Sveučilište u Zagrebu Fakultet elektrotehnike i računarstva

Međuispit iz predmeta **TEORIJA INFORMACIJE**, 30. siječnja 2019.

Bodovanje zadataka: Točno odgovoreni 5 bodova, netočno odgovoreni -2 boda, neodgovoreni 0 bodova

Zadatak 1: Dan je linearni binarni blok kod K čija je matrica provjere pariteta

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ako je primljena kodna riječ c'=[1 1 0 1 1 0] odredite kodnu riječ koja je poslana.

- a) [1 1 0 1 1 1]
- b) [1 1 0 0 1 0]
- c) [0 1 0 1 1 0]
- d) [1 0 0 1 1 0]
- e) ništa od navedenog

Zadatak 2: Razmatrajte sistematičan linearan binarni blok kôd [6,3]. Na ulazu kodera kanala koji koristi takav kôd dolaze poruke u obliku $[d_1 d_2 d_3]$, pri čemu su d_1 , d_2 i d_3 binarne znamenke. Koder kanala svaku poruku $[d_1 \ d_2 \ d_3]$ pretvara u kodnu riječ $[c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4 \ c_5 \ c_6]$ pri čemu vrijedi:

$$c_1 = d_1$$
, $c_2 = d_2$, $c_3 = d_3$, $c_4 = d_1 \oplus d_3$, $c_5 = d_1 \oplus d_2 \oplus d_3$, $c_6 = d_1 \oplus d_2$

Pretpostavite da je dekoder kanala koji koristi identičan sistematičan linearan binarni blok kôd [6,3] primio kodnu riječ [011011]. Odredite kodnu riječ koja je najvjerojatnije poslana, tj. kodnu riječ na izlazu kodera kanala.

- a) [011011]
- b) [100111]
- c) [010011]
- d) [011101]
- e) ništa od navedenog

Zadatak 3: Dan je linearni blok kod K s matricom provjere pariteta H, tj. H^T :

$$\mathbf{H}^{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Odredite kodnu riječ ($\neq 0$) koda K koja ima minimalnu težinu.

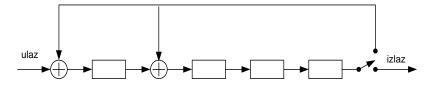
- a) 001010
- b) 010101
- c) 111000
- d) 000110
- e) ništa od navedenog

Zadatak 4: Slijed bitova x = [1010101...] ulazi u Hammingov koder [n,k] = [7,4] i nakon toga se prenosi prijenosnim kanalom u kojem je vjerojatnost pogrešnog prijenosa bita 0,004. Odredite za koliko se smanji vjerojatnost otkrivanja pogreške pri prijenosu slijeda x, ako se umjesto Hammingova kodera kao zaštita uporabi parni paritet.

- a) 0,00798
- b) 0.01951

- c) 0,000114 d) 0,001935 e) ništa od navedenog

Zadatak 5: Na slici je dan koder za ciklični kôd [15, k]. Kodirajte slijed 10001001010 koristeći metodu ciklične redundantne zaštite.



- a) 100010010100101
- b) 100010010100011
- c) 100010010101010

- d) 10001001011100
- e) ništa od navedenog

Zadatak 6: Razmatrajte idealan kanal čija je prijenosna funkcija zadana sljedećim izrazom:

$$H(f) = |H(f)|e^{-j\Theta(f)}, f \in \mathbf{R}, \quad |H(f)| = \begin{cases} 1, & |f| \le f_g \\ 0, & |f| > f_g \end{cases},$$

a fazna mu je karakteristika (tj. fazni odziv) linearna funkcija frekvencije, $\Theta(f) = \pi \cdot 10^{-6} f \text{ [rad]}$, pri čemu je frekvencija zadana u jedinici herc. Na ulaz takvog kanala dolazi pravokutni signal definiran funkcijom

$$x(t) = \begin{cases} 1, & |t| \le 1/(2f_g) \\ 0, & |t| > 1/(2f_g) \end{cases}, t \in \mathbf{R}.$$

Odredite trenutak t u kojem će signal na izlazu promatranog idealnog kanala imati maksimalan iznos.

- a) t = 0 s

- b) $t = 1 \mu s$ c) $t = 0.5 \mu s$ d) $t = -1 \mu s$ e) ništa od navedenog

Zadatak 7: Neka slučajna varijabla X ima funkciju gustoće vjerojatnosti definiranu izrazom

$$f_X(X) = \begin{cases} \frac{1}{a} e^{-x/a}, & x \ge 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}, a > 0$$

Odredite koliko mora iznositi konstanta a pa da diferencijalna entropija slučajne varijable X iznosi 1 bit/simbol.

- a) a = 1
- b) a = 2/e
- c) a = 1/e
- d) $a = \ln 2$
- e) ništa od navedenog

Zadatak 8: Na ulaz promatranog AWGN-kanala dolazi slučajni signal X(t) srednje snage 1 mW. U tom kanalu djeluje bijeli Gaussov šum spektralne gustoće snage jednake 1 nW/Hz za svaki $f \in \mathbf{R}$. Odredite gornju graničnu frekvencija u spektru slučajnog signala ako učinkovitost prijenosnog pojasa u promatranom kanalu pri maksimalnoj prijenosnoj brzini pri kojoj je moguće postići proizvoljno malu vjerojatnost pogreške iznosi 1 bit/s/Hz.

- a) 1 MHz
- b) 166,67 kHz
- c) 333,3 kHz
- d) 500 kHz
- e) ništa od navedenog

Zadatak 9: Signal $A\sin(2\pi ft)$, f = 1/T, se punovalno ispravlja pri čemu nastaje signal s(t) za kojeg vrijedi: s(t) = s(t + T/2) za svaki $t \in \mathbf{R}$. Nadalje, signal s(t) dolazi na ulaz kvantizatora u kojem koristi **sve** razine za rekonstrukciju signala, pri čemu je najmanja jednaka 0, a najveća m_{max} volta. Kvantizator koristi jednoliku kvantizaciju (stepenasta funkcija) s ukupno 2^r razina kvantiziranja, pri čemu je r cjelobrojni broj bita koji opisuju svaki kvantizirani uzorak. Odredite izraz za omjer srednje snage signala prema srednjoj snazi kvantizacijskog šuma u decibelima. Napomena: kvantizacijski šum Q ima jednoliku razdiobu po svakom koraku kvantizacije i vrijedi E[Q] = 0.

- a) $1.76 + 6.02 \cdot r$ [dB]
- b) $7.78 + 6.02 \cdot r$ [dB] c) $10.79 + 6.02 \cdot r$ [dB]
- d) $7.78 + 3.01 \cdot r$ [dB]
- e) ništa od navedenog

Zadatak 10: U prvom AWGN-kanalu srednja snaga signala $x_1(t)$ na ulazu kanala iznosi 10 mW, signal je strogo pojasno ograničen na pojas frekvencija između 0 Hz i 10 kHz (X(f) = 0 za $|f| > 10^4$ Hz), a omjer srednje snage signala prema srednjoj snazi bijelog Gaussovog šuma u promatranom pojasu frekvencija iznosi 50. U drugom AWGN-kanalu snaga signala $x_2(t)$ na ulazu kanala iznosi također 10 mW, no signal je strogo pojasno ograničen na pojas frekvencija između 0 Hz i 5 kHz (X(f) = 0 za $|f| > 5 \cdot 10^3$ Hz). Pod pretpostavkom da u oba kanala djeluje bijeli Gaussov šum jednake spektralne gustoće snage, odredite razliku kapaciteta između ta dva kanala izraženu jedinicom nat/s.

- a) 23433,2 nat/s
- b) 19659,13 nat/s
- c) 16242,66 nat/s
- d) 28362,13 nat/s
- e) ništa od navedenog