

## Skalarprodukt

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} = \underbrace{1 \cdot 4}_{4} + \underbrace{2 \cdot 5}_{10} + \underbrace{3 \cdot 6}_{18} = 32$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 32$$

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}}{\sqrt{\underbrace{1^2 + 2^2 + 3^2}_{14} \cdot \sqrt{\underbrace{4^2 + 5^2 + 6^2}_{36}}} = \cos^{-1} \frac{32}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{36}} = \cos^{-1} 0,9746 = 12,9332^\circ$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \underbrace{2 \cdot 6}_{12} + \underbrace{3 \cdot (-1)}_{-3} + \underbrace{5 \cdot 3}_{-15} = -6$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = -6$$

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}}{\sqrt{\underbrace{2^2 + 3^2 + 5^2}_{38} \cdot \sqrt{\underbrace{6^2 + (-1)^2 + 3^2}_{46}}} = \cos^{-1} \frac{-6}{\sqrt{38} \cdot \sqrt{46}} = \cos^{-1} -0,1435 = 98,251^\circ$$

$$\vec{A} = (1|2|3) \quad \vec{B} = (-3|6|-5) \quad \vec{C} = (-1|3|4)$$

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|}$$

$$\vec{AB} = 0\vec{B} - 0\vec{A} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} = 0\vec{C} - 0\vec{A} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{\begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}}{\sqrt{(-4)^2 + 4^2 - 8^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + 1^2 - 1^2}} = \cos^{-1} \frac{8 + 4 - 8}{\sqrt{16 + 16 + 64} \cdot \sqrt{4 + 1 + 1}} =$$

$$\cos^{-1} \frac{4}{\sqrt{96} \cdot \sqrt{6}} = \cos^{-1} \frac{4}{9,798 \cdot 2,449} = \cos^{-1} 0,1667 = 80,404^\circ$$

$$\beta = \cos^{-1} \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| \cdot |\vec{BC}|}$$

$$\vec{BA} = -\vec{AB} = -\begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BC} = 0\vec{C} - 0\vec{B} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\beta = \cos^{-1} \frac{\begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}}{\sqrt{4^2 - 4^2 + 8^2} \cdot \sqrt{2^2 - 3^2 + 9^2}} = \cos^{-1} \frac{8 + 12 + 72}{9,798 \cdot \sqrt{4 + 9 + 81}} = \cos^{-1} \frac{92}{9,798 \cdot \sqrt{94}} =$$

$$\cos^{-1} \frac{92}{9,798}$$