

**FORMULE KOJE JE DOZVOLJENO IMATI NA KOLOKVIJU I PISMENOM ISPITU IZ
KOLEGIJA "LINEARNI REGULACIJSKI SUSTAVI"**

Laplace-ova transformacija:

$$L\{x(t)\} = X(s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-st} dt,$$

$$s = \sigma + j\omega$$

za $x(t) = 0$ pri $t < 0$:

$$L\{x(t)\} = X(s) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt$$

Tablica Laplace-ovih transformacija osnovnih funkcija:

x(t), pri čemu je x(t) = 0 za t < 0	X(s)		x(t), pri čemu je x(t) = 0 za t < 0	X(s)		x(t), pri čemu je x(t) = 0 za t < 0	X(s)
$\delta(t)$	1		$\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$		$e^{\pm at} \sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{(s \mp a)^2 + \omega^2}$
$u(t)$	1/s		$\cos(\omega t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$		$e^{\pm at} \cos(\omega t)$	$\frac{s \mp a}{(s \mp a)^2 + \omega^2}$
t	1/s ²		$e^{\pm at}$	$\frac{1}{s \mp a}$		$te^{\pm at}$	$\frac{1}{(s \mp a)^2}$
t ²	2/s ³		t ⁿ	n! / s ⁿ⁺¹			

LT pomaknutog signala:

$$L\{x(t \pm a)u(t \pm a)\} = e^{\pm as} X(s)$$

$$L\{e^{\pm as} x(t)u(t)\} = X(s \mp a)$$

LT derivacije signala:

$$L\left\{\frac{d^n x(t)}{dt^n}\right\} = s^n X(s) - s^{n-1}x(0) - s^{n-2}\dot{x}(0) - s^{n-3}\ddot{x}(0) - \dots$$

LT integrala signala:

$$L\{n - \text{tog integrala od } x(t)\} = \frac{1}{s^n} X(s)$$

Formula za određivanje residuuma višestrukih polova prijenosne funkcije:

$$W(s) = \frac{Br(s)}{(s-p_1)^m (s-p_2) \dots (s-p_n)} = \frac{K_1}{(s-p_1)^m} + \frac{K_2}{(s-p_1)^{m-1}} + \frac{K_3}{(s-p_1)^{m-2}} + \dots + \frac{K_m}{s-p_1} + \frac{K_{m+1}}{s-p_2} + \dots + \frac{K_{m+n-1}}{s-p_n}$$

$$K_1 \dots K_i \dots K_m: \text{ residuumi m-strukog pola računaju se prema formuli: } K_i = \frac{1}{(i-1)!} \frac{d^{i-1}}{ds^{i-1}} [(s-p_1)^m W(s)] \Big|_{s=p_1}$$

Specifikacije sustava u vremenskom području:

$$M_n = e^{\frac{-\pi \xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}; \quad T_n = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}}; \quad T_s(5\%) = \frac{3}{\xi \omega_n}; \quad T_s(2\%) = \frac{4}{\xi \omega_n}$$

Specifikacije sustava u frekvencijskom području:

$$M_m = \frac{1}{2\xi \sqrt{1-\xi^2}}; \quad \omega_m = \omega_n \sqrt{1-2\xi^2}; \quad PP = \omega_n \sqrt{1-2\xi^2 + \sqrt{(1-2\xi^2)^2 + 1}}$$

M-kružnice; radijus: $r = \left| \frac{M}{M^2 - 1} \right|$, centar kružnice: $(-\frac{M^2}{M^2 - 1}, 0)$

$$AP [dB] = 20 \log \left| \frac{1}{\text{Re}[W_o(j\omega_n)]} \right|; \quad \text{Im}[W_o(j\omega_n)] = 0$$

$$FP[^\circ] = 180^\circ + \text{argument}[W_o(j\omega_l)]; \quad |W_o(j\omega_l)| = 1$$

Asimptote grana grafa GMK:

Broj asimptota: $q = n_p - n_z$;

Točka izlaza asimptota s realne osi:
$$\sigma = \frac{\sum_{j=1}^{np} \text{Re}(p_j) - \sum_{i=1}^{nz} \text{Re}(z_i)}{q}$$

Kut kojeg asimptote zatvaraju s '+' dijelom realne osi: $\Phi = (2l+1)/q * 180(^\circ)$, pri čemu je: $l=0,1,2,\dots,(q-1)$

Pravila blok algebre:

Prebacivanje TOČKE GRANANJA		Prebacivanje TOČKE ZBRAJANJA	
U smjeru toka signala	Suprotno smjeru toka signala	U smjeru toka signala	Suprotno smjeru toka signala
Prijenosnu funkciju grane KOJU prebacujemo DIJELIMO s prijenosnom funkcijom grane PREKO KOJE prebacujemo	Prijenosnu funkciju grane KOJU prebacujemo MNOŽIMO s prijenosnom funkcijom grane PREKO KOJE prebacujemo	Prijenosnu funkciju grane KOJU prebacujemo MNOŽIMO s prijenosnom funkcijom grane PREKO KOJE prebacujemo	Prijenosnu funkciju grane KOJU prebacujemo DIJELIMO s prijenosnom funkcijom grane PREKO KOJE prebacujemo

Opis objekta i regulacijskog sustava s varijablama stanja:

Objekt	Regulacijski sustav
<p>Opis objekta s varijablama stanja:</p> $\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}\underline{x}(t) + \underline{b}u(t)$ $y(t) = \underline{c}^T \underline{x}(t)$ $\underline{X}(s) = \underline{\Phi}(s)\underline{b}U(s)$ <p>Odnos prijenosne funkcije objekta i opisa s varijablama stanja:</p> $G_p(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \underline{c}^T \underline{\phi}(s)\underline{b}$	<p>Opis regulacijskog sustava s varijablama stanja:</p> $\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}_K \underline{x}(t) + K \underline{b}r(t)$ $y(t) = \underline{c}^T \underline{x}(t)$ <p>Pri čemu je:</p> $\underline{A}_K = \underline{A} - K \underline{b} \underline{k}^T$ $\underline{X}(s) = K \underline{\Phi}_K(s) \underline{b} R(s)$ <p>Odnos prijenosne funkcije regulacijskog sustava i opisa s varijablama stanja:</p> $W(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = K \underline{c}^T \underline{\phi}_K(s) \underline{b}$ <p>ili</p> $W(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K \underline{c}^T \underline{\phi}(s) \underline{b}}{1 + K \underline{k}^T \underline{\phi}(s) \underline{b}}$ <p>Prikaz reg. sustava preko Heq;</p> $H_{eq}(s) = \frac{\underline{k}^T \underline{\phi}(s) \underline{b}}{\underline{c}^T \underline{\phi}(s) \underline{b}} = \frac{\underline{k}^T \underline{\phi}(s) \underline{b}}{G_p(s)}$

Kompensatori s faznim zaostajanjem i prethodenjem:

$$\omega_{\max} = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$$

$$\varphi_{\max} = \arctan\left(\sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}}\right) - \arctan\left(\sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}}\right) \quad (\text{fazno zaostajanje})$$

$$\varphi_{\max} = \arctan\left(\sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}}\right) - \arctan\left(\sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}}\right) \quad (\text{fazno prethodenje})$$

Aproksimacije za arctan:

Ako vrijedi da je $a \ll b$, biti će:

$$\arctan\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{a}{b}$$

$$\arctan\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{\pi}{2} - \frac{a}{b}$$