Silabus

za organizaciju takmičenja iz informatike u Republici Srpskoj

autori #TODO

Februar, 2025

Sadržaj

1	Uvod			
	1.1	Opšte informacije	5	
	1.2	Vizija	5	
	1.3	O strukturi dokumenta	5	
2 Matematika				
2.1 $^{\mathrm{REG}^*}$ Prosti brojevi (en. $Prime\ Numbers)$				
2.2 REG* Euklidska udaljenost (en. <i>Euclidean Distance</i>)		REG* Euklidska udaljenost (en. Euclidean Distance)	7	
	2.3 REG* Pitagorina teorema (en. <i>Pythagorean Theorem</i>)		8	
	2.4 Osnovna logika prvog reda (en. Basic First-Order Logic)		9	
		2.4.1 REG* Logički izrazi (en. <i>Logical Expressions</i>)	9	
		2.4.2 REG* Modus ponens i modus tolens (en. <i>Modus Ponens and Modus Tollens</i>).	9	
		Dokazi (en. <i>Proofs</i>)	10	
		2.5.1 Reg* Generalne metode dokazivanja (en. General Methods of Proofs)	10	
		2.5.2 Rekurzivne matematičke definicije (en. Recursive Mathematical Defini-		
,		tions)	10	
	2.6	Kombinatorika (en. Combinatorics)	11	
		2.6.1 REG* Permutacije i kombinacije (en. Permutations and Combinations)	11	
		2.6.2 REG* Princip uključenja i isključenja (en. <i>Inclusion-Exclusion Principle</i>)	11	
		2.6.3 REG* Dirihleov princip (en. <i>Pigeonhole Principle</i>)	11	
		2.6.4 REG* Paskalov identitet (en. Pascal's Identity)	11	
		2.6.5 REG* Binomna teorema (en. Binomial Theorem)	11	
		2.6.6 REG* Faktorijel i binomni koeficijenti (en. Factorial Function and Binomial	11	
	0.7	$Coefficients) \dots \dots$	11	
	2.7	Grafovi (i stabla) (en. Graphs (and Trees))	12	
		2.7.1 REG* Neusmjereni i usmjereni grafovi (en. <i>Undirected and Directed Graphs</i>).	12	
		2.7.2 REG* Težinski i netežinski grafovi (en. Weighted and Unweighted Graphs)	12	
		$O = \{ j \in J \mid j \in J \}$	12 12	
		\mathcal{I}		
		2.7.5 Reg* Razapinjuća stabla (en. <i>Spanning Trees</i>)	12	

		2.7.6	REG* Bipartitni grafovi (en. Bipartite Graphs)	12
		2.7.7	REG* Direktni aciklični grafovi (en. Direct Acyclic Graphs)	12
		2.7.8	REG* Jednostavni specifični oblici grafova (en. Fundamental Specific Graph	
			Shapes)	12
		2.7.9	REG* Osnovne kombinatorne osobine grafova (en. Fundamental Combinatorial	
		DEC* -	Properties of a Graph)	12
	2.8	REG I	Linearna algebra (en. <i>Linear Algebra</i>)	13
3	Rač	unarsl	ke Nauke - Algoritmi	14
	3.1	Osnov	vne strukture podataka (en. Fundamental Data Structures)	14
		3.1.1	REG** Primitivni tipovi (en. <i>Primitive Types</i>)	14
		3.1.2	REG** Nizovi (en. Arrays)	14
		3.1.3	REG** Povezane strukture (en. <i>Linked Structures</i>)	14
		3.1.4	REG** Tehnike implementacije grafova i stabala (en. Techniques of Implemen-	
			tations of Graphs and Trees)	14
		3.1.5	REG** Pokazivači i reference (en. <i>Pointers and References</i>)	14
	3.2		zija (en. Recursion)	15
		3.2.1	REG** Koncepti (en. <i>Concepts</i>)	15
		3.2.2	REG** Rekurzivne matematičke funkcije (en. Recursive Mathematical Functions)	15
		3.2.3	REG** Jednostavne rekurzivne procedure (en. Simple Recursive Procedures) .	15
	3.3		ralna teorijala algoritama (en. General Algorithm Theory)	16
		3.3.1	REG* Asimptotska analiza (en. Asymptotic Analysis)	16
		3.3.2	REG* Big-O notacija (en. <i>Big-O Notation</i>)	16
	9.4	3.3.3	REG* Standardne klase kompleksnosti (en. Standard Complexity Classes)	16
	3.4		ralne algoritamske strategije (en. General Algorithm Strategies)	17
		$3.4.1 \\ 3.4.2$	REG** Algoritmi iscrpne pretrage (en. Brute-Force Algorithms)	17 17
		3.4.2 $3.4.3$	REG** Gramzivi algoritmi (en. Greedy Algorithms)	17 17
		3.4.3 $3.4.4$	REG** Bektreking (en. Backtracking)	17
		3.4.4 $3.4.5$	REG** Dinamičko programiranje (en. Dynamic Programming)	17
	3.5		stavni cjelobrojni algoritmi (en. Simple Integer Algorithms)	18
	0.0	3.5.1	$^{\mathrm{REG}**}$ #TODO (en. $Radix\ Conversion$)	18
		3.5.2	REG** Euklidov algoritam (en. Euclid's Algorithm)	18
		3.5.3	REG** Test prostosti (en. Primality Test)	18
		3.5.4	REG** Eratostenovo sito (en. Sieve of Erathostenes)	18
		3.5.5	REG** Faktorizacija (en. Factorization)	18
		3.5.6	REG** Efikasno eksponovanje (en. Efficient Exponentiation)	18
	3.6	REG**	Jednostavne manipulacije nizovima (en. Simple Array Manipulations)	19
	3.7		Jednostavni algoritmi sa stringovima (en. Simple String Algorithms)	20
	3.8	Pretra	age (en. Searches)	21
		3.8.1	REG** Sekvencijalna pretraga (en. Sequential Search)	21
		3.8.2	REG** Binarna pretraga (en. Binary Search)	21
	3.9	Sortir	anja (en. Sorts)	22
		3.9.1	REG* Sortiranje mjehurom (en. Bubble Sort)	22
		3.9.2	REG* Sortiranje umetanjem (en. Insertion Sort)	22
		3.9.3	REP* Kviksort (en. Quicksort)	22
		3.9.4	REG* Sortiranje spajanjem (en. Merge Sort)	22

			22
	0.40	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	22
	3.10		23
			23
			23
			23
		3.10.3.1 REG** Topološko sortiranje (en. Topological Sort)	
			23
			23
	3.11	REP** Komponente povezanosti i tranzitivna zatvorenja (en. Connected components	
		$^{\prime}$	24
	3.12		25
			25
			25
			25
	3.13		26
			26
			26
	3.14		27
			27
			27
	3.15		28
			28
			29
	3.17		30
			30
			30
		3.17.3 REP** Vektorski i skalarni proizvod i primjene (en. Vector and Scalar Product,	
			30
		3.17.4 REP** $O(N * log(N))$ Konveksni omotač (en. $O(N * log(N))$ Convex Hull)	30
4	Rač	unarske Nauke - Strukture Podataka	31
	4.1	REG** Stek (en. <i>Stack</i>)	31
	4.2		32
	4.3	REG** Reprezentacije grafova (en. Graph Representations)	33
	4.4		34
	4.5	Statički balansirana binarna pretraživačka stabla (en. Statically Balanced Binary	
			35
			35
		4.5.2 REP** Fenvikovo stablo/Binarno indeksirano stablo (en. Fenwick Tree/Binary	
		Indexed Tree - BIT)	35
	4.6		36
		4.6.1 REP** Logaritamski algoritmi za pronalaženje najnižeg zajedničkog pretka (en.	
			37
	4.7		38
			38
		4.7.2 REP** Centroidna dekompozicija (en. Centroid Decomposition)	38

	39
4.9 Ugnježdavanje struktura podataka (en. Nesting of Data Structures)	40
4.10 REP** Prefiksno stablo (en. <i>Prefix tree - Trie</i>)	41

1 Uvod

1.1 Opšte informacije

Internacionalna informatička olimpijada (IOI, eng. International Olympiad in Informatics) najprestižnije je globalno takmičenje učenika osnovnih i srednjih škola iz programiranja. Kao takvo, samo učešće na istoj može biti od velikog značaja za budućnost pojedinca, a osvojene medalje su uspjele plasirati takmičare na prestižne svjetske univerzitete, te im, takođe, otvorile mogućnost zaposlenja u najvećim tehnološkim gigantima. IOI predstavlja cilj određenog dijela takmičara, pretežno iz srednje škole.

Tematika koja se pojavljuje u IOI zadacima definisana je planom (eng. IOI Syllabus). Dakle, adekvatno bi bilo uključivati one algoritme i strukture podataka, te oblasti, koje su propisane ovim planom. Iako su zadaci prezentovani na IOI, većinu vremena, ad-hoc prirode (onakve da ne pripadaju ni jednoj kategoriji), oni nisu striktno ad-hoc prirode - kombinuju razne metode kako bi se došlo do rješenja, nerijetko su implementacijski kompleksni i zahtijevaju duboko poznavanje algoritama i struktura podataka. Zbog ovoga, smatramo da je potrebno da zadaci postavljeni na takmičenjima sadrže više konkretnih algoritama i struktura podataka, koje je vješto potrebno adaptirati i kombinovati sa drugim tehnikama. Ovo ne znači da svaki zadatak mora biti moguće riješiti nekom konkretnom metodom, već da je samo potrebno povećati količinu i nivo poznavanja popularnih algoritama i struktura podataka na višim nivoima takmičenja.

1.2 Vizija

Tim za zadatke odlučio je da kreira ovaj dokument, u cilju olakšavanja procesa učenja i informisanju učenika-takmičara. Korištenjem ovog dokumenta, učenicima-takmičarima bi na dohvat ruke bila dostupna respektabilna količina resursa za pripremanja za takmičenja iz informatike u Republici Srpskoj, ali, neminovno, i za **BHOI**, **BOI** i **IOI**. Smatramo da će učenici, prateći ovaj dokument, te koristeći druge izvore, uspjeći da podignu kvalitet znanja na dosta viši nivo, do sada rijetko viđen među takmičarima, te, samim tim, i unaprediti kvalitet takmičenja i takmičarsku kulturu u Republici Srpskoj.

1.3 O strukturi dokumenta

Informacije o temama, kao i resursi, nalaze se u 3 kategorije: Matematika, Računarske Nauke - Algoritmi i Računarske Nauke - Strukture Podataka.

Razlog ove podijele baziran je na ideji da bi, u početku, trebalo izučiti, makar na osnovnom nivou, razne teorijske osnove računarskih nauka. Takmičar će brže razumijevati dalje konkretne koncepte vezane za ove teorijske ideje, te biti versatilniji u njihovom korištenju. Što je snažniji matematički alat - kreativnost na takmičenjima će rasti.

Nakon toga, algoritmi i strukture podataka se mogu izučavati u generalno arbitrarnom redoslijedu, tj. mogu se kombinovati i učiti po učenikovoj preferenci.

Teme označene sa $^{\rm REG}$ označavaju teme koje se mogu pojaviti na regionalnom takmičenju, dok teme označene sa $^{\rm REP}$ označavaju teme koje se mogu pojaviti isključivo na republičkom takmičenju. Jedna zvjezdica pored nivoa ($^{\rm REG*}$, $^{\rm REP*}$) označava teme koje bi se trebale poznavati na generalnom, teorijskom nivou, dok dvije zvjezdice ($^{\rm REG**}$, $^{\rm REP**}$) označavaju teme za koje je potrebno poznavanje implementacije.

- 2 Matematika
- 2.1 REG* Prosti brojevi (en. $Prime\ Numbers$)

2.2 REG* Euklidska udaljenost (en. $Euclidean\ Distance$)

2.3 REG* Pitagorina teorema (en. *Pythagorean Theorem*)

- 2.4 Osnovna logika prvog reda (en. Basic First-Order Logic)
- 2.4.1 REG* Logički izrazi (en. *Logical Expressions*)
- 2.4.2 REG* Modus ponens i modus tolens (en. Modus Ponens and Modus Tollens)

- 2.5 Dokazi (en. Proofs)
- 2.5.1 REG* Generalne metode dokazivanja (en. General Methods of Proofs)
- 2.5.2 Rekurzivne matematičke definicije (en. Recursive Mathematical Definitions)

- 2.6 Kombinatorika (en. Combinatorics)
- 2.6.1 REG* Permutacije i kombinacije (en. Permutations and Combinations)
- 2.6.2 REG* Princip uključenja i isključenja (en. Inclusion-Exclusion Principle)
- 2.6.3 REG* Dirihleov princip (en. Pigeonhole Principle)
- 2.6.4 REG* Paskalov identitet (en. Pascal's Identity)
- 2.6.5 REG* Binomna teorema (en. *Binomial Theorem*)
- 2.6.6 REG* Faktorijel i binomni koeficijenti (en. Factorial Function and Binomial Coefficients)

- 2.7 Grafovi (i stabla) (en. *Graphs (and Trees)*)
- 2.7.1 REG* Neusmjereni i usmjereni grafovi (en. Undirected and Directed Graphs)
- 2.7.2 REG* Težinski i netežinski grafovi (en. Weighted and Unweighted Graphs)
- 2.7.3 REG* Multigrafovi (en. *Multigraphs*)
- 2.7.4 REG* Dostupnost (en. Reachability)
- 2.7.5 Reg* Razapinjuća stabla (en. Spanning Trees)
- 2.7.6 REG* Bipartitni grafovi (en. Bipartite Graphs)
- 2.7.7 REG* Direktni aciklični grafovi (en. *Direct Acyclic Graphs*)
- 2.7.8 REG* Jednostavni specifični oblici grafova (en. Fundamental Specific Graph Shapes)
- 2.7.9 REG* Osnovne kombinatorne osobine grafova (en. Fundamental Combinatorial Properties of a Graph)

2.8 REG* Linearna algebra (en. Linear Algebra)

3 Računarske Nauke - Algoritmi

3.1 Osnovne strukture podataka (en. Fundamental Data Structures)

3.1.1 REG** Primitivni tipovi (en. *Primitive Types*)

Tipovi podataka - USACO

Competitive Programmer's Handbook Strane 16,17 i 18

Fundamentalni tipovi - cppreference

Osnovni tipovi - Petlja

Strane 19 i 20

3.1.2 REG** Nizovi (en. Arrays)

Nizovi - W3School

Nizovi - Petlja

Strane 256 - 299

Uvod u strukture podataka - USACO

3.1.3 REG** Povezane strukture (en. *Linked Structures*)

Povezane strukture – objašnjenje, primjeri, implemetacije

Šta su Povezane liste i kako funkcionišu

Video objašnjenje Povezanih listi

3.1.4 REG** Tehnike implementacije grafova i stabala (en. $Techniques\ of\ Implementations\ of\ Graphs\ and\ Trees$)

Više o Grafovima - vrste, reprezentacije

Različite Implementacije grafova

Više o Stablima – vrste, pravila, terminologija

Implementacija Binarnog stabla

3.1.5 REG** Pokazivači i reference (en. Pointers and References)

Više o Pokazivačima

Video objašnjenje Pokazivača

Više o Referencama

Video objašnjenje Referenci

- 3.2 Rekurzija (en. Recursion)
- 3.2.1 REG** Koncepti (en. *Concepts*)
- 3.2.2 REG** Rekurzivne matematičke funkcije (en. Recursive Mathematical Functions)
- 3.2.3 REG** Jednostavne rekurzivne procedure (en. Simple Recursive Procedures)

3.3 Generalna teorijala algoritama (en. General Algorithm Theory)

3.3.1 REG* Asimptotska analiza (en. Asymptotic Analysis)

Uvod u asimptotsku analizu

Asimptotska analiza - Petlja

Strane 22 - 28

Materijal sa predavanja - ETF BL

Prezentacija sa vježbi iz predmeta Formalne metode u softverskom inženjerstvu, teoretski orijentisana uz par primjera određivanja složenosti

3.3.2 REG* Big-O notacija (en. Big-O Notation)

Big-O notacija - Petlja

Strana 28

Uvod u Big-O notaciju - Video

Neetcode Cheat Sheet

Cheat Sheet

3.3.3 REG* Standardne klase kompleksnosti (en. Standard Complexity Classes)

Competitive Programmer's Handbook

Strane 20 i 21

USACO Book

Strane 8 i 9

Složenosti nekih čestih algoritama - Petlja

Strane 28 - 31

3.4 Generalne algoritamske strategije (en. General Algorithm Strategies)

3.4.1 REG** Algoritmi iscrpne pretrage (en. Brute-Force Algorithms)

Potpuna pretraga

Potpuna pretraga - CP Handbook Strane 47 - 49 "Gruba sila" - Petlja Strane 424 - 434 Zadaci - Codeforces

3.4.2 REG** Gramzivi algoritmi (en. *Greedy Algorithms*)

Uvod u gramzive algoritme - USACO

Gramzivi algoritmi - CP Handbook Strane 57 - 65 Gramzivi algoritmi - Petlja Strane 605 - 631 Zadaci - Codeforces

- 3.4.3 REG** Zavadi-pa-vladaj (en. $Divide-and-Conquer\ Algorithms$)
- 3.4.4 REG** Bektreking (en. *Backtracking*)

Backtracking - CP Handbook Strane 50 - 54 Bektreking - Petlja Zbirka 2 Objašnjenje koncepta i zadaci Zadaci - SPOJ

3.4.5 REG** Dinamičko programiranje (en. *Dynamic Programming*)

- 3.5 Jednostavni cjelobrojni algoritmi (en. Simple Integer Algorithms)
- 3.5.1 REG** #TODO (en. Radix Conversion)
- 3.5.2 REG** Euklidov algoritam (en. Euclid's Algorithm)
- 3.5.3 REG** Test prostosti (en. *Primality Test*)
- 3.5.4 REG** Eratostenovo sito (en. Sieve of Erathostenes)
- 3.5.5 REG** Faktorizacija (en. Factorization)
- 3.5.6 REG** Efikasno eksponovanje (en. Efficient Exponentiation)

3.6 $^{\mathrm{REG}^{**}}$ Jednostavne manipulacije nizovima (en. Simple Array Manipulations)

3.7 REG** Jednostavni algoritmi sa stringovima (en. Simple String Algorithms)

3.8 Pretrage (en. Searches)

3.8.1 REG** Sekvencijalna pretraga (en. Sequential Search)

Potpuna pretraga - USACO

Potpuna pretraga sa rekurzijom - USACO

Linearna pretraga

3.8.2 REG** Binarna pretraga (en. Binary Search)

Binarna pretraga - USACO

Binarna pretraga - CP Algorithms

Binarna pretraga - Petlja

Strane 119 - 175

Binarna pretraga - CP Handbook

Strane 31 - 34

Zadaci - Codeforces

3.9 Sortiranja (en. Sorts)

Uvod u algoritme za sortiranje Online zadaci iz sortiranja

3.9.1 REG* Sortiranje mjehurom (en. Bubble Sort)

Šta je Sortiranje mjehurom i kako funkcioniše

Video objašnjenje Sortiranja mjehurom

3.9.2 REG* Sortiranje umetanjem (en. Insertion Sort)

Šta je Sortiranje umetanjem i kako funkcioniše

Video objašnjenje Sortiranja umetanjem

3.9.3 REP* Kviksort (en. Quicksort)

Šta je Kviksort i kako funkcioniše

Video objašnjenje Kviksort-a

3.9.4 REG* Sortiranje spajanjem (en. Merge Sort)

Šta je Sortiranje spajanjem i kako funkcioniše

Video objašnjenje Sortiranja spajanjem

3.9.5 REG* Sortiranje prebrojavanjem (en. Counting Sort)

Šta je Sortiranje prebrojavanjem i kako funkcioniše

Video objašnjenje Sortiranja prebrojavanjem

3.9.6 REP* Segmentno sortiranje (en. $Bucket\ Sort$)

Šta je Segmentno sortiranje i kako funkcioniše

Video objašnjenje Segmentnog sortiranja

```
3.10 Obilasci (en. Traversals)
```

- 3.10.1 REG** Obilazak u dubinu (en. Depth-First Search)
- 3.10.2 REG** Obilazak u sirinu (en. Breadth-First Search)
- 3.10.3 Primjene
- 3.10.3.1 $^{\text{REG}^{**}}$ Topološko sortiranje (en. Topological Sort) $^{\text{Topološko sortiranje}}$ USACO

Topološko sortiranje - CP Algorithms

3.10.3.2 REP** Ojlerov put (en. Euler Path) Ojlerov put - USACO

 ${\bf Ojlerov}$ put - ${\bf CP}$ Handbook

Strane 173 - 176

3.11 REP** Komponente povezanosti i tranzitivna zatvorenja (en. $Connected\ components\ and\ transitive\ closures)$

- 3.12 Algoritmi za pronalaženje najkraćeg puta (en. Shortest Path Algorithms)
- 3.12.1 REP** Belman-Fordov algoritam (en. Bellman-Ford Algorithm)
- 3.12.2 REP** Dajkstrin algoritam (en. *Dijkstra's Algorithm*)
- 3.12.3 REP** Flojd-Varšalov algoritam (en. Floyd-Warshall's Algorithm)

- 3.13 Minimalno razapinjuće stablo (en. Minimum Spanning Tree)
- 3.13.1 REP** Primov algoritam (en. Prim's Algorithm)
- 3.13.2 REP** Kruskalov algoritam (en. Kruskal's Algorithm)

- 3.14 Bikonektivnost u neusmjerenim grafovima (en. $Biconnectivity\ in\ undirected\ graphs)$
- 3.14.1 REP** Mostovi (en. Bridges)
- 3.14.2 REP** Artikulacione tačke (en. Articulation Points)

3.15 Povezanost u usmjerenim grafovima (en. $Connectivity\ in\ Directed\ Graphs)$

$3.15.1 \quad {}^{\mathrm{REP}^{**}}\,\check{\mathrm{C}}\mathrm{vrste}\,\,\mathrm{komponente}\,\,\mathrm{povezanosti}\,\,\mathrm{(en.}\,\,\mathit{Strongly}\,\,\mathit{Connected}\,\,\mathit{Components})$

Teorija čvrstih komponenata povezanosti

Gorepomenuti resurs objašnjava pojam čvrstih komponenti povezanosti, te implementaciju Kosarajuvog algoritma.

Kosarajuov algoritam (zadaci)

Tardžanov algoritam

3.16 REG** Osnove kombinatorne teorije igara (en. $Basics\ of\ combinatorial\ game\ theory)$

- 3.17 Geometrijski algoritmi (en. Geometric Algorithms)
- 3.17.1 REP** Kompresija koordinata (en. Coordinate Compression)
- 3.17.2 REP** #TODO (en. Sweeping Line)
- 3.17.3 $\,^{\text{REP}^{**}}$ Vektorski i skalarni proizvod i primjene (en. $\textit{Vector and Scalar Product}, \,\, \textit{and Applications})$
- 3.17.4 $\operatorname{REP^{**}}\operatorname{O}(\operatorname{N} \, * \, \log(\operatorname{N}))$ Konveksni omotač (en. $O(N \, * \, \log(N))$ Convex Hull)

- 4 Računarske Nauke Strukture Podataka
- 4.1 REG** Stek (en. Stack)

4.2 REG** Red (en. Queue)

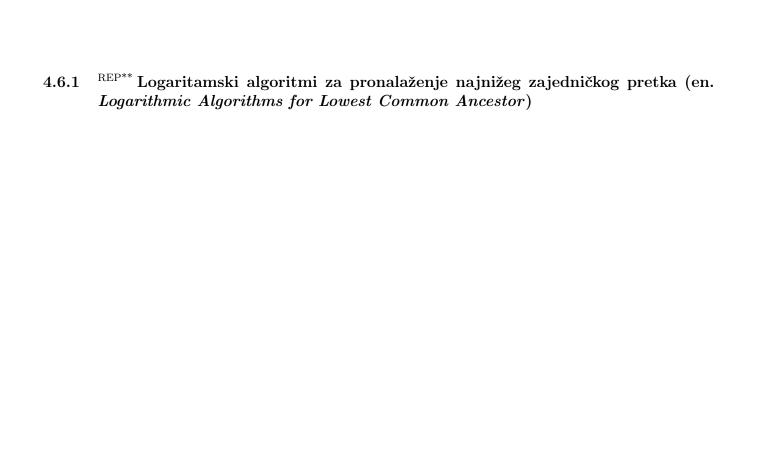
4.3 $^{\mathrm{REG}^{**}}$ Reprezentacije grafova (en. *Graph Representations*)

4.4 Reprezentacije disjunktnog skupa (en. $\it Disjoint\textsubscript{-set}\ representations)$

- 4.5 Statički balansirana binarna pretraživačka stabla (en. Statically Balanced Binary Search Trees)
- 4.5.1 REP** Segmentno stablo (en. Segment Tree)
- 4.5.2 REP** Fenvikovo stablo/Binarno indeksirano stablo (en. Fenvick Tree/Binary Indexed Tree BIT)

Binarno Indeksirano Stablo - USACO Ovaj dio nalazi se na polovini stranice. Fenvikovo stablo - CP Algorithms

Binarno Indeksirano Stablo - CP Handbook Stranice 86, 87 i 88 Fenvikovo stablo - Video 4.6 $^{\mathrm{REP}^{*}}$ Balansirana binarna pretraživačka stabla (en. $Balanced\ Binary\ Search\ Tree)$



- 4.7 Dekompozicije stabla (en. Tree Decompositions)
- 4.7.1 REP** Teška-laka dekompozicija (en. $Heavy-Light\ Decomposition$)
- 4.7.2 REP** Centroidna dekompozicija (en. Centroid Decomposition)

4.8 REP** Perzistente strukture podataka (en. $Persistent\ Data\ Structures)$

4.9	Ugnježdavanje	struktura	podataka (en.	Nesting of Data	Structures

4.10 REP** Prefiksno stablo (en. $Prefix\ tree\ -\ Trie)$