

Numerične metode 2 2021/22

2.domača naloga, 2.del

Rešitve stisnite v ZIP datoteko z imenom `ime-priimek-vpisna-dn2.zip` in jih oddajte preko učilnice najkasneje dan pred kvizom.

1. RK4.

Metoda RK4 je eksplicitna metoda, ki je podana z Butcherjevo shemo

0	0	0	0	0
1/2	1/2	0	0	0
1/2	0	1/2	0	0
1	0	0	1	0
<hr/>				
	1/6	2/6	2/6	1/6

V Matlabu implementirajte metodo RK4 in jo preizkusite na funkciji

$$f(x) = y + 15e^x \cos(15x)$$

na intervalu $[0, 1]$ z začetnim pogojem $y_0 = 0$ v točki $x_0 = 0$ pri razmikih $h = 0.1 \cdot 2^{-r}$, $r \in \{0, 1, \dots, 4\}$. Dobljene približke primerjajte s točnimi vrednostmi. Točna rešitev problema je

$$y(x) = e^x \sin(15x).$$

- Kolikšne so globalne napake v točkah delitve intervala $[0, 1]$ za $r \in \{0, 1, \dots, 4\}$?
- Zgornji problem rešite še s pomočjo Heunove metode. Primerjajte dobljene približke in globalne napake obeh metod.

2. Sistemi.

Model Lotka-Volterra je podan s sistemom diferencialnih enačb

$$x'(t) = \alpha x - \beta xy, \quad y'(t) = \delta xy - \gamma y$$

in se uporablja za opis dinamike bioloških sistemov, v katerih medsebojno delujeta dve vrsti, ena kot plenilec in druga kot plen. Populacije se skozi čas spreminjajo glede na par zgornjih enačb, kjer:

- x predstavlja število plenov (npr. zajcev),
- y predstavlja število plenilcev (npr. lisic),
- t predstavlja čas,
- α, β, γ in δ pa so parametri, ki opisujejo interakcijo obeh vrst.

Naj bodo $\alpha = 10, \beta = 1, \gamma = 8$ in $\delta = 1$ in naj bo $x(0) = 2$ ter $y(0) = 10$. Sistem opazujemo na časovnem intervalu $[0, 5]$ in ga rešujemo s pomočjo metode RK4 (prilagojene za sistem enačb) pri razmiku $h = 0.1$. Izračunajte numerične približke za število plenilcev in plenov ob časih $t_i = ih, i = 0, 1, \dots, 50$.

- Dobljene približke primerjajte z dovolj točnimi približki, ki jih v Matlabu dobite s pomočjo ukazov `ode45` in `deval`.
- Rezultate, ki jih dobite po metodi RK4, grafično predstavite; narišite graf, ki prikazuje število plenilcev in plenov v odvisnosti od časa.