

Numerične metode 2 2021/22

2.domača naloga, 1.del

Rešitve stisnite v ZIP datoteko z imenom `ime-priimek-vpisna-dn2.zip` in jih oddajte preko učilnice najkasneje dan pred kvizom.

1. Numerično odvajanje.

Implementirajte sledeče pravilo za izračun odvoda funkcije f v točki x_0 :

$$f'(x_0) \approx \frac{1}{12h}f(x_0 - 2h) - \frac{2}{3h}f(x_0 - h) + \frac{2}{3h}f(x_0 + h) - \frac{1}{12h}f(x_0 + 2h), \quad (1)$$

kjer je $h > 0$ izbran korak. Preizkusite pravilo na funkciji

$$f(x) = \frac{1}{x+1}$$

za $x_0 = \frac{1}{2}$ za različne $h \in (0, 1)$. Rezultate primerjajte s približki, dobljenimi s pomočjo preme, obratne in simetrične difference za prvi odvod.

- (a) Kolikšni so dobljeni približki za $f'(\frac{1}{2})$ po pravilu (1) za $h = 0.01, 0.1, 0.15$ in 0.2 ?
- (b) Kolikšna je napaka približkov, dobljenih v točki (a)?
- (c) Za koliko se po absolutni vrednosti razlikujejo približki, dobljeni v točki (a), in ustrezni približki, dobljeni s pomočjo preme, obratne in simetrične difference za prvi odvod?

2. Rombergova metoda.

Implementirajte Rombergovo metodo, ki kot vhodne podatke sprejme funkcijo f , interval integracije $[a, b]$ in podatek o številu korakov $k \in \mathbb{N}$. Metoda naj vrne dobljeni približek po k korakih, poleg tega pa še celotno shemo izračunanih približkov (npr. spodnje trikotna matrika velikosti $(k+1) \times (k+1)$). Metodo preizkusite na funkciji $f(x) = \sin(x)$ na intervalu $[0, \pi]$.

- (a) Kolikšen je dobljen približek po 4 korakih?
- (b) Kolikšna je napaka dobljenega približka po 2 korakih (odstopanje dobljenega približka od dovolj točne vrednosti, ki jo dobite z ukazom `integral`)?