

Rozvrhovanie a logistika

OBSAH PREDNÁŠKY

- Základné informácie o predmete
- Logistika a jej ciele
 - Štruktúra činností výrobnjej logistiky
 - Základné skupiny úloh výrobnjej logistiky
- Metódy používané na riešenie úloh výrobnjej logistiky
 - Operačný výskum
- Lineárne programovanie
 - Predpoklady modelov lineárneho programovania (LP)
 - Normovaný (štandardný) tvar úloh LP
 - Princíp simplexovej metódy riešenia úloh LP

Základné informácie o predmete

- Všetky potrebné informácie možno nájsť na web stránke predmetu:
<https://jan.paralic.website.tuke.sk/ra.html>
 - Základné údaje, rozsah, cieľová skupina, vyučujúci, anotácia
 - Špecifické ciele predmetu, ktoré zároveň definujú rozsah vedomostí a zručností požadovaných pri zápočtovej písomke a na skúške
 - Náplň prednášok aj s PDF verziou podkladov k prednáškam
 - Plán a náplň cvičení
 - Spôsob hodnotenia
 - Odporúčaná literatúra

Literatúra

Téma číslo	Náplň prednášky	Rozsah (hod.)	Špecifické ciele
1.	Úvodná prednáška (prednaska01.pdf) <ul style="list-style-type: none"> obsah a ciele predmetu, štruktúra činnosti výrobnjej logistiky a základné triedy úloh ktoré rieši (schema1.pdf), definície základných pojmov (výrobná logistika, operačný výskum), metódy: operačný výskum, miesto umelej inteligencie pri riešení logistických úloh. 	1	<ul style="list-style-type: none"> Vlastnými slovami definovať pojmy výrobná logistika, operačný výskum, načrtnúť schému štruktúry činnosti výrobnjej logistiky v podniku a opísať jej jednotlivé bloky, vymenovať jednotlivé typy úloh riešené v rámci logistiky, vymenovať metódy používané na riešenie úloh logistiky, zhodnotiť ich význam pre jednotlivé typy úloh.
2.	Základné metódy operačného výskumu (prednaska01.pdf) <ul style="list-style-type: none"> úlohy lineárneho programovania, spôsoby riešenia týchto úloh - graficky (pr01.pdf), Simplexovým algoritmom, normovanie, 	3	<ul style="list-style-type: none"> Definovať úlohy lineárneho (LP) a celočíselného (CP) programovania, popísať grafickú metódu a Simplexov algoritmus, formulovať základné typy logistických úloh ako úlohy lineárneho programovania a normovať ich,

Približný plán cvičení – d’alšie podklady sú priebežne zverejňované v MS Teams

Týždeň semestra	Obsah cvičenia	Programové prostriedky
2.	Úvodné cvičenie <ul style="list-style-type: none"> popis náplne cvičení podmienky udelenia zápočtu Lineárne programovanie 1. <ul style="list-style-type: none"> riešenie grafickou metódou (pre jednoduché dvojrozmerné úlohy) 	Príklady: 2.pdf finančné plánovanie, zmiešavací problém, investičný problém Ďalšie príklady: LP-priklady.pdf zloženie stravy, zmiešavací problém, zloženie zliatiny Príklady: 3.pdf priradzovací problém, tri verzie distribučného problému
3.	Lineárne programovanie 2. <ul style="list-style-type: none"> návrh lineárneho programu pre zložitejšie slovne zadané úlohy ukážky riešenia v jazyku R 	
5.	Celočíselné programovanie a alokačné úlohy <ul style="list-style-type: none"> riešenie rôznych typov úloh CP (napr. aj priradzovací a distribučný problém) ukážky riešenia úloh CP v jazyku R 	
7.	Ďalšie metódy <ul style="list-style-type: none"> metóda vetvenia a medzí metóda CRAFT (kvadratický priradzovací problém) 	pr02.pdf prednaska03.pdf
9.	Rozvrhovanie 1. <ul style="list-style-type: none"> Riešenie rôznych úloh rozvrhovania (na jednom procesore, na viacerých paralelných procesoroch) 	prednaska04.pdf
10.	Rozvrhovanie 2. <ul style="list-style-type: none"> Riešenie rôznych úloh rozvrhovania (na viacerých dedikovaných procesoroch - špeciálne prípady flow shop a job shop). 	
11.	Zápočtová písomka	

Spôsob hodnotenia

- **Zápočtová písomka** spočívajúca v riešení úloh: maximálne **30 bodov** (Podmienkou udelenia zápočtu je zisk aspoň 16 bodov)
- Hodnotenie za **riešenie priebežných úloh z prednášok** počas semestra: maximálne **20 bodov**
- **Záverečný test** na skúške pozostáva z otázok na úrovni špecifických cieľov predmetu (pozri pravý stĺpec v tabuľke Prednášky). Za test je možné získať maximálne **50 bodov**.
- V prípade, že dosiahnutý súčet bodov je na hornej hranici známky, študent môže požiadať o ústnu skúšku, pričom dostane 1 až 2 doplňujúce otázky. Za ústnu skúšku je možné získať maximálne **3 body**.

Literatúra

1. Paralič, J.: Rozvrhovanie a logistika. Equilibria, s.r.o., Košice, 2010, 94 s.
2. Mach, M., Paralič, J.: Úlohy a ohraničeniami - od teórie k programovaniu. Elfa, 2000, ISBN 80-88964-48-2, 217 s.
3. Paralič: Riešenie úloh rozvrhovania logickým programovaním ohraničení, dizertačná práca, Technická univerzita Košice, Máj 1997.
4. Dupal, A., Brežina, I.: Logistika v manažmente podniku. Sprint, Bratislava, 2005, ISBN 80-89085-38-5, 326 s.
5. Malindžák, D.: Výrobná logistika I, 1996.
6. Dudorkin: Operační výzkum, Praha 1993.

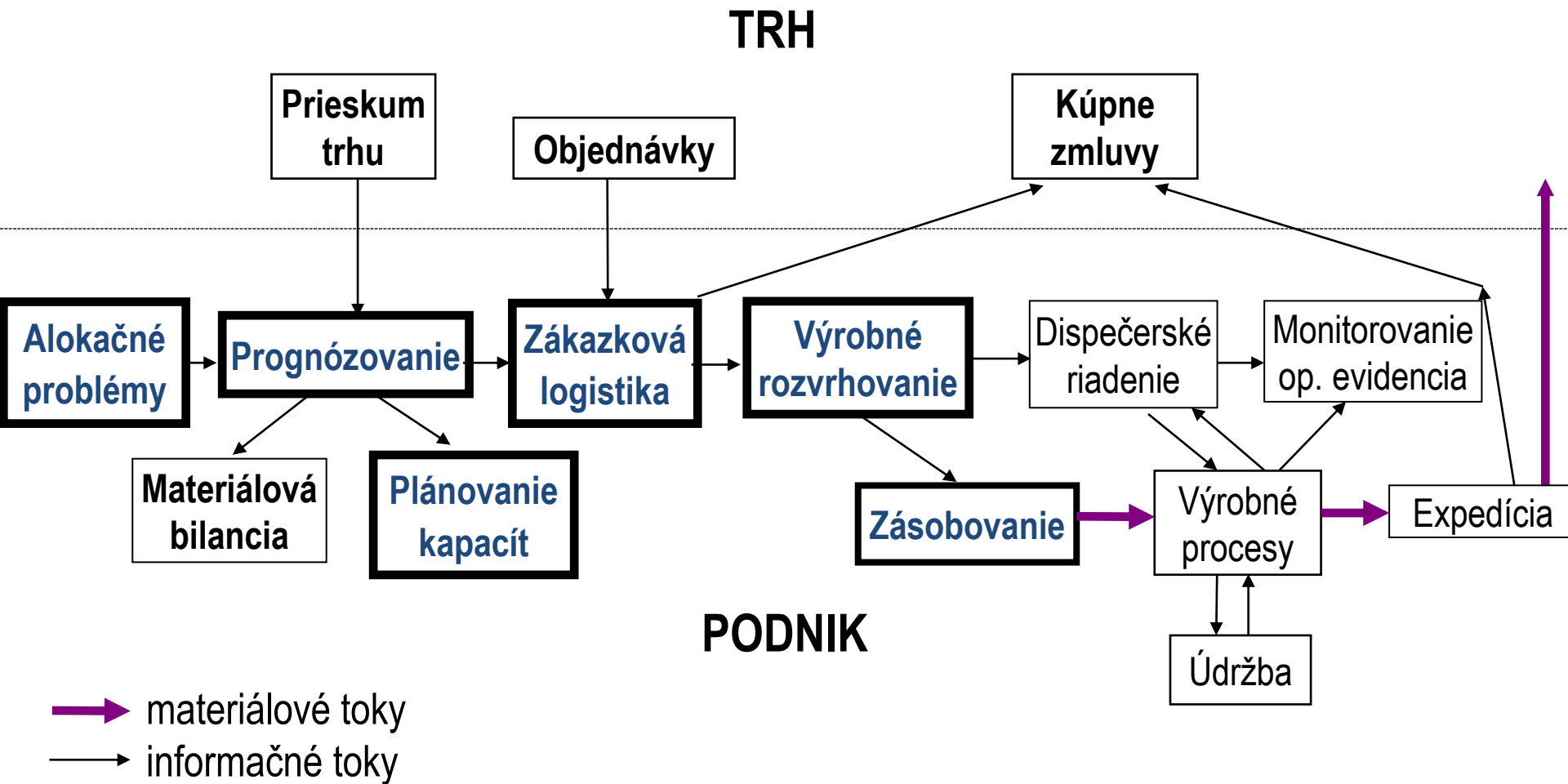
Pojem logistika

- Etymologický význam slova:
 - logo – myslieť, slovo
 - logos – súdny, mysliaci
 - logistika – praktické umenie počítať
- Prvý krát tento pojem ako odborný termín použil v roku 1837 švajčiarsky generál Jomini vo význame „náuka ako riadiť pohyb, zásobovanie a ubytovanie bojujúcich jednotiek“
- Od 2. polovice 20. storočia sa tento pojem používa aj v civilnej sfére
 - **Hlavným cieľom** logistiky je celková optimalizácia, t.j. minimalizácia celkových nákladov pri riadení materiálneho a informačného zabezpečenia danej organizácie

Definícia logistiky

- Definícia 1: **Logistika** je ucelená teória o spôsoboch zabezpečenia **plynulého toku tovaru a informácií** v danej organizácii s cieľom **minimalizácie nákladov**.
- Logistika **má 2 stránky**:
 - **Materiálno-technickú**
 - **Riadiacu (informačnú)**
- Definícia 2: **Logistika** je tá časť procesu zásobovacieho reťazca (supply chain), ktorá plánuje, implementuje a riadi **efektívny tok a skladovanie tovarov, služieb a súvisiacich informácií**, medzi bodom vzniku a bodom spotreby, **s cieľom uspokojiť požiadavky zákazníka**.

Štruktúra činností výrobnjej logistiky



Metódy riešenia úloh v logistike

1. Operačný výskum (Bc. RaL, OEP)
2. Metódy umelej inteligencie, napr.:
 - Metódy riešenia úloh s ohraničeniami (Bc. RaL) (*CSP – constraint satisfaction problems*)
 - Neurónové siete (Ing. PMAD)
 - Znalostné (expertné) systémy (Bc. ZS)
 - Evolučné algoritmy (Ing. HOP)
3. Heuristiky

Operačný výskum (1)

- **Definícia:** **Operačný výskum** je vedecká disciplína, predmetom ktorej je skúmanie operácií v organizačných jednotkách.
- **Operácia** je postupnosť vzájomne závislých akcií smerujúcich k určitému cieľu. (*pozn.: súvisí s podnikovými procesmi, angl. business processes, väčšinou operácie sú ich časti - podprocesy*)
- **Cieľom** je vypracovať závery a odporúčania, ktoré slúžia ako podklad pre čo najlepšie riadenie skúmaných operácií.

Operačný výskum (2)

- V operačnom výskume je podstatou riešenia zostavenie vhodného matematického modelu danej logistickej úlohy a jeho následné riešenie
- Používané matematické modely možno rozdeliť podľa rôznych kritérií:
 - Podľa toho, či obsahujú náhodné veličiny:
 - **Stochastické** – obsahujú náhodné veličiny
 - **Deterministické** – neobsahujú náhodné veličiny

Operačný výskum (3)

- **Ďalšie typy matematických modelov:**
 - Podľa toho, či modelujú časové zmeny:
 - **Dynamické** – obsahujú (modelujú) časové zmeny
 - **Statické** – neobsahujú (nemodelujú) časové zmeny
 - Podľa toho, či obsahujú kritériálnu funkciu:
 - **Rozhodovacie** – obsahujú kritériálnu funkciu – optimalizujú
 - **Technologické** – neobsahujú kritériálnu funkciu – neoptimalizujú

Lineárne programovanie

- Je to riešenie optimalizačnej úlohy, tzv. problému lineárneho programovania. Pritom je potrebné
 1. **nájsť takú n -ticu reálnych čísel** $x^T, \bar{x}^T = (x_1, x_2, \dots, x_n)$
 2. **pre ktorú nadobúda kritériálna funkcia**
$$f(\bar{x}) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n$$

minimum alebo maximum a ktorá
 3. **spĺňa obmedzujúce podmienky**
$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \geq b_i \quad (i = 1, \dots, m)$$
- prípadne aj podmienky nezápornosti
$$x_j \geq 0 \quad (j = 1, \dots, n)$$

Príklad –

Úloha o výrobnom programe

Závod vyrába dva rôzne kusové výrobky v dvoch technologických procesoch. Na výrobu prvého výrobku sú potrebné 3kg suroviny S_1 a 1kg suroviny S_2 . Na výrobu druhého výrobku sú potrebné 3kg suroviny S_1 a 2kg suroviny S_2 . Závod má zásoby prvej suroviny $S_1 = 2100\text{kg}$ a druhej suroviny $S_2 = 1000\text{kg}$. Cieľom úlohy je zostrojiť taký výrobný plán, v ktorom maximalizujeme zisk z produkcie. Zisk z predaja výrobku 1. typu sú 2 peňažné jednotky (PJ) a za predaj výrobku 2. typu 3 PJ.

	S_1 [kg/ks]	S_2 [kg/ks]	Cena [PJ/ks]
1. výrobok	3	1	2
2. výrobok	3	2	3
Zásoby [kg]	2100	1000	-

Príklad – zostavenie matematického modelu

1. Identifikácia premenných:

Nech x_i ($i = 1, 2$) je počet výrobkov i -teho typu

2. Formulácia kritériálnej funkcie:

$2x_1 + 3x_2$ má byť maximálne

3. Formulácia ohraničení:

$$3x_1 + 3x_2 \leq 2100$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 1000$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Príklad – riešenie grafickou metódou

- Používa sa v prípade úloh s dvoma premennými, každá je reprezentovaná jednou osou v dvojrozmernom priestore
- Postup ([nájdete na príklade v týchto podkladoch na webe](#)):
 1. Zakreslíme všetky definované ohraničenia – zostrojením zodpovedajúcich deliacich priamok (spravidla ide o polroviny)
 2. Vyznačíme oblasť spĺňajúcu všetky ohraničenia, tzv. množinu prípustných riešení (MPR)
 3. Zakreslíme priamku zodpovedajúcu kritériálnej funkcii pre ľubovoľne zvolenú hodnotu nákladov (náklady = parameter)
 4. Zistíme, ktorým smerom hodnota kritériálnej funkcie rastie, resp. klesá pri zmenách parametra a na základe toho identifikujeme v ktorom krajnom bode MPR sa nachádza optimálne riešenie
 5. Vypočítame súradnice bodu reprezentujúceho optimálne riešenie

Predpoklady modelov lineárneho programovania (1)

- **PROPORCIONALITA (priama úmernosť)** – predpoklad priamej úmernosti spotreby jednotlivých zdrojov (*suroviny, čas a pod.*) a hodnoty produkcie (*náklady, zisk a pod.*) s veľkosťou produkcie.
- **ADITÍVNOSŤ (spočítateľnosť)** – celková spotreba ľubovoľného zdroja a celková cena sa rovná súčtu jednotlivých dielčích spotrieb a dielčích cien vyplývajúcich z určitej produkcie v jednotlivých procesoch.

Predpoklady modelov lineárneho programovania (2)

- **DELITEĽNOSŤ** – znamená že pripúšťame, aby premenné nadobúdali nielen celočíselné, ale aj zlomkové hodnoty.
- **NEZÁPORNOSŤ** – znamená, že (spravidla) nie sú prípustné záporné hodnoty premenných.

Normovaný (štandardný) tvar úloh lineárneho programovania

- Kriteiálna funkcia musí byť **minimalizáciou**
- Obmedzujúce podmienky musia byť **rovnosti**
- Všetky premenné musia byť **nezáporné**

$$f(\bar{x}) = \textcircled{MIN}$$

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n = \textcircled{=} b_i, \forall i = 1..m$$

$$x_j \geq \textcircled{0}, \forall j = 1..n$$

Prevod úlohy lineárneho programovania na normovaný (štandardný) tvar

$$Ak : f(\bar{x}) \overset{!}{=} MAX \Rightarrow g(\bar{x}) = -f(\bar{x}) \Rightarrow g(\bar{x}) \overset{!}{=} MIN$$

$$Ak : f(\bar{x}) = g(\bar{x}) + k \Rightarrow MIN(g(\bar{x}) + k) = MIN(g(\bar{x})) + k \overset{!}{=} MIN$$

$$Ak : a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \geq b_i \Rightarrow \text{vtedy je potrebné}$$

zaviesť pomocnú premennú $x_{n+1} \geq 0$, t.j. $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n - x_{n+1} = b_i$

$$Ak : a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \leq b_i \Rightarrow \text{vtedy je potrebné}$$

zaviesť pomocnú premennú $x_{n+1} \geq 0$, t.j. $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n + x_{n+1} = b_i$

$$Ak : x_j \leq 0 \Rightarrow \text{vtedy je potrebné zaviesť dve pomocné premenné } x_k, x_l \geq 0, \text{ t.j. } x_k - x_l \geq 0$$

Prevod úlohy lineárneho programovania na normovaný (štandardný) tvar

$$x_i \ (i = 1, 2) \in R$$

$$2x_1 + 3x_2 \rightarrow MAX$$

$$3x_1 + 3x_2 \leq 2100$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 1000$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Príklad – prevod modelu na normovaný (štandardný) tvar

1. Základné premenné x_i ($i = 1, 2$) – počet výrobkov i -teho typu a doplnkové premenné
2. Normovaná kritériálna funkcia:

– $2x_1 - 3x_2$ má byť **minimálne**

3. Normované ohraničenia:

$$3x_1 + 3x_2 + x_3 = 2100$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 1000$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

Ďalšie vlastnosti úloh lineárneho programovania

- **Maticové vyjadrenie** ohraničení normovanej úlohy LP: $\overline{A}\overline{x} = \overline{b}$
- A jej **vektorové vyjadrenie**: $x_1 \overline{P}_1 + x_2 \overline{P}_2 + \dots + x_n \overline{P}_n = \overline{P}_0$
- **Bázické riešenie** tejto sústavy rovníc: $\overline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m, 0, \dots, 0)$
kde m je počet rovníc
- **Množina prípustných riešení (MPR)** – je konvexná ak pre všetky $\overline{x}_1, \overline{x}_2$ z MPR aj všetky riešenia na ich spojnici sú z MPR
- **Riešenie LP problému** – je zjednodušené tým, že kritériálna funkcia vždy nadobúda svoj extrém aspoň v jednom krajnom bode MPR
- **Hľadanie krajných bodov MPR** – je ekvivalentné hľadaniu prípustných báz sústavy vektorov $(\overline{P}_1, \overline{P}_2, \dots, \overline{P}_n)$

Princíp simplexovej metódy riešenia úloh lineárneho programovania

- Je založený na efektívnom prieskume krajných bodov MPR a robí to iteratívne týmto postupom:
 1. Vyjdeme z ľubovoľného krajného bodu (vrcholu).
 2. Prejdeme k takému krajnému bodu MPR, ktorého hodnota kritériálnej funkcie je lepšia (ak taký existuje) a pokračujeme krokom 2 v novom krajnom bode.
 - Prechod od jedného krajného bodu k inému znamená prechod od jedného bázického riešenia k inému bázickému riešeniu.
 - Ak takýto bod neexistuje, potom aktuálne najlepšie nájdené bázické riešenie je optimálne.

Úloha z 1. prednášky

1. Vymyslite a slovne popíšte ľubovoľný problém (konkrétnu úlohu), ktorý je možné namodelovať ako problém lineárneho programovania.
2. Následne napíšte aj matematický model lineárneho programovania Vami vymysleného problému, t.j.
 - a. správne identifikujte premenné, ich význam a definičný obor,
 - b. napíšte kritériálnu funkciu,
 - c. napíšte všetky požadované ohraničenia na premenné.

Pozor, musí to byť iná úloha než tá, ktorá bola na prednáške alebo cvičení.