# Silabus

# za organizaciju takmičenja iz informatike u Republici Srpskoj

## autori #TODO

## Februar, 2025

# Sadržaj

1	Uvod				
	1.1	Opšte informacije	5		
	1.2	Vizija	5		
	1.3	O strukturi dokumenta	5		
2	Matematika				
2.1 REG* Prosti brojevi (en. <i>Prime Numbers</i> )					
	2.2 REG* Euklidska udaljenost (en. Euclidean Distance)		7		
			8		
	2.4 Osnovna logika prvog reda (en. Basic First-Order Logic)		9		
		2.4.1 REG* Logički izrazi (en. <i>Logical Expressions</i> )	9		
		2.4.2 REG* Modus ponens i modus tolens (en. <i>Modus Ponens and Modus Tollens</i> ).	9		
		Dokazi (en. <i>Proofs</i> )	10		
		2.5.1 Reg* Generalne metode dokazivanja (en. General Methods of Proofs)	10		
		2.5.2 Rekurzivne matematičke definicije (en. Recursive Mathematical Defini-			
<b>,</b>		tions)	10		
		Kombinatorika (en. Combinatorics)	11		
		2.6.1 REG* Permutacije i kombinacije (en. Permutations and Combinations)	11		
		2.6.2 REG* Princip uključenja i isključenja (en. <i>Inclusion-Exclusion Principle</i> )	11		
		2.6.3 REG* Dirihleov princip (en. <i>Pigeonhole Principle</i> )	11		
		2.6.4 REG* Paskalov identitet (en. Pascal's Identity)	11		
		2.6.5 REG* Binomna teorema (en. Binomial Theorem)	11		
		2.6.6 REG* Faktorijel i binomni koeficijenti (en. Factorial Function and Binomial	11		
	0.7	$Coefficients) \dots \dots$	11		
	2.7	Grafovi (i stabla) (en. Graphs (and Trees))	12		
		2.7.1 REG* Neusmjereni i usmjereni grafovi (en. <i>Undirected and Directed Graphs</i> ).	12		
		2.7.2 REG* Težinski i netežinski grafovi (en. Weighted and Unweighted Graphs)	12		
		$O = \{ j \in J \mid j \in J \}$	12 12		
		$\mathcal{I}$			
		2.7.5 Reg* Razapinjuća stabla (en. <i>Spanning Trees</i> )	12		

		2.7.6	REG* Bipartitni grafovi (en. Bipartite Graphs)	12
		2.7.7	REG* Direktni aciklični grafovi (en. Direct Acyclic Graphs)	12
		2.7.8	REG* Jednostavni specifični oblici grafova (en. Fundamental Specific Graph	
			Shapes)	12
		2.7.9	REG* Osnovne kombinatorne osobine grafova (en. Fundamental Combinatorial	
		DEC* -	Properties of a Graph)	12
	2.8	REG I	Linearna algebra (en. <i>Linear Algebra</i> )	13
3	Rač	unarsl	ke Nauke - Algoritmi	14
	3.1	Osnov	vne strukture podataka (en. Fundamental Data Structures)	14
		3.1.1	REG** Primitivni tipovi (en. <i>Primitive Types</i> )	14
		3.1.2	REG** Nizovi (en. Arrays)	14
		3.1.3	REG** Povezane strukture (en. <i>Linked Structures</i> )	14
		3.1.4	REG** Tehnike implementacije grafova i stabala (en. Techniques of Implemen-	
			tations of Graphs and Trees)	14
		3.1.5	REG** Pokazivači i reference (en. <i>Pointers and References</i> )	14
	3.2		zija (en. Recursion)	15
		3.2.1	REG** Koncepti (en. <i>Concepts</i> )	15
		3.2.2	REG** Rekurzivne matematičke funkcije (en. Recursive Mathematical Functions)	15
		3.2.3	REG** Jednostavne rekurzivne procedure (en. Simple Recursive Procedures) .	15
	3.3		ralna teorijala algoritama (en. General Algorithm Theory)	16
		3.3.1	REG* Asimptotička analiza (en. Asymptotic Analysis)	16
		3.3.2	REG* Big-O notacija (en. <i>Big-O Notation</i> )	16
	9 4	3.3.3	REG* Standardne klase kompleksnosti (en. Standard Complexity Classes)	16
	3.4	3.4.1	ralne algoritamske strategije (en. <i>General Algorithm Strategies</i> )	17 17
		3.4.1 $3.4.2$	REG** Gramzivi algoritmi (en. Greedy Algorithms)	$\frac{17}{17}$
		3.4.3	REG** Zavadi-pa-vladaj (en. Divide-and-Conquer Algorithms)	17
		3.4.3 $3.4.4$	REG** Bektreking (en. Backtracking)	17
		3.4.5	REG** Dinamičko programiranje (en. Dynamic Programming)	17
	3.5		stavni cjelobrojni algoritmi (en. Simple Integer Algorithms)	18
	0.0	3.5.1	REG** #TODO (en. Radix Conversion)	18
		3.5.2	REG** Euklidov algoritam (en. Euclid's Algorithm)	18
		3.5.3	REG** Test prostosti (en. <i>Primality Test</i> )	18
		3.5.4	REG** Eratostenovo sito (en. Sieve of Erathostenes)	18
		3.5.5	REG** Faktorizacija (en. Factorization)	18
		3.5.6	REG** Efikasno eksponovanje (en. Efficient Exponentiation)	18
	3.6	REG**	Jednostavne manipulacije nizovima (en. Simple Array Manipulations)	19
	3.7	REG**	Jednostavni algoritmi sa stringovima (en. Simple String Algorithms)	20
	3.8	Pretra	age (en. Searches)	21
		3.8.1	REG** Sekvencijalna pretraga (en. Sequential Search)	21
		3.8.2	REG** Binarna pretraga (en. Binary Search)	21
	3.9		anja (en. $Sorts$ )	22
		3.9.1	REG* Sortiranje mjehurom (en. Bubble Sort)	22
		3.9.2	REG* Sortiranje umetanjem (en. Insertion Sort)	22
		3.9.3	REP* Kviksort (en. Quicksort)	22
		3.9.4	REG* Sortiranje spajanjem (en. Merge Sort)	22

		3.9.5 REG* Sortiranje prebrojavanjem (en. Counting Sort)
		3.9.6 REP* Segmentno sortiranje (en. Bucket Sort)
	3.10	Obilasci (en. Traversals)
		3.10.1 REG** Obilazak u dubinu (en. Depth-First Search)
		3.10.2 REG** Obilazak u sirinu (en. Breadth-First Search)
		3.10.3 Primjene
		3.10.3.1 REG** Topološko sortiranje (en. <i>Topological Sort</i> )
		3.10.3.2 REP** Ojlerov put (en. Euler Path)
	3.11	REP** Komponente povezanosti i tranzitivna zatvorenja (en. Connected components
		and transitive closures)
	3.12	Algoritmi za pronalaženje najkraćeg puta (en. Shortest Path Algorithms) 2
		3.12.1 REP** Belman-Fordov algoritam (en. Bellman-Ford Algorithm)
		3.12.2 REP** Dajkstrin algoritam (en. <i>Dijkstra's Algorithm</i> )
		3.12.3 REP** Flojd-Varšalov algoritam (en. Floyd-Warshall's Algorithm)
	3.13	Minimalno razapinjuće stablo (en. Minimum Spanning Tree)
		3.13.1 REP** Primov algoritam (en. <i>Prim's Algorithm</i> )
		3.13.2 REP** Kruskalov algoritam (en. Kruskal's Algorithm)
	3.14	Bikonektivnost u neusmjerenim grafovima (en. Biconnectivity in undirected graphs) 2
		3.14.1 REP** Mostovi (en. <i>Bridges</i> )
		3.14.2 REP** Artikulacione tačke (en. Articulation Points)
	3.15	Povezanost u usmjerenim grafovima (en. Connectivity in Directed Graphs) 2
		3.15.1 REP** Čvrste komponente povezanosti (en. Strongly Connected Components) 2
		REG** Osnove kombinatorne teorije igara (en. Basics of combinatorial game theory) 2
	3.17	Geometrijski algoritmi (en. Geometric Algorithms)
		3.17.1 REP** Kompresija koordinata (en. Coordinate Compression)
		$3.17.2 \stackrel{\text{REP**}}{\longrightarrow} \# \text{TODO (en. } Sweeping Line) \dots 3$
		3.17.3 REP** Vektorski i skalarni proizvod i primjene (en. Vector and Scalar Product,
		and Applications)
		3.17.4 REP** $O(N * log(N))$ Konveksni omotač (en. $O(N * log(N))$ Convex Hull) 3
4	Rač	unarske Nauke - Strukture Podataka 3
		$^{\text{REG**}}$ Stek (en. $Stack$ )
	4.2	$\operatorname{REG^{**}} \operatorname{Red} (en. \ Queue) \dots \dots$
	4.3	REG** Reprezentacije grafova (en. <i>Graph Representations</i> )
	4.4	REP** Reprezentacije disjunktnog skupa (en. Disjoint-set representations)
	4.5	Statički balansirana binarna pretraživačka stabla (en. Statically Balanced Binary
		Search Trees)
		4.5.1 REP** Segmentno stablo (en. Segment Tree)
		4.5.2 REP** Fenvikovo stablo (en. Fenwick Tree)
	4.6	REP* Balansirana binarna pretraživačka stabla (en. Balanced Binary Search Tree) 3
		4.6.1 REP** Logaritamski algoritmi za pronalaženje najnižeg zajedničkog pretka (en.
		$Logarithmic\ Algorithms\ for\ Lowest\ Common\ Ancestor)$
	4.7	Dekompozicije stabla (en. Tree Decompositions)
		4.7.1 REP** Teška-laka dekompozicija (en. <i>Heavy-Light Decomposition</i> )
		4.7.2 REP** Centroidna dekompozicija (en. Centroid Decomposition)
	4.8	REP** Perzistente strukture podataka (en. Persistent Data Structures)
	4.9	Ugnježdavanje struktura podataka (en. Nesting of Data Structures)

4.10 REP** Prefiksno stablo (en. <i>Prefix tree - Trie</i> )		41
--	--	----

#### 1 Uvod

#### 1.1 Opšte informacije

Internacionalna informatička olimpijada (IOI, eng. International Olympiad in Informatics) najprestižnije je globalno takmičenje učenika osnovnih i srednjih škola iz programiranja. Kao takvo, samo učešće na istoj može biti od velikog značaja za budućnost pojedinca, a osvojene medalje su uspjele plasirati takmičare na prestižne svjetske univerzitete, te im, takođe, otvorile mogućnost zaposlenja u najvećim tehnološkim gigantima. IOI predstavlja cilj određenog dijela takmičara, pretežno iz srednje škole.

Tematika koja se pojavljuje u IOI zadacima definisana je planom (eng. IOI Syllabus). Dakle, adekvatno bi bilo uključivati one algoritme i strukture podataka, te oblasti, koje su propisane ovim planom. Iako su zadaci prezentovani na IOI, većinu vremena, ad-hoc prirode (onakve da ne pripadaju ni jednoj kategoriji), oni nisu striktno ad-hoc prirode - kombinuju razne metode kako bi se došlo do rješenja, nerijetko su implementacijski kompleksni i zahtijevaju duboko poznavanje algoritama i struktura podataka. Zbog ovoga, smatramo da je potrebno da zadaci postavljeni na takmičenjima sadrže više konkretnih algoritama i struktura podataka, koje je vješto potrebno adaptirati i kombinovati sa drugim tehnikama. Ovo ne znači da svaki zadatak mora biti moguće riješiti nekom konkretnom metodom, već da je samo potrebno povećati količinu i nivo poznavanja popularnih algoritama i struktura podataka na višim nivoima takmičenja.

#### 1.2 Vizija

Tim za zadatke odlučio je da kreira ovaj dokument, u cilju olakšavanja procesa učenja i informisanju učenika-takmičara. Korištenjem ovog dokumenta, učenicima-takmičarima bi na dohvat ruke bila dostupna respektabilna količina resursa za pripremanja za takmičenja iz informatike u Republici Srpskoj, ali, neminovno, i za **BHOI**, **BOI** i **IOI**. Smatramo da će učenici, prateći ovaj dokument, te koristeći druge izvore, uspjeći da podignu kvalitet znanja na dosta viši nivo, do sada rijetko viđen među takmičarima, te, samim tim, i unaprediti kvalitet takmičenja i takmičarsku kulturu u Republici Srpskoj.

#### 1.3 O strukturi dokumenta

Informacije o temama, kao i resursi, nalaze se u 3 kategorije: Matematika, Računarske Nauke - Algoritmi i Računarske Nauke - Strukture Podataka.

Razlog ove podijele baziran je na ideji da bi, u početku, trebalo izučiti, makar na osnovnom nivou, razne teorijske osnove računarskih nauka. Takmičar će brže razumijevati dalje konkretne koncepte vezane za ove teorijske ideje, te biti versatilniji u njihovom korištenju. Što je snažniji matematički alat - kreativnost na takmičenjima će rasti.

Nakon toga, algoritmi i strukture podataka se mogu izučavati u generalno arbitrarnom redoslijedu, tj. mogu se kombinovati i učiti po učenikovoj preferenci.

Teme označene sa  $^{\rm REG}$  označavaju teme koje se mogu pojaviti na regionalnom takmičenju, dok teme označene sa  $^{\rm REP}$  označavaju teme koje se mogu pojaviti isključivo na republičkom takmičenju. Jedna zvjezdica pored nivoa ( $^{\rm REG*}$ ,  $^{\rm REP*}$ ) označava teme koje bi se trebale poznavati na generalnom, teorijskom nivou, dok dvije zvjezdice ( $^{\rm REG**}$ ,  $^{\rm REP**}$ ) označavaju teme za koje je potrebno poznavanje implementacije.

- 2 Matematika
- 2.1 REG\* Prosti brojevi (en.  $Prime\ Numbers$ )

2.2 REG\* Euklidska udaljenost (en.  $Euclidean\ Distance$ )

2.3 REG\* Pitagorina teorema (en. *Pythagorean Theorem*)

- 2.4 Osnovna logika prvog reda (en. Basic First-Order Logic)
- 2.4.1 REG\* Logički izrazi (en. *Logical Expressions*)
- 2.4.2 REG\* Modus ponens i modus tolens (en. Modus Ponens and Modus Tollens)

- 2.5 Dokazi (en. Proofs)
- 2.5.1 REG\* Generalne metode dokazivanja (en. General Methods of Proofs)
- 2.5.2 Rekurzivne matematičke definicije (en. Recursive Mathematical Definitions)

- 2.6 Kombinatorika (en. Combinatorics)
- 2.6.1 REG\* Permutacije i kombinacije (en. Permutations and Combinations)
- 2.6.2 REG\* Princip uključenja i isključenja (en. Inclusion-Exclusion Principle)
- 2.6.3 REG\* Dirihleov princip (en. Pigeonhole Principle)
- 2.6.4 REG\* Paskalov identitet (en. Pascal's Identity)
- 2.6.5 REG\* Binomna teorema (en. Binomial Theorem)
- 2.6.6 REG\* Faktorijel i binomni koeficijenti (en. Factorial Function and Binomial Coefficients)

- 2.7 Grafovi (i stabla) (en. *Graphs (and Trees)*)
- 2.7.1 REG\* Neusmjereni i usmjereni grafovi (en. Undirected and Directed Graphs)
- 2.7.2 REG\* Težinski i netežinski grafovi (en. Weighted and Unweighted Graphs)
- 2.7.3 REG\* Multigrafovi (en. *Multigraphs*)
- 2.7.4 REG\* Dostupnost (en. Reachability)
- 2.7.5 Reg\* Razapinjuća stabla (en. Spanning Trees)
- 2.7.6 REG\* Bipartitni grafovi (en. Bipartite Graphs)
- 2.7.7 REG\* Direktni aciklični grafovi (en. *Direct Acyclic Graphs*)
- 2.7.8 REG\* Jednostavni specifični oblici grafova (en. Fundamental Specific Graph Shapes)
- 2.7.9 REG\* Osnovne kombinatorne osobine grafova (en. Fundamental Combinatorial Properties of a Graph)

2.8 REG\* Linearna algebra (en. Linear Algebra)

# 3 Računarske Nauke - Algoritmi

- 3.1 Osnovne strukture podataka (en. Fundamental Data Structures)
- 3.1.1 REG\*\* Primitivni tipovi (en. *Primitive Types*)
- 3.1.2 REG\*\* Nizovi (en. Arrays)
- 3.1.3 REG\*\* Povezane strukture (en. *Linked Structures*)
- 3.1.4 REG\*\* Tehnike implementacije grafova i stabala (en. Techniques of Implementations of Graphs and Trees)
- 3.1.5 REG\*\* Pokazivači i reference (en. *Pointers and References*)

- 3.2 Rekurzija (en. Recursion)
- 3.2.1 REG\*\* Koncepti (en. *Concepts*)
- 3.2.2 REG\*\* Rekurzivne matematičke funkcije (en. Recursive Mathematical Functions)
- 3.2.3 REG\*\* Jednostavne rekurzivne procedure (en. Simple Recursive Procedures)

- 3.3 Generalna teorijala algoritama (en. General Algorithm Theory)
- 3.3.1 REG\* Asimptotička analiza (en. Asymptotic Analysis)
- 3.3.2 REG\* Big-O notacija (en. Big-O Notation)
- 3.3.3 REG\* Standardne klase kompleksnosti (en.  $Standard\ Complexity\ Classes$ )

- 3.4 Generalne algoritamske strategije (en. General Algorithm Strategies)
- 3.4.1 REG\*\* Algoritmi iscrpne pretrage (en. Brute-Force Algorithms)
- 3.4.2 REG\*\* Gramzivi algoritmi (en. *Greedy Algorithms*)
- 3.4.3 REG\*\* Zavadi-pa-vladaj (en.  $Divide-and-Conquer\ Algorithms$ )
- 3.4.4 REG\*\* Bektreking (en. *Backtracking*)
- 3.4.5 REG\*\* Dinamičko programiranje (en. *Dynamic Programming*)

- 3.5 Jednostavni cjelobrojni algoritmi (en. Simple Integer Algorithms)
- 3.5.1 REG\*\* #TODO (en. Radix Conversion)
- 3.5.2 REG\*\* Euklidov algoritam (en. Euclid's Algorithm)
- 3.5.3 REG\*\* Test prostosti (en. *Primality Test*)
- 3.5.4 REG\*\* Eratostenovo sito (en. Sieve of Erathostenes)
- 3.5.5 REG\*\* Faktorizacija (en. Factorization)
- 3.5.6 REG\*\* Efikasno eksponovanje (en. Efficient Exponentiation)

3.6  $^{\mathrm{REG}^{**}}$  Jednostavne manipulacije nizovima (en. Simple Array Manipulations)

3.7 REG\*\* Jednostavni algoritmi sa stringovima (en. Simple String Algorithms)

- 3.8 Pretrage (en. Searches)
- 3.8.1 REG\*\* Sekvencijalna pretraga (en. Sequential Search)
- 3.8.2 REG\*\* Binarna pretraga (en. *Binary Search*)

- 3.9 Sortiranja (en. Sorts)
- 3.9.1 REG\* Sortiranje mjehurom (en. Bubble Sort)
- 3.9.2 REG\* Sortiranje umetanjem (en. Insertion Sort)

Šta je Sortiranje umetanjem i kako funkcioniše

Video objašnjenje Sortiranja umetanjem

- 3.9.3 REP\* Kviksort (en. *Quicksort*)
- 3.9.4 REG\* Sortiranje spajanjem (en. Merge Sort)

Šta je Sortiranje spajanjem i kako funkcioniše

Video objašnjenje Sortiranja spajanjem

- 3.9.5 REG\* Sortiranje prebrojavanjem (en. Counting Sort)
- 3.9.6 REP\* Segmentno sortiranje (en. Bucket Sort)

- 3.10 Obilasci (en. *Traversals*)
- 3.10.1 REG\*\* Obilazak u dubinu (en. Depth-First Search)
- 3.10.2 REG\*\* Obilazak u sirinu (en. Breadth-First Search)
- 3.10.3 Primjene
- 3.10.3.1 REG\*\* Topološko sortiranje (en. Topological Sort)
- 3.10.3.2 REP\*\* Ojlerov put (en. Euler Path)

3.11 REP\*\* Komponente povezanosti i tranzitivna zatvorenja (en.  $Connected\ components\ and\ transitive\ closures)$ 

- 3.12 Algoritmi za pronalaženje najkraćeg puta (en. Shortest Path Algorithms)
- 3.12.1 REP\*\* Belman-Fordov algoritam (en. Bellman-Ford Algorithm)
- 3.12.2 REP\*\* Dajkstrin algoritam (en. *Dijkstra's Algorithm*)
- 3.12.3 REP\*\* Flojd-Varšalov algoritam (en. Floyd-Warshall's Algorithm)

- 3.13 Minimalno razapinjuće stablo (en. Minimum Spanning Tree)
- 3.13.1 REP\*\* Primov algoritam (en. Prim's Algorithm)
- 3.13.2 REP\*\* Kruskalov algoritam (en. Kruskal's Algorithm)

- 3.14 Bikonektivnost u neusmjerenim grafovima (en.  $Biconnectivity\ in\ undirected\ graphs)$
- 3.14.1 REP\*\* Mostovi (en. Bridges)
- 3.14.2 REP\*\* Artikulacione tačke (en. Articulation Points)

# 3.15 Povezanost u usmjerenim grafovima (en. $Connectivity\ in\ Directed\ Graphs)$

# $3.15.1 \quad {}^{\mathrm{REP}^{**}}\,\check{\mathrm{C}}\mathrm{vrste}\,\,\mathrm{komponente}\,\,\mathrm{povezanosti}\,\,\mathrm{(en.}\,\,\mathit{Strongly}\,\,\mathit{Connected}\,\,\mathit{Components})$

#### Teorija čvrstih komponenata povezanosti

Gorepomenuti resurs objašnjava pojam čvrstih komponenti povezanosti, te implementaciju Kosarajuvog algoritma.

Kosarajuov algoritam (zadaci)

Tardžanov algoritam

3.16 REG\*\* Osnove kombinatorne teorije igara (en.  $Basics\ of\ combinatorial\ game\ theory)$ 

- 3.17 Geometrijski algoritmi (en. Geometric Algorithms)
- 3.17.1 REP\*\* Kompresija koordinata (en. Coordinate Compression)
- 3.17.2 REP\*\* #TODO (en. Sweeping Line)
- 3.17.3  $\,^{\text{REP}^{**}}$  Vektorski i skalarni proizvod i primjene (en.  $\textit{Vector and Scalar Product}, \,\, \textit{and Applications})$
- 3.17.4  $\operatorname{REP^{**}}\operatorname{O}(\operatorname{N} \, * \, \log(\operatorname{N}))$  Konveksni omotač (en.  $O(N \, * \, \log(N))$  Convex Hull)

- 4 Računarske Nauke Strukture Podataka
- 4.1 REG\*\* Stek (en. Stack)

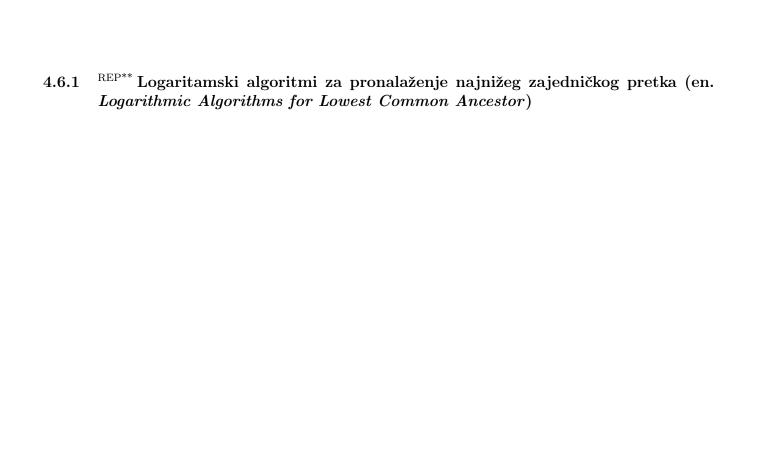
4.2 REG\*\* Red (en. Queue)

4.3  $^{\mathrm{REG}^{**}}$  Reprezentacije grafova (en. *Graph Representations*)

4.4 Reprezentacije disjunktnog skupa (en.  $\it Disjoint\textsubscript{-set}\ representations)$ 

- 4.5 Statički balansirana binarna pretraživačka stabla (en. Statically Balanced Binary Search Trees)
- 4.5.1 REP\*\* Segmentno stablo (en. Segment Tree)
- 4.5.2 REP\*\* Fenvikovo stablo (en. Fenwick Tree)

4.6  $^{\mathrm{REP}^{*}}$ Balansirana binarna pretraživačka stabla (en.  $Balanced\ Binary\ Search\ Tree)$ 



- 4.7 Dekompozicije stabla (en. Tree Decompositions)
- 4.7.1 REP\*\* Teška-laka dekompozicija (en.  $Heavy-Light\ Decomposition$ )
- 4.7.2 REP\*\* Centroidna dekompozicija (en. Centroid Decomposition)

4.8 REP\*\* Perzistente strukture podataka (en.  $Persistent\ Data\ Structures)$ 

4.9	Ugnježdavanje	struktura	podataka (en.	Nesting of Data	Structures

4.10 REP\*\* Prefiksno stablo (en.  $Prefix\ tree\ -\ Trie)$