

Tablica 1: Tablica ekvivalencija propozicijske logike

1	$\neg(\neg F)$	$\equiv F$	– involucija
2	$(F \rightarrow G)$	$\equiv (\neg F \vee G)$	– uklanjanje implikacije
3	$(F \rightarrow G)$	$\equiv (\neg G \rightarrow \neg F)$	– kontrapozicija
4	$(F \rightarrow (G \rightarrow H))$	$\equiv (G \rightarrow (F \rightarrow H))$	
5	$(F \rightarrow (G \rightarrow H))$	$\equiv ((F \wedge G) \rightarrow H)$	
6	$(F \leftrightarrow G)$	$\equiv ((F \wedge G) \vee (\neg F \wedge \neg G))$	
7	$(F \leftrightarrow G)$	$\equiv ((F \rightarrow G) \wedge (G \rightarrow F))$	
8	$(F \leftrightarrow G)$	$\equiv ((\neg F \vee G) \wedge (\neg G \vee F))$	– idempotencija
9	$(G \wedge G)$	$\equiv G$	
10	$(G \wedge \top)$	$\equiv G$	
11	$(G \wedge \perp)$	$\equiv \perp$	
12	$(G \wedge \neg G)$	$\equiv \perp$	– zakon kontradikcije (ekskluzija)
13	$(G \vee G)$	$\equiv G$	– faktorizacija
14	$(G \vee \top)$	$\equiv \top$	
15	$(G \vee \perp)$	$\equiv G$	
16	$(G \vee \neg G)$	$\equiv \top$	– zakon isključenja trećega
17	$((F \wedge G) \wedge H)$	$\equiv (F \wedge (G \wedge H))$	} asocijativnost
18	$((F \vee G) \vee H)$	$\equiv (F \vee (G \vee H))$	
19	$(F \wedge G)$	$\equiv (G \wedge F)$	} komutativnost
20	$(F \vee G)$	$\equiv (G \vee F)$	
21	$(F \vee (G \wedge H))$	$\equiv ((F \vee G) \wedge (F \vee H))$	} distributivnost
22	$(F \wedge (G \vee H))$	$\equiv ((F \wedge G) \vee (F \wedge H))$	
23	$\neg(F \vee G)$	$\equiv (\neg F \wedge \neg G)$	} de Morganovi zakoni
24	$\neg(F \wedge G)$	$\equiv (\neg F \vee \neg G)$	
25	$(F \vee (F \wedge G))$	$\equiv F$	} apsorpcija
26	$(F \wedge (F \vee G))$	$\equiv F$	
27	$(F \vee (\neg F \wedge G))$	$\equiv (F \vee G)$	
28	$(F \wedge (\neg F \vee G))$	$\equiv (F \wedge G)$	

Neka $F[x]$ i $G[x]$ označavaju formule koje sadrže slobodnu varijablu x dok $H\{x\}$ označava formulu koja ne sadrži varijablu x .

Tablica 2: Tablica ekvivalencija predikatne logike

1	$\forall x F[x]$	\equiv	$\forall y F[y]$
2	$\exists x F[x]$	\equiv	$\exists y F[y]$
3	$\neg \forall x F[x]$	\equiv	$\exists x (\neg F[x])$
4	$\neg \exists x F[x]$	\equiv	$\forall x (\neg F[x])$
5	$(\forall x F[x] \vee \forall x G[x])$	\equiv	$(\forall x F[x] \vee \forall y G[y])$
6	$(\forall x F[x] \vee \exists x G[x])$	\equiv	$(\forall x F[x] \vee \exists y G[y])$
7	$(\exists x F[x] \vee \forall x G[x])$	\equiv	$(\exists x F[x] \vee \forall y G[y])$
8	$(\exists x F[x] \vee \exists x G[x])$	\equiv	$(\exists x F[x] \vee \exists y G[y])$
9	$(\forall x F[x] \wedge \forall x G[x])$	\equiv	$(\forall x F[x] \wedge \forall y G[y])$
10	$(\forall x F[x] \wedge \exists x G[x])$	\equiv	$(\forall x F[x] \wedge \exists y G[y])$
11	$(\exists x F[x] \wedge \forall x G[x])$	\equiv	$(\exists x F[x] \wedge \forall y G[y])$
12	$(\exists x F[x] \wedge \exists x G[x])$	\equiv	$(\exists x F[x] \wedge \exists y G[y])$
13	$(\forall x F[x] \vee \forall y G[y])$	\equiv	$\forall x \forall y (F[x] \vee G[y])$
14	$(\forall x F[x] \wedge \forall y G[y])$	\equiv	$\forall x \forall y (F[x] \wedge G[y])$
15	$(\forall x F[x] \vee H\{x\})$	\equiv	$\forall x (F[x] \vee H\{x\})$
16	$(\forall x F[x] \wedge H\{x\})$	\equiv	$\forall x (F[x] \wedge H\{x\})$
17	$(\exists x F[x] \vee H\{x\})$	\equiv	$\exists x (F[x] \vee H\{x\})$
18	$(\exists x F[x] \wedge H\{x\})$	\equiv	$\exists x (F[x] \wedge H\{x\})$
19	$\forall x (F[x] \wedge G[x])$	\equiv	$(\forall x (F[x] \wedge \forall y G[y]))$
20	$\forall x (F[x] \wedge G[x])$	\equiv	$(\forall x (F[x] \wedge \forall y G[y]))$
21	$\forall x (F[x] \wedge G[x])$	\equiv	$\forall x \forall y (F[x] \wedge G[y])$
22	$\exists x (F[x] \vee G[x])$	\equiv	$(\exists x (F[x] \vee \exists y G[y]))$
23	$\exists x (F[x] \vee G[x])$	\equiv	$(\exists x (F[x] \vee \exists y G[y]))$
24	$\exists x (F[x] \vee G[x])$	\equiv	$\exists x \exists y (F[x] \vee G[y])$

Pretvaranje formule u klauzalni oblik

1. Uklanjanje \leftrightarrow

- $(F \leftrightarrow G) \equiv (\neg F \vee G) \wedge (\neg G \vee F)$

2. Uklanjanje \rightarrow

- $(F \rightarrow G) \equiv (\neg F \vee G)$

3. Smanjivanje doseg operatora negacije tako da se odnosi samo na jedan atom

- $\neg(F \vee G) \equiv (\neg F \wedge \neg G)$
- $\neg(F \wedge G) \equiv (\neg F \vee \neg G)$
- $\neg\forall x F(x) \equiv \exists x(\neg F(x))$
- $\neg\exists x F(x) \equiv \forall x(\neg F(x))$
- Kada se u nekom od prethodna tri koraka pojavi dvostruka negacija, eliminiрай je primjenom **involutivnosti**: $\neg(\neg F) \equiv F$

4. Preimenuj variable tako da svaki kvantifikator vezuje jedinstvenu varijablu. Vrijednost istinitosti formule neće se mijenjati jer se varijable mogu smatrati kao “dummy” varijable

- $(\forall x F(x) \vee \forall x G(x)) \equiv (\forall x F(x) \vee \forall y G(y))$
- $(\forall x F(x) \vee \exists x G(x)) \equiv (\forall x F(x) \vee \exists y G(y))$
- $(\exists x F(x) \vee \forall x G(x)) \equiv (\exists x F(x) \vee \forall y G(y))$
- $(\exists x F(x) \vee \exists x G(x)) \equiv (\exists x F(x) \vee \exists y G(y))$
- $(\forall x F(x) \wedge \forall x G(x)) \equiv (\forall x F(x) \wedge \forall y G(y))$
- $(\forall x F(x) \wedge \exists x G(x)) \equiv (\forall x F(x) \wedge \exists y G(y))$
- $(\exists x F(x) \wedge \forall x G(x)) \equiv (\exists x F(x) \wedge \forall y G(y))$
- $(\exists x F(x) \wedge \exists x G(x)) \equiv (\exists x F(x) \wedge \exists y G(y))$

5. Skolemizacija

- zamijeni sve egzistencijalno kvantificirane varijable Skolem izrazima
Primjer.

$$\exists x \text{SESTRA}(x, \text{IVAN}) \xrightarrow{\text{skolemizacija}} \text{SESTRA}(\text{ANA}, \text{IVAN})$$

- U složenijim izrazima u kojima vrijednost zamjene zavisi od ostalih varijabli u formuli, egzistencijalno kvantificirane varijable zamjenjuju se tzv. SKOLEM FUNKCIJOM
Primjer.

U formuli $\forall x \exists y \text{MAJKA}(y, x)$ vrijednost od y zavisi od x . Skolemizacija daje $\text{MAJKA}(f(\text{Ivan}), \text{Ivan})$, gdje je $f(x)$ Skolem funkcija.

- Argumenti Skolem funkcije su one univerzalno kvantificirane varijable čiji doseg uključuje doseg egzistencijalno kvantificirane varijable koja se zamjenjuje
Primjer.

$$\exists u \forall v \forall w \exists x \forall y \exists z F(u, v, w, x, y, z)$$

Eliminiraju se $\exists u, \exists w$, i $\exists z$ i zamjenjuju redom SKOLEM IZRAZIMA $a, f(v, w), g(v, w, y)$, gdje su a, f, g Skolem funkcije.

$$\exists u \forall v \forall w \exists x \forall y \exists z F(u, v, w, x, y, z) \xrightarrow{\text{zamjena}} \forall v \forall w \forall y F(a, v, w, f(v, w), y, g(v, w, y))$$

Niti jedan od simbola a, f, g ne smije se pojavljivati u izvornoj formuli!

- Skolemizacija kao postupak ne daje nužno definiciju Skolem funkcije nego se radi o metodi pridjeljivanja imena funkcijama koje moraju postojati
Primjer.

$$\forall x (\exists y (\text{GT}(y, x))) \xrightarrow{\text{skolemizacija}} \forall x (\text{GT}(f(x), x)),$$

gdje je f Skolem funkcija. Ona može biti $f(x) = x + 1$ ili $f(x) = x + 5$ itd.

6. Premjesti sve kvantifikatore (preostali su samo univerzalni) na lijevu stranu formule tako da se na lijevoj strani nalazi niz kvantifikatora koji se nazivaju **prefiks**. Desna strana formule koja se naziva **matrica**, oslobođena je svih kvantifikatora. Međusobni uređaj kvantifikatora ostaje nepromijenjen! Formula u takvom obliku se naziva **PRENEX NORMALNA FORMULA**

- $(\forall x F(x) \vee \forall y G(y)) \equiv \forall x \forall y (F(x) \vee G(y))$
- $(\forall x F(x) \wedge \forall y G(y)) \equiv \forall x \forall y (F(x) \wedge G(y))$
- $(\forall x F(x) \vee H\{x\}) \equiv \forall x (F(x) \vee H\{x\})$
- $(\forall x F(x) \wedge H\{x\}) \equiv \forall x (F(x) \wedge H\{x\})$

7. **Eliminiraj prefiks**, ostavi samo matricu. Podrazumijeva se da su sve varijable u formuli univerzalno kvantificirane (nema slobodnih varijabli u formuli).

8. Pretvori matricu u **konjunkciju klauzula** koristeći distributivnost

- $(F \vee (G \wedge H)) \equiv ((F \vee G) \wedge (F \vee H))$
- $((G \wedge H) \vee F) \equiv ((G \vee F) \wedge (H \vee F))$

9. Napiši konjunkciju klauzula kao **skup klauzula** brišući operatore konjunkcija. Implicitno se podrazumijava konjunkcija između klauzula

10. **Standardiziraj** klauzule preimenovanjem varijabli tako da nema dvije klauzule koje sadrže iste varijable

- Sve varijable u klauzulama su implicitno kvantificirane (korak 7) i postoji implicitna konjunkcija između klauzula (korak 9) pa je preimenovanje varijabli valjano i dopušteno jer se temelji na slijedećoj ekvivalenciji

$$\forall x (F(x) \vee G(x)) \equiv \forall x \forall y (F(x) \wedge G(y))$$