

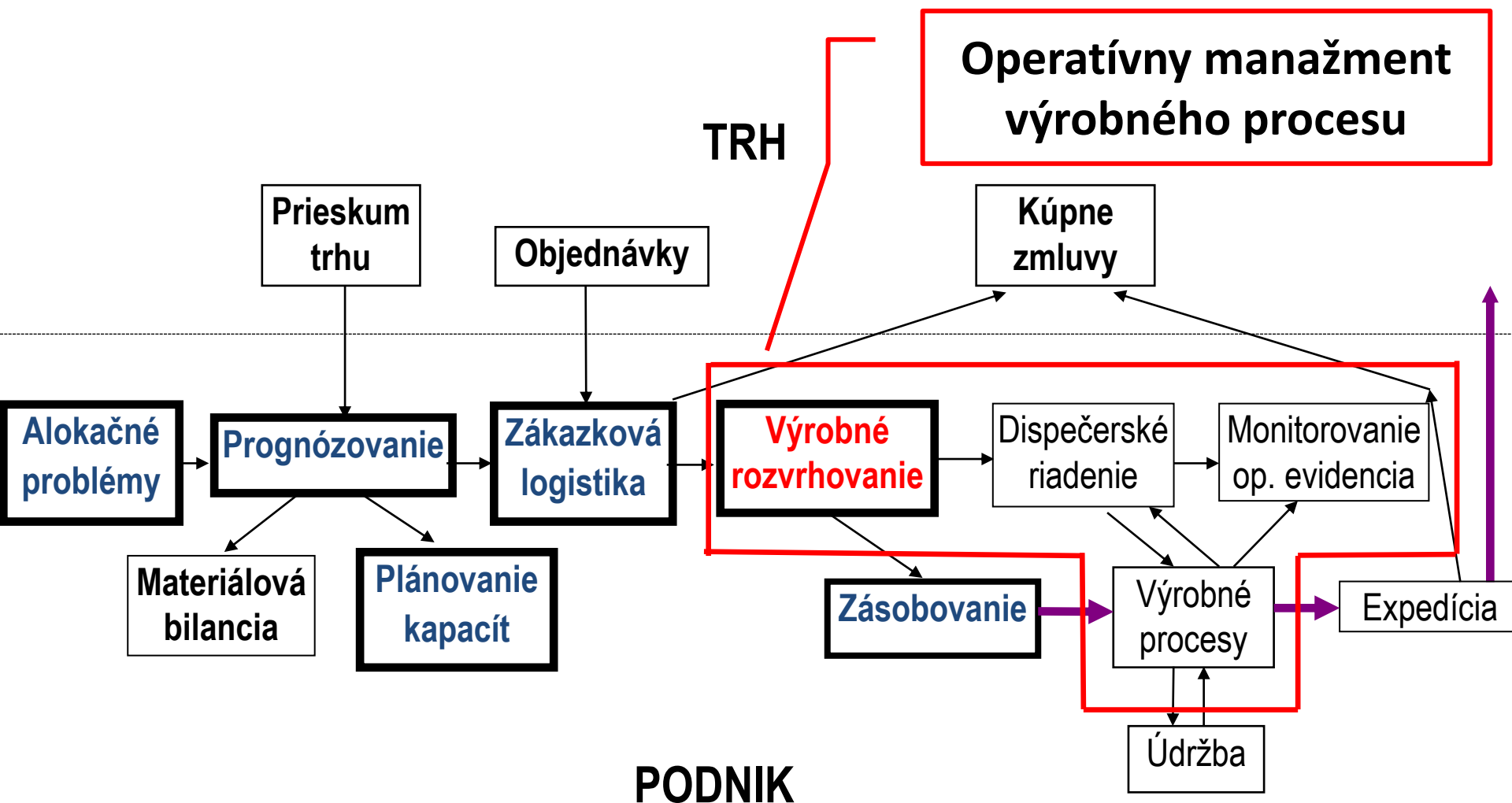
# Rozvrhovanie – 1.časť

- Operatívny manažment výrobného procesu
- Plánovanie vs. rozvrhovanie
- Rozvrhovanie – hlavné a doplnkové charakteristiky, typy úloh
  - Rozvrh, optimálny rozvrh, používané kritériálne funkcie
  - Príklad úlohy rozvrhovania a manuálnej tvorby rozvrhu (Ganttov diagram)
- **Typy rozvrhovacích úloh a ich riešenie**
  - 1. Rozvrhovanie na paralelných strojoch/procesoroch**
    - A. Rozvrhovanie na jednom stroji/procesore
    - B. Rozvrhovanie na viacerých strojoch/procesoroch
  - 2. Rozvrhovanie na špecializovaných (dedikovaných) strojoch**
    - A. Open shop (riešiť ako flow shop)
    - B. Flow shop
    - C. Job shop

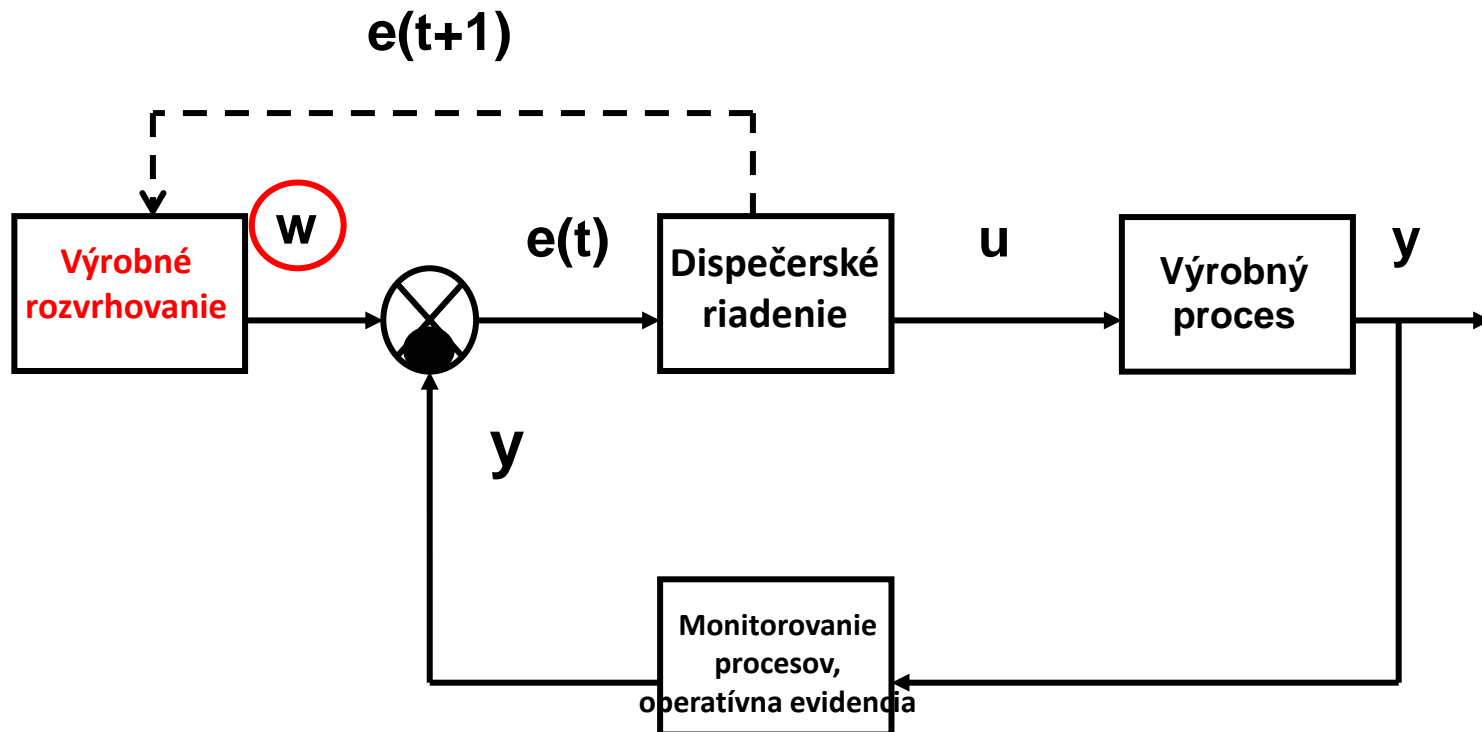
# Operatívny manažment výrobného procesu

- **Definícia:** systém riadiacich činností, ktoré priamo zabezpečujú priebeh výrobného procesu.
- Pozostáva z:
  - **Výrobného rozvrhovania**
  - Dispečerského riadenia
  - Monitorovania procesov a operatívnej evidencie

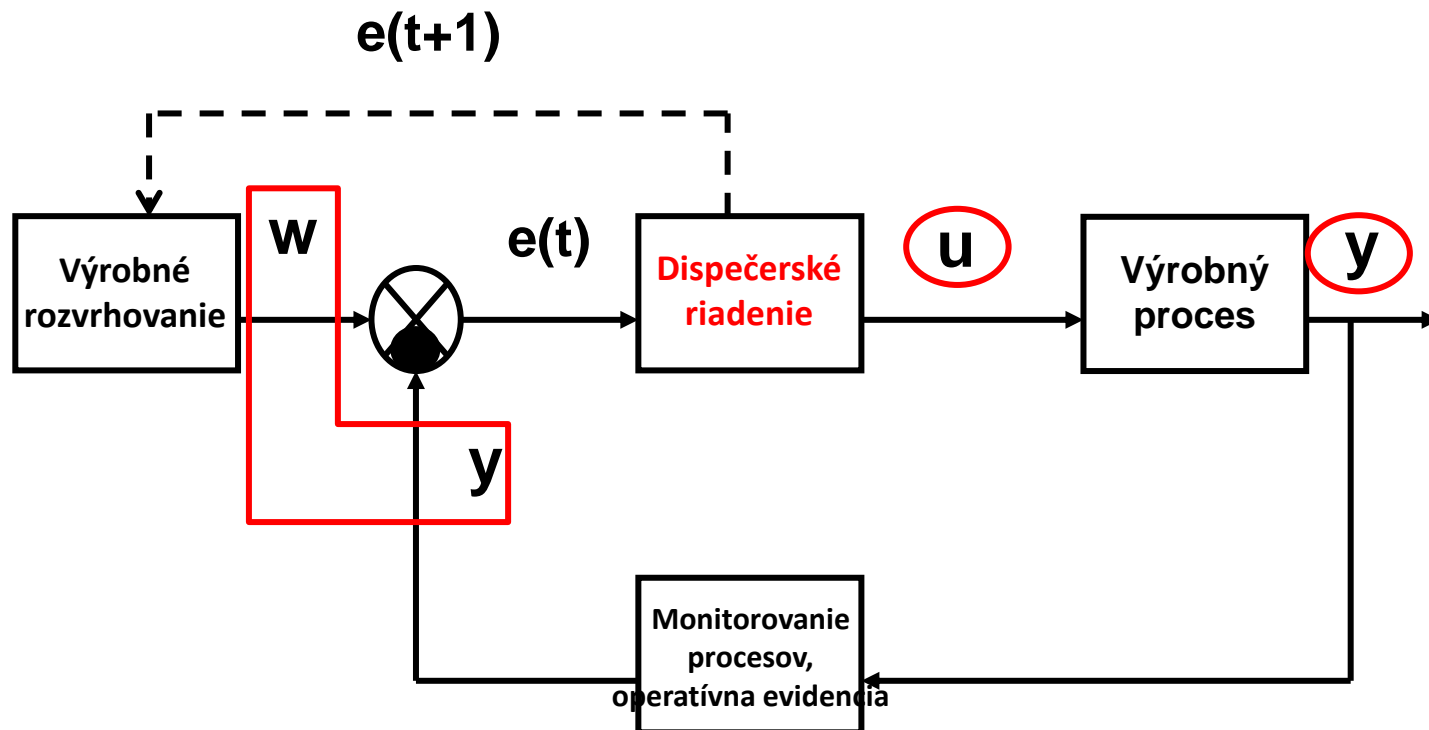
# Štruktúra činností výrobnjej logistiky



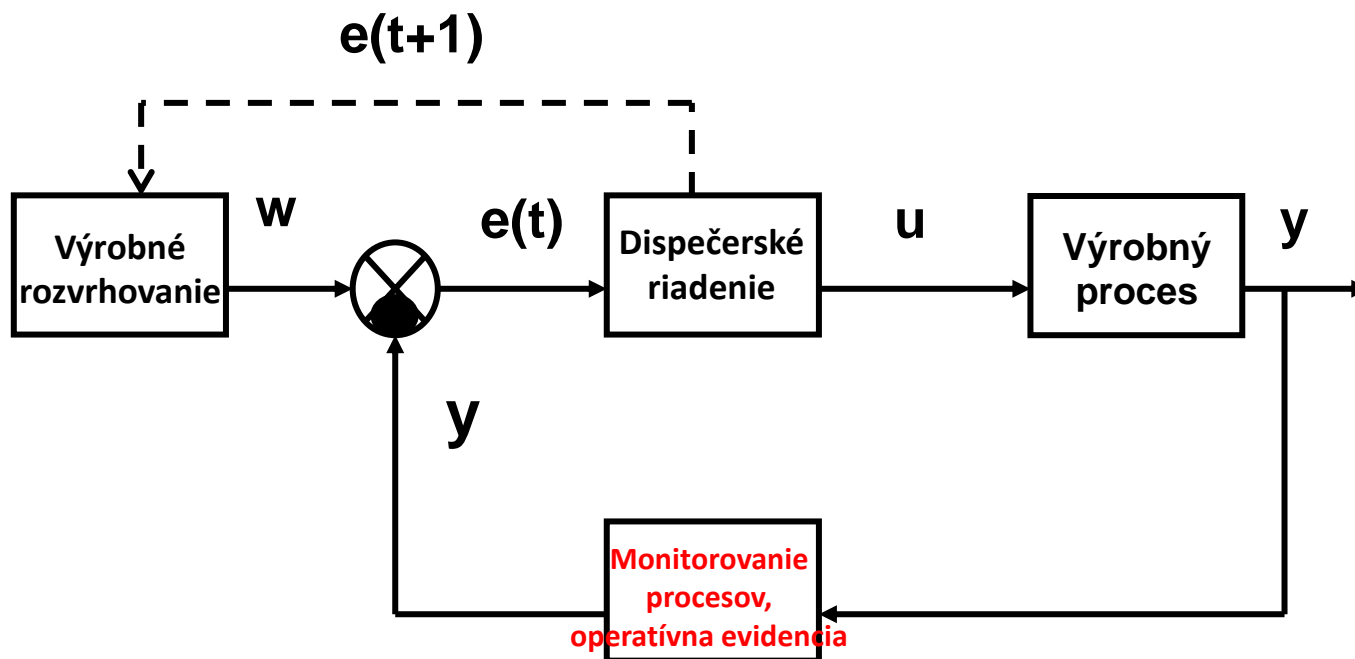
- **Výrobné rozvrhovanie** (*nazývané niekedy aj **operatívne plánovanie***) – plní funkciu definovania cieľov výrobného procesu.
- Tieto ciele sú dané vo forme rozvrhov ( $w$ ), ktoré sú výstupmi výrobného rozvrhovania.



- **Dispečerské riadenie** – zabezpečuje prenos cieľov na výrobný proces. Porovnávanie výstupov ( $y$ ) výrobného procesu s jeho cieľmi ( $w$ ), na základe ktorých zisťuje stav a prijíma rozhodnutia ( $u$ ) tak aby sa dosiahol súlad medzi ( $y$ ) a ( $w$ ). Dispečerské riadenie zabezpečuje realizáciu týchto rozhodnutí ( $u$ ).



- **Monitorovanie procesov a operatívna evidencia** – zabezpečuje zber dát o priebehu výrobného procesu a ich spracovanie do formy potrebnej pre analýzu a kontrolu výrobného procesu dispečermi.



# Plánovanie vs. rozvrhovanie

- **PLÁNOVANIE** je postup vytvárania plánu.
- **PLÁN** je **postupnosť akcií**, ktoré je potrebné aplikovať tak, **aby sa systém dostal z počiatočného stavu do cieľového stavu** pri dodržaní daných ohraničení (pohľad AI, napr. robotika).
- **ROZVRHOVANIE** je postup vytvárania rozvrhu. Pritom nás okrem postupnosti (**vopred daných**) **úloh** zaujíma aj **ich umiestenie v čase a na jednotlivé stroje/procesory**. **Cieľom** je nájsť (optimálny) rozvrh pri dodržaní daných ohraničení.
- **ROZVRH** je súbor údajov, z ktorého je zrejmé, v ktorých časových intervaloch a kde sa majú úlohy realizovať.

# Rozdiely medzi úlohami rozvrhovania a plánovania (AI)

- **Paralelizmus** – ak máme k dispozícii viac strojov, niektoré úlohy môžu byť vykonávané naraz (paralelne).
- **Trvanie akcií** – je pri rozvrhovaní dôležité, ale pri plánovaní sa neuvažuje
- **Precedenčné ohraničenia** – sú dané výrobným harmonogramom, t.j. niektoré úlohy musia predchádzať iné (môže byť aj pri plánovaní).
- **Implicitné ohraničenia** – na jednom stroji môžeme v jednom okamžiku vykonávať iba jednu úlohu.
- **Špecializované prostriedky** – niektoré úlohy môžu byť vykonané iba na špecializovanom stroji.
- **Obmedzené zdroje** – obmedzený počet strojov, surovín a pod.
- **Časy medzi akciami** – niektoré úlohy môžu začať až s určitým časovým odstupom po skončení predchádzajúcich úloh.



# Charakteristiky úloh rozvrhovania

- **Hlavné charakteristiky**
  1. **Stroje** (alebo procesory)
  2. **Úlohy**
- **Doplňkové charakteristiky**
  - a) precedenčné ohraničenia (usporiadanie)
  - b) disjunktné ohraničenia (implicitné, vyplývajúce zo zdieľania strojov/procesorov)
  - c) zákazky (*jobs*) – skupiny úloh
  - d) pomocné zdroje (*resources*)

# 1. Stroje (procesory)

- Poznáme dva základné typy strojov (resp. procesorov) z hľadiska rozvrhovania:
  - a) paralelné** – úloha môže bežať na ľubovoľnom stroji
  - b) špecializované** (t.j. **dedikované**) – úloha môže bežať len na špeciálne určenom stroji
- Podľa výkonnosti procesorov ich možno rozdeliť na:
  - a) identické** – na každom stroji  $j$  trvá spracovanie úlohy  $i$  rovnaký čas  $t_i$
  - b) uniformné** – každý stroj (resp. procesor)  $j$  má svoju rýchlosť, ktorá nezávisí na úlohe, takže vnáša pri spracovaní úloh konštantné zrýchlenie (resp. spomalenie), ktoré označíme  $b_j$
  - c) nesúvzťažné** – rýchlosť stroja (procesora)  $j$  závisí na vykonávanej úlohe  $i$ , t.j. čas vykonania úlohy  $i$  na stroji  $j$  bude  $t_{ij}$

## 2. Úlohy

- Množina úloh  $T = \{T_1, T_2, \dots, T_n\}$
- Povinné vstupné údaje o úlohách  $T_i$ :

1. **Čas spracovania úlohy**  $t_i$  je dĺžka trvania – *task duration*) – vo všeobecnosti (pre nesúvzťažné stroje/procesory) to môže byť vektor (pre každý stroj, resp. procesor iná dĺžka trvania)  $[t_{i1}, t_{i2}, \dots, t_{im}]^T$ 
  - a) v prípade *identických* strojov/procesorov ide vlastne iba o jednu hodnotu  $t_i$ , t.j.  $t_{ij} = t_i$  pre všetky stroje/procesory  $j = 1 \dots m$
  - b) *uniformné* stroje/procesory:  $t_{ij} = t_i / b_j$
  - c) *nesúvzťažné* stroje/procesory: rôzne  $t_{ij}$

## 2. Úlohy

**2. Čas pripravenosti**  $r_i$  (*release time*) – od akého okamžiku je úloha pripravená na realizáciu. Ak sú všetky úlohy pripravené naraz, potom  $r_i = 0$  (pre všetky  $i = 1 \dots n$ )

**3. Požadovaná doba splnenia**  $d_i$  (*due date*) – doba dokedy by mala byť úloha splnená.

- Nepovinné údaje, ktoré o úlohách môžu, ale nemusia byť zadané:

**4. Dodacie časy**  $\bar{d}_i$  (deadline) – neprekročiteľné časy ukončenia.

**5. Priority**  $w_i$  – významnosť úlohy

# Doplnkové charakteristiky

## a) Precedenčné ohraničenia (usporiadanie)

- $T_i < T_j$  (úloha  $T_i$  musí byť vykonaná pred úlohou  $T_j$ )

## b) Disjunktné ohraničenia (zdieľanie strojov/procesorov)

- $T_i < T_j \vee T_j < T_i$  (úlohy  $T_j$  a  $T_i$  sa neprekrývajú)

## c) Zákazky (*jobs*)

- Úlohy sa rozdeľujú do skupín (zákaziek) – používajú sa pri rozvrhovaní na špecializovaných strojoch

## d) Pomocné zdroje (*resources*)

- Napríklad spotreba materiálu, alebo energie

# Rozvrh

- **ROZVRH** ( $R$ ) – je súbor údajov, z ktorého je zrejmé, v ktorých časových intervaloch sa majú jednotlivé úlohy realizovať
- Nech  $c_i(R)$  je čas ukončenia úlohy  $T_i$  v rozvrhu  $R$ . Potom je zrejmé, že každý **prípustný rozvrh**  $R$  je daný  $n$ -ticou  $[c_1(R), \dots, c_n(R)]$  za predpokladu, že spĺňa všetky ohraničenia.
- **Dominantná množina rozvrhov** ( $Dom$ ) – je taká množina, že pre každý rozvrh  $R$ , ktorý nie je z dominantnej množiny  $Dom$  existuje taký rozvrh  $S$  z dominantnej množiny  $Dom$ , že pre každú úlohu  $T_i$  ( $i = 1 \dots n$ ) platí  $c_i(S) \leq c_i(R)$  (t.j. že v rozvrhu  $S$  nekončí neskôr ako v rozvrhu  $R$ ).

$$\forall R \notin Dom : \{ \exists S \in Dom, \quad c_i(S) \leq c_i(R), \quad \forall i = 1, \dots, n \}$$

# Optimálny rozvrh

- **Kriteriálna funkcia** – je definovaná na množine všetkých prípustných rozvrhov spravidla ako nejaká reálna funkcia  $f$  času ukončenia jednotlivých úloh, t.j.  
$$F(R) = f(c_1(R), \dots, c_n(R))$$
- **Regulárna kriteriálna funkcia** –  $F(R)$  je regulárna vtedy, ak nie je možný jej nárast bez toho, aby sa nepredĺžil termín ukončenia aspoň jednej úlohy.
- **Optimálny rozvrh** – je taký prípustný rozvrh, pre ktorý daná kriteriálna funkcia  $F$  nadobúda minimum na množine všetkých prípustných rozvrhov.

# Regulárne kritériálne funkcie (1)

$$F(R) = f(f_1(c_1(R)), \dots, f_n(c_n(R)))$$

- Najčastejšie používané kritériálne funkcie  $f$  (pričom  $f_i$  je tzv. funkcia nákladov, napr.  $c_i, l_i, f_i$ ) sú tri:

- I. **Suma (napr.  $C, L, F, T, n_T$ ):**  $f = \sum_{i=1}^n f_i(c_i(R))$
- II. **Maximum (napr.  $C_{max}, L_{max}, F_{max}$ ):**  $f = \max_i f_i(c_i(R))$
- III. **Aritmetický priemer (napr.  $\bar{C}, \bar{L}, \bar{F}, \bar{T}$ ):**  $f = \frac{\sum_{i=1}^n f_i(c_i(R))}{n}$   
 ak sú zadané priority  $w_i$ ,  
 tak možno počítať
 
$$f = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot f_i(c_i(R))}{\sum_{i=1}^n w_i}$$
- IV. **aj vážený priemer  $X_w$ :**

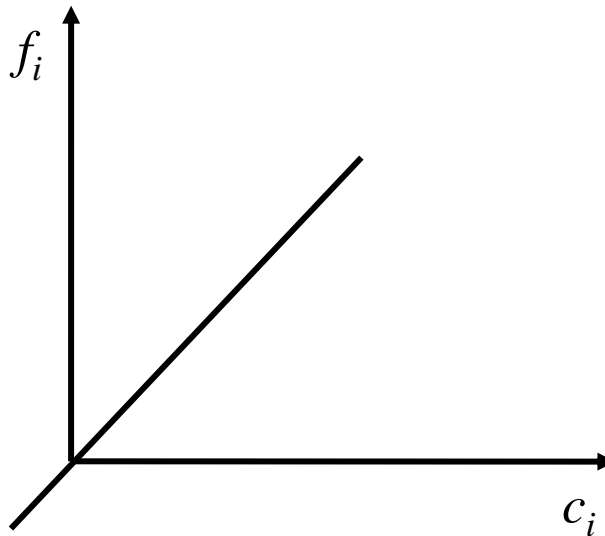


# Regulárne kritériálne funkcie (2)

- $C$  (*completion time* – čas ukončenia)

$$f_i = c_i(R) = c_i$$

$$f_i = w_i \cdot c_i(R)$$

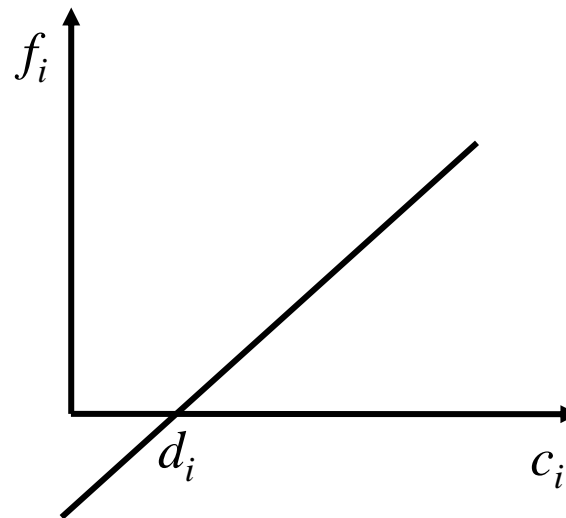


# Regulárne kritériálne funkcie (2)

- ***C*** (*completion time* – čas ukončenia)
- ***L*** (*lateness time* – oneskorenie, ak sú zadané  $d_i$ )

$$f_i = l_i = c_i - d_i$$

$$f_i = w_i \cdot (c_i - d_i)$$



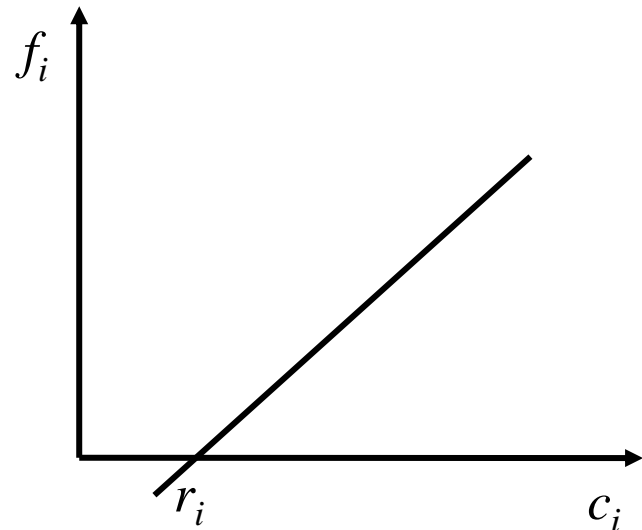
# Regulárne kritériálne funkcie (2)

- ***C*** (*completion time* – čas ukončenia)
- ***L*** (*lateness time* – oneskorenie, ak sú zadané  $d_i$ )
- ***F*** (*flow time* – dĺžka spracovania, ak sú rôzne  $r_i$ )

$$f_i = c_i - r_i$$

$$f_i = w_i \cdot (c_i - r_i)$$

$$\bar{F} = \frac{F}{n} \quad \text{resp.} \quad F_w = \frac{\sum w_i \cdot (c_i - r_i)}{\sum w_i}$$



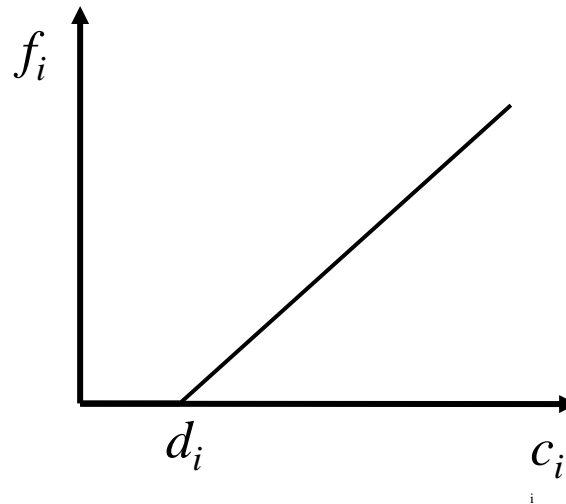
# Regulárne kritériálne funkcie (2)

- ***C*** (*completion time* – čas ukončenia)
- ***L*** (*lateness time* – oneskorenie, ak sú zadané  $d_i$ )
- ***F*** (*flow time* – dĺžka spracovania, ak sú rôzne  $r_i$ )
- ***T*** (*tardeness time* – dĺžka omeškania, ak sú  $d_i$ )

$$f_i = \max(0, c_i - d_i)$$

$$f_i = \max(0, w_i \cdot (c_i - d_i))$$

$$\bar{T} = \frac{T}{n} \quad \text{resp.} \quad T_w = \frac{\sum w_i \cdot f_i}{\sum w_i}$$



# Regulárne kritériálne funkcie - sumár

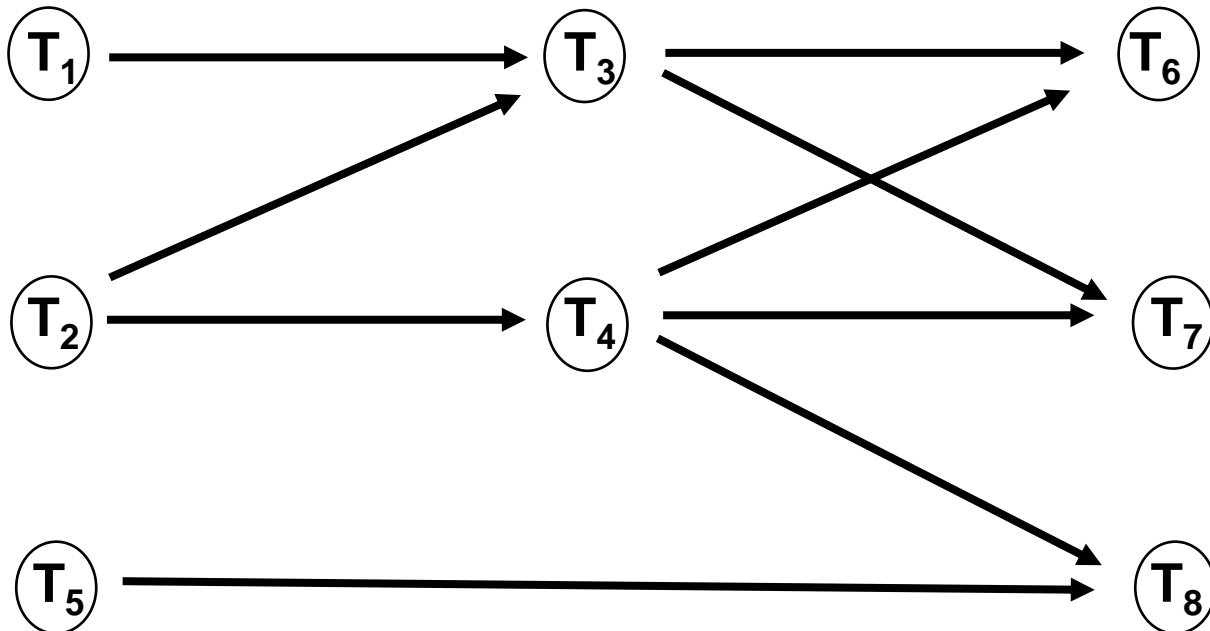
- ***C*** (*completion time* – čas ukončenia)
  - berú sa priamo hodnoty  $c_i$
- ***L*** (*lateness time* – oneskorenie)
  - berú sa hodnoty  $c_i - d_i$
- ***F*** (*flow time* – dĺžka spracovania)
  - berú sa hodnoty  $c_i - r_i$
- ***T*** (*tardeness time* – dĺžka omeškania)
  - berú sa iba kladné hodnoty  $c_i - d_i$
- **$n_T$**  (počet omeškaných úloh)
  - počet kladných hodnôt  $c_i - d_i$

# Príklad

- Máme 3 identické paralelné procesory (stroje) a daných 8 úloh s týmito parametrami:
  - $m = 3$ , paralelné procesory,  $P = \{P_1, P_2, P_3\}$
  - $n = 8$ , úlohy,  $T = \{T_1, T_2, \dots, T_8\}$
  - $t_i = [3, 4, 1, 2, 1, 2, 3, 2]$  - časy spracovania úloh
  - $r_i = 0$  ( $i = 1, \dots, 8$ ) - časy pripravenosti
  - $d_i = [5, 4, 5, 3, 7, 6, 9, 12]$  – požadované časy ukončenia úloh
  - $w_i = [1, 2, 1, 3, 1, 2, 2, 2]$  – priority úloh
  - $\{T_1 < T_3, T_2 < T_3, T_2 < T_4, T_3 < T_6, T_3 < T_7, T_4 < T_6, T_4 < T_7, T_4 < T_8, T_5 < T_8\}$  – precedencie

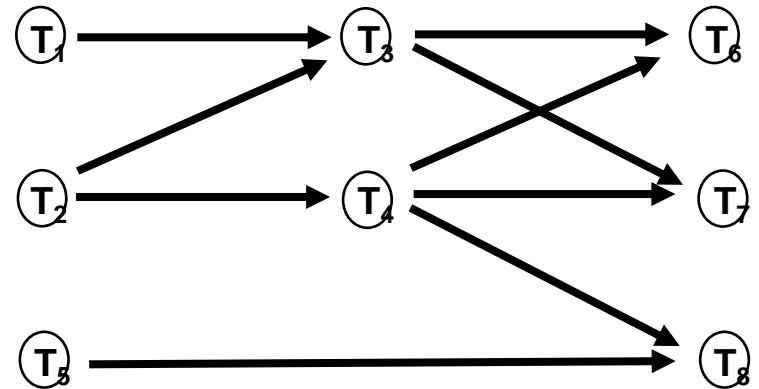
# Precedenčný graf

- **Úlohy** sú reprezentované **uzlami** v grafe
- **Precedencie** sú reprezentované **orientovanými hranami**
- Graf konštruujeme postupne, pričom si uzly rozdelíme na vstupné, medziľahlé a výstupné.
- $\{T_1 < T_3, T_2 < T_3, T_2 < T_4, T_3 < T_6, T_3 < T_7, T_4 < T_6, T_4 < T_7, T_4 < T_8, T_5 < T_8\}$



# Ganttov diagram

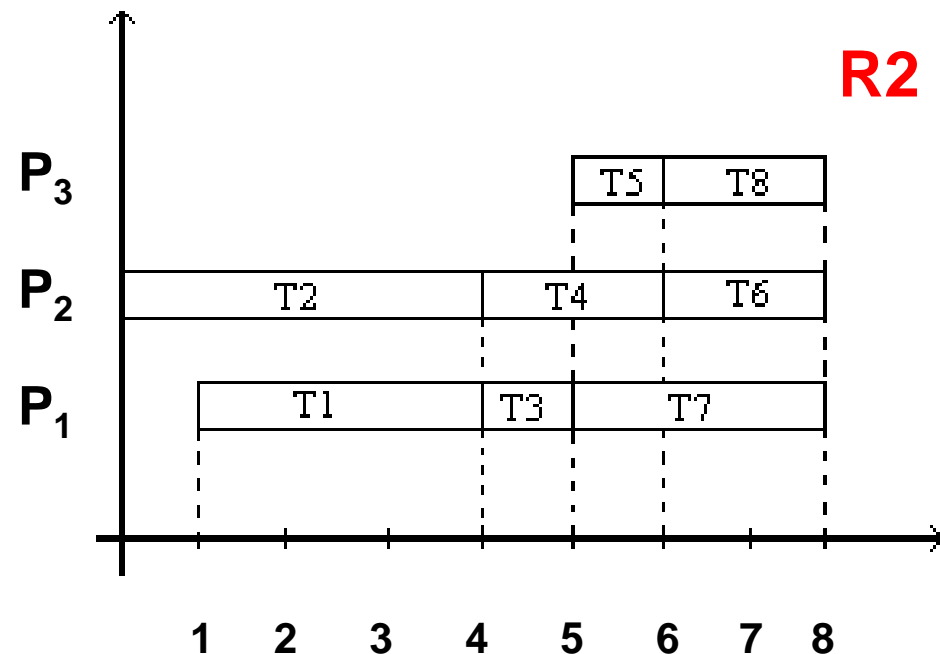
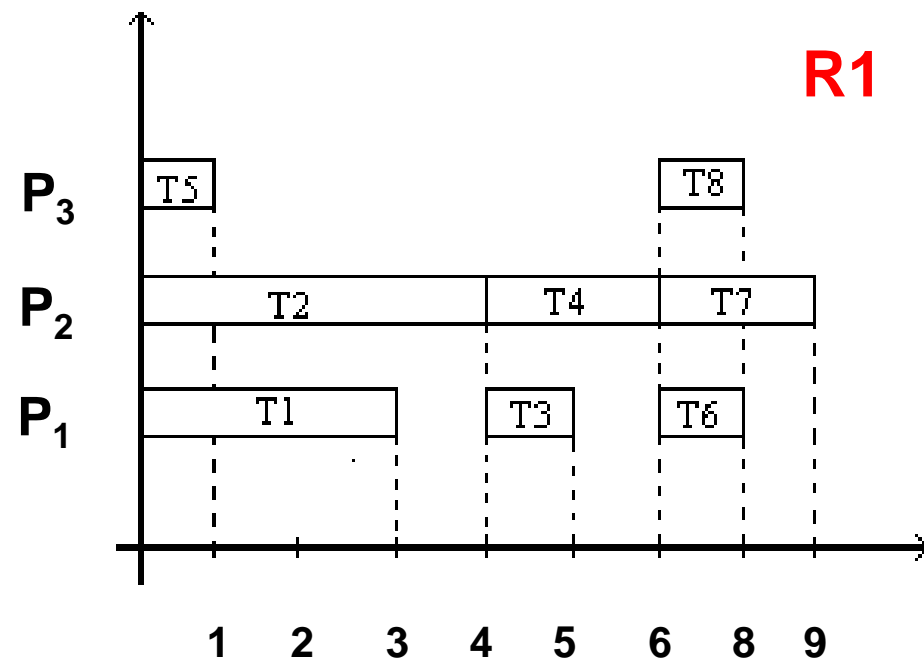
- Je grafickou reprezentáciou rozvrhu (os  $x$  reprezentuje čas a na osi  $y$  sú jednotlivé procesory/stroje).
- Rozvrh môžeme skonštruovať na základe precedenčného grafu pričom dodržiavame precedencie a úlohy zaradzujeme vždy na voľný stroj v najskoršom možnom čase.
- $t_i = [3, 4, 1, 2, 1, 2, 3, 2]$





# Príklad

- Vypočítajte hodnoty rôznych kritériálnych funkcií pre rozvrhy R1 a R2 (typu  $C$ ,  $F$ ,  $L$ ,  $T$ ) a rozvrhy podľa nich porovnajte (v prípade rozvrhu R2 bola jedna precedencia zrušená).



# Príklad – výpočet kritériálnych funkcií

$$c_i(R_1) = [ \quad , \quad , \quad , \quad , \quad , \quad , \quad , \quad ]$$

$$d_i = [5, 4, 5, 3, 7, 6, 9, 12]$$

$$l_i(R_1) = [ \quad , \quad , \quad , \quad , \quad , \quad , \quad , \quad ]$$

$$tr_i(R_1) = [ \quad , \quad , \quad , \quad , \quad , \quad , \quad , \quad ]$$

$$f_i(R_1) = [ \quad , \quad , \quad , \quad , \quad , \quad , \quad , \quad ]$$

$$C_{max}(R_1) =$$

$$C(R_1) =$$

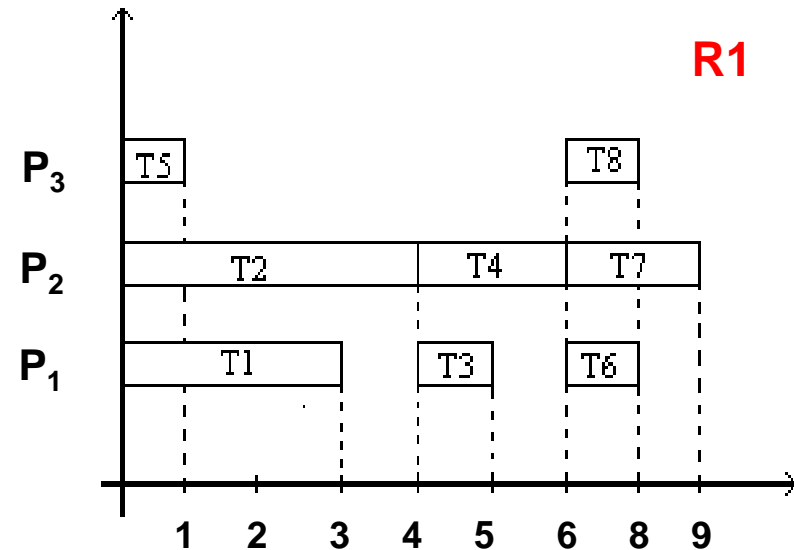
$$L_{max}(R_1) =$$

$$L(R_1) =$$

$$T_{max}(R_1) =$$

$$T(R_1) =$$

$$n_T(R_1) =$$



	R1	R2
$c_i(\text{Ri})$	[3, 4, 5, 6, 1, 8, 9, 8]	[4, 4, 5, 6, 6, 8, 8, 8]
$d_i(\text{Ri})$	[5, 4, 5, 3, 7, 6, 9, 12]	[5, 4, 5, 3, 7, 6, 9, 12]
$l_i(\text{Ri})$	[-2, 0, 0, 3, -6, 2, 0, -4]	[-1, 0, 0, 3, -1, 2, -1, -4]
$f_i(\text{Ri})$	[3, 4, 5, 6, 1, 8, 9, 8]	[4, 4, 5, 6, 6, 8, 8, 8]
$tr_i(\text{Ri})$	[0, 0, 0, 3, 0, 2, 0, 0]	[0, 0, 0, 3, 0, 2, 0, 0]
$C (= F)$	44	49
$C_{max} (= F_{max})$	9	8
$\overline{C} = \overline{F}$	5,5	6,125
$L$	-7	-2
$L_{max}$	3	3
$\overline{L}$	-0,875	-0,25
$T$	5	5
$T_{max}$	3	3
$n_T$	2	2

# Úloha z 5. prednášky

V tejto úlohe si prakticky overíte pochopenie látky preberanej na úvodnej prednáške z rozvrhovania. Postup ako úlohu riešiť, nájdete pri ukážkovom príklade v 5. prednáške. Vašou úlohou bude postupne:

1. Definovať si vlastnú úlohu rozvrhovania: 12 úloh na 4 identických paralelných procesoroch. Definujte si pre každú úlohu nasledovné údaje:
  - čas trvania úlohy  $t_i$  (dĺžku úlohy),
  - čas kedy je úloha pripravená do výroby  $r_i$  (*release time*),
  - čas kedy by mala byť hotová  $d_i$  (*due date*),
  - definujte aspoň 12 precedencií medzi ľubovoľnými dvojicami zadaných úloh.
2. Zostrojiť precedenčný graf pre Vami zadanú úlohu rozvrhovania.
3. Zostrojiť (pokiaľ možno platný) rozvrh vo forme Ganttovho diagramu pre Vami zadanú úlohu rozvrhovania.
4. Pre zostavený rozvrh vypočítajte hodnoty nasledovných kritériálnych funkcií:  
 $C, C_{max}, L, L_{max}, F, F_{max}, T, T_{max}, n_T$ .