

Silabus

za organizaciju takmičenja iz informatike u Republici Srpskoj

autori #TODO

Februar, 2025

Sadržaj

1	Uvod	4
1.1	Opšte informacije	4
1.2	Vizija	4
1.3	O strukturi dokumenta	4
2	Matematika	5
2.1	Prosti brojevi (en. <i>Prime Numbers</i>)	5
2.2	Euklidska udaljenost (en. <i>Euclidean Distance</i>)	6
2.3	Pitagorina teorema (en. <i>Pythagorean Theorem</i>)	7
2.4	Osnovna logika prvog reda (en. <i>Basic First-Order Logic</i>)	8
2.4.1	Logički izrazi (en. <i>Logical Expressions</i>)	8
2.4.2	Modus ponens i modus tollens (en. <i>Modus Ponens and Modus Tollens</i>)	8
2.5	Dokazi (en. <i>Proofs</i>)	9
2.5.1	Generalne metode dokazivanja (en. <i>General Methods of Proofs</i>)	9
2.5.2	Rekurzivne matematičke definicije (en. <i>Recursive Mathematical Definitions</i>)	9
2.6	Kombinatorika (en. <i>Combinatorics</i>)	10
2.6.1	Permutacije i kombinacije (en. <i>Permutations and Combinations</i>)	10
2.6.2	Princip uključenja i isključenja (en. <i>Inclusion-Exclusion Principle</i>)	10
2.6.3	Dirihleov princip (en. <i>Pigeonhole Principle</i>)	10
2.6.4	Paskalov identitet (en. <i>Pascal's Identity</i>)	10
2.6.5	Binomna teorema (en. <i>Binomial Theorem</i>)	10
2.6.6	Faktorijel i binomni koeficijenti (en. <i>Factorial Function and Binomial Coefficients</i>)	10
2.7	Grafovi (i stabla) (en. <i>Graphs (and Trees)</i>)	11
2.7.1	Neusmjereni i usmjereni grafovi (en. <i>Undirected and Directed Graphs</i>)	11
2.7.2	Težinski i netežinski grafovi (en. <i>Weighted and Unweighted Graphs</i>)	11
2.7.3	Multigrafovi (en. <i>Multigraphs</i>)	11
2.7.4	Dostupnost (en. <i>Reachability</i>)	11
2.7.5	Razapinjuća stabla (en. <i>Spanning Trees</i>)	11
2.7.6	Bipartitni grafovi (en. <i>Bipartite Graphs</i>)	11

2.7.7	Direktni aciklični grafovi (en. <i>Direct Acyclic Graphs</i>)	11
2.7.8	Jednostavni specifični oblici grafova (en. <i>Fundamental Specific Graph Shapes</i>)	11
2.7.9	Osnovne kombinatorne osobine grafova (en. <i>Fundamental Combinatorial Properties of a Graph</i>)	11
2.8	Linearna algebra (en. <i>Linear Algebra</i>)	12
3	Računarske Nauke - Algoritmi	13
3.1	Osnovne strukture podataka (en. <i>Fundamental Data Structures</i>)	13
3.1.1	Primitivni tipovi (en. <i>Primitive Types</i>)	13
3.1.2	Nizovi (en. <i>Arrays</i>)	13
3.1.3	Povezane strukture (en. <i>Linked Structures</i>)	13
3.1.4	Tehnike implementacije grafova i stabala (en. <i>Techniques of Implementations of Graphs and Trees</i>)	13
3.1.5	Pokazivači i reference (en. <i>Pointers and References</i>)	13
3.2	Rekurzija (en. <i>Recursion</i>)	14
3.2.1	Koncepti (en. <i>Concepts</i>)	14
3.2.2	Rekurzivne matematičke funkcije (en. <i>Recursive Mathematical Functions</i>)	14
3.2.3	Jednostavne rekurzivne procedure (en. <i>Simple Recursive Procedures</i>)	14
3.3	Generalna teorijala algoritama (en. <i>General Algorithm Theory</i>)	15
3.3.1	Asimptotička analiza (en. <i>Asymptotic Analysis</i>)	15
3.3.2	Big-O notacija (en. <i>Big-O Notation</i>)	15
3.3.3	Standardne klase kompleksnosti (en. <i>Standard Complexity Classes</i>)	15
3.4	Generalne algoritamske strategije (en. <i>General Algorithm Strategies</i>)	16
3.4.1	Algoritmi iscrpne pretrage (en. <i>Brute-Force Algorithms</i>)	16
3.4.2	Gramzivi algoritmi (en. <i>Greedy Algorithms</i>)	16
3.4.3	Zavadi-pa-vladaj (en. <i>Divide-and-Conquer Algorithms</i>)	16
3.4.4	Bektreking (en. <i>Backtracking</i>)	16
3.4.5	Dinamičko programiranje (en. <i>Dynamic Programming</i>)	16
3.5	Jednostavni cjelobrojni algoritmi (en. <i>Simple Integer Algorithms</i>)	17
3.5.1	#TODO (en. <i>Radix Conversion</i>)	17
3.5.2	Euklidov algoritam (en. <i>Euclid's Algorithm</i>)	17
3.5.3	Test prostosti (en. <i>Primality Test</i>)	17
3.5.4	Eratostenovo sito (en. <i>Sieve of Erathostenes</i>)	17
3.5.5	Faktorizacija (en. <i>Factorization</i>)	17
3.5.6	Efikasno eksponovanje (en. <i>Efficient Exponentiation</i>)	17
3.6	Jednostavne manipulacije nizovima (en. <i>Simple Array Manipulations</i>)	18
3.7	Jednostavni algoritmi sa stringovima (en. <i>Simple String Algorithms</i>)	19
3.8	Pretrage (en. <i>Searches</i>)	20
3.8.1	Sekvencijalna pretraga (en. <i>Sequential Search</i>)	20
3.8.2	Binarna pretraga (en. <i>Binary Search</i>)	20
3.9	Sortiranja (en. <i>Sorts</i>)	21
3.9.1	Sortiranje mjehurom (en. <i>Bubble Sort</i>)	21
3.9.2	Sortiranje umetanjem (en. <i>Insertion Sort</i>)	21
3.9.3	Kviksort (en. <i>Quicksort</i>)	21
3.9.4	Sortiranje spajanjem (en. <i>Merge Sort</i>)	21
3.9.5	Sortiranje prebrojavanjem (en. <i>Counting Sort</i>)	21
3.9.6	Segmentno sortiranje (en. <i>Bucket Sort</i>)	21

3.10	Obilasci (en. <i>Traversals</i>)	22
3.10.1	Obilazak u dubinu (en. <i>Depth-First Search</i>)	22
3.10.2	Obilazak u sirinu (en. <i>Breadth-First Search</i>)	22
3.10.3	Primjene	22
3.10.3.1	Topološko sortiranje (en. <i>Topological Sort</i>)	22
3.10.3.2	Ojlerov put (en. <i>Euler Path</i>)	22
3.11	Komponente povezanosti i tranzitivna zatvorenja (en. <i>Connected components and transitive closures</i>)	23
3.12	Algoritmi za pronalaženje najkraćeg puta (en. <i>Shortest Path Algorithms</i>)	24
3.12.1	Belman-Fordov algoritam (en. <i>Bellman-Ford Algorithm</i>)	24
3.12.2	Dajkstrin algoritam (en. <i>Dijkstra's Algorithm</i>)	24
3.12.3	Floyd-Varšalov algoritam (en. <i>Floyd-Warshall's Algorithm</i>)	24
3.13	Minimalno razapinjuće stablo (en. <i>Minimum Spanning Tree</i>)	25
3.13.1	Primov algoritam (en. <i>Prim's Algorithm</i>)	25
3.13.2	Kruskalov algoritam (en. <i>Kruskal's Algorithm</i>)	25
3.14	Bikonektivnost u neusmjerenim grafovima (en. <i>Biconnectivity in undirected graphs</i>)	26
3.14.1	Mostovi (en. <i>Bridges</i>)	26
3.14.2	Artikulacione tačke (en. <i>Articulation Points</i>)	26
3.15	Povezanost u usmjerenim grafovima (en. <i>Connectivity in Directed Graphs</i>)	27
3.15.1	Čvrste komponente povezanosti (en. <i>Strongly Connected Components</i>)	27
3.16	Osnove kombinatorne teorije igara (en. <i>Basics of combinatorial game theory</i>)	28
3.17	Geometrijski algoritmi (en. <i>Geometric Algorithms</i>)	29
3.17.1	Kompresija koordinata (en. <i>Coordinate Compression</i>)	29
3.17.2	#TODO (en. <i>Sweeping Line</i>)	29
3.17.3	$O(N * \log(N))$ Konveksni omotač (en. $O(N * \log(N))$ <i>Convex Hull</i>)	29
4	Računarske Nauke - Strukture Podataka	30
4.1	Stek (en. <i>Stack</i>)	30
4.2	Red (en. <i>Queue</i>)	31
4.3	Reprezentacije grafova (en. <i>Graph Representations</i>)	32
4.4	Reprezentacije disjunktnog skupa (en. <i>Disjoint-set representations</i>)	33
4.5	Statički balansirana binarna pretraživačka stabla (en. <i>Statically Balanced Binary Search Trees</i>)	34
4.5.1	Segmentno stablo (en. <i>Segment Tree</i>)	34
4.5.2	Fenwickovo stablo (en. <i>Fenwick Tree</i>)	34
4.6	Balansirana binarna pretraživačka stabla (en. <i>Balanced Binary Search Tree</i>)	35
4.6.1	Logaritamski algoritmi za pronalaženje najnižeg zajedničkog pretka (en. <i>Logarithmic Algorithms for Lowest Common Ancestor</i>)	36
4.7	Dekompozicije stabla (en. <i>Tree Decompositions</i>)	37
4.7.1	Teška-laka dekompozicija (en. <i>Heavy-Light Decomposition</i>)	37
4.7.2	Centroidna dekompozicija (en. <i>Centroid Decomposition</i>)	37
4.8	Perzistente strukture podataka (en. <i>Persistent Data Structures</i>)	38
4.9	Ugnježdavanje struktura podataka (en. <i>Nesting of Data Structures</i>)	39
4.10	Prefiksno stablo (en. <i>Prefix tree - Trie</i>)	40

1 Uvod

1.1 Opšte informacije

Internacionalna informatička olimpijada (IOI, eng. *International Olympiad in Informatics*) najprestižnije je globalno takmičenje učenika osnovnih i srednjih škola iz programiranja. Kao takvo, samo učešće na istoj može biti od velikog značaja za budućnost pojedinca, a osvojene medalje su uspjele plasirati takmičare na prestižne svjetske univerzitete, te im, takođe, otvorile mogućnost zaposlenja u najvećim tehnološkim gigantima. **IOI** predstavlja cilj određenog dijela takmičara, pretežno iz srednje škole.

Tematika koja se pojavljuje u IOI zadacima definisana je [planom](#) (eng. *IOI Syllabus*). Dakle, adekvatno bi bilo uključivati one algoritme i strukture podataka, te oblasti, koje su propisane ovim planom. Iako su zadaci prezentovani na **IOI**, većinu vremena, ad-hoc prirode (onakve da ne pripadaju ni jednoj kategoriji), oni nisu striktno ad-hoc prirode - kombinuju razne metode kako bi se došlo do rješenja, nerijetko su implementacijski kompleksni i zahtijevaju duboko poznavanje algoritama i struktura podataka. Zbog ovoga, smatramo da je potrebno da zadaci postavljeni na takmičenjima sadrže više konkretnih algoritama i struktura podataka, koje je vješto potrebno adaptirati i kombinovati sa drugim tehnikama. Ovo ne znači da svaki zadatak mora biti moguće riješiti nekom konkretnom metodom, već da je samo potrebno povećati količinu i nivo poznavanja popularnih algoritama i struktura podataka na višim nivoima takmičenja.

1.2 Vizija

Tim za zadatke odlučio je da kreira ovaj dokument, u cilju olakšavanja procesa učenja i informisanju učenika-takmičara. Korištenjem ovog dokumenta, učenicima-takmičarima bi na dohvat ruke bila dostupna respektabilna količina resursa za pripremanja za takmičenja iz informatike u Republici Srpskoj, ali, neminovno, i za **BHOI**, **BOI** i **IOI**. Smatramo da će učenici, prateći ovaj dokument, te koristeći druge izvore, uspjeći da podignu kvalitet znanja na dosta viši nivo, do sada rijetko viđen među takmičarima, te, samim tim, i unaprediti kvalitet takmičenja i takmičarsku kulturu u Republici Srpskoj.

1.3 O strukturi dokumenta

Informacije o temama, kao i resursi, nalaze se u 3 kategorije: Matematika, Računarske Nauke - Algoritmi i Računarske Nauke - Strukture Podataka.

Razlog ove podjele baziran je na ideji da bi, u početku, trebalo izučiti, makar na osnovnom nivou, razne teorijske osnove računarskih nauka. Takmičar će brže razumijevati dalje konkretne koncepte vezane za ove teorijske ideje, te biti versatilniji u njihovom korištenju. Što je snažniji matematički alat - kreativnost na takmičenjima će rasti.

Nakon toga, algoritmi i strukture podataka se mogu izučavati u generalno arbitrarnom redoslijedu, tj. mogu se kombinovati i učiti po učenikovoj preferenci.

2 Matematika

2.1 Prosti brojevi (en. *Prime Numbers*)

2.2 Euklidska udaljenost (en. *Euclidean Distance*)

2.3 Pitagorina teorema (en. *Pythagorean Theorem*)

2.4 Osnovna logika prvog reda (en. *Basic First-Order Logic*)

2.4.1 Logički izrazi (en. *Logical Expressions*)

2.4.2 Modus ponens i modus tolens (en. *Modus Ponens and Modus Tollens*)

2.5 Dokazi (en. *Proofs*)

2.5.1 Generalne metode dokazivanja (en. *General Methods of Proofs*)

2.5.2 Rekurzivne matematičke definicije (en. *Recursive Mathematical Definitions*)

2.6 Kombinatorika (en. *Combinatorics*)

2.6.1 Permutacije i kombinacije (en. *Permutations and Combinations*)

2.6.2 Princip uključenja i isključenja (en. *Inclusion-Exclusion Principle*)

2.6.3 Dirihleov princip (en. *Pigeonhole Principle*)

2.6.4 Paskalov identitet (en. *Pascal's Identity*)

2.6.5 Binomna teorema (en. *Binomial Theorem*)

2.6.6 Faktorijel i binomni koeficijenti (en. *Factorial Function and Binomial Coefficients*)

2.7 Grafovi (i stabla) (en. *Graphs (and Trees)*)

2.7.1 Neusmjereni i usmjereni grafovi (en. *Undirected and Directed Graphs*)

2.7.2 Težinski i netežinski grafovi (en. *Weighted and Unweighted Graphs*)

2.7.3 Multigrafovi (en. *Multigraphs*)

2.7.4 Dostupnost (en. *Reachability*)

2.7.5 Razapinjuća stabla (en. *Spanning Trees*)

2.7.6 Bipartitni grafovi (en. *Bipartite Graphs*)

2.7.7 Direktni aciklični grafovi (en. *Direct Acyclic Graphs*)

2.7.8 Jednostavni specifični oblici grafova (en. *Fundamental Specific Graph Shapes*)

2.7.9 Osnovne kombinatorne osobine grafova (en. *Fundamental Combinatorial Properties of a Graph*)

2.8 Linearna algebra (en. *Linear Algebra*)

3 Računarske Nauke - Algoritmi

3.1 Osnovne strukture podataka (en. *Fundamental Data Structures*)

3.1.1 Primitivni tipovi (en. *Primitive Types*)

3.1.2 Nizovi (en. *Arrays*)

3.1.3 Povezane strukture (en. *Linked Structures*)

3.1.4 Tehnike implementacije grafova i stabala (en. *Techniques of Implementations of Graphs and Trees*)

3.1.5 Pokazivači i reference (en. *Pointers and References*)

3.2 Rekurzija (en. *Recursion*)

3.2.1 Koncepti (en. *Concepts*)

3.2.2 Rekurzivne matematičke funkcije (en. *Recursive Mathematical Functions*)

3.2.3 Jednostavne rekurzivne procedure (en. *Simple Recursive Procedures*)

3.3 Generalna teorijala algoritama (en. *General Algorithm Theory*)

3.3.1 Asimptotička analiza (en. *Asymptotic Analysis*)

3.3.2 Big-O notacija (en. *Big-O Notation*)

3.3.3 Standardne klase kompleksnosti (en. *Standard Complexity Classes*)

- 3.4 Generalne algoritamske strategije (en. *General Algorithm Strategies*)
 - 3.4.1 Algoritmi iscrpne pretrage (en. *Brute-Force Algorithms*)
 - 3.4.2 Gramzivi algoritmi (en. *Greedy Algorithms*)
 - 3.4.3 Zavadi-pa-vladaj (en. *Divide-and-Conquer Algorithms*)
 - 3.4.4 Bektreking (en. *Backtracking*)
 - 3.4.5 Dinamičko programiranje (en. *Dynamic Programming*)

3.5 Jednostavni cjelobrojni algoritmi (en. *Simple Integer Algorithms*)

3.5.1 #TODO (en. *Radix Conversion*)

3.5.2 Euklidov algoritam (en. *Euclid's Algorithm*)

3.5.3 Test prostosti (en. *Primality Test*)

3.5.4 Eratostenovo sito (en. *Sieve of Erathostenes*)

3.5.5 Faktorizacija (en. *Factorization*)

3.5.6 Efikasno eksponovanje (en. *Efficient Exponentiation*)

3.6 Jednostavne manipulacije nizovima (en. *Simple Array Manipulations*)

3.7 Jednostavni algoritmi sa stringovima (en. *Simple String Algorithms*)

3.8 Pretrage (en. *Searches*)

3.8.1 Sekvencijalna pretraga (en. *Sequential Search*)

3.8.2 Binarna pretraga (en. *Binary Search*)

3.9 Sortiranja (en. *Sorts*)

3.9.1 Sortiranje mjehurrom (en. *Bubble Sort*)

3.9.2 Sortiranje umetanjem (en. *Insertion Sort*)

3.9.3 Kviksort (en. *Quicksort*)

3.9.4 Sortiranje spajanjem (en. *Merge Sort*)

3.9.5 Sortiranje prebrojavanjem (en. *Counting Sort*)

3.9.6 Segmentno sortiranje (en. *Bucket Sort*)

3.10 Obilasci (en. *Traversals*)

3.10.1 Obilazak u dubinu (en. *Depth-First Search*)

3.10.2 Obilazak u sirinu (en. *Breadth-First Search*)

3.10.3 Primjene

3.10.3.1 Topološko sortiranje (en. *Topological Sort*)

3.10.3.2 Ojlerov put (en. *Euler Path*)

3.11 Komponente povezanosti i tranzitivna zatvorenja (en. *Connected components and transitive closures*)

- 3.12 Algoritmi za pronalaženje najkraćeg puta (en. *Shortest Path Algorithms*)
 - 3.12.1 Belman-Fordov algoritam (en. *Bellman-Ford Algorithm*)
 - 3.12.2 Dajkstrin algoritam (en. *Dijkstra's Algorithm*)
 - 3.12.3 Flojd-Varšalov algoritam (en. *Floyd-Warshall's Algorithm*)

3.13 Minimalno razapinjuće stablo (en. *Minimum Spanning Tree*)

3.13.1 Primov algoritam (en. *Prim's Algorithm*)

3.13.2 Kruskalov algoritam (en. *Kruskal's Algorithm*)

3.14 Bikonektivnost u neusmjerenim grafovima (en. *Biconnectivity in undirected graphs*)

3.14.1 Mostovi (en. *Bridges*)

3.14.2 Artikulacione tačke (en. *Articulation Points*)

- 3.15 Povezanost u usmjerenim grafovima (en. *Connectivity in Directed Graphs*)
- 3.15.1 Čvrste komponente povezanosti (en. *Strongly Connected Components*)

3.16 Osnove kombinatorne teorije igara (en. *Basics of combinatorial game theory*)

3.17 Geometrijski algoritmi (en. *Geometric Algorithms*)

3.17.1 Kompresija koordinata (en. *Coordinate Compression*)

3.17.2 #TODO (en. *Sweeping Line*)

3.17.3 $O(N * \log(N))$ Konveksni omotač (en. *$O(N * \log(N))$ Convex Hull*)

4 Računarske Nauke - Strukture Podataka

4.1 Stek (en. *Stack*)

4.2 Red (en. *Queue*)

4.3 Reprezentacije grafova (en. *Graph Representations*)

4.4 Reprezentacije disjunktnog skupa (en. *Disjoint-set representations*)

4.5 Statički balansirana binarna pretraživačka stabla (en. *Statically Balanced Binary Search Trees*)

4.5.1 Segmentno stablo (en. *Segment Tree*)

4.5.2 Fenvikovo stablo (en. *Fenwick Tree*)

4.6 Balansirana binarna pretraživačka stabla (en. *Balanced Binary Search Tree*)

4.6.1 Logaritamski algoritmi za pronalaženje najnižeg zajedničkog pretka (en. *Logarithmic Algorithms for Lowest Common Ancestor*)

4.7 Dekompozicije stabla (en. *Tree Decompositions*)

4.7.1 Teška-laka dekompozicija (en. *Heavy-Light Decomposition*)

4.7.2 Centroidna dekompozicija (en. *Centroid Decomposition*)

4.8 Perzistente strukture podataka (en. *Persistent Data Structures*)

4.9 Ugnježdavanje struktura podataka (en. *Nesting of Data Structures*)

4.10 Prefiksno stablo (en. *Prefix tree - Trie*)