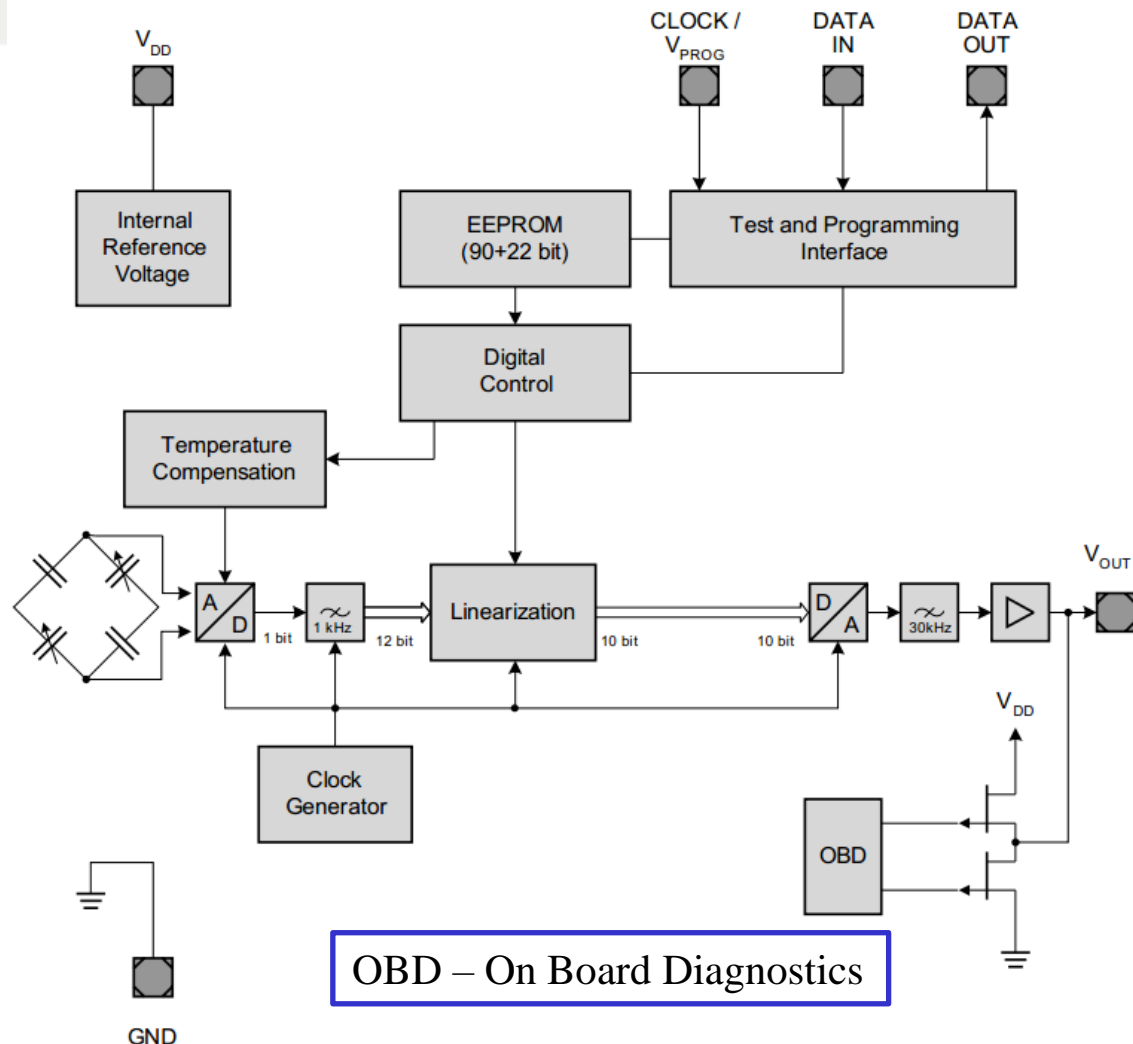
The transfer function is given by the following parameters:

- Minimum and maximum rated pressure
- Voltage at minimum rated pressure
- Voltage at maximum rated pressure
- Sensitivity

Bloki funkcjonalne czujnika zintegrowanego/ inteligentnego - przykład

- linearyzacja: użycie wielomianu 3 rz.
- wyjście stosunkowe w odniesieniu do V_{DD}
- kalibracja uwzględnia:
 - offset sygnału
 - wzmocnienie,
 - współcz. temp.
 - współcz. linearyzacji

Parametry te są określane po
wytworzeniu czujnika.
Zapisywane w rejestrach
EEPROM.



Charakterystyki czujnika - przykład

Table 5 Sensor Characteristics

Parameter	Symbol	Values			Unit	Note / Test Condition
		Min.	Typ.	Max.		
Output Voltage Range	V_{OUT_R}	0.10		4.85	V	More information in chapter “Electrical Details” on Page 13
Sensitivity	S	–	53.3	–	mV/ kPa	
Supply current	I_{DD}	–	8	10	mA	¹⁾
Overall Accuracy Error	Err	–	–	± 1.2	kPa	²⁾
Ratiometric Error	E_{RAT}	–25	–	25	mV	³⁾
Output referred noise	V_{NOISE}	–	–	2.5	mV _{RMS}	@ f > 1kHz ⁴⁾
		–	–	1.8		@ f < 1kHz
Response time ⁵⁾	t_R	–	1.8	–	ms	10% to 90% of the final output value
Stabilization time ⁵⁾	t_S	–	–	10	ms	For full accuracy
Power up time ⁵⁾	t_{UP}	–	–	5	ms	90% of the final output value
Broken wire: diagnosis response time ⁶⁾	t_{OBD}	–	–	1	ms	
OBD Transistor On Resistance	R_{DSON}	–	–	160	Ω	V_{OUT} to V_{DD} or V_{OUT} to GND, @ 25°C
Junction temperature ⁷⁾	T_j	– 30.2		134.8	°C	
Thermal resistance	$R_{thj-amb}$		245		K/W	

Dynamiczne charakterystyki czujników

- Ch-ki dynamiczne mówią o tym, jak czujnik odpowiada na zmiany sygnału na jego wejściu.
- Odpowiedź czujnika jest inna niż dla warunków statycznego sygnału wejściowego
- **Przyczyna innej odpowiedzi - obecność elementów kumulujących energię:**
 - **Elementy inercyjne (masy, indukcyjności)**
 - **Pojemności (elektryczne, cieplne)**

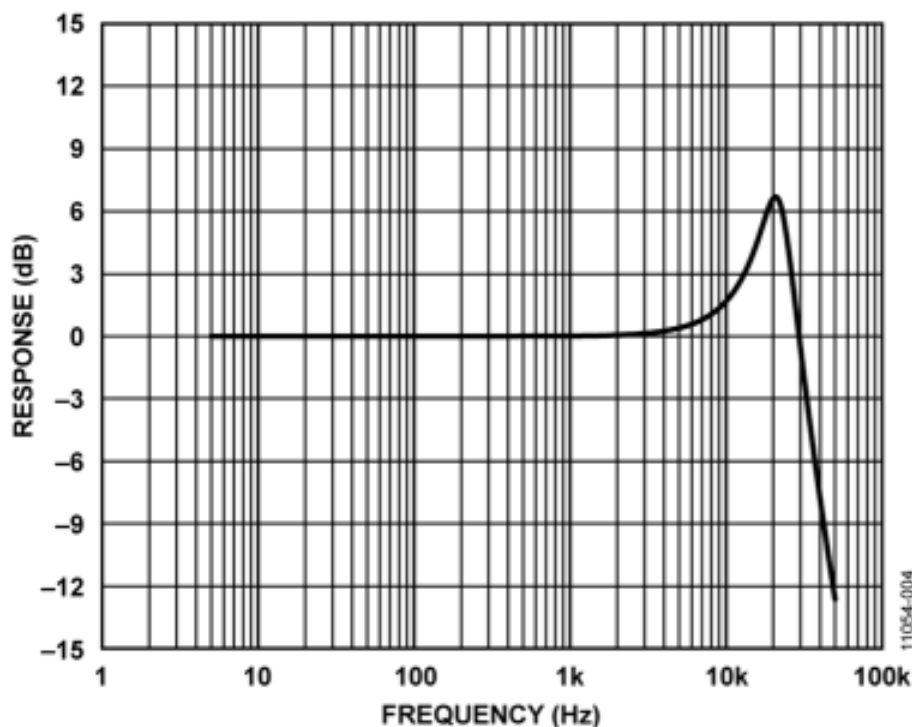
Dla szybkich sygnałów czujnik musi być wystarczająco szybki, by nadążać za zmianami sygnału wejściowego.

Charakterystyki można wyznaczyć z odpowiedzi układu na różnego rodzaju sygnały wejściowe, np. :

- pobudzenie skokiem jednostkowym
- sygnałem liniowo narastającym,
- sinusoidą
- szumem

Dynamiczne charakterystyki czujników

Czujnik przyśpieszenia ADXL001



Odpowiedź częstotliwościowa

Zakres: ± 70 g, ± 250 g lub ± 500 g

Vcc: 3.3 lub 5 V

Czułość: 16 mV/g dla 3.3 V

24,2 mV/g dla 5 V

Dla 0 g $\rightarrow U_{wyj} = V_{cc}/2$



← **Najważniejsza z charakterystyk dynamicznych systemu**

- Powyżej 2-3 kHz wzrost sygnału akcelerometru!
- Dla częstotliwości rezonansowej (22 kHz) obserwujemy szczyt - ok. 7 dB ($\times 2.24$)
- Ma to OGROMNE konsekwencje dla pracy czujnika i poziomu jego napięcia wyjściowego

Dynamiczne charakterystyki czujników

Przykład dla ADXL001 – co wynika z charakterystyki częstotliwościowej?

Rozważmy przyspieszenie 20 g przy częstotliwości 10 kHz.

Oczekiwane napięcie wyjściowe, przy założeniu napięcia $U_{wy} = 2.5 \text{ V}$ dla 0 g oraz czułości 24.2 mV/g obliczymy jako: $2.5 \text{ V} + (0.0242 \times 20) = 2.984 \text{ V}$

Napięcie to jednak jest zwiększone o ok. 2 dB z powodu wzrostu charakterystyki ,
stąd aktualne napięcie na wyjściu : $2 \text{ dB} = 20 \log_{10} (V_{OUT} / 2.984 \text{ V})$

$$V_{OUT} = 3.757 \text{ V}$$

Różnica między wartością oczekiwaną i aktualną, powoduje powstanie znaczącego błędu:

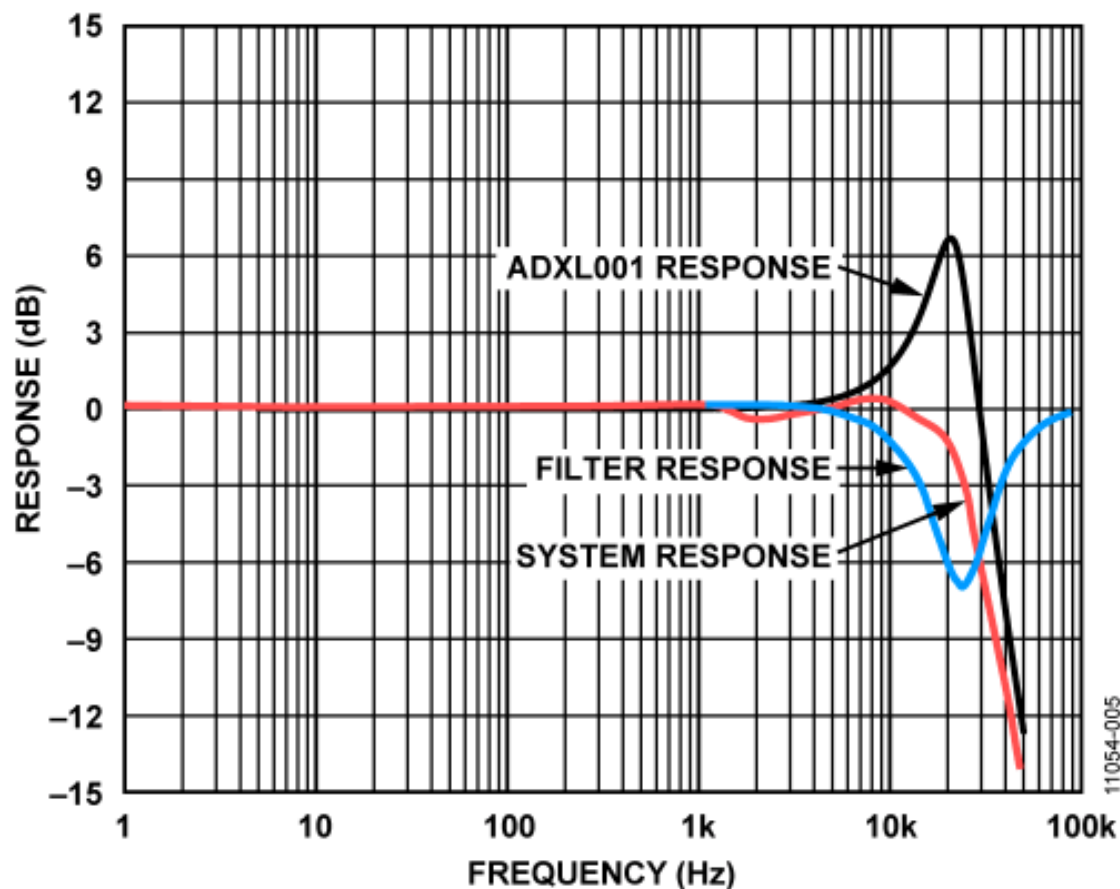
$$\text{Błąd} = 3.757 \text{ V} - 2.984 \text{ V} = 0.773 \text{ V}$$

Niezmiernie ważne jest skorygowanie tego błędu (musimy zapewnić dokładność).

1 konsekwencja przebiegu ch-ki: **BŁĄD pomiaru.**

Dynamiczne charakterystyki czujników

Przykład dla ADXL001 – co wynika z charakterystyki częstotliwościowej?



Jeden ze sposobów korekcji charakterystyki - zastosowanie filtra pasmowo zaporowego (tłumienie -7 dB dla 22 kHz)

Dynamiczne charakterystyki czujników

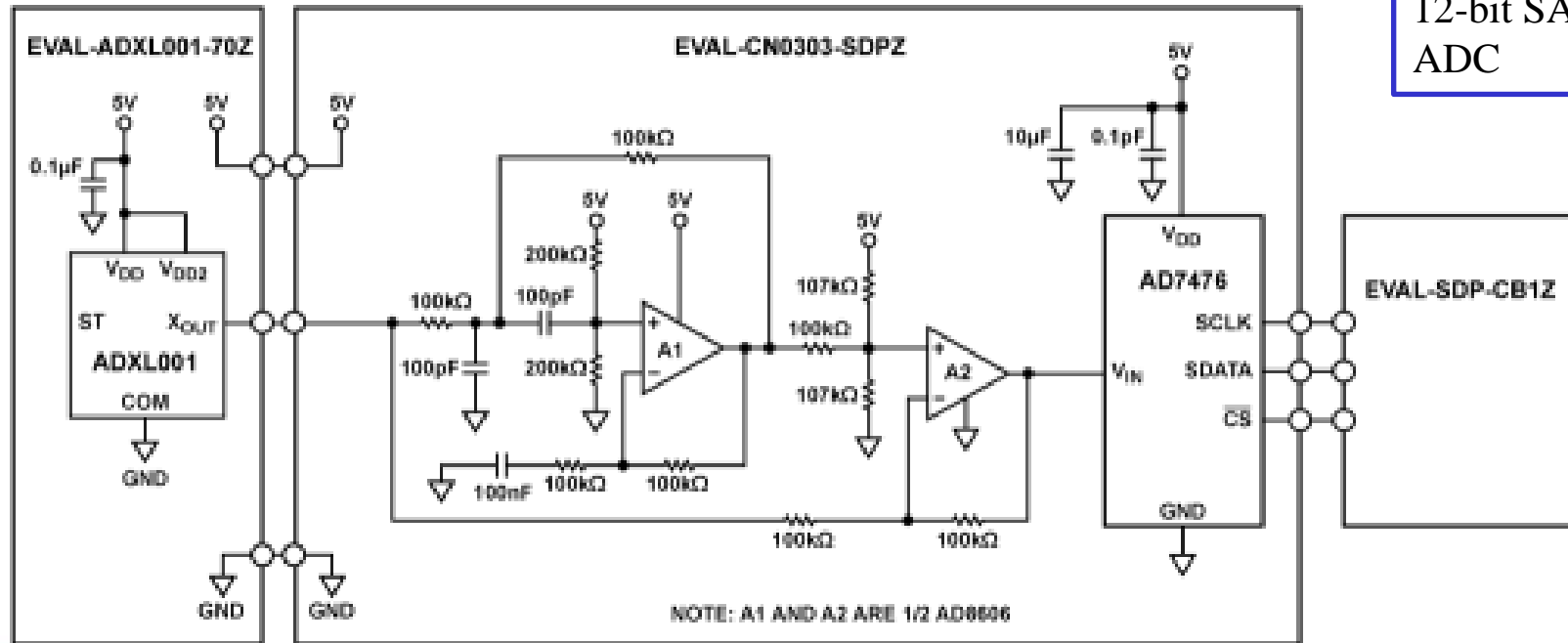
Jeden ze sposobów korekcji charakterystyki - zastosowanie filtru pasmowo zaporowego (tłumienie -7 dB dla 22 kHz)

Szczegóły tego rozwiązania w nocie Analog Devices.

analog bi-quad filter

AD7476

low power,
single channel
12-bit SAR
ADC



Dynamiczne charakterystyki czujników

Rozważmy przyspieszenie 70 g @ 20 kHz.

Oczekiwana wartość napięcia wyjściowego: $2.5 \text{ V} + (24.2 \text{ mV/g} \times 70 \text{ g}) = 4.194 \text{ V}$

Po uwzględnieniu szczytu ~7dB: $7 \text{ dB} = 20 \log_{10} (V_{\text{UT}} / 4.194 \text{ V})$

$V_{\text{OUT}} = 9.389 \text{ V}$

ADXL001 jest zasilany napięciem 5 V – wyjście może przyjmować wartości z zakresu 0.2-4.8 V.

Największa wartość g zależy więc od częstotliwości drgań.

Dodatkowo ok. $\pm 0.5 \text{ V}$ należy „zostawić” na zmiany napięcia offsetu dla 0 g. Ogranicza to maksymalną wartość sygnału na wyjściu do zakresu ok. $\pm 1.8 \text{ V}$, co odpowiada ok. $\pm 70 \text{ g}$ wibracji @ 2 kHz.

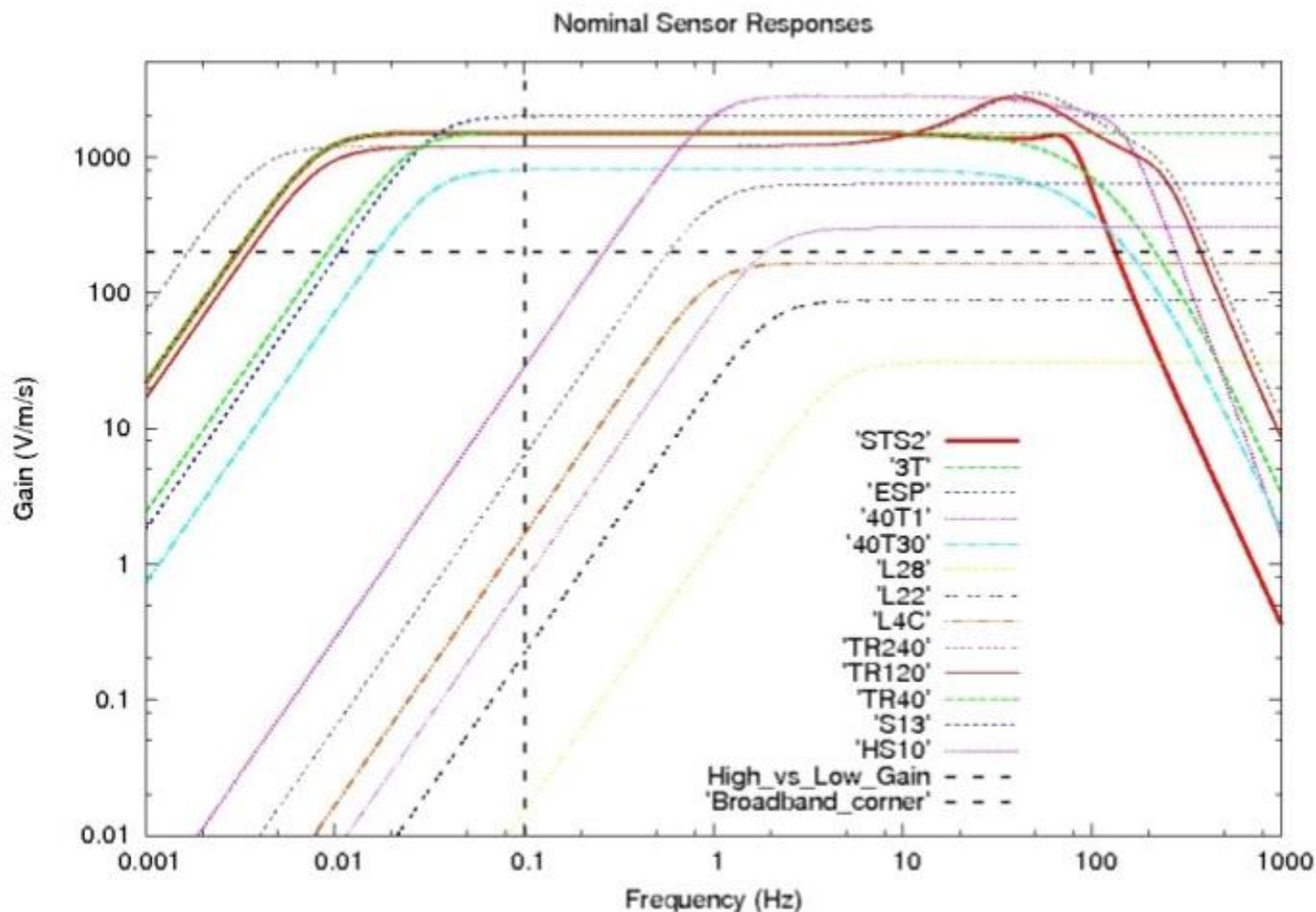
Powyżej 2 kHz, idąc w kierunku 22 kHz, maksymalna wartość g przed nasyceniem wyjścia stopniowo redukuje się o 7 dB ($\times 2.24$) do **$\pm 31 \text{ g}$** .

Dopóki g jest poniżej $\pm 31 \text{ g}$, filtr zapewnia płaską charakterystykę do 22 kHz bez nasycenia i straty informacji.

2 konsekwencja przebiegu ch-ki - ze wzrostem częstotliwości w kierunku rezonansu, użyteczny zakres mierzonego przyspieszenia MALEJE.

Dynamiczne charakterystyki czujników

Porównanie charakterystyk czujników przyśpieszenia dla seismiki



Dynamiczne charakterystyki czujników

Parametry:

- moc pobierana
- częstotliwość dolna
- czułość

Transmitancja:

- zera
- bieguny

Sensor	Manufacturer	Power	Cornet Frequency	Damping	Sensitivity	Poles and Zeros
STS-2	Streckeisen	30 ma @ 12vdc	0.0083 Hz	0.707 critical	1500 v/m/s	<i>*Depends on generation: Generic, Gen.1, Gen.2, Gen.3</i>
CMG-3T	Guralp	70 ma @ 12vdc	0.0083 Hz	0.707 critical	1500 v/m/s	5 poles, 2 zeros
CMG3-ESP	Guralp	70 ma @ 12vdc	0.033 Hz	0.707 critical	2000 v/m/s	5 poles, 2 zeros
CMG-40T	Guralp	50 ma @ 12vdc	0.033 Hz	0.707 critical	800 v/m/s	5 poles, 2 zeros
CMG-40-1	Guralp	50 ma @ 12vdc	1.0 Hz	0.707 critical	2000 v/m/s	6 poles, 2 zeros
Trillium 240  Update	Nanometrics	54 ma @ 12vdc	0.0042 Hz	0.707 critical	1200 v/m/s	Gen 1 (s/n 0-399): 7 poles 5 zeros Gen 2 (s/n 400+): 7 poles 5 zeros
Trillium 120PA  Update	Nanometrics	54 ma @ 12vdc	0.008 Hz	0.707 critical	1200 v/m/s	7 poles, 5 zeros
Trillium 40	Nanometrics	46 ma @ 12vdc	0.025 Hz	0.707 critical	1500 v/m/s	7 poles, 5 zeros
Compact Trillium	Nanometrics	14 ma @ 12vdc	0.008 Hz	0.707 critical	749.1 v/m/s	7 poles, 3 zeros
L-22-3D	Mark Products	passive	2.0 Hz	0.707 critical	88 v/m/s	2 poles, 2 zeros
L-28-3D	Mark Products	passive	4.5 Hz	0.707 critical	30.4 v/m/s	2 poles, 2 zeros
Y-28-3D	Oyo-Geospace	passive	4.5 Hz	0.707 critical	32 v/m/s	2 poles, 2 zeros
GS11	Oyo-Geospace	passive	4.5 Hz	0.707 critical	100 v/m/s	2 poles, 2 zeros
L-40	Mark Products	passive	40 Hz	0.707 critical	22.34 v/m/s	2 poles, 2 zeros
L-4C	Mark Products	passive	1.0 Hz	0.707 critical	166.54 v/m/s	2 poles, 2 zeros
S-13	Teledyne Geotech	passive	1.0 Hz	0.707 critical	629 v/m/s	2 poles, 2 zeros

Dynamiczne charakterystyki czujników

Ogólny model systemu pomiarowego, przy założeniu, że jest on liniowy:

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t)$$

Gdzie:

$m \leq n$

$y(t)$ = wyjście systemu

$x(t)$ = wejście systemu

t = czas

a i b – parametry fizyczne systemu,
w założeniu stałe

Postać rozwiązania zależy od rzędu systemu (zerowego, pierwszego, drugiego...). Po przekształceniu Laplace'a:

$$\mathcal{L} \left[a_k \frac{d^k y}{dt^k} + \dots + a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y(t) = x(t) \right]$$

\Downarrow

$$(a_k s^k + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0) Y(s) = X(s)$$

\Downarrow

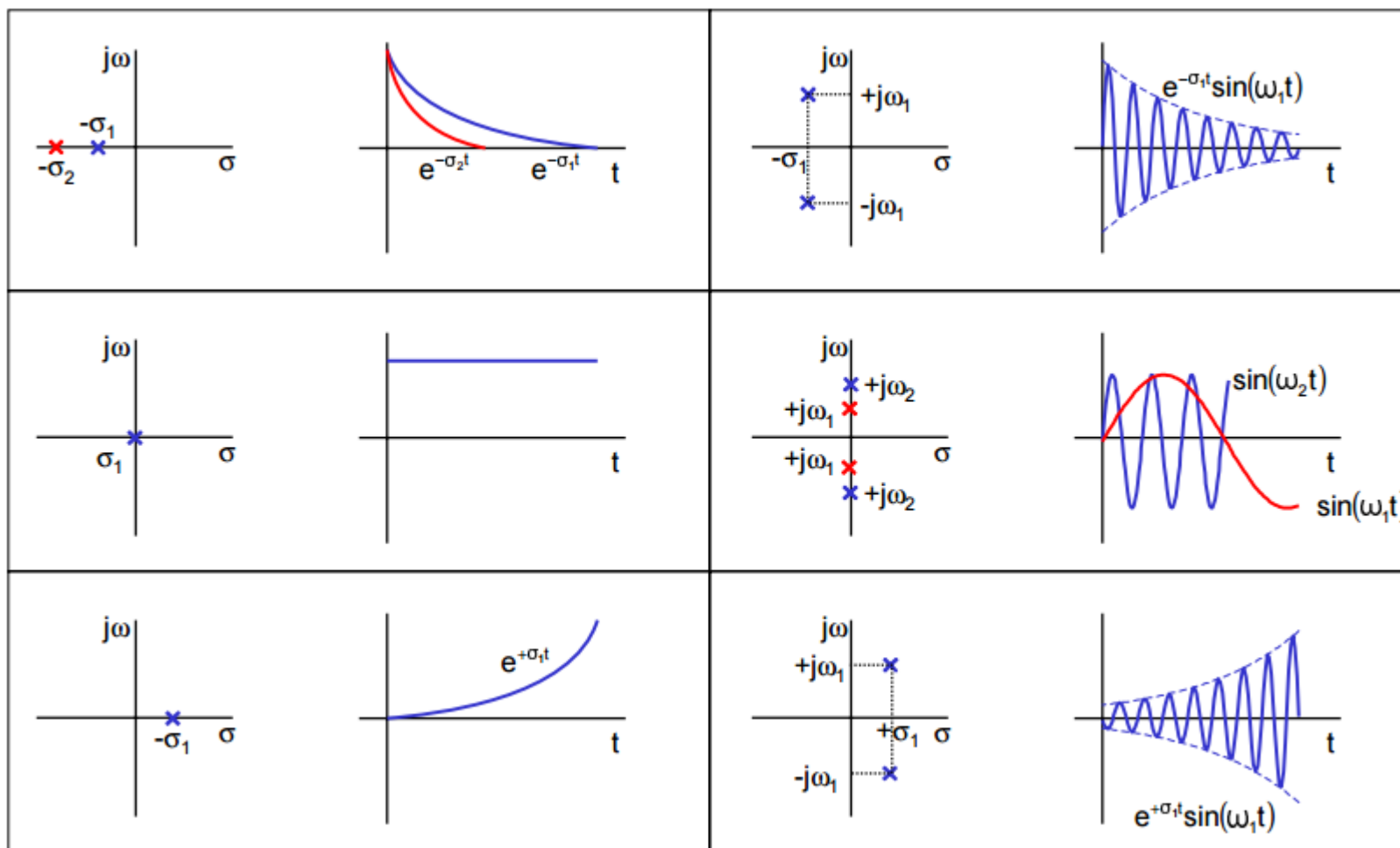
$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{a_k s^k + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

Pierwiastki licznika: **zera** transmitancji \rightarrow

Pierwiastki mianownika: **bieguny** \rightarrow

Dynamiczne charakterystyki czujników

Zachowanie dynamiczne układu zależy od położenia pierwiastków równania $G(s)$ na płaszczyźnie s (oscylacje, eksponenty, niestabilność).



Dynamiczne charakterystyki czujników

Obiekt rzędu zerowego:

Wejście związane z wyjściem za pomocą funkcji stałej:

$$y(t) = k \cdot x(t) \Rightarrow \frac{Y(s)}{X(s)} = k$$

- Bardzo dobra odpowiedź dla czujnika
- Brak opóźnień
- Nieskończone pasmo
- Czujnik zmienia tylko amplitudę sygnału wejściowego (mnożnik k)
- Brak elementów przechowujących energię

Przykład: czujnik położenia – potencjometr (w rzeczywistości „fizyczne” ograniczenie pasma – nie da się wykonywać zbyt szybkich przemieszczeń)

Dynamiczne charakterystyki czujników

Obiekt rzędu pierwszego:

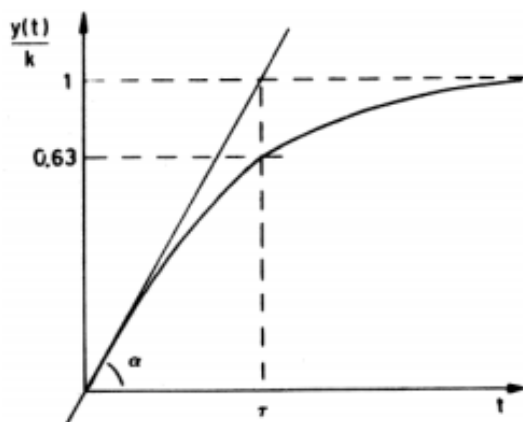
Wejście związane z wyjściem za pomocą funkcji:

$$a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y(t) = x(t) \Rightarrow \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{a_1 s + a_0} = \frac{k}{\tau s + 1}$$

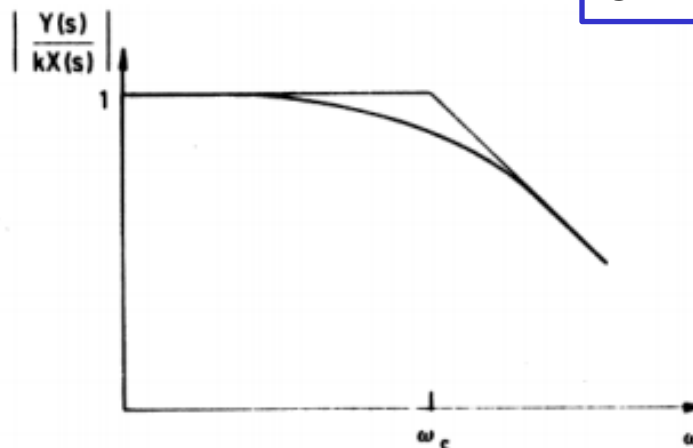
Jest jeden element przechowujący energię i jeden rozpraszający ją.

Odpowiedź na skok jednostkowy:

$$y(t) = k * (1 - \exp(-t/\tau))$$



Ch-ka A(f)

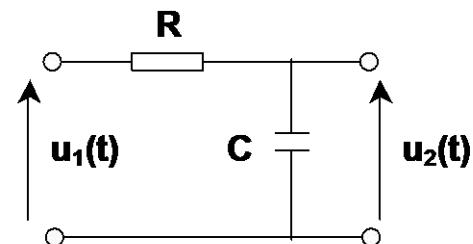
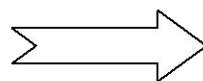
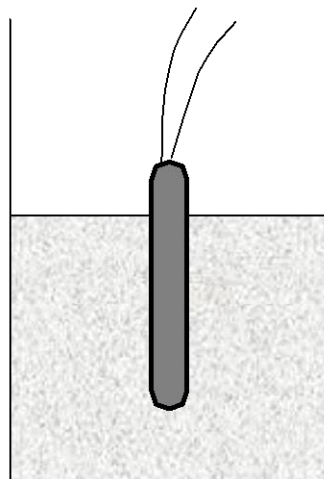


$$\omega_c = 1/\tau$$

Dynamiczne charakterystyki czujników

Obiekt rzędu pierwszego – przykład:

Termometr
rezystancyjny
wstawiony do
cieczy o wyższej
temperaturze



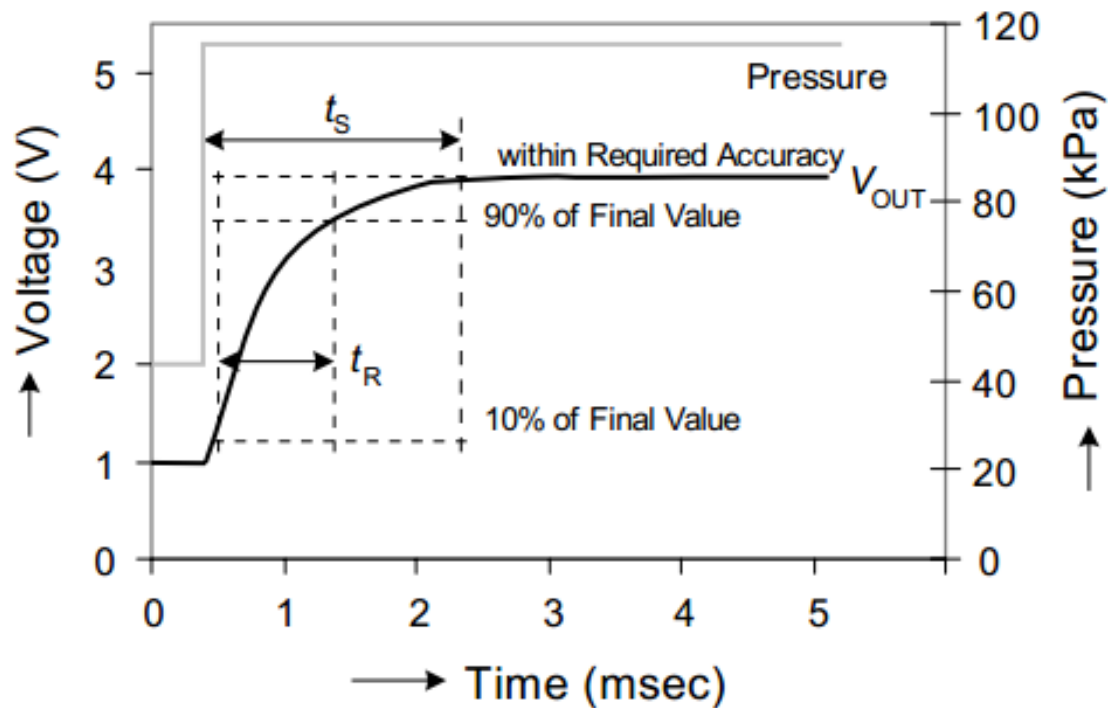
Analog elektryczny

$$L\{1(t)\} = X(s) = 1/s$$

$$Y(s) = K(s) \frac{1}{s} = \frac{k}{1 + s\tau} \cdot \frac{1}{s}$$

element inercyjny I-go rzędu

Pobudzenie skokiem jednostkowym



Czas odpowiedzi
Czas stabilizacji odpowiedzi

Dynamiczne charakterystyki czujników

Obiekt rzędu drugiego:

Wejście związane z wyjściem za pomocą funkcji:

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y(t) = x(t) \Rightarrow \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{k \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2}$$

$$k = \frac{1}{a_0} \quad - \text{wzmocnienie statyczne}$$

$$\zeta = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}} \quad - \text{współczynnik tłumienia}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{a_0}{a_2}} \quad - \text{częstotliwość drgań}$$

Dynamiczne charakterystyki czujników

Mianownik wyrażenia na transmitancję może mieć:

1) Dwa pierwiastki rzeczywiste

$$s_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} \quad \text{tłumienie nadkrytyczne}$$

2) Jeden pierwiastek rzeczywisty

$$s = -\beta \quad \text{tłumienie krytyczne}$$

$$K(s) = \frac{k\omega_0^2}{s^2 + 2\beta s + \omega_0^2}$$

3) Dwa pierwiastki zespolone

$$s_{1,2} = -\beta \pm j\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = -\beta \pm j\omega \quad \begin{array}{l} \text{drgania tłumione} \\ \text{(pseudooscylacje)} \end{array}$$

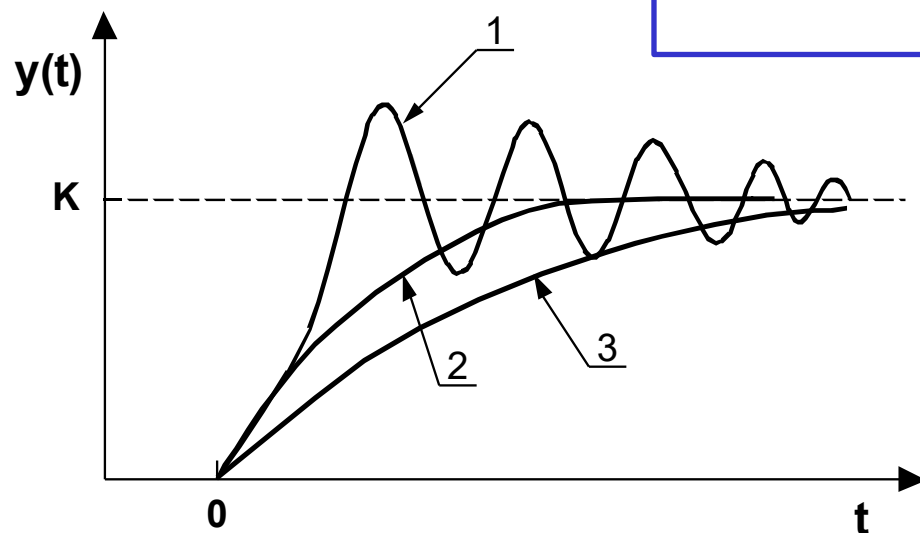
Po odwrotnym przekształceniu Laplace'a otrzymuje się:

$$y(t) = k(1 - e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi))$$

Dynamiczne charakterystyki czujników

Obiekt rzędu drugiego:

Odpowiedź układu oscylacyjnego na skok jednostkowy



- 1 – pseudooscylacje
- 2 – tłumienie krytyczne
- 3 – tłumienie nadkrytyczne

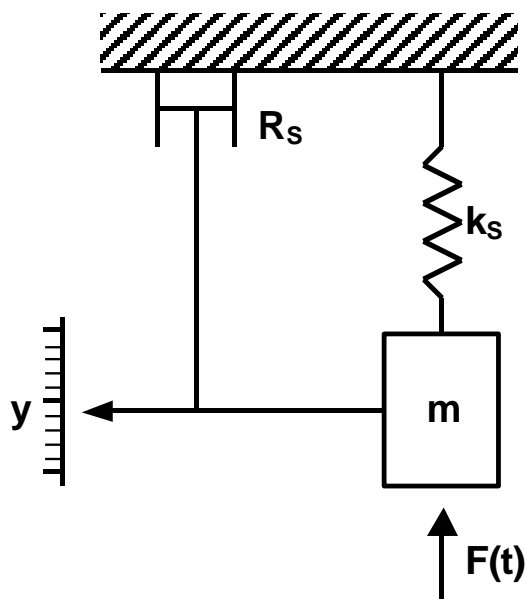
Przetwornik mający charakter **układu oscylacyjnego** zawiera elementy akumulacyjne obu rodzajów oraz elementy dyssypacyjne.

Analogiem mechanicznym jest tłumione wahadło sprężynowe (sprężyna akumuluje energię potencjalną, masa energię kinetyczną, tarcie energię rozprasza).

Analogiem elektrycznym jest obwód RLC.

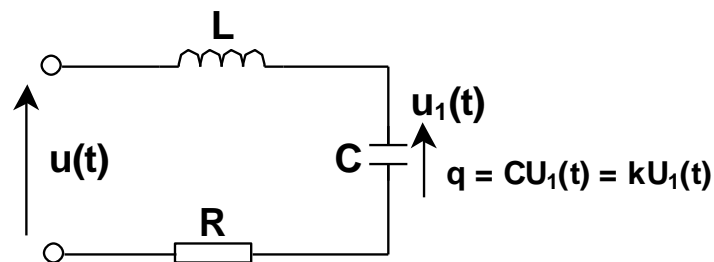
Dynamiczne charakterystyki czujników

Obiekt rzędu drugiego - przykład:



Analog mechaniczny

$$\ddot{y} + \frac{R_s}{m} \dot{y} + \frac{1}{mk_s} y = \frac{F(t)}{m}$$



Analog elektryczny

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = \omega_0^2 Cu(t)$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\beta = \frac{R}{2L}$$