APOYO MATEMÁTICA AYED (I)

Propiedades matemáticas y dónde aplicarlas

AGENDA

- Propiedades elementales de suma y producto
 - Conmutativa
 - Distributiva y Factor común
- Fracciones
 - Suma y producto de fracciones
- Potencias
 - Propiedades
- Logaritmos
 - Propiedades
- Ejercicios combinados

PROPIEDADES DE SUMA Y PRODUCTO

PROPIEDADES ELEMENTALES DE SUMA Y PRODUCTO

¿Qué son las propiedades?

Son reglas demostrables que valen para todos los casos

Si podemos descomponer la operación que estamos viendo en partes, empezamos a poder manipularlas sin importar qué números sean.

SUMA:

A + B = C

PRODUCTO O MULTIPLICACIÓN:

A * B = C

$$A \times 2 = 2A$$

PROPIEDAD CONMUTATIVA (SUMA Y PRODUCTO)

"EL ORDEN NO ALTERA EL RESULTADO"

SUMA:

$$A + B = B + A$$

PRODUCTO O MULTIPLICACIÓN:

$$A * B = B * A$$

$$A \times 2 = 2 \times A$$

NO APLICA A RESTA O DIVISIÓN!!

PROPIEDAD DISTRIBUTIVA (SUMA O RESTA CON PRODUCTO)

"MULTIPLICAR UNA SUMA ES SUMAR DOS MULTIPLICACIONES"

$$3(4 + X) = 3*4 + 3*X$$

$$N(5-Y) = 5N - NY$$

$$(3 + x)/2 = 3/2 + x/2$$

NO APLICA A POTENCIA!! - hay que aplicar otras reglas

$$(3 + A)^2 != 3^2 + A^2$$

$$(3 + A)^2 = 3^2 + 2*3A + A^2$$

FACTOR COMÚN (DISTRIBUTIVA AL REVÉS)

Agrupamos la parte que tienen en común:

$$12 + 3X =$$
 $3.4 + 3.x =$
 $3(4+x)$

$$5N - NY = 5*N - Y*N = N(5-Y)$$

$$4/3 + 12X/3 =$$
 $4/3 + (4.3.X)/3 =$
 $4/3 + 4(3X)/3 =$
 $4/3 (1 + 3X)$

FRACCIONES

FRACCIONES

Anatomía de una fracción:

También son
$$\frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$$
 Fracciones impropias (más de un entero)

Resta = sumar un negativo

División = multiplicar por la fracción inversa

FRACCIONES - SUMA CON DISTINTO DENOMINADOR

Tenemos que llevar las fracciones a otras equivalentes que sean compatibles entre sí

5	3
7 +	4

Dos fracciones de distinto denominador



Tomamos los denominadores



Los multiplicamos



Multiplicamos numerador por denominador contrario

FRACCIONES - SUMA CON DISTINTO DENOMINADOR

5 x 4		3 x 7
7	X	4

Multiplicamos numerador por denominador contrario

$$\frac{5\times4 + 3\times7}{7\times4}$$

Esto era una suma

Resolvemos

las partes

Simplificamos si podemos

(en este caso
no se puede)

$$\left(\frac{28+13}{28}\right) = 1 \frac{13}{28} = 1,46$$

FRACCIONES - SUMA CON VARIABLES

Si hay letras, hacemos exactamente lo mismo

5	3i
7 +	4

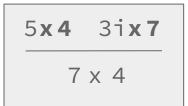
Dos fracciones de distinto denominador



Tomamos los denominadores



Los multiplicamos



Multiplicamos numerador por denominador contrario

FRACCIONES - SUMA CON DISTINTO DENOMINADOR

5**x**4 3i**x**7 7 x 4

Multiplicamos numerador por denominador contrario

$$\frac{5\times 4 + 3i\times 7}{7\times 4}$$

Esto era una suma

20 + 21i 28 Resolvemos las partes

Simplificamos si podemos (acá volvimos a lo mismo)

FRACCIONES - MULTIPLICACIÓN

Numerador x numerador, denominador x denominador

5 x -3 4

Un entero y una fracción

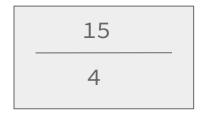


El entero tiene denominador 1

5 **x** 3

1 **x** 4

Multiplicamos misma línea



Y así queda

FRACCIONES - MULTIPLICACIÓN

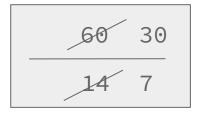
Numerador x numerador, denominador x denominador

5	- V	12
2	- X	7

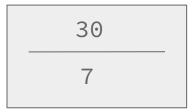
Dos fracciones



Multiplicamos misma línea



Podemos simplificar



Y así queda

FRACCIONES - DIVISIÓN

Damos vuelta la segunda fracción y multiplicamos

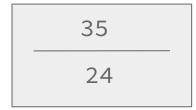
5	•	12
2	•	7

Dos fracciones

Damos vuelta la segunda

5	X	7	
2	X	12	

Resolvemos en línea



Y así queda

Cuántas veces multiplicamos un número por sí mismo

$$2^n = 2.2...2$$
 (n veces)

```
n^i = n.n..n (i veces)
```

Algunos NO

$$(a+b)^2 NO ES a^2 + b^2$$

Algunos Sí

• conmutativa (producto de potencias)

• distributiva (división)

$$\left(\frac{3}{2}\right)^5 = \left(\frac{3}{2}\right)^5$$

distributiva (producto)

$$(3.4)^5 = 3.4^5$$

Otras propiedades

$$a_{X}^{5}a^{6}=a^{5+6}$$
(misma base)
$$a_{X}^{5}a^{6}=a^{5-6}$$
(misma base)

$$a^{5}/a^{6} = a^{5-6}$$
 (misma base)

Exponentes especiales

$$a^{-5} = (\frac{1}{a})^{5}$$

$$a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$$

Tenemos un número y una base. ¿A cuánto elevamos la base para llegar al otro número?

log₁₀(10000) = 4 | porque | 10 a la 4 = 10000

Algunas propiedades triviales

 $\log_{x}(1) = 0$

porque

cualquier número a la 0 da 1

 $\log_{x}(x) = 1$

porque

para llegar a x basta
con elevarlo una vez
(x^1 = x)

log_v(0) NO EXISTE

Propiedades relacionadas con otras operaciones

$$log_x(b.c) = log_x(b) + log_x(c)$$

*una división se resta

$$\log_{x}(b^{n}) = n.\log_{x}(b)$$

la potencia "sale" como producto

$$log_x(b)$$

x = b

Para resolver logaritmos en base 2 en la calculadora (si es en base 4, 5 etc reemplazar el 2)

$$\log_2(b) = \log_{10}(b) / \log_{10}(2)$$

el log de la calculadora es log₁₀

EXTRA! OPERAR CON VARIABLES

OPERACIONES DONDE APARECEN VARIABLES

Ecuaciones: buscamos despejar una o más variables también hay inecuaciones (con mayor, menor)

$$3x + 3x = 6$$
 $6x = 6$ $x = 6/6$ $x = 1$

Funciones: buscamos un valor reemplazando las variables

$$F(x) = 4x$$
 $F(2) = 4.2$ $F(2) = 8$

Polinomios: funciones de una sola variable donde todos los exponentes son positivos

$$P(x) = 4x^3 - 3x^2$$

QUE HACEMOS CON LAS VARIABLES

Tenemos una operación "con letras" (variables).

Pueden ser ecuaciones, polinomios, funciones de tiempo, etc.

1) Las variables sólo pueden sumarse con la misma variable

2) Hay veces que la operación "se traba"

$$3x + 3x = 6x PER0$$

3x + 3y no se pueden sumar

$$3x + 3y = 3(x+y)$$
 vale

$$2y.(5^n) - 2$$

2y5^n - 2 a veces no hay nada más que hacer

EJERCICIOS COMBINADOS

- $4(x+2)-8y^3+5x \rightarrow$ (distributiva, factor común, variables)
- $(3/2)x+(5/3)x-5 \rightarrow (suma y resta de fracciones)$
- $(3/2) \cdot (x/4) 6x$ (multiplicación de fracciones, suma)
- d³.d⁷-f⁴.f²+x^{2-4y} -> (potencia, variables)
- $\log_2(6x) + \log_2(x:y) \rightarrow (\log \operatorname{aritmo}, \operatorname{variables})$

$$4(x+2)-8y^3+5x$$
 $4x + 4.2 - 8y^3 + 5x$ -distribuyo el 4
 $4x + 5x - 8 - 8y^3$ -conmuto (reacomodo) el 5x
 $9x - 8 - 8y^3$ - sumo misma variable
nada más que hacer

```
(3/2)x+(5/3)x-5x \rightarrow (suma y resta de fracciones)

(3.3 + 5.2)x/2.3-5x (aplico suma de fracciones)

(9 + 10)x/6 - 5x (multiplico)

19x/6 - 5x (sumo)

(19.1 - 5.6)x / 6 (aplico suma de fracciones)

(19-30)x / 6 (multiplico)

-11x/6
```

```
(3/2) \cdot (x/4) - 6x
3 \cdot x / 2 \cdot 4 - 6x aplico multiplicación en línea
3x/8 - 6x multiplico
(3.1 - 6.8)x / 8 aplico suma de fracciones
(3 - 48)x / 8 multiplico
-45x/8 resto
```

$$d^3 \cdot d^7 - f^4 \cdot f^2 + x^2/x^{4y}$$
 trabajamos las bases por separado $d^{3+7} - f^{4+2} + x^2/x^{4y}$ aplico producto como suma de exponentes $d^{10} - f^6 + x^2/x^{4y}$ resuelvo sumas $d^{10} - f^6 + x^{2-4y}$ aplico división como resta de exponentes

```
\begin{split} \log_2(6x) + \log_2(x \colon y) & \text{ separo producto en suma} \\ \log_2(6) + \log_2(x) + \log_2(x \colon y) & \text{ separo division en resta} \\ \log_2(6) + \log_2(x) + \log_2(x) - \log_2(y) & \text{ sumo los } \log_2(x) \\ \log_2(6) + 2\log_2(x) - \log_2(y) & \text{ resuelvo log}_2(6) \text{ (calculadora)} \\ \log_{10}(6) / \log_{10}(6) + 2\log_2(x) - \log_2(y) & \text{ calculadora parte 2} \\ 0,30 + 2\log_2(x) - \log_2(y) & \text{ y ya no hay más nada que hacer} \end{split}
```

¿VOLVEMOS A ALGUNA PROPIEDAD? iQUEDARON PREGUNTAS?