Apoyo Matemática AYED (I)

Propiedades matemáticas y dónde aplicarlas

Agenda

- Propiedades elementales de suma y producto
  - Conmutativa
  - Distributiva y Factor común
- Fracciones
  - Suma y producto de fracciones
- Potencias
  - Propiedades
- Logaritmos
  - Propiedades
- Ejercicios combinados

PROPIEDADES DE SUMA Y PRODUCTO

Propiedades elementales de suma y producto

¿Qué son las propiedades?

Son reglas demostrables que valen para todos los casos

Si podemos descomponer la operación que estamos viendo en partes, empezamos a poder manipularlas sin importar qué números sean.

SUMA:

$1 + 3 = 4$

$A + B = C$

PRODUCTO O MULTIPLICACIÓN:

$2 * 3 = 6$

$A * B = C$

$A * 2 = 2A$

Propiedad Conmutativa (Suma y producto)

"EL ORDEN NO ALTERA EL RESULTADO"

SUMA:

```
1 + 3 = 3 + 1
```

```
A + B = B + A
```

PRODUCTO O MULTIPLICACIÓN:

```
3 * 6 = 6 * 3
```

```
A * 2 = 2 * A
```

```
A * B = B * A
```

NO APLICA A RESTA O DIVISIÓN!!

```
1 - 3 != 3 - 1
```

```
A / B != B / A
```

Propiedad DISTRIBUTIVA (Suma o Resta Con producto)

“MULTIPLICAR UNA SUMA ES SUMAR DOS MULTIPLICACIONES”

```
3(4 + X) = 3*4 + 3*X
```

```
N(5-Y) = 5N - NY
```

```
(3 + x)/2 = 3/2 + x/2
```

NO APLICA A POTENCIA!! - hay que aplicar otras reglas

```
(3 + A)^2 != 3^2 + A^2
```

```
(3 + A)^2 = 3^2 + 2*3A + A^2
```

Factor común (Distributiva al revés)

Agrupamos la parte que tiene en común:

12 + 3X = 3.4 + 3.x = 3(4+x)	5N - NY = 5*N - Y*N = N(5-Y)	4/3 + 12X/3 = 4/3 + (4.3.X)/3 = 4/3 + 4(3X)/3 = 4/3 (1 + 3X)

Fracciones

Fracciones

Anatomía de una fracción:

$$\frac{5}{7}$$

numerador = ¿Cuántas partes tenemos?

denominador = ¿Cuántas partes hay en total?

También son fracciones $\frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$ Fracciones impropias (más de un entero)

Resta = sumar un negativo

División = multiplicar por la fracción inversa

Fracciones - Suma con distinto denominador

Tenemos que llevar las fracciones a otras equivalentes que sean compatibles entre sí

$$\frac{5}{7} + \frac{3}{4}$$

Dos fracciones de distinto denominador

$$\frac{\quad}{\mathbf{7}} \qquad \frac{\quad}{\mathbf{4}}$$

Tomamos los denominadores

$$\frac{\quad}{7 \times 4}$$

Los multiplicamos

$$\frac{5 \times 4 \quad 3 \times 7}{7 \times 4}$$

Multiplicamos numerador por denominador contrario

Fracciones - Suma con distinto denominador

$$\frac{5 \times 4 \quad 3 \times 7}{7 \times 4}$$

Multiplicamos numerador por denominador contrario

$$\frac{5 \times 4 + 3 \times 7}{7 \times 4}$$

Esto era una suma

$$\frac{20 + 21}{28}$$

Resolvemos

las partes

$$\frac{41}{28}$$

Simplificamos si podemos

(en este caso no se puede)

$$\frac{(28+13)}{28} = 1 \frac{13}{28} = 1,46$$

Fracciones - Suma con variables

Si hay letras, hacemos exactamente lo mismo

$$\frac{5}{7} + \frac{3i}{4}$$

Dos fracciones de distinto denominador

$$\frac{\quad}{\mathbf{7}} \qquad \frac{\quad}{\mathbf{4}}$$

Tomamos los denominadores

$$\frac{\quad}{7 \mathbf{x} 4}$$

Los multiplicamos

$$\frac{5\mathbf{x4} \quad 3i\mathbf{x7}}{7 \text{ x } 4}$$

Multiplicamos numerador por denominador contrario

Fracciones - Suma con distinto denominador

$$\frac{5 \mathbf{x} 4 \quad 3i \mathbf{x} 7}{7 \times 4}$$

Multiplicamos numerador por denominador contrario

$$\frac{5 \times 4 + 3i \times 7}{7 \times 4}$$

Esto era una suma

$$\frac{20 \quad + 21i}{28}$$

Resolvemos

las partes

$$\frac{\overset{5}{\cancel{20}}}{\underset{7}{\cancel{28}}} + \frac{\overset{3i}{\cancel{21i}}}{\underset{4}{\cancel{28}}}$$

Simplificamos si podemos

(acá volvimos a lo mismo)

Fracciones - Multiplicación

Numerador x numerador, denominador x denominador

$$5 \times \frac{3}{4}$$

Un entero

y una fracción

$$\frac{5}{1} \times \frac{3}{4}$$

El entero tiene denominador 1

$$\frac{5 \times 3}{1 \times 4}$$

Multiplicamos

misma línea

$$\frac{15}{4}$$

Y así queda

Fracciones - Multiplicación

Numerador x numerador, denominador x denominador

$$\frac{5}{2} \times \frac{12}{7}$$

Dos fracciones

$$\frac{5 \times 12}{2 \times 7}$$

Multiplicamos misma línea

$$\frac{\cancel{60}\ 30}{\cancel{14}\ 7}$$

Podemos simplificar

$$\frac{30}{7}$$

Y así queda

Fracciones - División

Damos vuelta la segunda fracción y multiplicamos

$$\frac{5}{2} : \frac{12}{7}$$

Dos fracciones

$$\frac{5}{2} \times \frac{7}{12}$$

Damos vuelta la segunda

$$\frac{5 \times 7}{2 \times 12}$$

Resolvemos en línea

$$\frac{35}{24}$$

Y así queda

Potencias

Potencias

Cuántas veces multiplicamos un número por sí mismo

```
2^3 = 2.2.2
```

```
2^n = 2.2..2 (n veces)
```

```
n^i = n.n..n (i veces)
```

Potencias

Algunos NO

n^i NO ES i^n

(a+b)^2 NO ES a^2 + b^2

Algunos Sí

- conmutativa (producto de potencias)

$$ {3^{2}}^{5} = {3^{5}}^{2} $$

- distributiva (división)

$$ \left(\frac{3}{2}\right)^{5} = \frac{(3)^{5}}{(2)^{5}} $$

- distributiva (producto)

$$ (3.4)^{5} = 3^{5}.4^{5} $$

Potencias

Otras propiedades

$a^5 \times a^6 = a^{5+6}$
(misma base)

$a^5 / a^6 = a^{5-6}$
(misma base)

Exponentes especiales

$a^{-5} = \left(\frac{1}{a}\right)^5$

$a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$

Logaritmos

Logaritmos

Tenemos un número y una base. ¿A cuánto elevamos la base para llegar al otro número?

$\log_2(8) = 3$ porque 2 a la 3 = 8

$\log_{10}(10000) = 4$ porque 10 a la 4 = 10000

Logaritmos

Algunas propiedades triviales

$\log_x(1) = 0$ porque cualquier número a la 0 da 1

$\log_x(x) = 1$ porque para llegar a x basta con elevarlo una vez (x^1 = x)

$\log_x(0)$ NO EXISTE

Logaritmos

Propiedades relacionadas con otras operaciones

$$\log_x(b.c) = \log_x(b)+\log_x(c)$$

*una división se resta

$$\log_x(b^n) = n.\log_x(b)$$

la potencia “sale” como producto

$$x^{\log_x(b)} = b$$

suele aparecer así:

$$2^{\log_2(n)} = n$$

Logaritmos

Para resolver logaritmos en base 2 en la calculadora

(si es en base 4, 5 etc reemplazar el 2)

$$\log_2(b) = \log_{10}(b)/\log_{10}(2)$$

el log de la calculadora es $\log_{10}$

EXTRA! Operar con variables

Operaciones donde aparecen variables

Ecuaciones: buscamos despejar una o más variables

también hay inecuaciones (con mayor, menor)

$3x + 3x = 6$ | $6x = 6$ | $x = 6/6$ | $x = 1$

Funciones: buscamos un valor reemplazando las variables

$F(x) = 4x$ | $F(2) = 4.2$ | $F(2) = 8$

Polinomios: funciones de una sola variable donde todos los exponentes son positivos

$P(x) = 4x^3 - 3x^2$

Que hacemos con las variables

Tenemos una operación “con letras” (variables).

Pueden ser ecuaciones, polinomios, funciones de tiempo, etc.

1) Las variables sólo pueden sumarse con la misma variable

$3x + 3x = 6x$ PERO

$3x + 3y$ no se pueden sumar

$3x + 3y = 3(x+y)$ vale

2) Hay veces que la operación “se traba”

2y.(5^n) - 2

2y5^n - 2 a veces no hay nada más que hacer

Ejercicios Combinados

Algunos ejercicios para resolver

Llevar a una forma sin paréntesis, agrupando variables del mismo exponente.

- $4(x+2)-8y^3+5x$ -> (distributiva, factor común, variables)
- $(3/2)x+(5/3)x-5$ -> (suma y resta de fracciones)
- $(3/2).(x/4)-6x$ -> (multiplicación de fracciones, suma)
- $d^3.d^7-f^4.f^2+x^{2-4y}$ -> (potencia, variables)
- $\log_2(6x)+\log_2(x:y)$ -> (logaritmo, variables)

Algunos ejercicios para resolver

Llevar a una forma sin paréntesis, agrupando variables del mismo exponente.

$4(x+2)-8y^3+5x$

$4x + 4.2 - 8y^3 + 5x$ -distribuyo el 4

$4x + 5x - 8 - 8y^3$ -conmuto (reacomodo) el 5x

$9x - 8 - 8y^3$ - sumo misma variable

nada más que hacer

Algunos ejercicios para resolver

Llevar a una forma sin paréntesis, agrupando variables del mismo exponente.

(3/2)x+(5/3)x-5x -> (suma y resta de fracciones)

(3.3 + 5.2)x/2.3-5x (aplico suma de fracciones)

(9 + 10)x/6 - 5x (multiplico)

19x/6 - 5x (sumo)

(19.1 - 5.6)x / 6 (aplico suma de fracciones)

(19-30)x / 6 (multiplico)

-11x/6

Algunos ejercicios para resolver

Llevar a una forma sin paréntesis, agrupando variables del mismo exponente.

(3/2).(x/4)-6x	
3.x / 2.4 - 6x	aplico multiplicación en línea
3x/8 - 6x	multiplico
(3.1 - 6.8)x /8	aplico suma de fracciones
(3 - 48)x / 8	multiplico
-45x/8	resto

Algunos ejercicios para resolver

Llevar a una forma sin paréntesis, agrupando variables del mismo exponente.

$d^3.d^7-f^4.f^2+x^2/x^{4y}$ trabajamos las bases por separado

$d^{3+7}-f^{4+2}+x^2/x^{4y}$ aplico producto como suma de exponentes

$d^{10}-f^6+x^2/x^{4y}$ resuelvo sumas

$d^{10}-f^6+x^{2-4y}$ aplico división como resta de exponentes

Algunos ejercicios para resolver

Llevar a una forma sin paréntesis, agrupando variables del mismo exponente.

$\log_2(6x)+\log_2(x:y)$ separo producto en suma

$\log_2(6)+\log_2(x)+\log_2(x:y)$ separo division en resta

$\log_2(6)+\log_2(x)+\log_2(x)-\log_2(y)$ sumo los $\log_2(x)$

$\log_2(6)+2\log_2(x)-\log_2(y)$ resuelvo $\log_2(6)$ (calculadora)

$\log_{10}(6)/\log_{10}(6)+2\log_2(x)-\log_2(y)$ calculadora parte 2

$0,30+2\log_2(x)-\log_2(y)$ y ya no hay más nada que hacer

¿Volvemos a alguna propiedad? ¿Quedaron preguntas?