



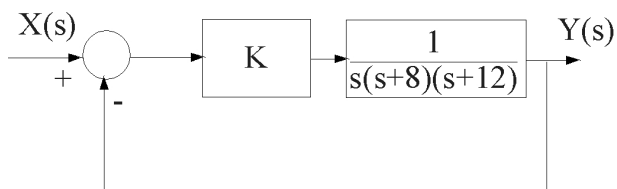
**KOLEGIJ
LINEARNI REGULACIJSKI SUSTAVI**

**NADOMJEŠTANJE SUSTAVA VIŠEG REDA
SUSTAVIMA PRVOG ILI DRUGOG REDA**

Vježba br. 1.

ZADATAK NA VJEŽBI:

Blok dijagram sustava s negativnom jediničnom povratnom vezom prikazan je na slici:



Nadomjestiti tj. aproksimirati zadani sustav sustavom nižeg reda (prvog ili drugog reda):

- Odrediti koeficijente nadomjesnog sustava
- Napisati prijenosnu funkciju nadomjesnog sustava
- Na istom grafu nacrtati i usporediti vremenski odziv izvornog i nadomjesnog sustava
- Na istom grafu nacrtati i usporediti frekvencijsku karakteristiku izvornog i nadomjesnog sustava
- Komentirati rezultate tj. kvalitetu nadomještanja

Zadano je:

a) $K = 615$

b) $K = 55$

Slijediti upute i na potrebna mjesta unositi proračune, rješenja i slike generirane u Matlabu. S razumijevanjem proučiti kod iz uputa i s copy-paste opcijom kopirati ga u komandni mod Matlaba i izvršavati.

Prijenosna funkcija otvorene petlje sustava će biti:

$$W_o(s) = \frac{K}{s(s+8)(s+12)} = \frac{K}{s(s^2 + 12s + 8s + 96)} = \frac{K}{s^3 + 20s^2 + 96s}$$

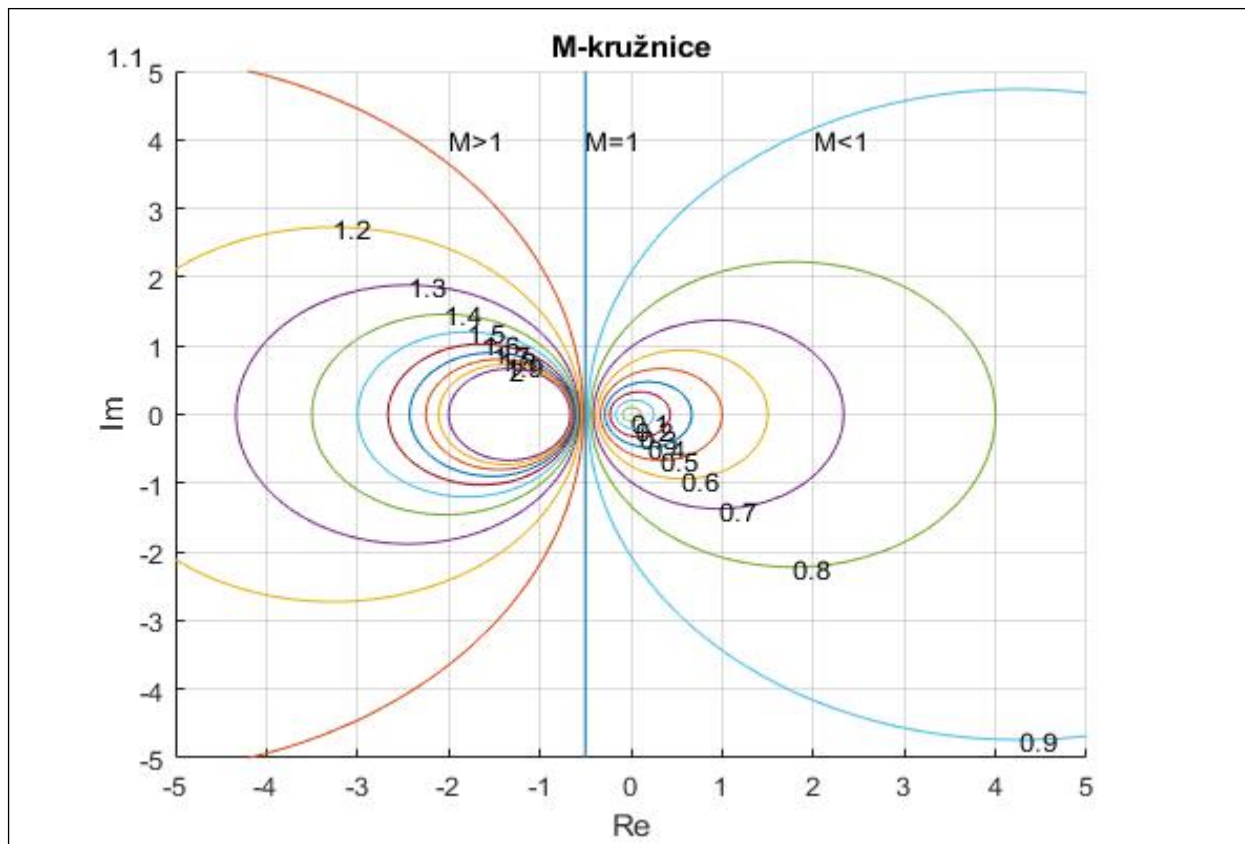
Zadatak pod a): $K = 615$

Prvo u Matlabu crtamo M-kružnice, kod za M-kružnice je sljedeći.

```
% crtanje M - kruznica
clear all;
title('M-kružnice');
xlabel('Re');
ylabel('Im');
y = 0;
m1=0.5;
y0=100;
line([-m1 -m1],[-100 100]);
text(-m1,4,'M=1');
text(-2,4,'M>1');
text(2,4,'M<1');
hold on;
for M =1:0.1:2
    x = -(M*M)/(M*M-1);
    r = M/(M*M-1);
    th = 0:pi/500:2*pi;
    xunit = r*cos(th)+x;
    yunit = r*sin(th)+y;
    plot(xunit,yunit);
    axis([-5 5 -5 5]);
    text(max(x),max(r),num2str(M))
    grid on;
    hold on;
end
for M =0.1:0.1:1
    x = -(M*M)/(M*M-1);
    r = M/(M*M-1);
    th = 0:pi/500:2*pi;
    xunit = r*cos(th)+x;
    yunit = r*sin(th)+y;
    plot(xunit,yunit);
    axis([-5 5 -5 5]);
    text(max(x),max(r),num2str(M))
    grid on;
    hold on;
end
```

Ovaj kod prvo crta liniju kada je $M = 1$, zatim sve kružnice za $M > 1$ u rasponu od 1-2 i $M < 1$ u rasponu od 0.1-1.

Slika 1. Prikazuje ispis grafa s M kružnicama:



Slika 1. Prikaz M-kružnica

Sad ćemo iscrtati na istom grafu polarni dijagram prijenosne funkcije otvorene petlje sustava koristeći već predefinirane funkcije unutar Matlaba:

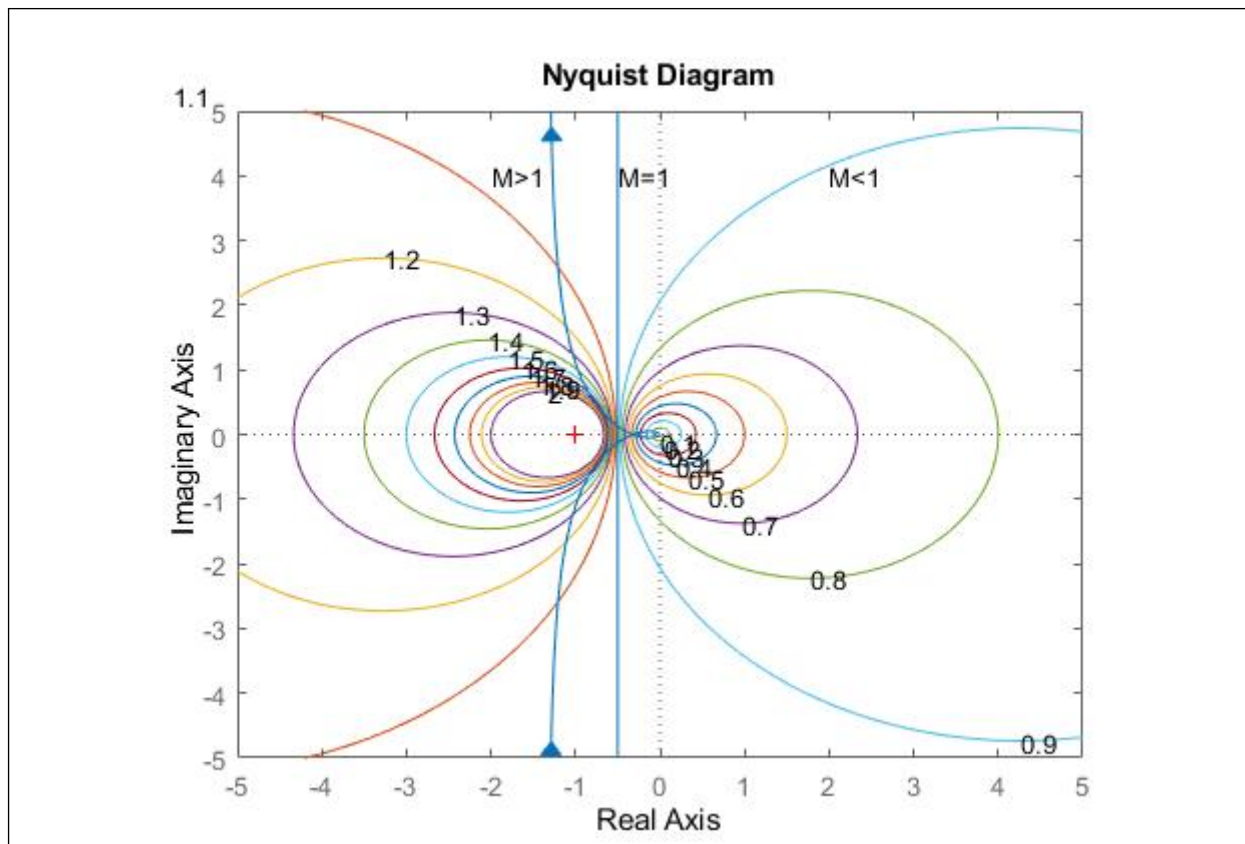
Prvo definiramo funkciju W_o kao prijenosnu funkciju:

```
disp('unesi pojačanje sustava K: ');
K = input('K = ');
Wo = tf (K,[1 20 96 0]);
```

Zatim na graf s ucrtanim M-kružnicama crtamo Nyquistov dijagram za zadanu prijenosnu funkciju:

```
nyquist(Wo);
axis([-5 5 -5 5]);
```

Izvršenjem koda prikazat će se Nyquistov dijagram od $W_o(s)$ zajedno s ucrtanim M-kružnicama Slika 2:



Slika 2. Prikaz Nyquistovog dijagrama prijenosne funkcije $W_o(s)$ i M-kružnica

Očitati sa Slike 2 u Matlabu koju M-kružnicu tangira Nyquistov dijagram. Pomoć: Zumirati sliku na način: Iz Task bara slike odabrati opciju: Tools. Iz padajućeg izbornika odabrati opciju: Edit plot, zatim opciju: Zoom in. Zatim kursom odabrati područje koje želimo zumirati (povećati).

Iz dijagrama je vidljivo da prijenosna funkcija tangira kružnicu čija je vrijednost:

$$M = 1.7,$$

odnosno rezonantno nadvišenje sustava iznosi:

$$M_m = 1.7$$

Očitati sa Slike 2 u Matlabu koordinate točke dodira Nyquistovog dijagrama i M-kružnice:

$$\text{Točka dodira } A = (x_A, y_A) = (-0.77, 0.49)$$

Napomena: Ako kliknemo na točku dodira (bez prethodno uključene opcije Zoom in!), pored koordinata točke dodira prikazat će se i frekvencija koja odgovara točki, $\omega_A = \omega_m$. Unatoč već određenoj frekvenciji, odrediti frekvenciju i računski (pomoću uputa koje slijede) i provjeriti rezultat.

S obzirom da prijenosna funkcija ima rezonantno nadvišenje, tada ovaj sustav nadomještamo sustavom 2. jer sustav 1. nema rezonantno nadvišenje (kojeg reda, prvog ili drugog?, unijeti i objasniti odgovor).

Odredimo parametar ζ :

$$M_x = M_m = \frac{1}{2\zeta \sqrt{1-\zeta^2}} = 1.7 \quad (1.1)$$

Riješiti jednadžbu 1.1. Izračun priložiti izvještaju. Svesti jednadžbu na oblik:

$$\zeta^4 + a\zeta^3 + b\zeta^2 + c\zeta + d = 0$$

Za korijene (rješenja) jednadžbe koristiti Matlab naredbu:

>> roots ([1 a b c d]).

Koje ćemo od četiri dobivena rješenja odabrati i zašto (objasniti!)?

$\zeta = 0.3091$ jer mora bit manje od 0.707

Nadalje, izračunajmo frekvenciju rezonantnog nadvišenja ω_m :

Riješiti jednadžbu:

$$|W_0(j\omega_m)| = \sqrt{x_A^2 + y_A^2}$$

$$\begin{aligned} |W_0| &= \sqrt{(-0.743)^2 + (-0.44)^2} = 0.8635 \\ |W_0| &= \left| \frac{615}{j\omega_m(j\omega_m + 8)(j\omega_m + 12)} \right| = 0.8635 \\ \frac{615}{\omega_m \sqrt{\omega_m^2 + 64} \sqrt{\omega_m^2 + 144}} &= 0.8635 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega_m^2(\omega_m^2 + 64)(\omega_m^2 + 144) &= 507254 \\ \omega_m^6 + 144\omega_m^4 + 64\omega_m^4 + 9216\omega_m^2 - 507254 &= 0 \\ \omega_m^6 + 208\omega_m^4 + 9216\omega_m^2 - 507254 &= 0 \end{aligned}$$

:

$$\omega_m^6 + a\omega_m^5 + b\omega_m^4 + c\omega_m^3 + d\omega_m^2 + e\omega_m + f = 0$$

$$a=0$$

$$b=208$$

$$c=0$$

$$d=9216$$

$$e=0$$

$$f=-507254$$

Pomoću Matlaba i naredbe roots odrediti rješenja jednadžbe i odabrati ispravno rješenje:

Sva rješenja jednadžbe:

$$\begin{aligned}\omega_m &= -2.1517 + 11.1340i \\ &\quad -2.1517 - 11.1340i \\ &\quad 2.1517 + 11.1340i \\ &\quad 2.1517 + 11.1340i \\ &\quad -5.5384 + 0.0000i \\ &\quad 5.5384 + 0.0000i\end{aligned}$$

Ispravno rješenje:

$$\omega_m = \pm 5.5384 \text{ (rad/s)}$$

Izračunajmo još neprigušenu prirodnu frekvenciju nadomjesnog sustava:

$$\omega_n = \frac{\omega_m}{\sqrt{1-2\zeta^2}} = 6.192 \text{ (rad/s)}$$

Izvorni sustav trećeg reda možemo nadomjestiti sustavom drugog reda čija je prijenosna funkcija zatvorene petlje sljedeća:

$$W_{\text{nadomjesni}}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{38.34}{s^2 + 3.92s + 38.34}$$

Nacrtajmo i usporedimo vremenske odzive izvornog i nadomjesnog sustava, primjenom sljedećeg koda:

```
clear all;
format long;

t=linspace(0,5,1024);
u(1:length(t))=1;

% sustav izvorni
syso=zpk([], [0, -8, -12], 615);
sys1=tf(1);
sys=feedback(syso, sys1);

% sustav nadomjesni
disp('unesi neprigušenu prirodnu frekvenciju w_n nadomjesnog sustava: ');
w_n = input('w_n = ');
disp('unesi faktor prigušenja zeta nadomjesnog sustava: ');
zeta = input('zeta = ');

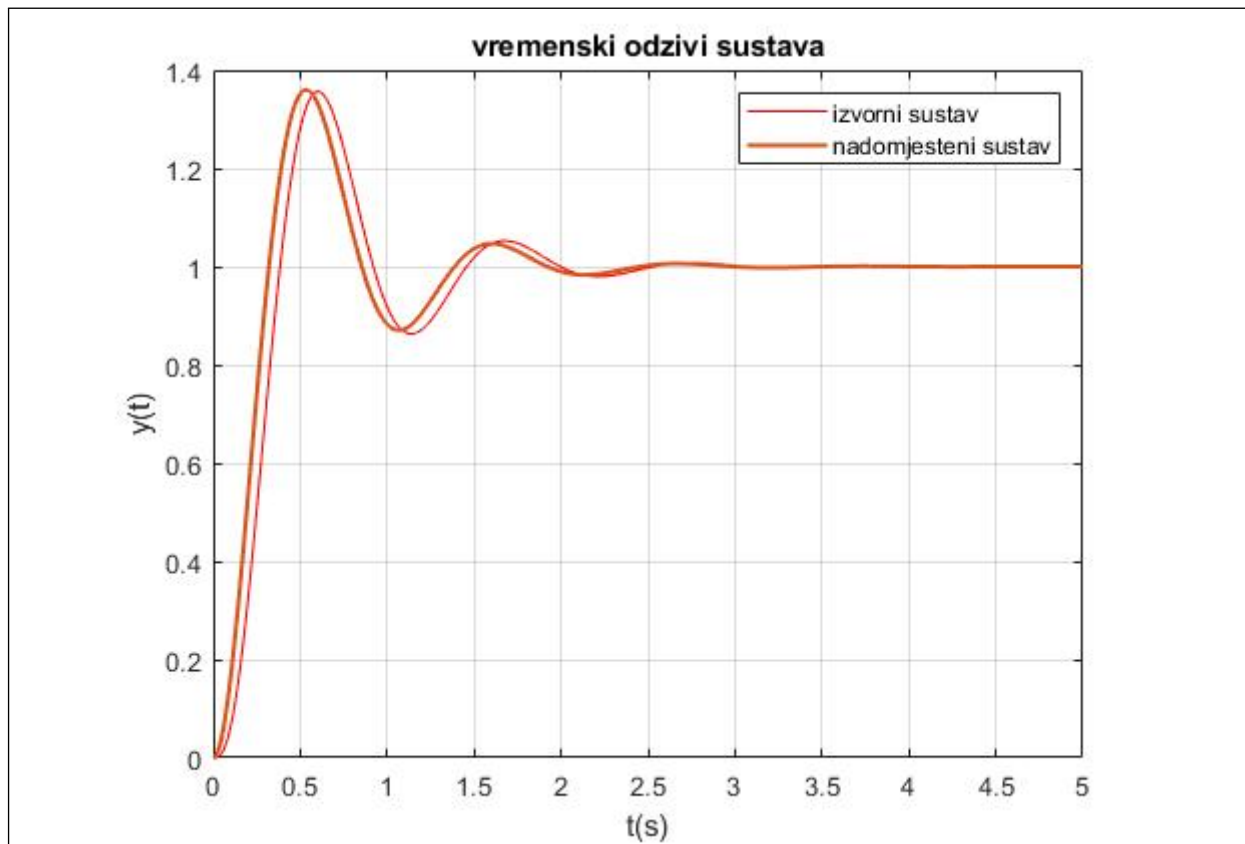
sysapx=tf([w_n*w_n], [1, 2*zeta*w_n, w_n*w_n]);
```

```

% crtanje vremenskih odziva izvornog i nadomjesnog sustava na istom grafu
% (usporedba i ocjena kvalitete nadomještanja)
y=lsim(sys,u,t)';
y1=lsim(sysapx,u,t)';
figure;
plot(t,y,'r','LineWidth',0.5);
grid on;
zoom on;
hold on;
plot(t,y1,'LineWidth', 1.5);
grid on;
legend 'izvorni sustav' 'nadomjesteni sustav';
title 'vremenski odzivi sustava';
xlabel('t(s)');
ylabel('y(t)');

```


Kopirati dobivenu Sliku u izvještaj:

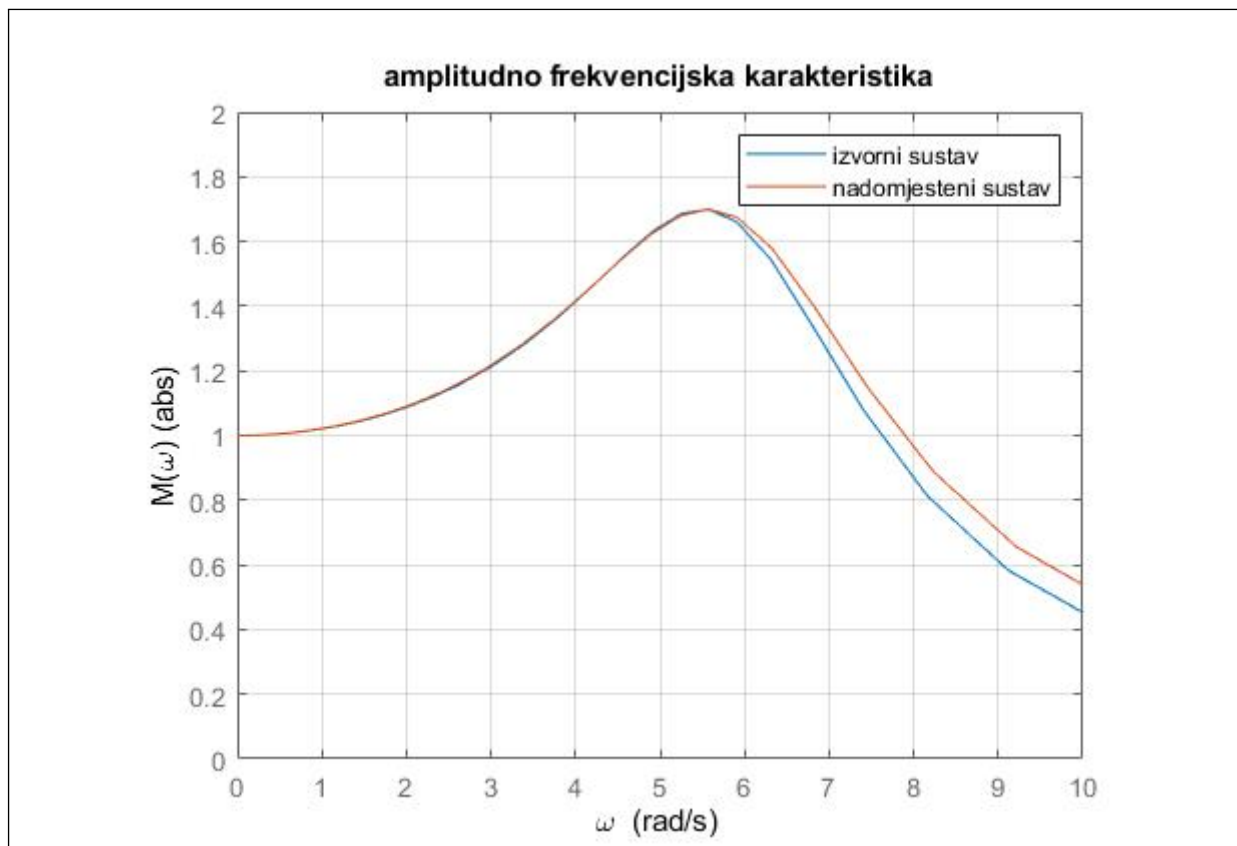


Slika 3. Usporedba vremenskih odziva izvornog i nadomjesnog sustava

Nacrtajmo još i usporedimo amplitudno frekvencijske karakteristike izvornog i nadomjesnog sustava, primjenom sljedećeg koda:

```
% crtanje amplitudnih frekvencijskih karakteristika izvornog i nadomjesnog
% sustava na istom grafu(usporedba i ocjena kvalitete nadomještanja)
opts=bodeoptions('cstprefs');
opts.Xlim = [0, 10];
opts.Ylim = [0, 2];
opts.FreqUnits = 'rad/s';
opts.FreqScale = 'linear';
opts.MagUnits = 'abs';
opts.MagScale = 'linear';
opts.PhaseVisible = 'off';
figure;
bodemag(sys, sysapx, opts);
grid on;
zoom on;
hold on;
legend 'izvorni sustav' 'nadomjesteni sustav';
title 'amplitudno frekvencijska karakteristika';
xlabel('\omega');
ylabel('M(\omega)');
```

Kopirati dobivenu Sliku u izvještaj:



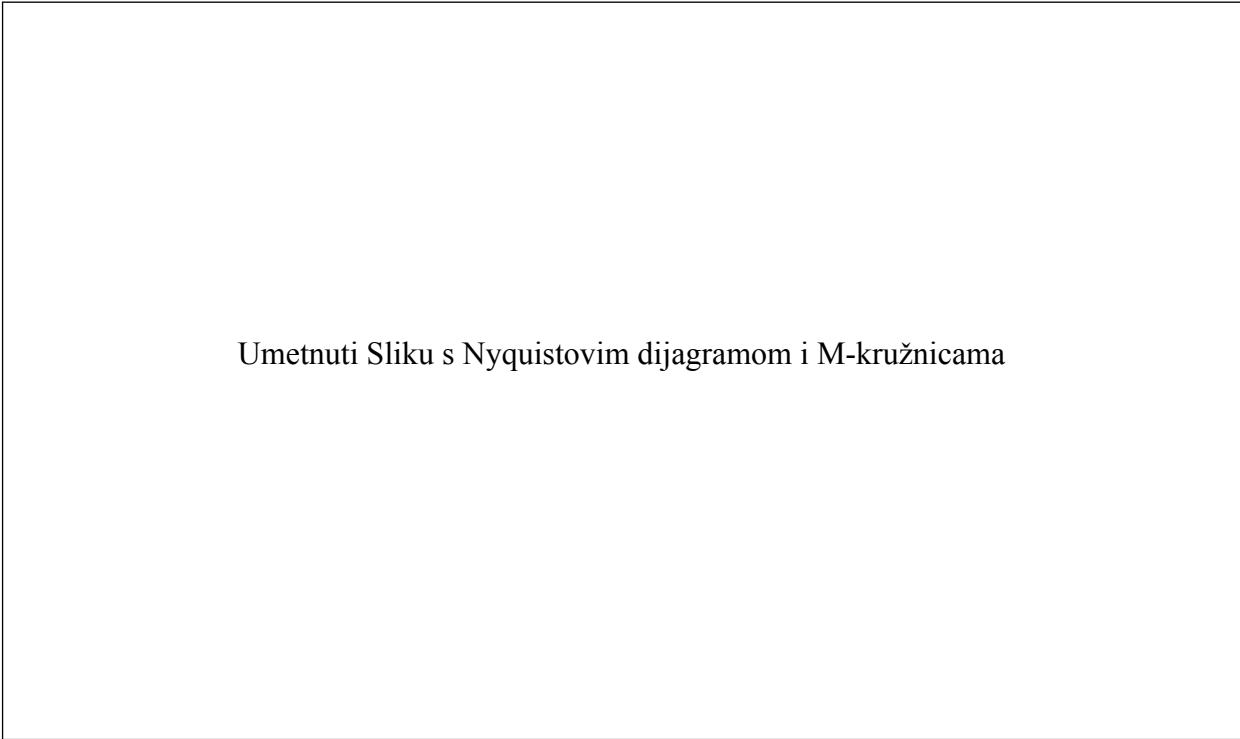
Slika 4. Usporedba amplitudnih frekvencijskih karakteristika izvornog i nadomjesnog sustava

Na temelju dobivenih grafova ocijeniti kvalitetu nadomještanja: Komentirati!

Zadatak pod b): $K = 55$

U Matlabu crtamo M-kružnice i polarni dijagram $W_o(s)$ sustava, koristeći prethodno napisani kod (stranice 2,3).

Izvršenjem koda prikazat će se Nyquistov dijagram od $W_o(s)$ zajedno s ucrtanim M-kružnicama Slika 5:



Umetnuti Sliku s Nyquistovim dijagramom i M-kružnicama

Slika 5. Prikaz Nyquistovog dijagrama prijenosne funkcije $W_o(s)$ i M-kružnica

Uočiti sa Slike 5 u Matlabu da li Nyquistov dijagram tangira neku kružnicu za koju je $M > 1$ ili samo dodiruje M kružnice za koje je $M < 1$?

Izvorni sustav nadomještamo sustavom _____ reda (navesti kojeg?, prvog ili drugog i objasniti odgovor!)

Prvo Odredimo frekvenciju kritične amplitude izvornog sustava, ω_i :

Riješiti jednađbu: $\left|W_{0_{izvorni}}(j\omega)\right|_{\omega=\omega_I} = 1$

Unijeti proračun...

Svesti dobivenu jednađbu na oblik:

$$\omega_I^6 + a\omega_I^5 + b\omega_I^4 + c\omega_I^3 + d\omega_I^2 + e\omega_I + f = 0$$

U Matlabu naredbom roots dobit ćemo 6 korijena (rješenja) jednađbe od kojih treba odabrati ispravno rješenje:

Sva rješenja jednađbe:

$\omega_I = \text{unijeti sva rješenja}$

Ispravno rješenje:

$\omega_I = \text{unijeti ispravno rješenje (rad/s)}$

Prijenosna funkcija nadomjesnog sustava glasi:

$$W(s) = \frac{K_{\text{nadomjesni}}}{s + K_{\text{nadomjesni}}}$$

Kolika je vrijednost parametra $K_{\text{nadomjesni}}$? Po kojem ga kriteriju odabiremo? Objasniti odgovor!

$K_{\text{nadomjesni}} = \text{unijeti vrijednost}$

Napisati prienosnu funkciju nadomjesnog sustava:

$$W(s) = \frac{K_{\text{nadomjesni}}}{s + K_{\text{nadomjesni}}} = \frac{\text{unijeti vrijednost}}{s + \text{unijeti vrijednost}}$$

Koristeći kod koji slijedi nacrtat ćemo vremenske odzive izvornog i nadomjesnog sustava.

```
% crtanje amplitudnih frekvencijskih karakteristika izvornog i nadomjesnog  
% sustava na istom grafu (usporedba i ocjena kvalitete nadomještanja)
```

```

clear all

% definiranje nadomjesnog sustava
disp('unesi pojačanje nadomjesnog sustava, K_nadomjesni: ');
K_nadomjesni = input('K_nadomjesni = ');

s = tf('s');
G = K_nadomjesni / (s + K_nadomjesni)

% definiranje izvornog sustava
G1 = 55 / (s * (s + 8) * (s + 12))
IZV = G1 / (1 + G1);

step(IZV, G)
legend 'izvorni sustav' 'nadomjesteni sustav';
title 'vremenski odzivi sustava';
xlabel('t(s)');
ylabel('y(t)');

```

Kopirati dobivenu Sliku u izvještaj:

Umetnuti Sliku s vremenskim odzivima izvornog i nadomjesnog sustava...

Slika 6. Usporedba vremenskih odziva izvornog i nadomjesnog sustava

Nacrtajmo još i usporedimo amplitudno frekvencijske karakteristike izvornog i nadomjesnog sustava, primjenom sljedećeg koda:

```
% crtanje amplitudnih frekvencijskih karakteristika izvornog i nadomjesnog
% sustava na istom grafu(usporedba i ocjena kvalitete nadomještanja)
opts=bodeoptions('cstprefs');
opts.Xlim = [0, 10];
opts.Ylim = [0, 1.2];
opts.FreqUnits = 'rad/s';
opts.FreqScale = 'linear';
opts.MagUnits = 'abs';
opts.MagScale = 'linear';
opts.PhaseVisible = 'off';

bodemag(IZV,G,opts);
grid on;
zoom on;
hold on;
legend 'izvorni sustav' 'nadomjesteni sustav';
title 'amplitudno frekvencijska karakteristika';
xlabel('\omega');
ylabel('M(\omega)');
```

Kopirati dobivenu Sliku u izvještaj:

Umetnuti Sliku s amplitudnim frekvencijskim karakteristikama izvornog i nadomjesnog sustava...

Slika 7. Usporedba amplitudnih frekvencijskih karakteristika izvornog i nadomjesnog sustava

Na temelju dobivenih grafova ocijeniti kvalitetu nadomještanja: Komentirati!