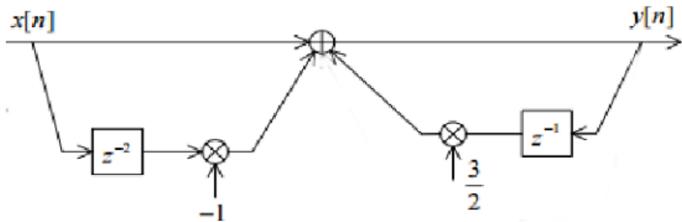


1. Naloga

sreda, 08. junij 2022 13:37

1. (11 točk) Bločni diagram kavzalnega linearnega časovno invariantnega sistema je naslednji:



Napišite linearno diferenčno enačbo, ki opisuje ta sistem in prenosno funkcijo tega sistema. Preverite, če je sistem stabilen v BIBO smislu. Odgovor morate utemeljiti. Napišite impulzni odziv, $h(n)$, tega sistema in prve štiri vrednosti impulznega odziva. Napišite izhodni signal tega sistema $y(n)$, če na vhod pripeljemo naslednji signal: $x(n) = \delta(n) - \frac{3}{2}\delta(n-1)$.

$$y(n) = \frac{3}{2}y(n-1) + x(n) - x(n-2)$$

$$y(n) - \frac{3}{2}y(n-1) = x(n) - x(n-2) \rightarrow ZT$$

$$Y(z) \left(1 - \frac{3}{2}z^{-1}\right) = X(z) \left(1 - z^{-2}\right)$$

$$H(z) = \frac{1 - z^{-2}}{1 - \frac{3}{2}z^{-1}} \quad \text{Poli: } 1 - \frac{3}{2}z^{-1} = 0$$

Sistem ni stabilen, ker
je pol izven kroga enote.

$$\frac{3}{2}z^{-1} = 1 \cdot \frac{3}{2} \Big/ z^{-1}$$

$$z = \underline{\underline{\frac{3}{2}}}$$

$$H(z) = \frac{1}{1 - \frac{3}{2}z^{-1}} - \frac{z^{-2}}{1 - \frac{3}{2}z^{-1}}$$

$$h(z) = \text{IZT}[H(z)]$$

$$h(z) = \left(\frac{3}{2}\right)^n$$

$$h(z) = \left(\frac{3}{2}\right)^n u(n) - \left(\frac{3}{2}\right)^{n-2} \cdot u(n-2)$$

$$h(0) = 1 - 0$$

$$h(2) = \frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4}$$

$$h(1) = \frac{3}{2} - 0$$

$$h(3) = \frac{27}{8} - \frac{12}{8} = \frac{15}{8}$$

$$h(1) = \frac{3}{2} - 0 \quad h(3) = \frac{27}{8} - \frac{12}{8} = \frac{15}{8}$$

$$x(n) = \delta(n) - \frac{3}{2} \delta(n-1)$$

$$X(z) = ZT[x(n)]$$

$$X(z) = 1 - \frac{3}{2} z^{-1}$$

$$\text{Ker } H \quad X(z) = 1 - \frac{3}{2} z^{-1} \Rightarrow Y(z) = 1 - z^{-2}$$

$$y(n) = ZT[Y(z)]$$

$$y(n) = \delta(n) - \delta(n-2)$$

2. Naloga

sreda, 08. junij 2022 13:38

2. (9 točk) Dan je impulzni odziv linearnega časovno invariantnega sistema:

$$h(n) = \delta(n) + 2\delta(n-2) + \delta(n-4)$$

Napišite diferenčno enačbo za ta sistem. Napišite amplitudni in fazni odziv tega sistema. Skicirajte amplitudni in fazni odziv tega sistema.

$$y(n) = x(n) + 2x(n-2) + x(n-4)$$

$$H(z) = ZT[x(n)]$$

$$H(z) = 1 + 2z^{-2} + z^{-4}$$

$$H(e^{j\omega}) = 1 + 2e^{-j2\omega} + e^{-j4\omega}$$

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j2\omega} (e^{j2\omega} + 2 + e^{-j2\omega})$$

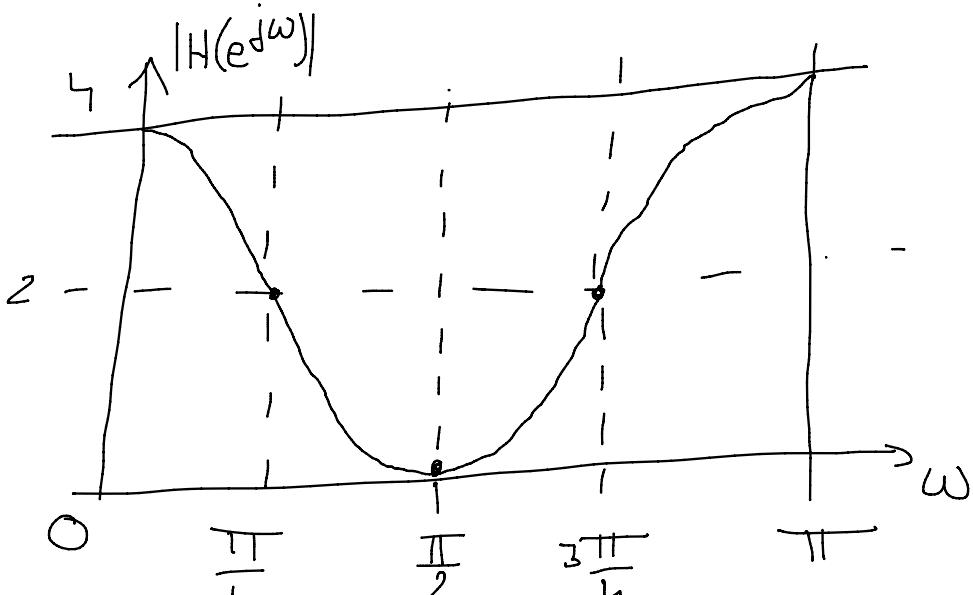
$$H(e^{j\omega}) = e^{-j2\omega} (\cos(2\omega) + j\sin(2\omega) + 2 + \cos(2\omega) - j\sin(2\omega))$$

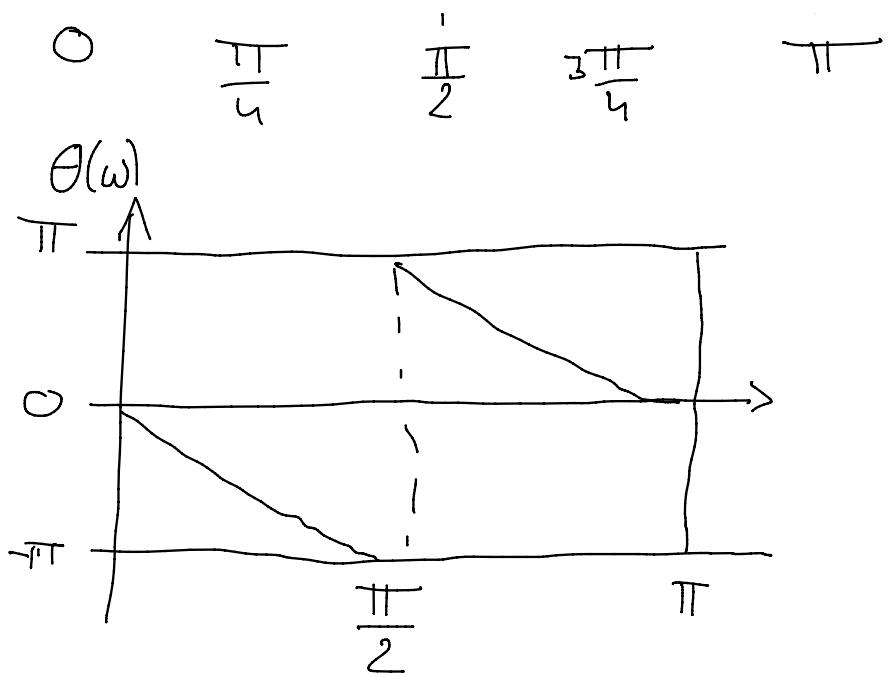
$$H(e^{j\omega}) = e^{-j2\omega} (2 + 2\cos(2\omega))$$

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j2\omega} \cdot 2(1 + \cos(2\omega))$$

$$|H(e^{j\omega})| = 2|1 + \cos(2\omega)|$$

$$\Theta(\omega) = -2\omega$$





1. Naloga

sreda, 08. junij 2022

13:38

1. (18 točk) Zvezni signal $x_a = 2\sin(2400\pi t)$ vzorčimo s frekvenco $F_S = 4800$ Hz. Napišite izraz za tako dobljeni diskretni signal $x(n)$ in določite frekvenco takо dobljenega diskretnega signala $x(n)$. Napišite prvih šest vzorcev diskretnega signala $x(n)$.

$$x_a(t) = 2 \sin(2400\pi t)$$

$$x_a(t) = 2 \sin(2\pi \cdot 1200 \cdot t)$$

$$F = 1200 \text{ Hz}$$

$$F_S = 4800 \text{ Hz}$$

$$f = \frac{F}{F_S} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$x(n) = 2 \sin(2\pi \cdot 0,25 \cdot n)$$

$$x(0) = 0$$

$$x(3) = -2$$

$$x(1) = 2$$

$$x(4) = 0$$

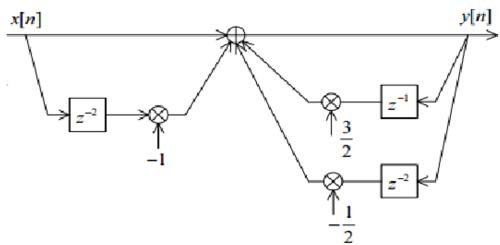
$$x(2) = 0$$

$$x(5) = 2$$

2. Naloga

sreda, 08. junij 2022 13:38

2. (26 točk) Bločni diagram kavzalnega linearnega časovno invariantnega sistema je naslednji:



Določite linearno diferenčno enačbo, ki opisuje ta sistem. Preverite, če je sistem stabilen. Določi impulzni odziv $h(n)$ sistema prihodnih petih vrednosti impulznega odziva. Določi izhod sistema $y(n)$ in prve štiri vrednosti izhoda, če na vhod pripeljemo naslednji signal: $x(n) = \delta(n) - \frac{1}{2}\delta(n-1)$.

$$y(n) = \frac{3}{2}y(n-1) - \frac{1}{2}y(n-2) + x(n) - x(n-2)$$

$$y(n) - \frac{3}{2}y(n-1) + \frac{1}{2}y(n-2) = x(n) - x(n-2) \quad \rightarrow \text{ZT}$$

$$Y(z)(1 - \frac{3}{2}z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}) = X(z)(1 - z^{-2})$$

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{1 - z^{-2}}{1 - \frac{3}{2}z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}} = \frac{(1 - z^{-1})(1 + z^{-1})}{(1 - \frac{1}{2}z^{-1})(1 - z^{-1})} = \frac{1 + z^{-1}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} \\ &= \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{z^{-1}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} \end{aligned}$$

Beli:

$$h_1(z) = \text{IZT}[H(z)]$$

$$h_1(z) = \left(\frac{1}{2}\right)^n u(n) + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \cdot u(n-1)$$

$$h_1(0) = 1 + 0 \quad h_1(3) = \frac{1}{8} + \frac{1}{4}$$

$$h_1(1) = \frac{1}{2} + 0 \quad h_1(4) = \frac{1}{16} + \frac{1}{8}$$

$$h_1(2) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$$

$$1 - \frac{1}{2}z^{-1} = 0$$

$$\frac{1}{2}z^{-1} = 1 \quad / \cdot 2 \quad /^{-1}$$

$$z = \frac{1}{2}$$

Sistem je stabilen

$$x(n) = \delta(n) - \frac{1}{2}\delta(n-1) \quad \rightarrow \text{ZT}$$

$$X(z) = 1 - \frac{1}{2}z^{-1} \Rightarrow Y(z) = 1 + z^{-2}$$

$$y(n) = \text{IZT}[Y(z)]$$

$$y(n) = \delta(n) + \delta(n-2)$$

$$y(n) = 5(n) + 5(n-2)$$

$$y(0) = 1+0 \quad y(2) = 0+1$$

$$y(1) = 0 \quad y(3) = 0$$

3. Naloga

sreda, 08. junij 2022 13:38

3. (20 točk) Dan je naslednji linearни časovno invariantni sistem:

$$h(n) = \delta(n) + \delta(n-4)$$

Napišite diferenčno enačbo za ta sistem. Določite amplitudni in fazni odziv tega sistema. Skicirajte amplitudni in fazni odziva sistema. Kakšna je zakasnitev izhodnega signala $y(n)$ tega sistema v vzorcih?

$$y(n) = x(n) + x(n-4)$$

$$H(z) = ZT[h(n)]$$

$$H(z) = 1 + z^{-4}$$

$$H(e^{j\omega}) = 1 + e^{-j\omega}$$

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j2\omega} (e^{j2\omega} + e^{-j2\omega})$$

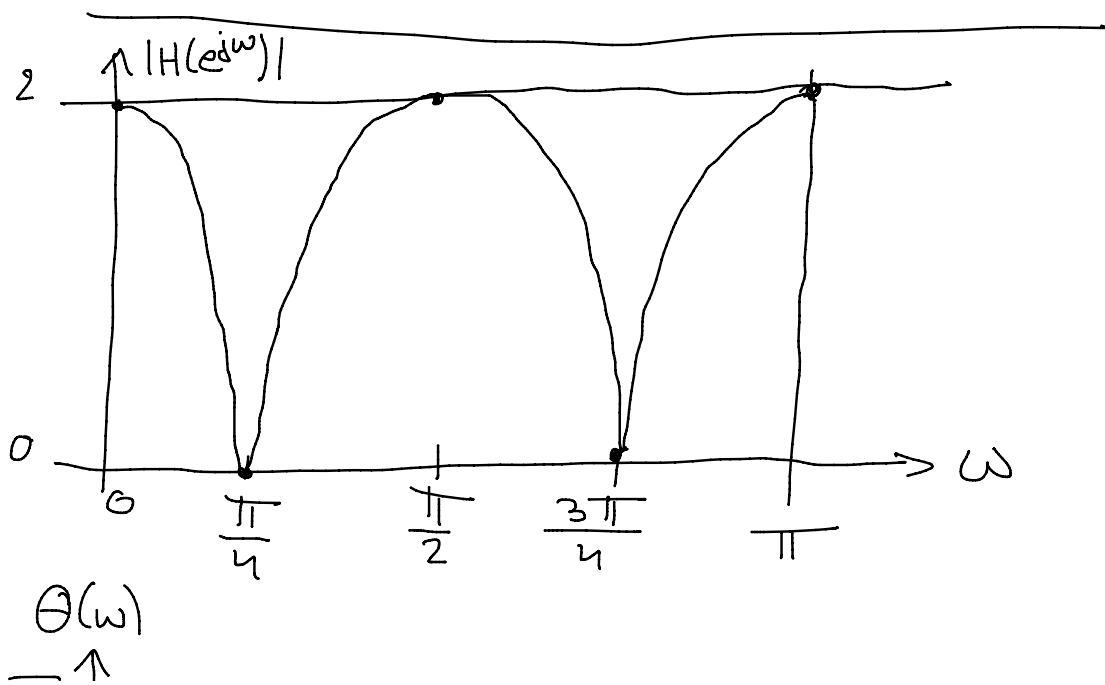
$$H(e^{j\omega}) = e^{-j2\omega} (\cos(2\omega) + j\sin(2\omega) + \cos(2\omega) - j\sin(2\omega))$$

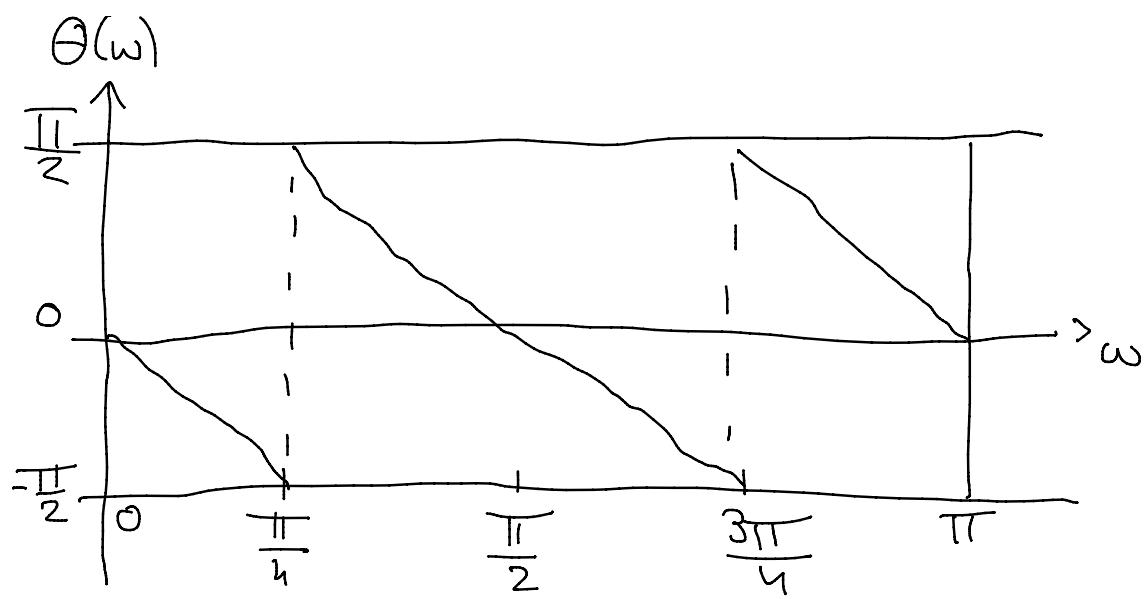
$$H(e^{j\omega}) = e^{-j2\omega} \cdot 2\cos(2\omega)$$

$$|H(e^{j\omega})| = |2\cos(2\omega)|$$

$$\Theta(\omega) = -2\omega$$

Zakasnitev je 2 vtorca.



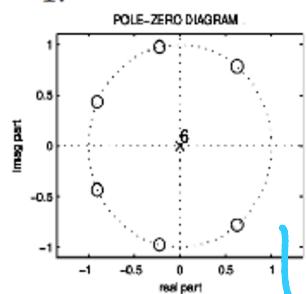


4. Naloga

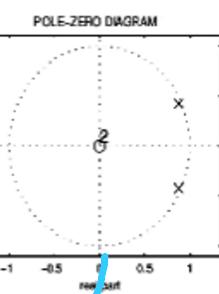
sreda, 08. junij 2022 13:38

4. (16 točk) Naslednji diagrami prikazujejo diagrame ničel in polov ter amplitudne poteke frekvenčnih odzivov štirih diskretnih linearnih časovno nespremenljivih sistemov. Označi kateremu diagramu ničel in polov pripada ustrezeni frekvenčni odziv.

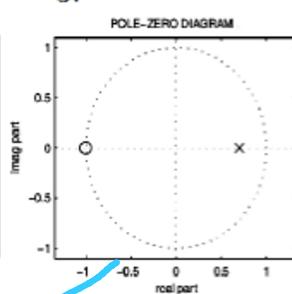
1.



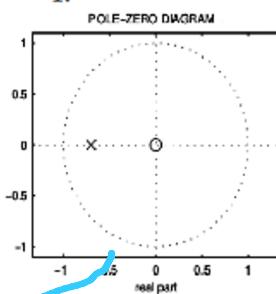
2.



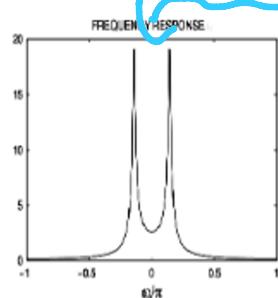
3.



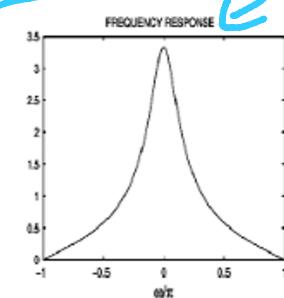
4.



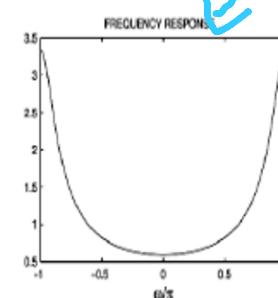
A.



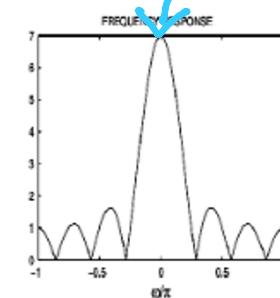
B.



C.



D.



5. Naloga

sreda, 08. junij 2022 13:39

5. (20 točk) Kje so ničle in poli naslednjega sistema?

$$H(z) = \frac{(1 - z^{-1})(1 + 0.5z^{-1})}{(1 - e^{j\pi/4}z^{-1})(1 - e^{-j\pi/4}z^{-1})}$$

Nariši diagram ničel in polov v kompleksni Z ravnini. Je sistem stabilen?

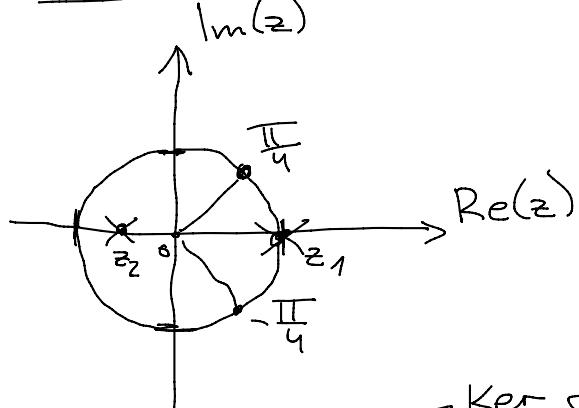
Odgovor morate utemeljiti. Skicirajte amplitudni odziv sistema.

Ničle:

$$\begin{aligned} 1 - z^{-1} &= 0 \\ \underline{z_1 = 1} \quad 1 + 0.5z^{-1} &= 0 \\ 0.5z^{-1} &= -1 / : 2 /^{-1} \\ \underline{z_2 = -\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Poli:

$$\begin{aligned} 1 - e^{j\frac{\pi}{4}}z^{-1} &= 0 \\ e^{j\frac{\pi}{4}}z^{-1} &= 1 / : e^{j\frac{\pi}{4}} /^{-1} \\ \underline{z_1 = e^{j\frac{\pi}{4}}} \quad z_2 &= e^{-j\frac{\pi}{4}} \end{aligned}$$

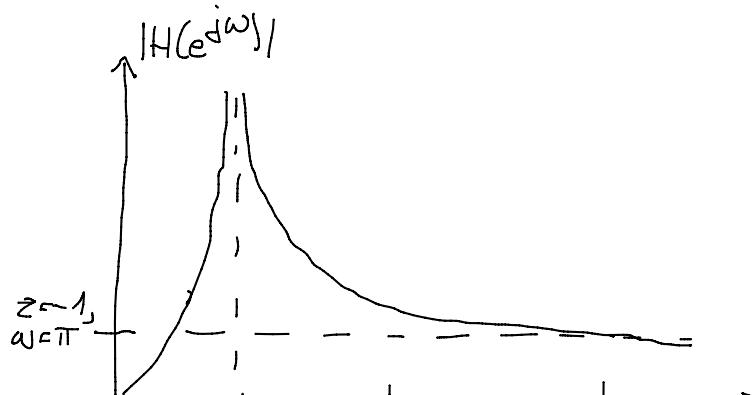


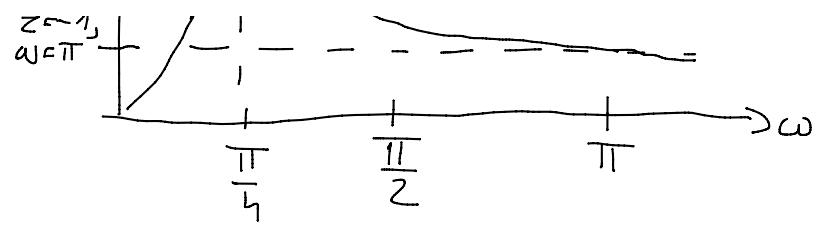
Sistem je stabilen
pola sta na krogu
enote.

$$|H(e^{j\omega})|_{z=1, \omega=0} = 0 \rightarrow \text{Ker je stevec} = 0$$

$$|H(e^{j\omega})|_{z=e^{j\frac{\pi}{4}}, \omega=\frac{\pi}{4}} = \infty \rightarrow \text{Ker je unenovalec} = 0$$

$$|H(e^{j\omega})|_{z=-1, \omega \geq \pi} > 0$$





1. Naloga

sreda, 08. junij 2022 13:38

1. (18 točk) Zvezni signal $x_a(t) = 2\sin(2400\pi t)$ vzorčimo s frekvenco vzorčenja $F_s = 9600 \text{ smp/sec}$. Napišite izraz za tako dobljeni diskretni signal $x(n)$ in določite diskretno frekvenco, f , tega diskretnega signala $x(n)$. Napišite prvih šest vzorcev diskretnega signala $x(n)$.

$$x_a(t) = 2\sin(2400\pi \cdot t) = 2\sin(2\pi \cdot 1200 \cdot t)$$

$$F = 1200 \text{ smp/sec}$$

$$F_s = 9600 \text{ smp/sec}$$

$$f = \frac{F}{F_s} = \frac{1}{8} = 0,125$$

$$x(n) = 2\sin(2\pi \cdot 0,125 \cdot n)$$

$$x(0) = 0 \quad x(3) = 1,41$$

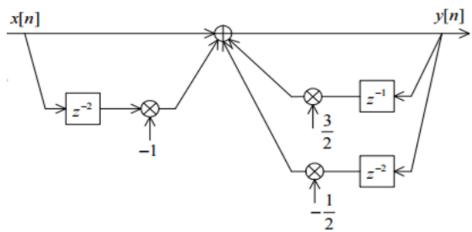
$$x(1) = 1,41 \quad x(4) = 0$$

$$x(2) = 2 \quad x(5) = -1,41$$

2. Naloga

sreda, 08. junij 2022 13:39

2. (30 točk) Bločni diagram kavzalnega linearnega časovno invariantnega sistema je naslednji:



Določite linearno diferenčno enačbo, ki opisuje ta sistem. Preverite, če je sistem stabilen. Določi impulzni odziv $h(n)$ sistema in prvi pet vrednosti impulznega odziva. Določi izhod sistema $y(n)$ in prve štiri vrednosti izhoda, če na vhod pripeljemo naslednji signal: $x(n) = \delta(n) - \frac{1}{2}\delta(n-1)$.

$$y(n) = \frac{3}{2}y(n-1) - \frac{1}{2}y(n-2) + x(n) - x(n-2)$$

$$y(n) - \frac{3}{2}y(n-1) + \frac{1}{2}y(n-2) = x(n) - x(n-2) \quad \rightarrow \text{ZT}$$

$$Y(z)(1 - \frac{3}{2}z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}) = X(z)(1 - z^{-2})$$

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{1 - z^{-2}}{1 - \frac{3}{2}z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}} = \frac{(1 - z^{-1})(1 + z^{-1})}{(1 - \frac{1}{2}z^{-1})(1 - z^{-1})} = \frac{1 + z^{-1}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} = \\ &= \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{z^{-1}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} \end{aligned}$$

Bli:

$$h(z) = 1 \text{ZT}[H(z)]$$

$$h(z) = \left(\frac{1}{2}\right)^n u(n) + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \cdot u(n-1)$$

$$h(0) = 1 + 0 \quad h(3) = \frac{1}{8} + \frac{1}{4}$$

$$h(1) = \frac{1}{2} + 0 \quad h(4) = \frac{1}{16} + \frac{1}{8}$$

$$h(2) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$$

$$1 - \frac{1}{2}z^{-1} = 0$$

$$\frac{1}{2}z^{-1} = 1 \quad / \cdot 2 \quad /^{-1}$$

$$z = \frac{1}{2}$$

Sistem je stabilen

$$x(n) = \delta(n) - \frac{1}{2}\delta(n-1) \quad \rightarrow \text{ZT}$$

$$X(z) = 1 - \frac{1}{2}z^{-1} \Rightarrow Y(z) = 1 + z^{-2}$$

$$y(n) = 1 \text{ZT}[Y(z)]$$

$$y(n) = \delta(n) + \delta(n-2)$$

..

..

.. + 1

$$y(n) = 5(n) + 5(n-2)$$

$$y(0) = 1 + 0 \quad y(2) = 0 + 1$$

$$y(1) = 0 \quad y(3) = 0$$

3. Naloga

sreda, 08. junij 2022 13:39

3. (26 točk) Določite frekvenčni, amplitudni in fazni odziv naslednjega linearnega časovno invariantnega sistema:

$$y(n) = x(n) - x(n-1)$$

Skicirajte tudi amplitudni in fazni odziva tega sistema.
(Napotek: Določite najprej impulzni odziv, $\delta(n)$, tega sistema.)

$$\delta(n) = \delta(n) - \delta(n-1)$$

$$H(z) = 1 - z^{-1}$$

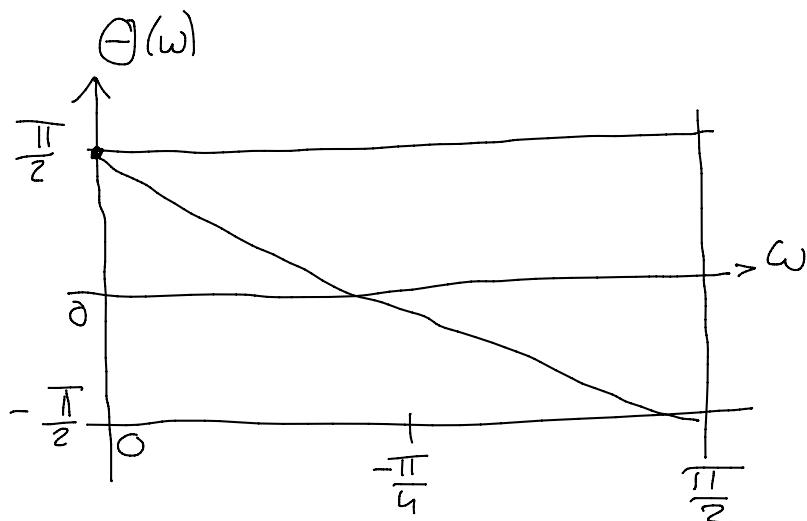
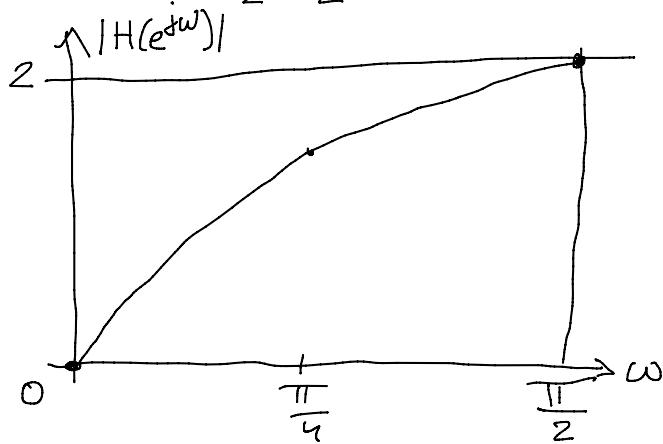
$$H(e^{j\omega}) = 1 - e^{-j\omega}$$

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j\frac{\omega}{2}} \left(e^{j\frac{\omega}{2}} - e^{-j\frac{\omega}{2}} \right)$$

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j\frac{\omega}{2}} \left(2 \cdot \sin\left(\frac{\omega}{2}\right) \right)$$

$$|H(e^{j\omega})| = |2 \sin\left(\frac{\omega}{2}\right)|$$

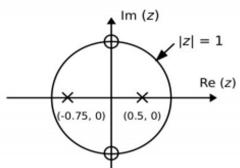
$$\Theta(\omega) = \frac{\pi}{2} - \frac{\omega}{2}$$



4. Naloga

sreda, 08. junij 2022 13:39

4. (26 točk) Diagram ničel in polov danega linearnega časovno invariantnega sistema s prenosno funkcijo $H(z)$ je naslednji:



$$\text{Pol} = \times$$

$$\text{Ničle} = \circ$$

Na osnovi tega diagrama ničel in polov napišite prenosno funkcijo, $H(z)$, sistema. Je ta sistem stabilen? Odgovor morate utemeljiti. Skicirajte tudi amplitudni odziv tega sistema.

Poli:

$$1 + \frac{3}{4} z^{-1} \quad , \quad 1 - \frac{1}{2} z^{-1}$$

Ničle:

$$z_1 = +j \quad ? \quad \text{Ker sta ničli na imaginarni osi}$$

$$z_2 = -j$$

Sistem je stabilen, ker sta pola zunanj
enotske krožnice.

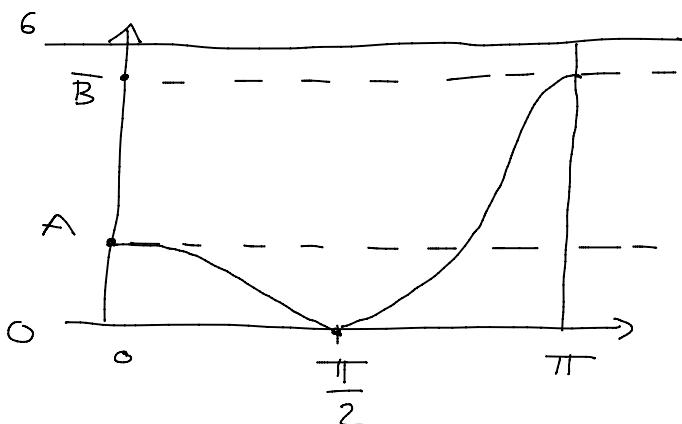
$$H(z) = \frac{(z-j)(z+j)}{\left(1 + \frac{3}{4}z^{-1}\right)\left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right)} = \frac{(1+z^2)}{\left(1 + \frac{3}{4}z^{-1}\right)\left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right)} =$$

$$= \frac{(1+z^2)}{\left(1 - \frac{1}{2}z^{-1} + \frac{3}{4}z^{-1} - \frac{3}{8}z^{-2}\right)} = \frac{(1+z^2)}{\left(1 + \frac{1}{4}z^{-1} - \frac{3}{8}z^{-2}\right)}$$

$$|H(e^{j\omega})|_{z=1, \omega=0} = \frac{2}{\frac{7}{8}} = \frac{16}{7} \approx 2,286 \dots A$$

$$|H(e^{j\omega})|_{z=j, \omega=\frac{\pi}{2}} = 0 \rightsquigarrow \text{Ker je v stevcu } 0 \dots 1 + j = 1 - 1 = 0$$

$$|H(e^{j\omega})|_{z=-1, \omega=\pi} = \frac{2}{\left(1 - \frac{1}{4} - \frac{3}{8}\right)} = \frac{2}{\frac{3}{8}} = \frac{16}{3} = 5,33 \dots B$$



1. Naloga

sreda, 08. junij 2022 13:38

1. (18 točk) Zvezni signal $x_a = 4\sin(120\pi t)$ vzorčimo s frekvenco $F_s = 240$ Hz.
Napišite izraz za tako dobljeni diskretni signal $x(n)$ in določite frekvenco tako
dobljenega diskretnega signala $x(n)$. Napišite prvih šest vzorcev diskretnega
signala $x(n)$.

$$x_a(t) = 4\sin(120\pi t) = 4\sin(2\pi \cdot 60 \cdot t)$$

$$F = 60 \text{ Hz}$$

$$F_s = 240 \text{ Hz}$$

$$f = \frac{F}{F_s} = \frac{1}{4}$$

$$x(n) = 4\sin(2\pi \cdot 0,25 \cdot n)$$

$$x(0) = 0$$

$$x(1) = 4$$

$$x(2) = 0$$

$$x(3) = -4$$

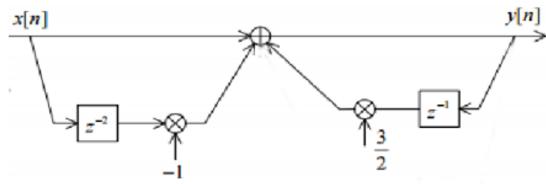
$$x(4) = 0$$

$$x(5) = 4$$

2. Naloga

sreda, 08. junij 2022 13:39

2. (26 točk) Bločni diagram kavzalnega linearnega časovno invariantnega sistema je naslednji:



Določite linearno diferenčno enačbo, ki opisuje ta sistem in prenosno funkcijo tega sistema. Preverite, če je sistem stabilen v BIBO smislu. Odgovor morate utemeljiti. Določite impulzni odziv $h(n)$ sistema in prve štiri vrednosti impulznega odziva. Določite izhod sistema $y(n)$ in prve štiri vrednosti izhoda, če na vhod pripeljemo naslednji signal: $x(n) = \delta(n) - \frac{3}{2}\delta(n-1)$.

$$y(n) = \frac{3}{2}(n-1)x(n) + x(n) - x(n-2)$$

$$y(n) - \frac{3}{2}(n-1)x(n) = x(n) - x(n-2) \quad \xrightarrow{\text{ZT}}$$

$$Y(z)(1 - \frac{3}{2}z^{-1}) = X(z)(1 - z^{-2})$$

$$H(z) = \frac{1 - z^{-2}}{1 - \frac{3}{2}z^{-1}} \quad \text{Poli: } 1 - \frac{3}{2}z^{-1} = 0$$

$$\frac{3}{2}z^{-1} = 1 \quad / \cdot \frac{2}{3} \quad /^{-1}$$

$$z = \frac{3}{2}$$

Sistem ni stabilen, ker je izven kroga enote.

$$H(z) = \frac{1 - z^{-2}}{1 - \frac{3}{2}z^{-1}} = \frac{1}{1 - \frac{3}{2}z^{-1}} - \frac{z^{-2}}{1 - \frac{3}{2}z^{-1}}$$

$$h(z) = \text{IZT}[h(z)]$$

$$h(z) = \left(\frac{3}{2}\right)^n \cdot u(n) - \left(\frac{3}{2}\right)^{n-2} \cdot u(n-2)$$

$$h(0) = 1 - 0 \quad h(2) = \frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4}$$

$$h(1) = \frac{3}{2} - 0 \quad h(3) = \frac{27}{8} - \frac{3}{2} = \frac{15}{8}$$

$$x(n) = \delta(n) - \frac{3}{2}\delta(n-1)$$

$$\underline{x(n) = \delta(n) - \frac{3}{2} \delta(n-1)}$$

$$X(z) = ZT[x(n)]$$

$$X(z) = 1 - \frac{3}{2} z^{-1}$$

$$\text{Ker } f \in X(z) = 1 - \frac{3}{2} z^{-1} \Rightarrow Y(z) = 1 - z^{-2}$$

$$y(n) = ZT[Y(z)]$$

$$y(n) = \delta(n) - \delta(n-2)$$

$$y(0) = 1, 0 \quad y(2) = 0 - 1$$

$$y(1) = 0 \quad y(3) = 0$$

3. Naloga

sreda, 08. junij 2022 13:39

3. (20 točk) Dan je naslednji linearen časovno invarianten sistem:

$$h(n) = \delta(n) + 2\delta(n-2) + \delta(n-4)$$

Napišite diferenčno enačbo za ta sistem. Določite amplitudni in fazni odziv tega sistema. Skicirajte amplitudni in fazni odziv sistema. Kakšna je zakasnitev izhodnega signala $y(n)$ tega sistema v vzorcih?

$$y(n) = x(n) + 2x(n-2) + x(n-4)$$

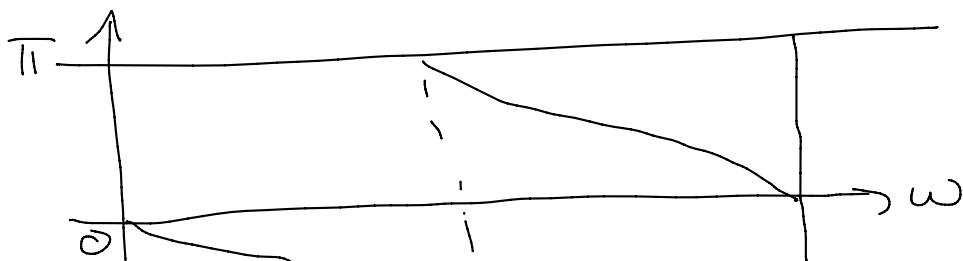
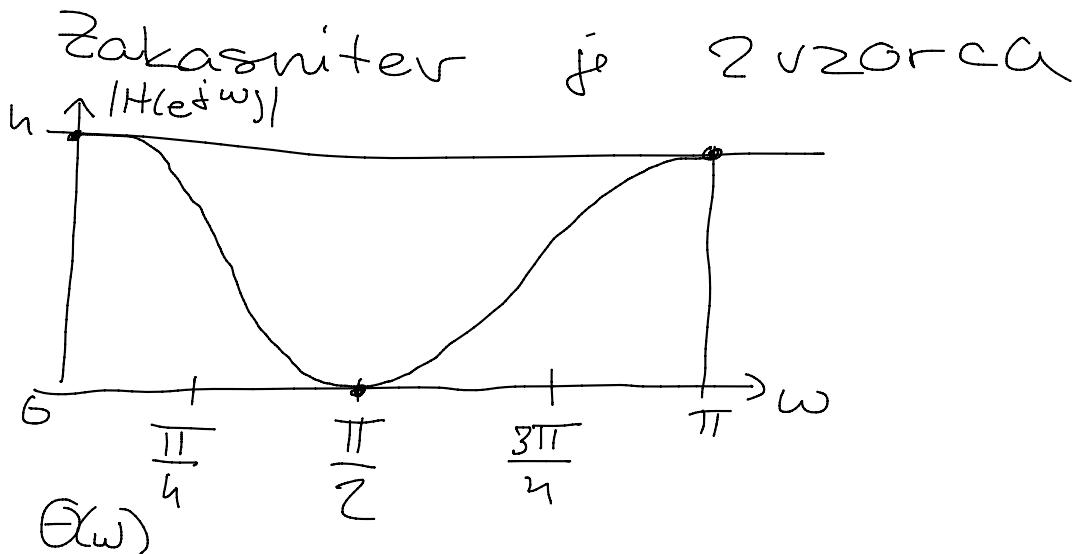
$$H(z) = z^{-4} [h(n)]$$

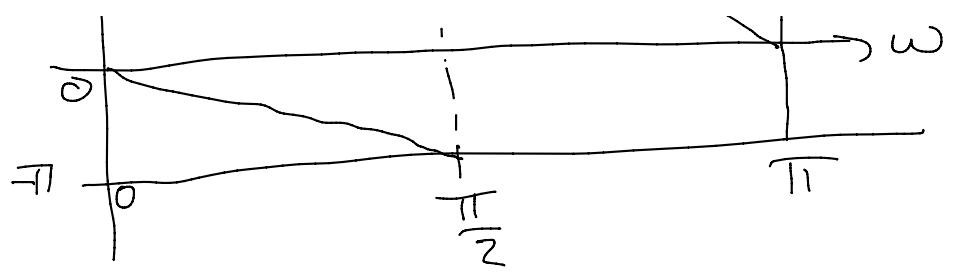
$$H(z) = 1 + 2z^{-2} + z^{-4}$$

$$\begin{aligned} H(e^{j\omega}) &= 1 + 2e^{-j2\omega} + e^{-j4\omega} = \\ &= e^{-j2\omega} (e^{j2\omega} + 2 + e^{-j2\omega}) = \\ &= e^{-j2\omega} (\cos(2\omega) + \sin(2\omega)) + 2 + \cos(2\omega) - \sin(2\omega) = \\ &= e^{-j2\omega} \cdot 2 (1 + \cos(2\omega)) \end{aligned}$$

$$|H(e^{j\omega})| = 2|1 + \cos(2\omega)|$$

$$\Theta(\omega) = -2\omega$$

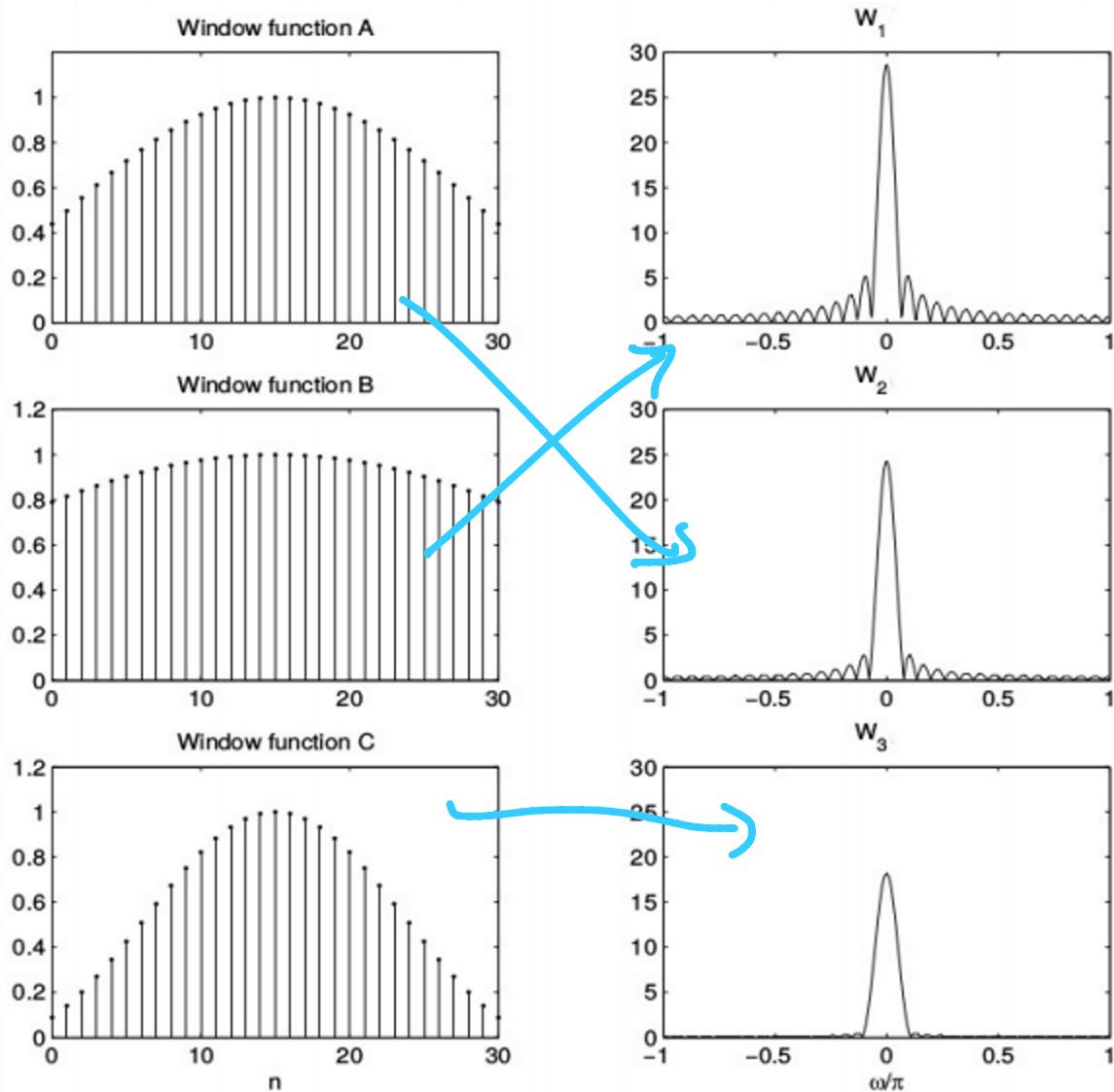




4. Naloga

sreda, 08. junij 2022 13:39

4. (12 točk) Spodnja slika prikazuje tri različne okenske funkcije (A, B, C) in diskretno-časovno Fourierjevo transformacijo vsake od njih. Označi kateri okenski funkciji pripada ustreznata diskretna-časovna Fourierjeva transformacija (W_1, W_2, W_3).



5. Naloga

sreda, 08. junij 2022 13:39

5. (24 točk) Kavzalen, linearen, časovno invariantnen sistem ima naslednjo prenosno funkcijo:

$$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 + \frac{1}{2}z^{-2}}$$

Najdite diferenčno enačbo, ki jo lahko uporabimo za implementacijo tega sistema. Narišite diagram ničel in polov v kompleksni Z ravnini. Je sistem stabilen v BIBO smislu? Odgovor morate utemeljiti. Skicirajte amplitudni odziv sistema.

$$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 + \frac{1}{2}z^{-2}} = \frac{X(z)}{Y(z)} \Rightarrow X(z)(1 - z^{-1}) \\ Y(z)(1 + \frac{1}{2}z^{-2})$$

$$y(n) + \frac{1}{2}y(n-2) = x(n) - x(n-1)$$

$$\underline{y(n) = -\frac{1}{2}y(n-2) + x(n) - x(n-1)}$$

$$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 + \frac{1}{2}z^{-2}} / \circ z^2 = \frac{z(z-1)}{z^2 + \frac{1}{2}}$$

Ničle:

$$z_1 = 0 \quad z_2 = 1$$

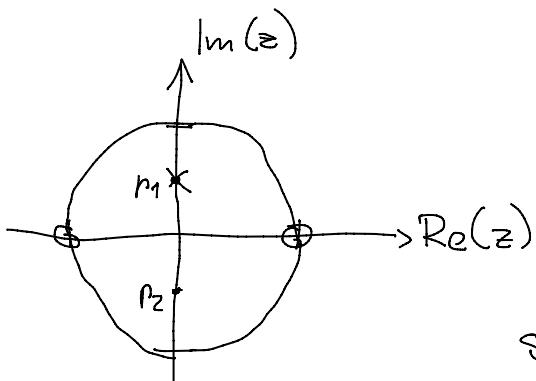
Poli:

$$z^2 + \frac{1}{2} = 0$$

$$z^2 = -\frac{1}{2}$$

$$z_1 = \sqrt[2]{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$z_2 = -\sqrt{\frac{1}{2}}$$



Sistem je stabilen, saj sta pola zunanjih kroga enota.

$$H(e^{j\omega}) = H(z) \Big|_{z=e^{j\omega}}$$

$$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 + \frac{1}{2}z^{-2}} \Rightarrow H(e^{j\omega}) = \frac{1 - e^{-j\omega}}{1 + \frac{1}{2}e^{-j2\omega}} =$$

$$= \frac{1 - \cos(\omega) + j\sin(\omega)}{1 + \frac{1}{2}(\cos(2\omega) - j\sin(2\omega))} =$$

$$1 + \bar{z} (\cos(\omega) - i \sin(\omega))$$

$$|H(e^{j\omega})|_{\omega=0} = 0$$

$$|H(e^{j\omega})|_{\omega=\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{0,5} = 4 \dots A$$

$$|H(e^{j\omega})|_{\omega=\pi} = \frac{2}{1,5} = 1,33 \dots B$$

