

# Steckbriefaufgabe

Der Höhenverlauf eines Hügels kann für  $t \in [0, 8]$  annähernd durch eine ganzrationale Funktion dritten Grades beschrieben werden. Zum Zeitpunkt  $t=0$  beträgt die Höhe 150 Meter. Nach 8 Stunden ist die Höhe wieder auf 150 Meter. Nach 5 Stunden hat der Hügel seine Maximale Höhe erreicht, die bei 300 Metern liegt. Bestimmen Sie die Funktion die den Höhenverlauf beschreibt.

— Chart APT

Infos aus  
Text aus-  
lesen

$$t(0) = 150$$

$$t(8) = 150$$

$$t(5) = 300$$

$$t'(5) = 0$$

Funktionen  
aufstellen

$$f(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$$

$$f'(t) = 3at^2 + 2bt + c$$

Bed. 1

$$f(0) = 150$$

$$\underbrace{a(0)^3}_{0} + \underbrace{b(0)^2}_{0} + \underbrace{c(0)}_{0} + d = 150$$

$$d = 150$$

1 Bed. wird einfach immer schon eingesetzt

Bed. 2

$$f(8) = 150$$

$$a(8)^3 + b(8)^2 + c(8) + 150 = 150$$

$$512a + 64b + 8c + 150 = 150 \quad | -150$$

$$512a + 64b + 8c = 0 \quad | :8$$

$$64a + 8b + c = 0$$

Grundsätzlich könnte man die Gleichung so lassen, aber kleinere Zahlen machen's später einfacher.

Bed. 3

$$f(5) = 300$$

$$a(5)^3 + b(5)^2 + c(5) + 150 = 300$$

$$125a + 25b + 5c + 150 = 300 \quad | -300$$

$$125a + 25b + 5c = 150 \quad | :5$$

$$25a + 5b + c = 30$$

→



Bed. 4  $f'(5) = 0$

$$3a(5)^2 + 2b(5) + c = 0$$

$$75a + 10b + c = 0$$


---

Gleichungssystem

I  $75a + 10b + c = 0$

II  $25a + 5b + c = 30$

III  $64a + 8b + c = 0$

---

Gleichung nach... auflösen

III  $64a + 8b + c = 0 \quad | -64a \quad | -8b$   
 $c = -64a - 8b$

Ergebnis in nächste Gleichung einsetzen

II  $25a + 5b + c = 30$   
 $25a + 5b + (-64a - 8b) = 30$   
 $-39a - 3b = 30 \quad | +3b \quad | -30$   
 $-39a - 30 = 3b \quad | :3$   
 $-13a - 10 = b$

Und noch einmal

I  $75a + 10b + c = 0$   
 $75a + 10 \cdot (-13a - 10) + (-64a - 8 \cdot (-13a - 10)) = 0$   
 $75a + (-130a - 100) + (-64a - (-104a - 80)) = 0$   
 $-55a - 100 + (40a + 80) = 0$   
 $-15a - 20 = 0 \quad | +20$   
 $-15a = 20 \quad | :(-15)$   
 $a = -\frac{20}{15} = -\frac{4}{3}$

---

Zwischen-ergebnisse

$$a = -\frac{4}{3}$$

$$b = -13a - 10$$

$$c = -64a - 8b$$



Der ganze  
Einsetz-  
Prozess  
nochmal  
rückwärts

$$a = -\frac{4}{3}$$

$$b = -13a - 10$$

$$= -13 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) - 10$$

$$= \frac{22}{3}$$

$$c = -64a - 8b$$

$$= -64 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) - 8 \cdot \left(\frac{22}{3}\right)$$

$$= \frac{256}{3} - \frac{176}{3}$$

$$= \frac{80}{3}$$

Ergebnis-  
Funktion

$$f(t) = \left(-\frac{4}{3}\right)t^3 + \frac{22}{3}t^2 + \frac{80}{3}t + 150$$

Ergebnis  
Prüfen

$$t(8) = 150 \quad *$$

$$\left(-\frac{4}{3}\right) \cdot 8^3 + \frac{22}{3} \cdot 8^2 + \frac{80}{3} \cdot 8 + 150 = 150$$

$$-\frac{2048}{3} + \frac{1408}{3} + \frac{640}{3} + 150 = 150$$

$$\underbrace{-\frac{2048}{3} + \frac{1408}{3} + \frac{640}{3}}_0 + 150 = 150$$

ist wahr, also stimmt  
das Ergebnis

\* könnte jede  
Bedingung  
der Aufgabe nehmen.