Dodatne naloge za 6. teden predavanj (Tabele II)

Splošna navodila

Pri vseh nalogah v tem sklopu lahko svoje rešitve preverite z množico vhodnih in pripadajočih izhodnih datotek.

1 Maksimumi po stolpcih I

Naloga

Napišite program, ki prebere celoštevilsko matriko in izpiše maksimalne elemente po posameznih stolpcih.

Vhod

V prvi vrstici sta podani celi števili $v \in [1, 100]$ in $s \in [1, 100]$, nato pa sledi še v vrstic. V vsaki od njih je zapisanih po s celih števil z intervala $[-10^9, 10^9]$, ki tvorijo vsebino pripadajoče vrstice matrike.

Izhod

Izpišite maksimalne elemente posameznih stolpcev matrike, in sicer v obliki, kot jo proizvede metoda `Arrays.toString`.

Testni primer 1

Vhod:

```
5 4
10 -6 -5 1
0 -1 -7 -3
9 5 -4 7
8 3 -3 7
4 2 -6 9
```

Izhod:

```
[10, 5, -3, 9]
```

2 Maksimumi po stolpcih II

Naloga

Napišite program, ki prebere **ne nujno pravokotno** celoštevilsko matriko in izpiše maksimalne elemente po posameznih stolpcih. Število izpisanih elementov naj bo enako dolžini najdaljše vrstice matrike.

Vhod

V prvi vrstici je podano celo število $n \in [1, 100]$, nato pa sledi še n vrstic. Vsaka od njih se prične s celim številom $d \in [1, 100]$, zatem pa sledi d celih števil z intervala $[-10^9, 10^9]$, ki tvorijo vsebino pripadajoče vrstice matrike.

Izhod

Izpišite maksimalne elemente posameznih stolpcev matrike, in sicer v obliki, kot jo proizvede metoda `Arrays.toString`.

Testni primer 1

Vhod:

```
5
5 9 5 3 -2 -4
2 3 -4
5 10 2 -5 -9 8
6 -5 6 -2 -7 -3 -4
4 6 -2 6 -3
```

Izhod:

```
[10, 6, 6, -2, 8, -4]
```

V tem primeru vsebuje prvi stolpec matrike števila 9, 3, 10, -5 in 6, drugi števila 5, -4, 2, 6 in -2, ..., zadnji pa samo število -4.

3 Pravilni trikotniki

Naloga

Napišite program, ki prebere zaporedje parov celoštevilskih koordinat ravninskih točk in poišče vse trojice točk, ki tvorijo pravilne trikotnike v okviru določene tolerance. Trikotnik proglasimo za pravilnega, če je razlika med dolžino njegove najdaljše stranice in dolžino njegove najkrajše stranice manjša od (10^{-d})-kratnika dolžine njegove najkrajše stranice, kjer je d neko pozitivno celo število. Če pravilnih trikotnikov ni, naj program to sporoči.

Vhod

V prvi vrstici sta podani celi števili $d \in [1, 10]$ in $n \in [1, 100]$, nato pa sledi n vrstic, ki podajajo koordinate posameznih točk. V vsaki vrstici sta zapisani celi števili z intervala $[-2 \cdot 10^4, 2 \cdot 10^4]$, ki po vrsti predstavljata koordinati x in y.

Izhod

Izpišite vse trojice indeksov (i, j in k) točk, ki tvorijo pravilne trikotnike. Vsaka trojica naj se izpiše samo enkrat, in sicer v obliki

$i␣j␣k$

pri čemer velja $i < j < k$. Trojice izpišite v leksikografskem vrstnem redu (najprej naraščajoče po indeksih i, nato po indeksih j, nazadnje pa po indeksih k).

Če nobena trojica ne tvori pravilnega trikotnika, naj program izpiše `BREZ`.

Testni primer 1

Vhod:

```
2 10
100 100
-23 287
473 373
300 200
163 163
437 237
400 100
250 360
337 337
200 300
```

Izhod:

```
0 1 9
0 6 7
2 5 8
2 6 9
3 4 9
3 5 6
3 5 8
3 8 9
4 6 8
```

Testni primer 2

Vhod:

```
2 4
10 10
30 20
50 70
10 80
```

Izhod:

```
BREZ
```

4 Leksikografsko urejanje

Naloga

Vektor $(a_0, a_1, \ldots, a_{n-1})$ je *leksikografsko manjši* od vektorja $(b_0, b_1, \ldots, b_{n-1})$, če obstaja indeks $i \geqslant 0$, tako da velja (1) $a_i < b_i$ in (2) $a_j = b_j$ za vsak $j < i$. Na primer, vektor $a = (5, 3, 4)$ je leksikografsko manjši od vektorjev $b = (5, 3, 8)$ ($a_2 < b_2$, $a_1 = b_1$, $a_0 = b_0$), $c = (5, 6, 1)$ ($a_1 < c_1$, $a_0 = c_0$) in $d = (6, 2, 7)$ ($a_0 < d_0$), ne pa od vektorja $e = (3, 6, 7)$. Napišite program, ki prebere n vektorjev dolžine d, nato pa jih izpiše v leksikografskem vrstnem redu.

Opomba: Povsem enak način urejanja se uporablja pri nizih (npr. pri priimkih, slovarskih geslih itd.), le da tam v vlogi vektorjev nastopajo nizi, v vlogi posameznih elementov vektorjev pa znaki.

Vhod

V prvi vrstici sta zapisani celi števili $n \in [1, 100]$ in $d \in [1, 100]$. Nato sledi n vrstic, ki podajajo vsebino posameznih vektorjev. Vsaka od njih vsebuje po d celih števil z intervala $[-10^9, 10^9]$.

Izhod

Izpišite iste vektorje, urejene v leksikografskem vrstnem redu. Vsak vektor izpišite v svoji vrstici, in to v obliki, kot jo proizvede metoda `Arrays.toString`.

Testni primer 1

Vhod:

```
5 3
6 2 7
3 6 7
5 6 1
5 3 4
5 3 8
```

Izhod:

```
[3, 6, 7]
[5, 3, 4]
[5, 3, 8]
[5, 6, 1]
[6, 2, 7]
```

Testni primer 2

Vhod:

```
7 5
-3 5 -7 2 -6
-3 4 -2 8 -4
-3 4 -2 8 -9
-5 10 6 10 5
-3 4 2 8 -9
-3 4 -2 5 -4
-3 4 -2 8 -4
```

Izhod:

```
[-5, 10, 6, 10, 5]
[-3, 4, -2, 5, -4]
[-3, 4, -2, 8, -9]
[-3, 4, -2, 8, -4]
[-3, 4, -2, 8, -4]
[-3, 4, 2, 8, -9]
[-3, 5, -7, 2, -6]
```

5 Šahovski turnir

Naloga

Na šahovskem turnirju nastopa n igralcev. Napišite program, ki prebere rezultate posameznih partij (v obliki »igralec A, ki je vodil bele figure, je proti igralcu B, ki je vodil črne figure, zmagal/izgubil/remiziral«) in izpiše turnirsko lestvico. Turnirska lestvica je seznam igralcev, padajoče urejen po skupnem številu točk. Za potrebe te naloge privzemimo, da vsaka zmaga prinese po 2 točki, remi po 1 točko, poraz pa po 0 točk. (Dejansko šahovsko točkovanje je $1/\frac{1}{2}/0$, vendar pa bi se radi izognili decimalkam.)

Vhod

V prvi vrstici je podano celo število $n \in [2, 100]$, nato pa sledi vnaprej neznano število vrstic, ki podajajo rezultate posameznih partij. Vsaka vrstica je sledeče oblike:

štBelega␣*štČrnega*␣*izid*

Pri tem je *štBelega* zaporedna številka igralca z belimi figurami, *štČrnega* zaporedna številka igralca s črnimi figurami, *izid* pa je enak 1 (zmagal je beli), -1 (zmagal je črni) ali 0 (remi). Zaporedne številke so seveda cela števila z intervala $[1, n]$, velja pa tudi *štBelega* $\neq$ *štČrnega*.

Izhod

Izpišite n vrstic sledeče oblike:

zapŠtIgralca␣*točke*

Pri tem je *zapŠtIgralca* zaporedna številka igralca, *točke* pa njegova skupna vsota točk. Zaporedje vrstic naj bo urejeno po padajočih točkah, v primeru enakega števila točk pa po naraščajočih zaporednih številkah.

Testni primer 1

Vhod:

```
5
3 2 1
2 4 0
2 4 -1
5 1 -1
3 5 0
1 3 -1
5 2 1
3 1 -1
```

Izhod:

```
3 5
1 4
4 3
5 3
2 1
```

6 Determinanta

Naloga

Napišite program, ki prebere kvadratno celoštevilsko matriko in izračuna njeno determinanto po sledeči definiciji (za $n > 1$):

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & \cdots & a_{3n} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & \cdots & a_{4n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & a_{n4} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = (-1)^0\, a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & a_{24} & \cdots & a_{2n} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} & \cdots & a_{3n} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} & \cdots & a_{4n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n2} & a_{n3} & a_{n4} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$+ (-1)^1\, a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} & a_{24} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{33} & a_{34} & \cdots & a_{3n} \\ a_{41} & a_{43} & a_{44} & \cdots & a_{4n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n3} & a_{n4} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$+ (-1)^2\, a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{24} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{34} & \cdots & a_{3n} \\ a_{41} & a_{42} & a_{44} & \cdots & a_{4n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n4} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$+\ldots$$

$$+(-1)^{n-1}\,a_{1n}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2,\,n-1} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3,\,n-1} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & \cdots & a_{4,\,n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{n,\,n-1} \end{vmatrix}$$

Determinanta matrike velikosti 1×1 je kar enaka edinemu elementu te matrike.

Opomba: Determinante v praksi ne računamo po gornji definiciji, saj vodi do neučinkovite in numerično nestabilne kode. Z vidika učenja programiranja pa je ta definicija odlična, zato jo v vašem programu striktno upoštevajte.

Vhod

V prvi vrstici je podano celo število $n \in [1, 8]$, nato pa sledi n vrstic. V vsaki od njih je zapisanih po n celih števil z intervala $[-100, 100]$, ki podajajo vsebino pripadajoče vrstice matrike.

Izhod

Izpišite samo determinanto. Determinanta bo po absolutni vrednosti zanesljivo manjša od 10^9.

Testni primer 3

Vhod:

```
3
3 4 -2
5 7 8
-3 10 5
```

Izhod:

```
-473
```

7 Politična nasprotja II ($\star$)

Naloga

Opomba: Ta naloga je enaka nalogi *Politična nasprotja* iz sklopa dodatnih nalog za 5. teden predavanj, le vhodni podatki so lahko večji.

Na politično konferenco je povabljenih l levičarjev, d desničarjev in c centristov. Organizatorji jih morajo razmestiti na $l + d + c$ zaporedno postavljenih sedežev, in to tako, da levičar in desničar nikjer ne bosta soseda. Napišite program, ki prebere števila l, d in c in izpiše število vseh sedežnih redov, ki ustrezajo opisanemu pogoju.

Vhod

Na vhodu so podana cela števila $l \in [0, 20]$, $d \in [0, 20]$ in $c \in [0, 20]$, ločena s presledkom.

Izhod

Izpišite samo število možnih razporeditev. To število bo zagotovo manjše od 10^{18}.

Testni primer 1

Vhod:

```
2 3 2
```

Izhod:

```
15
```

V tem primeru so možne sledeče razporeditve:

```
LLCDDDC
LLCDDCD
LLCDCDD
LLCCDDD
LCLCDDD
LCDDDCL
DDDCLLC
DDDCLCL
DDDCCLL
DDCLLCD
DDCDCLL
DCLLCDD
DCDDCLL
CLLCDDD
CDDDCLL
```

Testni primer 2

Vhod:

```
2 3 1
```

Izhod:

```
2
```

V tem primeru sta možni le razporeditvi `LLCDDD` in `DDDCLL`.