

Vaje 12.4.2022: Eulerjevi metodi, Runge-Kutta metode

1. Izpeljite splošni formuli za numerični približek y_n pri reševanju začetnega problema

$$y'(x) = \lambda y(x), \quad y(0) = y_0, \quad y_0 \neq 0, \quad \lambda < 0,$$

po eksplcitni in implicitni Eulerjevi metodi. Ugotovite, pri katerih razmikih h velja

$$\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \lim_{x \rightarrow \infty} y(x).$$

Rešitev: naloga 4.3 v Gradivo s predavanj in vaj.

2. Heunova metoda je podana z Butcherjevo shemo:

$$\begin{array}{c|cc} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ \hline & 1/2 & 1/2 \end{array}.$$

Naj bo začetni problem podan s funkcijo $f(x, y) = x + y - 1$ in začetnim pogojem $y_0 = 1$ v točki $x_0 = 0$. S pomočjo Heunove metode poiščite numerično rešitev začetnega problema na intervalu $[0, 1]$ pri koraku $h = \frac{1}{4}$. Rezultate primerjajte z rezultati, dobljenimi s pomočjo eksplcitne in implicitne Eulerjeve metode ter s točno rešitvijo.

3. V *Matlabu* implementirajte spodnji Runge-Kutta metodi in ju preizkusite na funkciji iz prejšnje naloge:
 - a) Heunova metoda, podana z Butcherjevo shemo v prejšnji nalogi.
 - b) Metoda RK3, podana z Butcherjevo shemo:

$$\begin{array}{c|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ \hline & 1/6 & 2/3 & 1/6 \end{array}.$$